



Analysis of Dam Break Problem Using a Lagrangian Method and Comparing it with Eulerian Approach

S. Farzin¹, Y. Hassanzadeh², M. T. Aalami³
and R. Fatehi^{4*}

Abstract

This research attempts to develop and improve the simulation of incompressible flow and wave propagation due to dam break. Using Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), a consistent predictive-corrective method is introduced to simulate free-surface flows in dam break. For this purpose, two new SPH schemes are presented for spatial discretization of first and second derivatives in viscosity and Laplacian pressure terms at Navier-Stokes equations. These proposed schemes overcome the weaknesses of existing schemes, and has the properties of consistency and stability. Next, using Eulerian approach and Volume of Fluid (VOF) method in the open-source software of OpenFoam, two-phase unsteady flows due to dam break are simulated in two dimensions. In order to assess the accuracy and performance of the proposed methods, the obtained results are compared with each other and with reliable experimental and numerical solutions in the literature. It was shown that two presented approaches are able to handle the violating free surface flow in dam break problems with high accuracy. Particularly, the proposed SPH method leads to consistent, stable and convergent solutions especially for pressure distribution.

Keywords: Dam break problem, Lagrangian approach, Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), Consistency, Eulerian approach, OpenFoam software.

Received: August 12, 2013

Accepted: January 4, 2014

تحلیل مسأله شکست سد با استفاده از یک روش لاگرانژی اصلاح شده و مقایسه با رویکرد اویلری

سعید فرزین^۱، یوسف حسن‌زاده^۲، محمدتقی اعلمی^۳
و روح‌اله فاتحی^{۴*}

چکیده

این پژوهش تلاشی به منظور توسعه و بهبود شبیه‌سازی انتشار امواج تراکم‌ناپذیر ناشی از شکست سد می‌باشد. با استفاده از روش لاگرانژی هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH) یک روش بهبود یافته پیش‌بینی-تصحیح، برای شبیه‌سازی جریان‌های تک فاز سطح آزاد در مسایل شکست سد معرفی می‌گردد. بدین منظور، دو طرح جدید برای گسسته‌سازی جملات نیروی لزجت و لاپلاسیان فشار در معادلات ناویر-استوکس معرفی شده‌است که نقاط ضعف طرح‌های موجود را برطرف کرده و خاصیت سازگاری و پایداری را دارا می‌باشد. در ادامه، با استفاده از رویکرد اویلری و روش حجم سیال (VOF) در نرم افزار متن-باز OpenFoam، جریان‌های ناماندگار ناشی از شکست سد به صورت دو فاز در دو بعد حل می‌شود. به منظور بررسی دقت و کارایی روش‌های ارائه شده، نتایج حاصله با یکدیگر و همچنین با نتایج مدل‌های آزمایشگاهی و عددی معتبر موجود در ادبیات تحقیق، مقایسه شده‌است. نتایج حاکی از دقت بالا و قابلیت هر دو رویکرد در شبیه‌سازی جریان‌های سطح آزاد شدید شکست سد می‌باشد. به ویژه روش SPH ارائه شده، در ایجاد سازگاری، پایداری، همگرایی حل و بهبود چشمگیر توزیع فشار نقش به‌سزایی ایفا می‌کند.

کلمات کلیدی: مسأله شکست سد، رویکرد لاگرانژی، هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)، سازگاری، رویکرد اویلری، نرم افزار OpenFoam.

تاریخ دریافت مقاله: ۲۱ مرداد ۱۳۹۲

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴ دی ۱۳۹۲

1- PhD Student, Department of Hydraulic Engineering, Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran. Email: saeed.farzin@tabrizu.ac.ir

2- Professor, Department of Hydraulic Engineering, Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran. Email: yhassanzadeh@tabrizu.ac.ir

3- Associated Professor, Department of Hydraulic Engineering, Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran. Email: mtaalami@tabrizu.ac.ir

4- Assistant Professor, Department of Mechanic Engineering, University of Persian Gulf, Bushehr, Iran. Email: fatehi@pgu.ac.ir

*- Corresponding Author

۱- دانشجوی دکتری گروه مهندسی آب، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران.

۲- استاد گروه مهندسی آب، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران.

۳- دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران.

۴- استادیار گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه خلیج فارس بوشهر، بوشهر، ایران.

*- نویسنده مسئول

۱- مقدمه

زمینه مطالعه شکست سد با به‌کارگیری جریان‌های غیر دائمی در کانال‌های مستقیم و خمیده و تولید داده‌های آزمایشگاهی انجام دادند. Zhou et al. (1999) نیز آزمایش شکست با بستر خشک را در ابعادی بزرگتر شبیه‌سازی کردند و مقادیر عمق جریان در دو مقطع عرضی از کانال و نیز فشار روی دیواره پایین دست را محاسبه کردند. Stansby et al. (1998) نیز آزمایش‌های گسترده‌ای بر روی شکست سد با لحاظ عمق‌های متفاوت برای پایین دست انجام دادند.

ماهیت غیر خطی معادلات حاکم بر پدیده‌ها و سایر محدودیت‌های روش تحلیلی باعث شده تا یک نظریه تحلیلی کامل در موارد پیچیده موجود نباشد. از این‌رو، روش‌های تحلیلی برای مسأله جریان شکست سد گسترش اندکی دارند (Zoppou and Roberts, 2003). همچنین، انجام اندازه‌گیری‌های میدانی و ساخت مدل‌های آزمایشگاهی به گونه‌ای که شرایطی را مشابه آنچه در طبیعت اتفاق می‌افتد، شبیه‌سازی کند، دشوار و هزینه‌بر بوده و گاهی نتایج به دست آمده غیر واقعی می‌باشد.

باتوجه به توسعه مدل‌ها و روش‌های عددی برای حل مسایل جریان سیال که اصطلاحاً دینامیک سیالات محاسباتی نامیده می‌شوند و نیز بالا رفتن قدرت محاسباتی رایانه‌ها، شبیه‌سازی عددی طغیان آب و مسیریابی هیدرودینامیکی جریان، به عنوان ابزاری قدرتمند و قابل اعتماد و با صرف هزینه و زمان کمتر در اختیار طراحان قرار گرفته است. امروزه مدل‌های ریاضی و رایانه‌ای متعددی برای محاسبه سرعت انتشار امواج، هیدروگراف خروجی، روند سیل و پارامترهای هیدرولیکی جریان در پایین دست مقطع شکستگی سد ارائه شده‌اند. همچنین به دلیل توپوگرافی پیچیده و بسیار نامنظم مجرای رودخانه‌های طبیعی، فقط روش‌های عددی قابل توجیه بوده و محاسبات باید مرحله به مرحله از بازه‌ای به بازه دیگر دنبال شوند (شفاعی بجستان، ۱۳۸۷).

محاسبات مشخصات جریان در زمان‌ها و مکان‌های مختلف به وسیله روش‌های عددی بر اساس معادلات مشخصه دینامیک سیالات شامل بقای جرم، اندازه حرکت و انرژی می‌باشند که در واقع سه اصل فیزیکی را به صورت ریاضی بیان می‌کنند. بدین منظور در ادبیات تحقیق، دو روش ریاضی عمده جهت مدل‌سازی به کار گرفته شده‌است: معادلات آب‌های کم عمق و معادلات ناویر-استوکس. اغلب تحقیقات به روش عددی برای شبیه‌سازی مسأله شکست سد، معادلات آب‌های کم عمق را اساس کار خود قرار داده‌اند (Baghlani, 2011). این معادلات که متوسط‌گیری شده معادلات ناویر-استوکس روی مؤلفه قائم می‌باشند، معادلات دیفرانسیل جزئی

علیرغم اعمال ضریب اطمینان بالا در طراحی و ساخت سدها، با توجه به پتانسیل وقوع حوادث شدید هیدرولوژیکی ناشی از تغییرات آب و هوایی، طراحی غلط دریچه‌های سرریز آب، ناپایداری زمین در پی تغییرات سطح آب در طول پر و خالی شدن، ضعف در نگهداری، اشتباهات انسانی، رایانه‌ای و همچنین احتمال وقوع سیلاب‌های با دوره بازگشت بالا و زمین لرزه‌های شدید در اطراف مخزن سد، احتمال شکست آنها منتفی نمی‌باشد (حسن‌زاده، ۱۳۸۳؛ Cao et al., 2004). خروش امواج ناشی از شکست سد را می‌توان یکی از مخرب‌ترین بلایای موجود به حساب آورد که خسارات مالی و جانی و زیان‌های متعددی به حیات می‌زند. برای به حداقل رساندن خسارات وارده، شناخت دقیق هیدرولیک چنین مسأله پیچیده‌ای، با استفاده از رویکردها و مدل‌های دقیق از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. با توجه به تحقیقاتی که در زمینه شکست سد انجام شده است، هیدروگراف سیل ناشی از شکست سد به سه طریق پیش‌بینی می‌گردد؛ استفاده از روش‌های تحلیلی، استفاده از داده‌های میدانی و یا مدل‌سازی آزمایشگاهی و شبیه‌سازی‌های عددی. به عنوان اولین قدم در راه این قبیل تحقیقات، Ritter (1892) یک راه حل تحلیلی یک بعدی بر اساس معادلات سن-ونان برای یک کانال بدون اصطکاک با بستر خشک و مقطع عرضی مستطیلی ارائه داد. پس از وی دستاوردهای (Dressler, 1952) برای کانال‌های زبر و نیز معادلات (Stoker, 1957) با فرض جریان ایده آل آب بر روی یک بستر بدون اصطکاک و صلب از اهمیت به سزایی برخوردار هستند. Deng and Li (2003) یک مدل ساده تحلیلی و یک مدل عددی یک بعدی انتقال جریان ناپایدار آب و رسوب برای مطالعه پروفیل تعادل کانال رودخانه ارائه کردند. (Nsom et al., 2008) شکست یک بعدی سد را به صورت تحلیلی و عددی با استفاده از تقریب آب‌های کم عمق مورد مطالعه قرار دادند. در این مسأله، مایع آب گل‌آلود است و می‌توان آن را یک سیال نیوتنی فرض کرد، به شرطی که از اثر اینرسی در برابر لزجت در معادله تعادل اندازه حرکت صرف نظر شود.

در زمینه مطالعات تجربی نیز، (Martin and Moyce 1952) آزمایش شکست سد بر روی بستر خشک را انجام دادند و میزان پیشروی جبهه موج در زمان‌های مختلف را به صورت بی‌بعد محاسبه کردند. حسن‌زاده (۱۳۷۰) به منظور اندازه‌گیری ارتفاع و سرعت انتشار جبهه موج و چگونگی تغییرات آنها نسبت به زمان و مکان، آزمایش‌های شکست ناگهانی سد بر روی بستر صاف و زبر در یک مدل هیدرولیکی را انجام داد. (Bell et al. 1992) تلاش‌هایی در

نرم‌افزار آن است که علاوه بر امکانات موجود از قبیل حلگرهای متنوع و بهینه شده و قابلیت حل موازی، کاربر می‌تواند با شناختن مجهولات، پارامترهای فیزیکی و متغیرهای اساسی مسأله، اقدام به ساختن یک حلگر جدید برای ارزیابی مسایل واقعی نماید (OpenCFD, 2011).

گروه دیگری از روش‌های عددی برای حل معادلات ناویر-استوکس، بر دیدگاه لاگرانژی بنا شده‌اند. در این نوع از روش‌ها، به جای شبکه محاسباتی، از تعداد محدودی «ذره» محاسباتی استفاده می‌شود. به این ترتیب که تمام کمیت‌های مجهول جریان از قبیل سرعت، فشار، دما، آنتالپی و چگالی بر روی نقاطی قرار دارند که همراه جریان حرکت می‌کنند. امروزه، این رویکردها به عنوان ابزاری توانمند در شبیه‌سازی و تحلیل جریان سطح آزاد، مورد استقبال قرار گرفته‌اند. مزیت اصلی روش‌های لاگرانژی، در مسأله شکست سد این است که در اینجا، نیازی به مدل کردن فاز ثانویه (هوا) وجود ندارد.

روش هیدرودینامیک ذرات هموار^۴ (SPH)، از مقبول‌ترین و دقیق‌ترین تقریبات لاگرانژی بر مبنای ذرات و بدون شبکه‌بندی میدان حل است که ابتدا توسط (Lucy, 1977) و همچنین (Gingold and Monaghan, 1977) مطرح و برای حل عددی جریان‌های سماوی استفاده شد. روش SPH دارای قابلیت‌های وسیعی در حل عددی معادلات حاکم بر جریان و مدل‌سازی مسایل هیدرودینامیکی می‌باشد. از آنجا که این روش برای تفسیر رفتار فیزیکی پدیده‌ها محدود به تعریف شبکه نیست، موجب انعطاف بیشتر در محاسبات می‌گردد. همچنین با توجه به این که در این روش، بیان مقادیر عددی یک متغیر وابسته در یک گره، به صورت میانبایی وزنی مقادیر گره‌های همسایه می‌باشد (تئوری درون‌یابی انتگرالی)، خواص جریان در یک سری ذرات که بطور نامنظم در میدان پراکنده می‌باشند، گسسته می‌شوند. بنابراین SPH قادر به مدل‌سازی محیط‌های با هندسه کاملاً نامنظم و پیچیده می‌باشد. از دیگر مزایای این روش نسبت به روش‌های دیدگاه اوپلری پیاده‌سازی ساده‌تر و سریع‌تر از لحاظ مفهومی است.

در شبیه‌سازی جریان، قید تراکم ناپذیری سیال یکی از چالش‌های فعلی در روش SPH است. دو رویکرد متفاوت تاکنون ارائه شده‌است؛ - استفاده از مفهوم سیال تراکم‌پذیر جزئی^۵ و استفاده از روش تصویر^۶ فشار. رویکرد اول که با نام اختصاری WCSPH نامیده می‌شود، از یک حلگر جریان تراکم پذیر استفاده و برای ارضای شرط تراکم ناپذیری، سرعت صوت مصنوعی به اندازه کافی بزرگ انتخاب می‌شود. اگرچه پیاده‌سازی WCSPH در عمل ساده است، اما مشکل

هذلولوی با مرتبه اول هستند. تاکنون الگوهای متعددی برای حل عددی معادلات آب کم عمق و بررسی مسأله شکست سد طراحی و به کار گرفته شده‌است. چالش برانگیزترین ویژگی این معادلات عبارتند از:

- حل آنها حتی با شرایط اولیه هموار، ممکن است منجر به تولید جواب‌هایی نا پیوسته در زمان محدود شود (مهدوی و رخشنده رو، ۱۳۹۱).

- ضعف در تحلیل مراحل اولیه شکست سد و باز تولید ناپایدار خصوصیات مهم جریان سطح آزاد. متوسط‌گیری از عمق سبب می‌گردد که مقدار فشار به درستی محاسبه نشود و نیز سرعت انتشار موج معادلات آب‌های کم عمق در مراحل اولیه سریع گردد (Fraccarollo and Toro, 1995).

بنابراین برای حل مسایل کاربردی که در آنها ناپیوستگی در حل وجود دارد، شرایطی که اثرات سه بعدی مهم باشد و یا اینکه امواج مورد تحلیل بسیار کوتاه یا بسیار بلند باشند، استفاده از معادلات آب کم عمق به عنوان مینا برای مدل‌سازی عددی چندان مطلوب نیست.

در مقابل، مدل تراکم ناپذیر ناویر-استوکس، گرادیان‌های شدید در میدان جریان را به خوبی باز تولید می‌کند و نیز سیکل‌های سریع و همزمان کاهش سطح آزاد مخزن همراه با نوسانات سرعت را پیش‌بینی می‌کند (Ferrari et al., 2010). مطالعات شبیه‌سازی عددی جریان با سطح آزاد که به حل عددی معادلات ناویر-استوکس می‌پردازند با دو رویکرد معتبر اوپلری و لاگرانژی انجام می‌پذیرد.

رایج‌ترین روش‌های عددی، برای حل جریان چند فاز، روش‌های بر مبنای دیدگاه اوپلری است. در این روش‌ها معادلات حرکت هر یک از فازها بر روی یک شبکه ثابت اوپلری حل می‌شود. اما لازم است که در هر مرحله، محل سطح واسط تعیین شده و شرایط مرزی مربوط به آن اعمال شود. قدیمی‌ترین روش حل جریان دو فاز بر اساس رویکرد اوپلری، روش حجم سیال می‌باشد که به اختصار VOF^1 نامیده می‌شود (Hirt and Nichols, 1981). در روش حجم سیال از یک «تابع رنگ»^۲ برای تشخیص هر یک از فازها استفاده می‌گردد. این روش همچنان مقبول و مورد استفاده است به طوری که اکثر نرم افزارهای شبیه‌سازی جریان سیال، برای جریان چند فاز از آن استفاده می‌کنند. از جمله قوی‌ترین و نوظهورترین این نرم‌افزارها، نرم افزار متن-باز^۳ OpenFoam است. از امتیازات این

یکی از چالش‌های موجود در روش ISPH، نوع گسسته‌سازی زمانی یا ترتیب انتگرال‌گیری متغیرهاست. در این راستا، Xu et al. (2009) چهار حالت مختلف را با یکدیگر مقایسه کرده‌اند که از این میان، سه مورد مربوط به روش‌های پیشین بوده‌است. ایشان نشان دادند که در روش چهارم که روش پیشنهادی آن مقاله است، به نسبت سه روش پیشین دقت افزایش یافته‌است. در مقاله حاضر، از همین روش چهارم پیشنهاد شده در (Xu et al., 2009) که معادله فشار را با هدف صفر کردن دیورژانس سرعت می‌نویسد و ذرات را هم جابجا می‌کند (ISPH-DFS)، استفاده شده‌است.

علیرغم تحقیقات ارزنده‌ای که در طول این دهه صورت پذیرفته است، رویکرد ISPH کماکان یک رویکرد نا شناخته و جوان در شبیه‌سازی‌های عددی می‌باشد. هنوز چالش‌ها و مفاهیم اساسی متعددی همچون مسایل شکست سد به همراه مدل‌سازی جریان سطح آزاد با تغییر شکل‌های بسیار بزرگ غیر خطی، رها سازی ناگهانی حجم عظیم آب و ایجاد پرش و نوسانات میدان فشار مطرح است که احتیاج به مطالعه و بررسی همه جانبه دارند. علاوه بر این در اغلب تحقیقات صورت گرفته، مسأله شکست سد تنها به عنوان یک آزمون بوده و تجزیه و تحلیل دقیقی روی آن صورت نگرفته‌است. از سوی دیگر، نحوه گسسته‌سازی مکانی معادلات حاکم بر جریان، یک معضل بسیار بزرگ مهم و اساسی در ISPH به شمار می‌آید. برای داشتن یک روش عددی همگرا، احتیاج به طرح‌های گسسته سازی سازگار و پایدار می‌باشد. تاکنون، طرح‌های متنوعی برای گسته سازی مشتقات در معادلات ISPH توسعه یافته است، لیکن هنوز یک طرح سازگار و پایدار معرفی نشده است.

هدف از ارائه این مقاله، توسعه و بهبود شبیه‌سازی جریان‌های سطح آزاد ناشی از شکست سد می‌باشد. بدین منظور، یک روش لاگرانژی سازگار پیش‌بینی-تصحیح برای بهبود حل جریان تراکم ناپذیر سیال در SPH و شبیه‌سازی جریان سطح آزاد معرفی می‌گردد. در این روش، دو طرح جدید برای گسسته‌سازی مشتقات اول و دوم مکانی در SPH پیشنهاد شده‌است که دارای خاصیت سازگاری می‌باشند. در ادامه، جهت مقایسه قابلیت و کارایی دو رویکرد بنیادین شبیه‌سازی جریان تراکم ناپذیر توسط معادلات ناویر-استوکس، شبیه‌سازی فوق با استفاده از رویکرد اویلری VOF و توسط نرم افزار OpenFoam نیز انجام می‌پذیرد. در انتها دقت روش لاگرانژی اصلاح شده تک فاز و رویکرد اویلری دو فاز در توسعه مسأله شکست سد، مقایسه و تحلیل می‌گردد.

اصلی این رویکرد امکان ایجاد نوسان‌های غیر فیزیکی در میدان فشار و سرعت و بالاخص در رینولدزهای بالا در مسایلی مانند مسأله شکست سد است. همچنین در تراکم پذیری کم، حل معادلات سیال از لحاظ ریاضی دشوار است. زیرا دستگاه معادلات دیفرانسیل حاصل، بد رفتار است و این به ماهیت غیر خطی معادلات ناویر-استوکس بر می‌گردد. در رویکرد دوم که در ابتدا توسط (Cummins and Rudman, 1999) معرفی شده است، مشابه با سایر روش‌های فشار-مینا، میدان فشار از حل یک معادله پواسون و طی یک فرآیند پیش‌بینی-تصحیح به دست می‌آید. در این معادله، جمله چشمه متناسب با دیورژانس سرعت است. (Shao and Lo (2003) روش فوق را به نحوی اصلاح کردند که تغییرات چگالی در جمله چشمه لحاظ شود. آنان این روش را ISPH نامیدند و عملکرد آن را برای جریان با سطح آزاد سیال نیوتنی و غیر نیوتنی در مسایل شکست سد نشان دادند. روش‌های فوق، برای محاسبه فشار، نیازمند حل یک دستگاه معادلات خطی در هر گام زمانی هستند. البته واضح است که در این روش، اندازه گام زمانی بسیار بزرگ‌تر از روش WCSPH است. فاتحی (۱۳۸۹) نشان داد که روش WCSPH مستقل از نوع گسسته سازی زمانی، لزوماً به پاسخ فشار نوسانی منجر می‌شود. اما مشکل نوسانات عددی در فشار، ذاتی این روش نیست، بلکه به انتخاب غلط طرح گسسته سازی جمله فشار در معادله بقای جرم بر می‌گردد (فاتحی، ۱۳۸۹).

به منظور تحلیل جریان با سطح آزاد توسط رویکرد ISPH نیز مطالعاتی چند صورت پذیرفته است. (Hosseini et al. (2007) یک نسخه از ISPH پیشنهاد کردند که در آن معادله فشار به صورت تقریبی حل شده و نیازی به حل دستگاه معادلات ندارد. آنان با این روش موفق به حل دسته‌ای از مسایل مهندسی شدند. (Ataie-Ashtiani et al. (2008) یک فرم جدید از جمله چشمه در معادله پواسون ارائه دادند و مسایل سطح آزاد را با یک فرمولاسیون ISPH شبیه‌سازی کردند. (Khayyer et al. (2009) یک معیار جدید برای شناسایی دقیق‌تر ذرات سطح آزاد معرفی کردند و با استفاده از ISPH مسأله شکست سد را شبیه‌سازی کردند. (Liu et al. (2013) یک مدل دو بعدی برای شبیه‌سازی سطح آزاد توسعه داد. در این مدل، از ذرات آینه‌ای در مرزهای جامد استفاده شده‌است. توانایی مدل توسط یک مسأله نمونه شکست سد صحت سنجی گردیده‌است. (Ghadampour et al. (2013) نیز با استفاده از روش ISPH، به شبیه‌سازی سیالات گل آلود غیر نیوتنی در مساله جریان سطح آزاد ناشی از شکست سد پرداختند.

۲- معادلات هیدرودینامیک حاکم و شرایط مرزی

۱-۱- معادلات هیدرودینامیک حاکم

معادلات ناویر- استوکس بر بسیاری از پدیده‌های طبیعی هیدرودینامیکی حاکم است و با حل آن می‌توان پارامترهایی مانند سرعت، فشار و تراز سطح آب را در پدیده مورد نظر بدست آورد. برای جریان سیال لزج و تراکم ناپذیر در حالت همدمه، دو معادله پیوستگی و بقای تکانه خطی وجود دارد:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} + \nu_0 \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}, \quad (2)$$

که در آن \mathbf{u} بردار سرعت، p فشار، t زمان، ρ دانسیته، \mathbf{g} شتاب گرانش، ν_0 لزجت فیزیکی و $\boldsymbol{\tau}$ تنش توربولانس است. معادلات ناویر استوکس در تمام وضعیت‌های حقیقی، معادلات دیفرانسیل جزئی غیر خطی هستند؛ مگر در مواردی همچون جریان یک بعدی و یا جریان استوکس (جریان خزنده). غیر خطی بودن ناشی از شتاب جابجایی است که وابسته به تغییر سرعت نسبت به مکان می‌باشد و تحلیل بسیاری از مسایل را دشوار می‌سازد.

در دستگاه لاگرانژی، رابطه (۲) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} + \nu_0 \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}, \quad (3)$$

در این رویکرد، شتاب جابجایی در مشتق کامل^۱ ادغام می‌شود. به این ترتیب، مشکلات گسسته سازی جمله جابجایی برطرف می‌شود. با این حال، این رویکرد نیز با چالش‌هایی روبروست که در بخش بعدی در ضمن توضیح روش عددی، به برخی از آنها اشاره می‌شود.

۲-۲- شرایط مرزی

به‌منظور اعمال شرط مرزی دیواره در حل جریان‌های لزج تراکم ناپذیر، از شرط عدم لغزش استفاده می‌شود. در شرط عدم لغزش، سرعت ذره سیال روی دیوار ساکن معلوم و برابر صفر است (رابطه (۴)). از آنجا که ذره ساکن شتاب ندارد، معادله تکانه خطی برای ذره سیال روی دیوار به صورت رابطه (۵) نوشته می‌شود.

$$\mathbf{u} = 0 \quad (4)$$

$$\nabla p \cdot \mathbf{n} = \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{n}. \quad (5)$$

که در آن، \mathbf{n} بردار یکه عمود بر دیوار است.

در ادامه، شرایط مرزی جریان با سطح آزاد مورد بررسی قرار می‌گیرد. شرط سطح آزاد، برای میدان سرعت و میدان فشار به ترتیب مطابق روابط (۶) و (۷) تعریف می‌گردد.

$$(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \cdot \mathbf{n} = 0. \quad (6)$$

$$p = p_0 = 0. \quad (7)$$

در رابطه (۶)، \mathbf{n} بردار یکه عمود بر سطح آزاد است.

در شرایطی که مسأله به صورت دو فاز در نظر گرفته شود. یک سطح واسط بین دو فاز شکل می‌گیرد. برای سطح واسط، شروط سرعت و فشار به ترتیب به صورت زیر است:

$$\mu_w (\nabla \mathbf{u}_w + \nabla \mathbf{u}_w^T) \cdot \mathbf{n} = \mu_a (\nabla \mathbf{u}_a + \nabla \mathbf{u}_a^T) \cdot \mathbf{n}. \quad (8)$$

$$P_w = P_a = \sigma \kappa. \quad (9)$$

در روابط فوق زیر نویس‌های w و a به ترتیب مربوط به فازهای آب و هوا می‌باشد. μ لزجت دینامیکی سیال، σ ضریب کشش سطحی و κ انحنای سطح واسط است.

۳- رویکرد لاگرانژی هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

۳-۱- مبانی روش SPH

در قلب روش SPH یک روش میانمایی بر اساس انتگرال‌گیری قرار دارد که هر تابع را به صورت مقادیر آن در یک سری از نقاط میدان تعریف می‌کند. این نقاط در شبیه‌سازی‌های فیزیکی، بخشی از ماده هستند که جرم دارند و خواص و متغیرهای میدان را حمل می‌کنند. به همین دلیل آنها را در اصطلاح « ذره » می‌نامند.

یک تابع میدان دلخواه $v(r)$ را در نظر بگیرید. تخمین گسسته بر پایه تابع هسته^۲ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\langle v(\mathbf{r}) \rangle = \sum_j \omega_j v_j W(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j|, h), \quad (10)$$

که در آن W تابع هسته و h شعاع هموارسازی نامیده می‌شود. در محاسبات انجام شده در پژوهش حاضر، این پارامتر برای همه ذرات، ثابت و برابر $3\Delta x$ انتخاب شده‌است که در آن Δx فاصله اولیه بین ذرات است. انتگرال فوق روی همه دامنه Ω گرفته می‌شود. از خواص تابع هسته این است که نرمال است، مثبت است و همچنین در حد به تابع دلتای دیراک میل می‌کند. همچنین در رابطه (۱۰)، j شمارنده ذرات همسایه و \mathbf{r}_j و ω_j به ترتیب مکان و حجم ذره شماره j است.

انتخاب تابع هسته مناسب می‌تواند تاثیر بسیاری در کارایی SPH داشته باشد. (Xu and Stansby (2010) بیان نمودند که استفاده از توابع هسته نامناسب در شبیه‌سازی سطح آزاد، منجر به توسعه ناپایداری عددی می‌گردد. این تابع بایستی دارای حداقل

(۱۳)، تعریف تانسور نرمال سازی مجدد نیز (رابطه (۱۲)) متفاوت با عبارت رایج در ادبیات موضوع ارائه شده است.

برای تخمین مشتق دوم نیز، تا کنون طرح‌های مختلفی در SPH ارائه شده است. خواص پایداری در معادلات SPH به طور قابل توجهی به مشتق دوم تابع هسته بستگی دارد (Lee, 2007). در این بخش با اصلاح طرح پیشنهادی (Fatehi and Manzari, 2011)، یک طرح جدید برای تقریب عددی مشتق دوم مکانی در روش SPH پیشنهاد می‌شود که بر خلاف طرح‌های موجود، سازگار است. ابتدا تانسور نرمال سازی مجدد جدید $\vec{B} 2_i$ را که دارای خاصیت تقارن می‌باشد تعریف می‌کنیم به نحوی که معادله زیر را ارضا کند.

$$\vec{B} 2_i : \left[\sum_j \omega_j W_{ij} e_{ij} e_{ij} e_{ij} - \left(\sum_j \omega_j W_{ij} r_{ij} e_{ij} e_{ij} \right) \cdot \vec{B} 1_i \cdot \left(\sum_j \omega_j \frac{W_{ij}}{r_{ij}} e_{ij} e_{ij} \right) \right] = \vec{I} \quad (14)$$

حال با استفاده از تانسور جدید، یک طرح جدید تقریب گسسته مشتق دوم $\langle \nabla^2 v \rangle_i$ به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$\langle \nabla^2 v \rangle_i = \vec{B} 2_i : \sum_j 2\omega_j \frac{W_{ij}}{r_{ij}} e_{ij} e_{ij} \left(\frac{v_j - v_i}{r_{ij}} + e_{ij} \cdot \langle \nabla v \rangle_i \right), \quad (15)$$

در روابط (۱۴) و (۱۵)، علامت " " نشانگر عملگر ضرب دوتقطه‌ای^۱ می‌باشد. به این معنی که حاصل ضرب دو نقطه‌ای دو تانسور مرتبه دو، یک اسکالر است.

روش استخراج تانسور $\vec{B} 2_i$ در رابطه (۱۴) بر اساس محاسبه خطای قطع می‌باشد که در مرجع (Fatehi and Manzari, 2011)، به تفصیل برای یک طرح گسسته سازی دیگر بیان شده است. مزیت طرح‌های جدید (۱۳) و (۱۵) در این است که برای شعاع‌های هموارسازی کوچکتر (بین $2\Delta x$ تا $3\Delta x$) نیز همگرا می‌شود. به تعبیر دقیق‌تر، محاسبه مشتق در این طرح‌ها، با استفاده از ذرات همسایه کمتری، با دقت کافی قابل انجام است. این امر به طور قابل ملاحظه‌ای هزینه محاسبات و زمان حل را کاهش می‌دهد.

۳-۲- حل جریان تراکم ناپذیر با استفاده از روش پیش‌بینی - تصحیح

در روش تصویر، معادلات بقای جرم و تکانه خطی بر روی ذرات سیال با استفاده از یک فرآیند دو مرحله ای پیش بینی- تصحیح محاسبه می‌شوند. در نخستین مرحله، سرعت ذرات بر اساس مجموعه نیروهای وارده و بدون در نظر گرفتن شرط تراکم ناپذیری (در این روش، چگالی ثابت و معلوم است) پیش بینی می‌گردد. در مرحله دوم، با محاسبه فشار از معادله پواسون فشار، شرط

یک مشتق باشد و مشتقات آن باید پیوسته باشند تا از نوسانات بزرگ که بر حل عددی اثر منفی دارد، جلوگیری شود (Gingold and Monaghan, 1982). توابع متعددی برای استفاده به عنوان هسته در SPH پیشنهاد شده است. در این تحقیق، با مقایسه دقت و کارایی توابع مختلف، تابع هسته درجه دوم، به عنوان تابع هموارسازی برای مسایل دو بعدی انتخاب شده است.

$$W\left(\frac{r-r_j}{h}, h\right) = \begin{cases} \frac{6}{\pi h^2} \left(1 - \frac{|r-r_j|}{h}\right)^2 & 0 \leq \frac{|r-r_j|}{h} < 1.0 \\ 0 & 1 \leq \frac{|r-r_j|}{h} \end{cases} \quad (11)$$

برای حل معادلات سیال به روش SPH، نیاز به تقریب گسسته مشتقات دیفرانسیلی و تبدیل آن به معادلاتی جبری بر حسب مقادیر نقاط گسسته داریم. معادلات سیال شامل مشتقات مکانی از مرتبه اول و دوم می‌باشد. تا کنون طرح‌های متعددی برای تخمین مشتقات مکانی در SPH ارائه شده است. در این مقاله، به منظور گسسته سازی اولین و دومین مشتق مکانی در SPH، دو طرح جدید سازگار و پایدار معرفی شده است که مشکلات طرح‌های رایج را برطرف کرده است. یک طرح محاسبه مشتق مرتبه m را سازگار می‌گوییم، اگر کوچکترین مرتبه مشتق در خطای قطع بزرگتر از m باشد (فاتحی، ۱۳۸۹) و در حد به جواب تحلیلی میل کند.

برای مشتق مرتبه اول، ابتدا یک تانسور نرمال سازی مجدد جدید $\vec{B} 1_i$ معرفی می‌گردد. واضح است که این تانسور، متقارن می‌باشد.

$$\vec{B} 1_i = \left[\sum_j \omega_j W_{ij} e_{ij} e_{ij} \right]^{-1}, \quad (12)$$

طرح پیشنهادی $\langle \nabla v \rangle_i$ به صورت بردار زیر معرفی می‌گردد:

$$\langle \nabla v \rangle_i = \sum_j \omega_j \vec{B} 1_i \cdot \frac{W_{ij}}{r_{ij}} (-e_{ij})(v_j - v_i), \quad (13)$$

در روابط (۱۲) و (۱۳)، $W_{ij} = W(|r_i - r_j|, h)$ و $r_{ij} = |r_i - r_j|$ می‌باشند. $e_{ij} = r_{ij} / r_{ij}$ نیز، یک بردار واحد در راستای بین دو ذره j تا i می‌باشد. در رابطه (۱۳) به جای ∇W_{ij} ، از عبارت $\frac{W_{ij}}{r_{ij}} (-e_{ij})$ استفاده شده است. با توجه به تعریف گرادبان واضح است که عبارت $\frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}}$ با $\frac{W_{ij}}{r_{ij}}$ جایگزین شده است. رفتار کلی این دو عبارت تشابهاتی با یکدیگر دارد. با این حال، در مواردی که r_{ij} کوچک می‌شود، عبارت جدید بر خلاف عبارت قبلی به سمت صفر میل نمی‌کند. این رفتار، سبب افزایش دقت و بهبود عملکرد روش در توزیع‌های ناهمگن ذرات می‌شود. متناسب با تغییر صورت معادله

گام دوم) حال فشار طوری محاسبه می‌شود که لاپلاسیان آن، مقدار دیورژانس سرعت میانی (\mathbf{u}^*) در معادله پواسون را خنثی کند.

$$\langle \nabla^2 p^{n+1} \rangle^n = \frac{\rho}{\Delta t} \langle \nabla \cdot \mathbf{u}^* \rangle^n. \quad (21)$$

این معادله پواسون موازنه‌ای را بین چگالی و فشار ایجاد می‌کند که از آن برای عمل تراکم ناپذیری استفاده می‌شود. برای یافتن فشار جدید (p^{n+1}) از رابطه فوق می‌بایست که یک دستگاه معادلات خطی حل شود. به نسبت روش‌های رایج اویلری، ماتریس ضرایب این دستگاه در هر سطر تعداد بیشتری (بین ۱۵ تا ۳۰) عنصر غیر صفر دارد.

همچنین لازم است که رابطه (۱۵) برای فشار طوری نوشته شود که بتوان ماتریس ضرایب فشار را به راحتی از آن استخراج کرد. در رابطه (۱۵)، جمله مشتق اول $\langle \nabla v \rangle_i$ وجود دارد که لازم است از رابطه (۱۳) جایگذاری شود و نهایتاً با جابجا کردن عملگرهای مجموع (Σ) به صورت رابطه (۲۲) درآید.

$$\langle \nabla^2 p \rangle_i = \vec{B} 2_i : \sum_j 2\omega_j (p_j - p_i) : \left[\frac{W_{ij}}{r_{ij}^2} \mathbf{e}_{ij} \mathbf{e}_{ij} + \frac{W_{ij}}{r_{ij}} \mathbf{e}_{ij} \mathbf{e}_{ij} \cdot \vec{B} 1_i : \left(\sum_k \omega_k \cdot \frac{W_{ik}}{r_{ik}} \mathbf{e}_{ik} \right) \right]. \quad (22)$$

از آنجا که ماتریس بدست آمده خاصیت تقارن ندارد، برای حل دستگاه فوق در اینجا از حلگر GMRes استفاده می‌شود. گام سوم) در مرحله تصحیح، با داشتن فشار جدید، می‌توان سرعت جدید ذرات (\mathbf{u}^{n+1}) در زمان $n+1$ را محاسبه کرد.

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^* + \Delta t \left(-\frac{1}{\rho} \langle \nabla p^{n+1} \rangle^n \right). \quad (23)$$

با توجه به فرآیندی که طی شد، می‌توان مشاهده کرد که برای سرعت حاصل از معادله (۲۳) داریم:

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} \rangle^n = 0. \quad (24)$$

گام چهارم) با استفاده از سرعت جدید، مکان جدید ذرات (\mathbf{r}^{n+1}) نیز بدست می‌آید.

$$\mathbf{r}^{n+1} = \mathbf{r}^n + \frac{\Delta t}{2} (\mathbf{u}^n + \mathbf{u}^{n+1}). \quad (25)$$

۳-۲-۱- شرایط مرزی

در رویکرد لاگرانژی و ذره - مینا، مکان تابع زمان بوده و همراه با حرکت ذرات مادی تعریف می‌شود. به همین دلیل وقتی قرار است در مکان مشخصی، شرطی مانند دیوار بدون لغزش و یا سرعت ورودی ثابت اعمال شود، مکان ذره و محل شرط مرزی می‌تواند بر هم منطبق نباشد. مشکل دیگر اعمال شرایط مرزی، مربوط به محاسبات ذرات نزدیک به مرز می‌شود. وقتی ذره‌ای مجاور با مرز قرار می‌گیرد بخشی از تکیه‌گاه تابع هسته آن ذره، در خارج از دامنه قرار می‌گیرد.

تراکم‌ناپذیری بر سیال اعمال می‌شود و مقادیر فشار، سرعت و مکان جدید اصلاح شده ذرات محاسبه می‌گردد. مراحل فوق در چهار گام به صورت زیر اعمال می‌شود:

گام اول) ابتدا یک سرعت میانی (\mathbf{u}^*) بدون احتساب جمله فشار در معادله (۳) پیش‌بینی می‌گردد.

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{u}^n + \Delta t (\mathbf{g} + \mathbf{v}_{eff} \langle \nabla^2 \mathbf{u}^n \rangle^n + \frac{1}{\rho} \langle \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}^n \rangle^n),$$

که در آن \mathbf{u}^n سرعت ذره در زمان فعلی، Δt بازه زمانی و \mathbf{v}_{eff} مجموع لزجت فیزیکی و مصنوعی ذرات می‌باشد. در این تحقیق، جهت مدل‌سازی توربولانس در رویکرد لاگرانژی، از روابطی که توسط (Lo and Shao, 2002) معرفی شده‌است، استفاده می‌گردد.

$$\boldsymbol{\tau}_{ij} = \rho \left(2\nu_i \mathbf{S}_{ij} - \frac{2}{3} k_{sps} \delta_{ij} \right), \quad (17)$$

که $\mathbf{S}_{ij} = \frac{1}{2} (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i)$ تانسور میانگین نرخ کرنش، ν_i لزجت توربولانس، k_{sps} انرژی جنبشی توربولانس و δ_{ij} دلتای کرونگر می‌باشد. لزجت توربولانس نیز با استفاده از مدل Smagorinsky محاسبه شده‌است.

$$\nu_i = (C_s \Delta x)^2 |\mathbf{S}|, \quad (18)$$

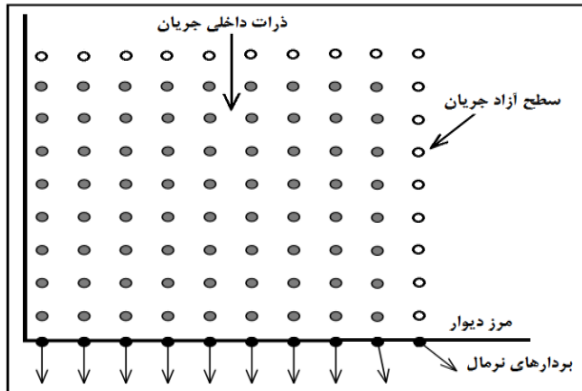
که در آن C_s ثابت Smagorinsky برابر ۰/۱ و $|\mathbf{S}| = |2\mathbf{S}_{ij} \mathbf{S}_{ij}|^{1/2}$ نرخ کرنش موضعی است. k_{sps} از رابطه (۱۹) محاسبه می‌گردد (Shao and Ji, 2006).

$$k_{sps} = \left(\frac{\nu_i}{0.08 \Delta x} \right)^2. \quad (19)$$

به منظور جلوگیری از ناپایداری‌های عددی، یک لزجت مصنوعی مطابق رابطه (۲۰) به لزجت فیزیکی ν_0 افزوده می‌شود.

$$\nu_a = c_a |\mathbf{u}| \Delta x, \quad (20)$$

در این رابطه C_a یک مقدار ثابت می‌باشد. شایان ذکر است که در رابطه (۱۶)، بالا نویس n برای \mathbf{u}^n نشان دهنده مقادیر در زمان فعلی (معلوم) است. در حالی که $\langle \cdot \rangle^n$ نشان دهنده تقریب گسسته SPH بر اساس مکان فعلی ذرات است که در ادامه به آن پرداخته می‌شود. تفکیک این دو حائز اهمیت است. زیرا در روش‌های لاگرانژی مانند SPH، مقادیر مشتق‌های مکانی بر اساس مکان ذرات تقریب زده می‌شود که بر خلاف روش‌های اویلری مبتنی بر شبکه، در طول زمان جابجا می‌شود. پس لازم است که هنگام مشتق‌گیری تعیین شود که مشتق مکانی بر اساس محل ذرات در چه زمانی صورت می‌گیرد.



شکل ۱- چینش اولیه ذرات SPH و تعیین شرایط مرزی و سطح آزاد جریان

۳-۲-۲- اندازه گام زمانی در روش SPH پیشنهادی

برای پایداری روش عددی در فرآیند مدل سازی، می بایست مقدار گام زمانی از معیارهای مشخصی تبعیت کند. بدین منظور، رابطه (۳۴) اعمال می گردد:

$$\Delta t = \alpha \min(\Delta t_1, \Delta t_2), \quad (34)$$

که در این رابطه

$$\Delta t_1 = \left(\frac{\Delta x}{U_{\max}}\right), \quad (35)$$

و

$$\Delta t_2 = \frac{(\Delta x)^2}{v_{\text{eff}}}. \quad (36)$$

در روابط فوق، U_{\max} بیشینه سرعت جریان و $0 < \alpha < 1$ یک ضریب ثابت می باشد. رابطه (۳۵) نمایانگر شرط CFL^{۱۳} برای یک معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی از نوع هذلولوی است که به صورت صریح در زمان گسسته شده باشد. معیار دومی که توسط رابطه (۳۶) برای اندازه گام زمانی گذاشته شده است، جهت پایداری محاسبه عددی جمله نیروی لزجت در معادلات ناویر-استوکس است. این شرط برای معادلات سهموی استفاده می شود. روابط (۳۵) و (۳۶) به ترتیب در جریان های با عدد رینولدز بسیار زیاد و بسیار کم، شرط غالب می باشند.

۳-۲-۳- الگوریتم جابجا کردن ذرات^{۱۴}

از آنجا که SPH یک روش لاگرانژی است، حرکت ذرات بایستی بر اساس سرعت سیال در همان نقطه انجام شود. اما این کار در برخی مسائل می تواند باعث مشکلاتی شود (Xu et al., 2009). به طور مثال ممکن است مطابق شکل ۲، در نقاطی از میدان جریان، ذرات در راستای افقی به هم نزدیک و در راستای عمودی از هم دور شوند

اگر تمهید خاصی برای محاسبات این ذره در نظر گرفته نشود، مقادیر تقریبی مشتق اول و دوم برای این ذره می تواند غلط محاسبه شود. در ادامه در این تحقیق برای حل مشکلات رایج در مدل سازی شرایط مرزی، با استفاده از مشتق مکانی جدید مرتبه اول معادلات مربوطه که اخیراً توسط (Fatehi and Manzari, 2012) و (Hashemi et al., 2012) ارائه شده است، در دستگاه لاگرانژی گسسته سازی می گردد. برای شروط مرزی سرعت و فشار روی دیوار خواهیم داشت:

$$\langle \nabla u \rangle_i = \sum_j \omega_j \vec{B} 1_i \cdot \frac{W_{ij}}{r_{ij}} (-e_{ij}) (u_j - u_i) = 0 \quad (26)$$

$$\sum_j \omega_j \left(\vec{B} 1_i \cdot \frac{W_{ij}}{r_{ij}} (-e_{ij}) \right) \cdot n_i (p_j - p_i) = \rho g \cdot n_i. \quad (27)$$

برای هر ذره i بردار n_i را می توان از معادله زیر بدست آورد:

$$n_i = \frac{\sum_j \omega_j W_{ij} e_{ij}}{\left| \sum_j \omega_j W_{ij} e_{ij} \right|}. \quad (28)$$

به همین ترتیب برای شرط مرزی سرعت در جریان با سطح آزاد داریم:

$$\langle \nabla u \rangle + \langle \nabla u \rangle^T \cdot n_i = 0. \quad (29)$$

در رویکرد لاگرانژی معرفی شده، برای اینکه یک ذره به عنوان سطح آزاد شناخته شود، می بایست چهار معادله پیشنهادی در این پژوهش را ارضا کند:

$$\omega_i \sum_j W_{ij} \leq 0.80, \quad (30)$$

$$\left| \sum_j W_{ij} e_{ij} \right| > 0.25, \quad (31)$$

$$S_{\vec{B} 2} > 14, \quad (32)$$

$$\left| \vec{B} 1 \right| = 0, \quad (33)$$

جایی که $S_{\vec{B} 2} = \left(\left| \vec{B} 2_{xx} \right| + \left| \vec{B} 2_{yy} \right| + \left| \vec{B} 2_{xy} \right| \right)$ و $\vec{B} 2_{xx}$ ، $\vec{B} 2_{yy}$ و $\vec{B} 2_{xy}$ اعضای دومین تانسور نرمال سازی هستند.

در روش حاضر، برای مدل سازی سطح آزاد نیازی به ذره اضافی به عنوان «نخودی»^{۱۱} یا «آینه ای»^{۱۲} وجود ندارد. زیرا استفاده از طرح پیشنهادی گسسته سازی (۱۳) که پایدار و سازگار هست، تضمین می کند که مقادیر مشتق در نقاط مجاور و یا روی مرز با دقت کافی محاسبه شود. نمونه ای از چینش ذرات SPH در شکل ۱ نشان داده شده است.

$$\Delta P_i = \Delta r_i \cdot \langle \nabla P \rangle_i \quad (41)$$

لازم به ذکر است که گرادیان سرعت و فشار که در معادلات فوق استفاده شده‌است، قبلاً در حین کار محاسبه شده‌اند، بنابراین میانمایی فوق، هزینه اضافی تحمیل نخواهد کرد. همچنین از آنجا که در روش پیشنهادی حاضر، هیچ ذره اضافی پشت دیواره‌ها قرار داده نمی‌شود، تعیین بردار \bar{r}_i از روشی متفاوت با روش ارائه شده در مراجع (Xu et al., 2009) و (Fatehi and Manzari, 2012) انجام شده‌است.

۴- رویکرد اوپلری در روش حجم سیال (VOF)

۴-۱- اصول روش VOF

در روش‌های بر مبنای دیدگاه اوپلری برای حل جریان چند فاز، معادلات حرکت هر یک از فازها بر روی یک شبکه ثابت اوپلری حل می‌شود.

مزایای روش‌های اوپلری در استفاده از روش‌های استاندارد حل معادلات ناویر-استوکس و بازدهی محاسباتی بالا می‌باشد. با این حال از جهت امکان پخش شدن سطح واسط در اثر پخش عددی و همچنین زمان بر بودن دارای ضعف می‌باشد. در روش حجم محدود^{۱۵}، انتگرال کلی از معادلات حاکم بر جریان سیال روی تمام حجم کنترل مربوط به میدان صورت می‌گیرد. گسسته سازی نیز شامل جایگذاری نوعی از تقریب‌های تفاضل محدود برای عبارت‌های داخل معادله انتگرالی می‌باشد، که فرآیندهای جریان مثل جابه جایی، نفوذ و چشمه‌ها را نشان می‌دهد. این عمل، معادلات انتگرالی را به یک سیستم معادلات جبری تبدیل می‌کند.

که این مسأله باعث ایجاد ناهمگنی، واگراشدن حل و تولید خطا شود. به ویژه در روش حاضر که برای محاسبه مشتقات مکانی از تعداد همسایه کمتری استفاده می‌کند.

برای حل این مشکل، می‌بایست در انتهای هر گام زمانی، ذرات را اندکی از وضعیت بدست آمده جابجا کنیم به طوری که به همگن شدن توزیع ذرات کمک کند. در کار حاضر، یک روش اصلاح شده آنچه که در (Xu et al., 2009) و (Fatehi and Manzari, 2012) استفاده شده‌است، پیشنهاد می‌گردد. ابتدا مقداری به عنوان نماینده مکان نسبی ذرات همسایه محاسبه می‌شود.

$$\bar{r}_i = \frac{1}{N_i} \sum_j r_{ij}, \quad (37)$$

که در آن N_i ، تعداد ذرات همسایه می‌باشد. برای ایجاد همگنی، ذرات را به اندازه Δr_i به سمت فضای خالی جابجا می‌کنیم.

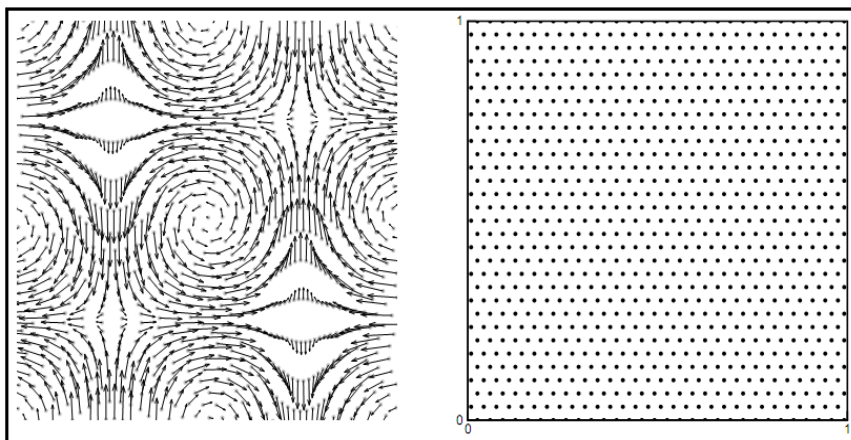
$$\Delta r_i = \varepsilon \Delta t |\mathbf{u}_i| \cdot \mathbf{R}_i, \quad (38)$$

که در آن ε یک مقدار ثابتی است که بین صفر تا ۰/۱ می‌تواند متغیر باشد. (\mathbf{R}_i) نیز جهت فضای خالی است و توسط رابطه (۳۹) محاسبه می‌شود.

$$\mathbf{R}_i = \sum_j \left(\frac{\bar{r}_i}{r_{ij}} \right)^3 \mathbf{e}_{ij}. \quad (39)$$

اگر ذرات همسایه در اطراف ذره i به صورت همگن توزیع شده باشد، آنگاه $\mathbf{R}_i = 0$. در غیر این صورت، این بردار نماینده آن است که در کنار این ذره، فضایی خالی ایجاد شده‌است. به این ترتیب با اعمال مراحل فوق، توزیع ذرات همگن تر می‌شود. در نهایت، برای حفظ دقت، لازم است که متغیرهای سرعت و فشار در مکان جدید میانمایی و اصلاح شوند:

$$\Delta \mathbf{u}_i = \Delta r_i \cdot \langle \nabla \mathbf{u} \rangle_i, \quad (40)$$



شکل ۲- چینش اولیه ذرات یک شبکه (راست) و حل میدان سرعت و مکان توسط SPH (چپ) (فاتحی، ۱۳۸۹)

در حلگر interFoam از الگوریتم تکرار PISO^{۱۷} برای کوپل معادلات سرعت و فشار استفاده می‌شود. در مطالعه حاضر، برای جمله مشتق اول زمان، از طرح گسسته سازی مرتبه اول ضمی اویلر و برای جمله‌های گرادیان و لاپلاسیان، از طرح درون‌یابی گاوس مرتبه اول استفاده شد. برای جمله دیورژانس نیز طرح بالادست مرتبه اول به کار گرفته می‌شود. در اینجا نیز، برای داشتن گام زمانی مناسب و پایداری عددی در حین پردازش، از شرطی مشابه CFL استفاده می‌گردد. در اینجا مقدار بیشینه عدد کورانت هم برای معادله تکانه خطی (۲) و هم در حل معادله درصد حجمی (۴۲) برابر ۰/۵ در نظر گرفته شده است.

از بین مدل‌های آشفتگی نیز، مدل دو معادله‌ای $k-\varepsilon$ جهت شبیه‌سازی انتخاب شد. همچنین، برای مقایسه بهتر، علاوه بر مدل استاندارد، دو مدل اصلاح‌شده RNG^{۱۸} و Realizable نیز بکار گرفته شد که نتایج آن در بخش بعد آورده شده است. اگرچه مناسب‌تر بود که در اینجا نیز از مدل آشفتگی Smagorinsky استفاده شود، اما به کارگیری روش LES^{۱۹}، نیازمند یک شبکه محاسباتی بسیار ریزتر از آنچه که در اینجا استفاده شده، می‌باشد. برای آنکه نتایج رویکرد اویلری با نتایج روش SPH قابل مقایسه باشد، در اینجا ترجیح داده شد که از مدل‌های آشفتگی دو معادله‌ای پیش گفته، استفاده گردد.

۵- نتایج و بحث

روش عددی مورد استفاده برای شبیه‌سازی جریان ناشی از شکست سد باید قادر باشد که جریان را به شکلی دقیق و با حداقل افت پیک و همچنین خطای فاز شبیه‌سازی نماید و در عین حال این شبیه‌سازی را بدون نوسان عددی انجام دهد. چرا که جریان‌های ناشی از شکست سد از نوع جریان‌های متغیر سریع هستند که در آنها هر دو نوع جریان زیر و فوق بحرانی به شکل همزمان وجود دارد (Toro, 2001; Zhao et al., 1996). در این بخش با استفاده از دو رویکرد متفاوت، معادلات حاکم حل گشته و مسأله شکست سد تجزیه و تحلیل می‌گردد. نخستین رویکرد، لاگرانژی و ذره-مبنا در قالب روش SPH و به صورت تک فاز با سطح آزاد و با استفاده از روش اصلاح شده پیشنهادی می‌باشد. رویکرد دیگر، اویلری و شبکه-مبنا در قالب روش دو فاز VOF در حلگر interFoam از مجموعه نرم افزار متن- باز OpenFoam می‌باشد. چارچوب نظری به کار گرفته شده در این مدل‌ها به مسایل رودخانه‌ای و یا ساحلی خاص محدود نمی‌شود. همچنین دو مدل ارائه شده ابزار مناسبی برای حل مسایلی هستند که در آن دینامیک جریان مهم هستند.

در این راستا، روش VOF از معتبرترین روش‌های حل جریان دو فاز می‌باشد. در این روش یک «تابع رنگ» از صفر تا یک به هر یک از سلول‌های محاسباتی نسبت داده شده و مقدار آن در هر مرحله به صورت عددی ردگیری می‌شود. این مقدار مشخص می‌کند که چه کسر حجمی از سلول محاسباتی توسط هر یک از فازها پر شده است (Hirt and Nichols, 1981). برای پیدا کردن سطح واسط در روش VOF در هر گام زمانی، یک معادله انتقال (جابجایی خالص) به صورت زیر استفاده می‌شود.

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{u} \alpha = 0. \quad (42)$$

که در آن α تابع رنگ یا شاخص درصد حجمی فاز آب می‌باشد که اگر برابر یک باشد سلول از آب پر است و اگر برابر صفر باشد سلول از هوا پر است و در حالات دیگر وجود سطح آزاد را در سلول نشان می‌دهد.

۴-۲- حل جریان تراکم ناپذیر با استفاده از OpenFoam

امروزه یکی از ابزارهایی که جهت حل بهتر و درک بیشتر یک مسأله مهندسی مورد استفاده قرار می‌گیرد، نرم افزارهایی با قدرت حل و شبیه‌سازی می‌باشند که در این راستا شبیه‌سازی به کمک روش دینامیک سیالات محاسباتی نقش اساسی و تخصصی ایفا می‌نماید. یکی از نرم افزارهای دینامیکی جدید در این زمینه OpenFoam می‌باشد. این نرم افزار از حلگرهایی^{۱۶} بر مبنای روش حجم محدود برای حل کردن مسایل با الگوریتم تعریف شده و ابزارهایی برای تولید شبکه و تغییر فایل‌های مسأله تشکیل می‌گردد. از امتیازات این نرم افزار، تهیه کردن ابزار و حل کننده جدید بر اساس دانش‌های مربوط به مسأله مورد نظر می‌باشد. به عبارتی دیگر، کاربر می‌تواند با شناختن مجهولات، پارامترهای فیزیکی و دیگر متغیرهای اساسی مسأله و از سوی دیگر دانستن تکنیک‌های برنامه‌نویسی، اقدام به ساختن یک حلگر جدید یا تغییر و بهبود حلگرهای موجود نماید.

در مطالعه حاضر، برای حل جریان‌های دو فازی از حلگر "interFoam" استفاده شده است. این حلگر که بر پایه روش حجم سیال VOF تعریف شده است، برای جریان غیردایمی و چند فاز سیال تراکم ناپذیر در حالت لایه‌ای یا آشفتنه به کار می‌رود (Higuera and Losada, 2013). در این تحقیق به منظور شبیه‌سازی، شبکه بندی مربعی انتخاب گردید. از مزیت‌های شبکه بندی مربعی می‌توان به عدم وجود محدودیت در شکل حجم کنترل و امکان ریز کردن شبکه بندی در مناطق با گرادیان زیاد بدون صرف زمان قابل توجهی اشاره کرد.

ذره و با فرض جریان غیر لزج انجام پذیرفته، مقایسه شده است. نتایج ایشان از جمله دقیق ترین نتایج موجود در ادبیات تحقیق می باشد.

با توجه به شکل ۴ ملاحظه می شود که روش پیشنهادی، نتایج قابل قبولی ارائه داده است و در جبهه موج نوسان مشاهده نمی شود. اختلاف بین نتایج عددی و آزمایشگاهی که با گذشت زمان افزایش می یابد، ناشی از اصطکاک دیواره ها می باشد. همچنین، مشاهده می شود که با افزایش تعداد ذرات، پیشانی موج در لحظات انتهایی اندکی جلوتر قرار می گیرد. علت این امر، کاهش پخش عددی است. با توجه به اینکه در روش حاضر از لزجت مصنوعی استفاده شده است، افزایش تعداد ذرات، یا کاهش فاصله بین آنها (Δx)، باعث کاهش مقدار لزجت مصنوعی در رابطه (۲۰) می گردد. در شکل ۴ مشاهده می شود که نتایج تجربی، با پیشرفت آرام تر جبهه موج همراه می باشد. علت این امر نیز، اصطکاک مرزهای صلب می باشد.

به منظور بررسی تاثیر لزجت مصنوعی در تحلیل جریان تراکم ناپذیر نیز، تکامل زمانی موقعیت جبهه موج با ضریب های متفاوت لزجت مصنوعی (c_a) بین ۰/۲ تا صفر با استفاده از SPH پیشنهادی و ۳۸۹۸ ذره محاسبه گردیده و در شکل ۵ ارائه شده است. مشاهده می گردد که با کاهش ضریب لزجت، حرکت جبهه موج سریع تر می گردد و با گذشت زمان تأثیر این ضریب افزایش می یابد. همچنین با افزایش لزجت مصنوعی، اندک نوسانات جبهه موج نیز از بین می رود.

در ادامه، به منظور محاسبه پیشانی موج و بررسی تاثیر مدل های توربولانس در نرم افزار OpenFoam، نتایج حاصل از مدل $k-\varepsilon$ استاندارد با استفاده از ۵۲۰۰۰ و ۲۰۸۰۰۰ شبکه با دو مدل اصلاح شده RNG و Realizable مقایسه گردیده است. به علت نزدیکی جواب های حاصل از هر دو تعداد شبکه، در شکل ۶ فقط نتایج حاصل از ۵۲۰۰۰ شبکه ارائه شده است.

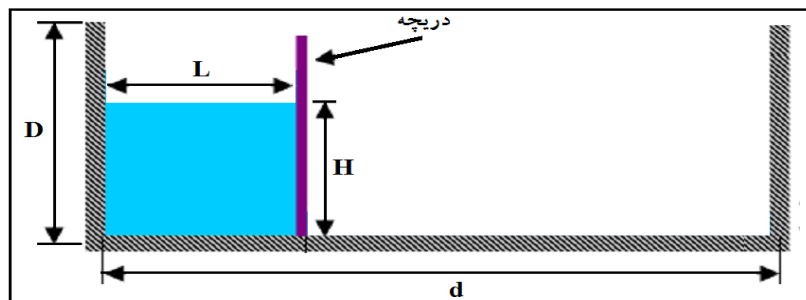
در شکل ۳، شرایط اولیه جریان ناشی از شکست سد - که از این پس جریان شکست سد نامیده می شود - بر بستر خشک نمایش داده شده است. در این مسأله فرض می شود دریچه ای که در مقابل جریان قرار دارد در یک لحظه بطور سریع برداشته می شود و آب شروع به حرکت می کند.

۱-۵- شبیه سازی مدل فیزیکی Martin and Moyce (1952)

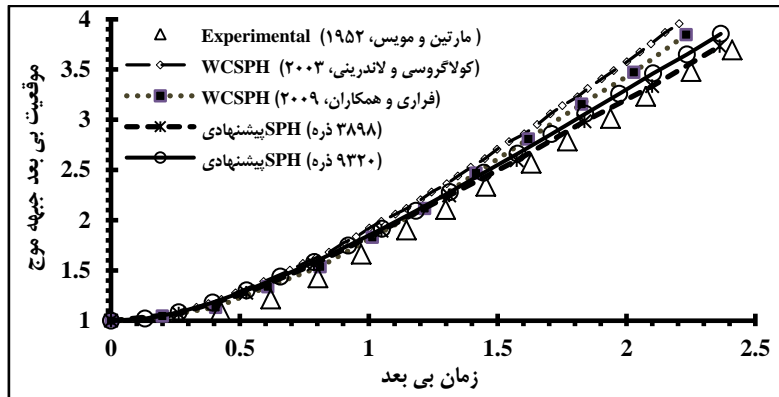
ابتدا، آزمایش صورت گرفته توسط Martin و Moyce شبیه سازی می گردد. در این آزمایش مطابق شکل ۳، عمق اولیه آب داخل مخزن $H=L=5.7\text{cm}$ ، طول کانال $d=5.366H$ و ارتفاع آن $D=3.0H$ می باشد.

بسیاری از خصوصیات جریان شکست سد، به نحوه پیشروی جبهه موج (x_{front}) بر روی بستر خشک پایین دست، ارتباط دارد. در این مقاله، موقعیت ذره های از سیال که در هر گام زمانی، بیشترین فاصله از دیواره سمت چپ مخزن را دارد، به عنوان x_{front} محاسبه شده است. در این بخش از تحقیق، نتایج روش SPH پیشنهادی با استفاده از ۳۸۹۸ و ۹۳۲۰ ذره و مدل عددی OpenFoam با استفاده از 171×306 و 342×612 سلول مربعی شکل محاسبه شده است. در محاسبات OpenFoam حداکثر عدد کورانت برابر ۰/۵ در نظر گرفته شد. همچنین در تمام نتایج حاصل از روش SPH در این پژوهش، مقدار ثابت در الگوریتم جابجایی ذرات، ماکزیمم عدد کورانت و ضریب لزجت مصنوعی به ترتیب $\varepsilon=0.1$ ، $\alpha=0.1$ و $Ca=0.2$ انتخاب گردید.

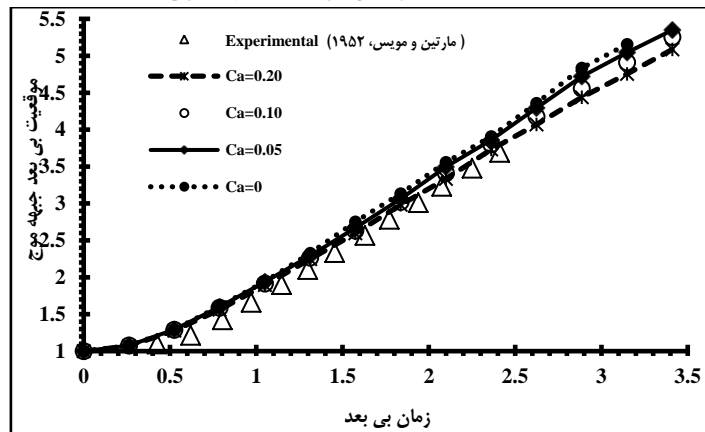
در شکل ۴، نتایج حاصل از روش SPH پیشنهادی، با اهم مطالعات صورت گرفته در این زمینه شامل نتایج تجربی (Martin and Moyce, 1952) و نتایج عددی سه بعدی (Ferrari et al., 2009) که با استفاده از WCSPPH و ۲۰۰۰۰۰۰



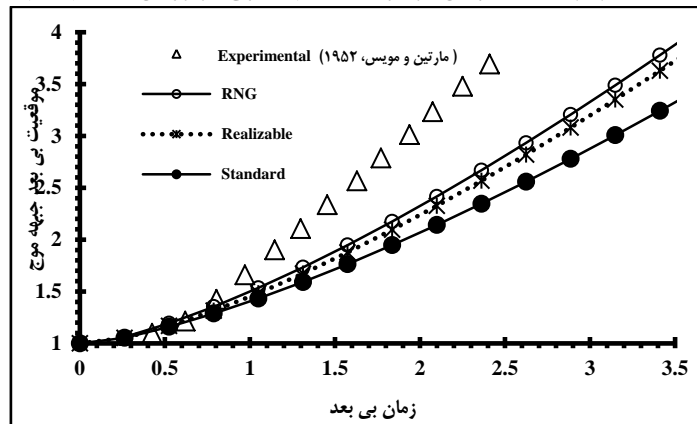
شکل ۳- طرح شماتیک مدل شکست سد در حالت دو بعدی



شکل ۴- تکامل زمانی موقعیت جبهه موج



شکل ۵- تاثیر لزجت مصنوعی در موقعیت جبهه موج در روش SPH پیشنهادی



شکل ۶- مقایسه عملکرد مدل‌های توربولانس در نرم افزار OpenFoam

۵-۲- شبیه‌سازی مدل فیزیکی Zhou et al. (1999) مدل‌های عددی در حل مسایل شکست سد که نسبت عمق آب بالا دست مخزن به عمق آب پایین دست قابل توجه است، با چالش‌هایی مواجه می‌شوند. اگر در یک آبراه افقی و بدون اصطکاک نسبت عمق پایین دست به عمق بالا دست کمتر از $0/138$ باشد جریان زیر بحرانی و فوق بحرانی به صورت همزمان بوجود می‌آیند (Henderson, 1966) و شبیه‌سازی جریان را با مشکل روبرو

مشاهده می‌شود که به ترتیب مدل‌های RNG، Realizable و استاندارد نزدیک‌ترین جواب‌ها به جواب تجربی را دارند. البته در مقایسه با رویکرد لاگرانژی حاضر، نتایج رویکرد اویلری به علت افزایش دیفیوژن از دقت کمی در شبیه‌سازی موقعیت پیشانی موج برخوردار می‌باشد. توضیح اینکه بی بعد سازی در اشکال ۵ و ۶ مطابق شکل ۴ صورت گرفته است.

می‌باشد. در این میان، محل و تعداد نقاط تأثیر زیادی بر روی دقت روش بر جا می‌گذارد. بنابراین تمام نتایج این بخش، با استفاده از دو تعداد ذره برابر ۵۱۵۵ و ۱۱۱۸۷، تحلیل و مقایسه شده‌است.

در شکل‌های ۸ و ۹، نتایج حاضر با دیگر نتایج معتبر موجود در این زمینه شامل نتایج آزمایشگاهی (Zhou et al., 1999)، نتایج عددی سطح آزاد WCSPH توسط (Ferrari et al., 2009) با استفاده از ۲۰۰۰۰۰۰ تعداد ذره، و همچنین نتایج نرم افزار Fluent با استفاده از روش VOF توسط (Abdolmaleki et al., 2004) مقایسه شده‌است. در این مدل‌سازی، Abdolmaleki و همکاران شبیه‌سازی را با استفاده از شبکه‌بندی‌های مربعی با اندازه متفاوت که ریزترین آن 200×322 سلول می‌باشد، انجام داده‌اند. همان گونه که در شکل ۸ ملاحظه می‌گردد، ترازهای عددی حاصل از روش دو فاز OpenFoam، دارای تطابق بسیار بالایی با نتایج آزمایشگاهی هستند. به ویژه، این روش به خوبی پیک آزمایشگاهی را مدل کرده‌است. در این شکل، نتایج SPH در زمان‌های انتهایی مطابقت بالایی با نتایج نرم افزار Fluent دارد. در شکل ۹ نیز مشخص می‌گردد که هر دو روش حاضر، نتایج آزمایشگاهی را بخوبی مدل کرده‌اند. البته روش SPH پیشنهادی در مدل‌سازی نوسانات جریان در زمان‌های انتهایی دقت بالاتری داشته‌است. همچنین در هر دو مقطع، نتایج مدل OpenFoam نسبت به مدل دو فاز Fluent از دقت بیشتری برخوردار می‌باشد. علت اصلی این تفاوت، می‌تواند به انتخاب مدل آشفتگی مربوط شود. لازم به ذکر است که در نتایج Fluent در مرجع (Abdolmaleki et al., 2004) از مدل آشفتگی استفاده نشده‌است. در این مرجع ذکر شده‌است که نتایج مربوط به جریان غیر لزج و جریان لایه‌ای، مشابه بوده ولی استفاده از مدل آشفتگی k-ε نتایج را بر هم می‌زند.

در زمان‌های انتهایی در شکل‌های ۸ و ۹، اختلافی بین نتایج آزمایشگاهی و نتایج عددی حاضر و دیگر نتایج عددی مشاهده می‌شود. مقداری از این اختلاف طبیعی می‌باشد و ناشی از شرایط اولیه آزمایش و اصطکاک بستر کانال است. بخشی از این اختلاف نیز ناشی از نحوه تعیین عمق جریان در مقاطع مورد بررسی می‌باشد. چرا که در این مقاطع در اواخر محاسبات، یک حباب ایجاد می‌شود. اینکه عمق جریان، بر اساس بالا یا پایین حباب لحاظ گردد، باعث ایجاد اختلاف در نتایج شده‌است. علاوه بر آن، عامل آشفتگی جریان پس از برخورد به دیواره و اختلاط آب و هوا، در تفاوت بین نتایج عددی با داده‌های آزمایشگاهی مؤثر است.

در آخرین قسمت، به منظور ارزیابی دقیق‌تر کارایی و قابلیت

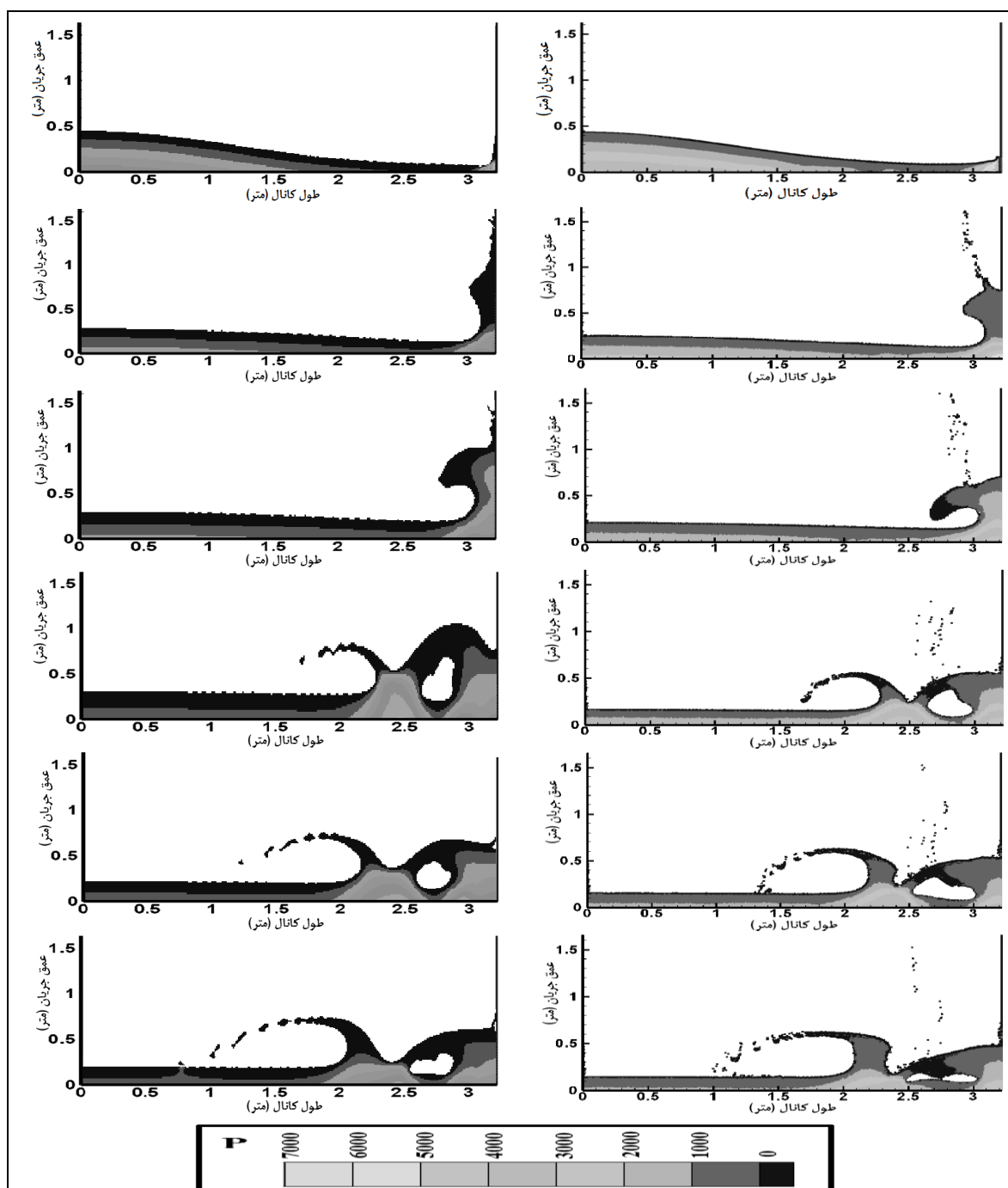
می‌سازد. در چنین شرایطی ممکن است که موج ناشی از شکست سد به لحاظ عمق، شکل و سرعت، اختلاف زیادی با حل تحلیلی پیدا نماید (Hsu and Yeh, 2002). در ادامه یک مسأله نمونه دیگر، که مطالعات آزمایشگاهی آن توسط (Zhou et al., 1999) صورت پذیرفته است مدل‌سازی می‌گردد. در این مسأله جریان زیر بحرانی و فوق بحرانی به صورت همزمان بوجود می‌آیند. با توجه به شکل ۳ ابعاد اولیه ستون آب درون مخزن $L = 2H$ و $H = 60$ cm می‌باشد. ابعاد کانال نیز عبارتند از $d = 5.366H$ و $D = 3.0H$.

در شکل ۷ نتایج محاسبه توزیع فشار و ارزیابی سطوح آزاد در زمان‌های ۰/۷، ۱/۲، ۱/۴، ۱/۷، ۱/۸ و ۱/۹ ثانیه (به ترتیب از بالا به پایین) با استفاده از روش SPH پیشنهادی و OpenFoam نشان داده شده‌است. نتایج SPH با استفاده از ۱۱۱۸۷ ذره و مدل عددی OpenFoam نیز -در تمام نتایج این بخش- با استفاده از 180×322 سلول با هندسه مربعی شکل و مش بندی یکنواخت محاسبه شده‌است. با توجه به نتایج بخش قبل، در اینجا از مدل آشفتگی k-ε RNG که نتایج بهتری دارد، استفاده شده‌است. قابل توجه است که داده‌های تولید شده توسط کد عددی نوشته شده و نرم افزار OpenFoam به صورت متنی می‌باشد. به منظور گرافیکی نمودن، از نرم افزارهای بصری‌سازی به نام‌های Tecplot و ParaView به ترتیب استفاده شده‌است. برای آنکه مقایسه بین نتایج دو روش آسان‌تر شود، با این که نتایج مسأله در روش اولی شامل هر دو فاز آب و هوا می‌شود، فاز هوا از نتایج گرافیکی حذف شده و فقط توزیع فشار در فاز آب نشان داده شده‌است.

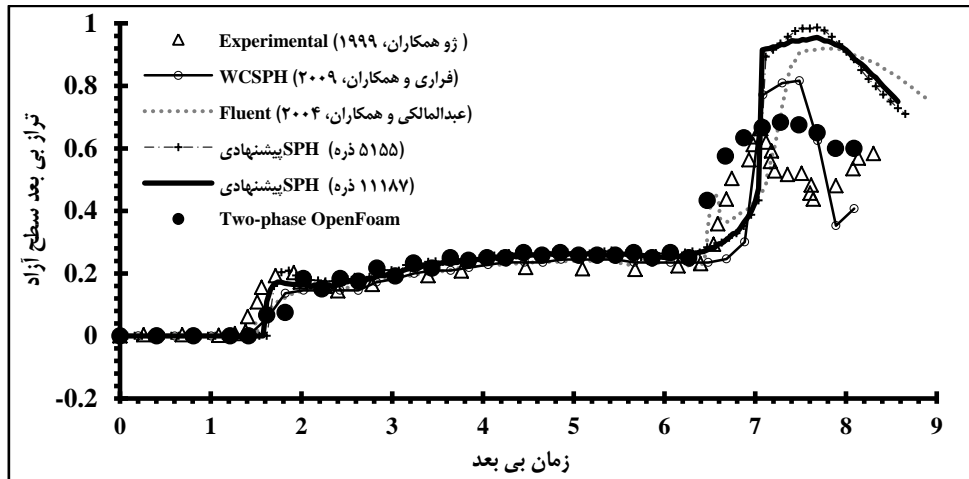
در شکل ۷ مشاهده می‌شود که موج حاصل از شکست سد، پس از رسیدن به دیواره پایین دست و برخورد با آن، فرآیند بالاروی را آغاز کرده و سپس می‌شکند و به سمت بالا دست انتشار می‌یابد. پیروی موج تا اتلاف کامل انرژی جریان و رسیدن سیال به حالت سکون تکرار می‌شود. با توجه به شکل ۷ هر دو روش، شبیه‌سازی را به نحو مطلوبی انجام داده‌اند و توزیع فشار هموار و در محدوده قابل قبولی است. سطوح آزاد نیز در هر دو روش به خوبی مدل شده‌است. لازم به ذکر است که در نتایج حاضر حاصل از SPH، به نسبت کارهای مشابه از تعداد ذرات محاسباتی بسیار کمتری استفاده شده‌است. به عنوان مثال می‌توان به تحقیقات (Ferrari et al., 2009) اشاره نمود که با استفاده از ۲۰۰۰۰۰۰ ذره شبیه‌سازی فوق را انجام داده‌اند. در این بخش، تکامل زمانی تراز سطح آزاد در موقعیت‌های $x = 2.228$ m و $x = 2.725$ m از دیوار سمت چپ، با استفاده از SPH اصلاح شده و OpenFoam شبیه‌سازی شده‌است. همانطور که پیشتر بیان گردید، هسته روش SPH شامل تعدادی میانبایی عددی

روش‌های پیشنهادی، مقدار فشار متوسط گیری شده روی دیوار انتهایی محاسبه می‌شود. محدوده محاسبه، در شکل ۱۰ نمایش داده شده است. در مسایل ضربه‌ای، از آنجا که گرادین‌های مکانی و زمانی فشار بزرگ هستند، هر رویکرد دیگری به منظور متوسط گیری فشار، نتایج متفاوتی تولید می‌کند (Ferrari et al., 2009). در شکل ۱۱ اهم نتایج موجود در ادبیات تحقیق شامل (Zhou et al., 1999)، (Colagrossi and Landrini, 2003) و (Ferrari et al., 2009) مربوط به فشار متوسط بی بعد شده این محدوده، در گذر زمان نشان داده شده است. تعداد ذرات مورد استفاده برای شبیه‌سازی، ۴۹۰۰ و ۳۹۰۷۲ ذره به ترتیب برای تک‌فاز و دوفاز در (Colagrossi and Landrini, 2003) و ۲۰۰۰۰۰۰ ذره در (Ferrari et al., 2009) می‌باشد.

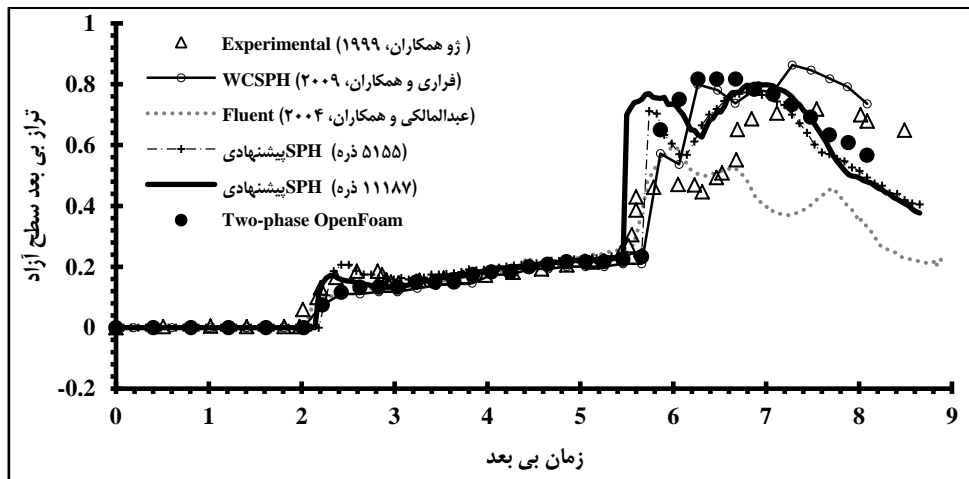
روش‌های پیشنهادی، مقدار فشار متوسط گیری شده روی دیوار انتهایی محاسبه می‌شود. محدوده محاسبه، در شکل ۱۰ نمایش داده شده است. در مسایل ضربه‌ای، از آنجا که گرادین‌های مکانی و زمانی فشار بزرگ هستند، هر رویکرد دیگری به منظور متوسط گیری فشار، نتایج متفاوتی تولید می‌کند (Ferrari et al., 2009). در شکل ۱۱ اهم نتایج موجود در ادبیات تحقیق شامل



شکل ۷- مقایسه شکل سطح آزاد و کانتور فشار پس از شکست سد؛ روش SPH (راست) و OpenFoam (چپ)



شکل ۸- مقایسه تراز سطح آزاد در گذر زمان در موقعیت $x=2.228$ m



شکل ۹- مقایسه تراز سطح آزاد در گذر زمان در موقعیت $x=2.725$ m

همچنین با توجه به شکل ۱۲ مشاهده می‌شود که مقادیر محاسبه شده پرش اولیه و ثانویه توسط روش SPH اصلاح شده، نسبت به سه روش دیگر در شکل ۱۱، قابل قبول‌تر می‌باشد. بررسی نتایج حاصل از مدل عددی OpenFoam نیز نشان می‌دهد که این روش در محاسبه فشار در زمان‌های اولیه از دقت بالایی برخوردار نمی‌باشد. اما با گذشت زمان بر خلاف سایر روش‌های موجود در شکل ۱۱، دقت قابل ملاحظه‌ای دارد. همچنین مدل دو فاز OpenFoam در مقایسه با مدل دو فاز WCSPH در مرجع Colagrossi and Landrini, (2003)، نوسانات فشاری را به شدت کاهش داده است و فشار همواری ایجاد نموده است.

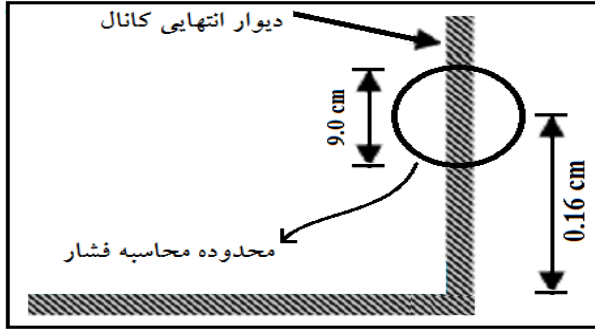
۶- نتیجه‌گیری

با وجود منظور داشتن ضرایب اطمینان کافی در طراحی سدهای بزرگ و اعمال دقت لازم در ساختمان آنها، احتمال وقوع شکستگی

در شکل ۱۱ ملاحظه می‌گردد که برخورد موج به دیوار عمودی انتهایی، یک پرش شدید در میدان فشار تولید می‌کند. پس از آن نیز، موج برگشتی، سبب تولید یک پرش شدید ثانویه می‌گردد. تحلیل این مسأله مستلزم مدل‌های عددی دقیق می‌باشد.

نتایج حاصل از محاسبات فشار متوسط در محدوده مشخص شده توسط روش SPH ارائه شده و نرم افزار OpenFoam و مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی (Zhou et al., 1999) در شکل ۱۲ ارائه شده است. با توجه به این شکل، کاملاً واضح است که با افزایش تعداد ذرات محاسباتی در روش SPH پیشنهادی، دقت نتایج حاصله نیز افزایش یافته و نوسانات فشاری به طرز چشمگیری کاهش داده شده است و فشار هموارتر گردیده است. این امر دور از انتظار نبود چرا که روش SPH پیشنهادی، پایدار و همگرا است. بنابراین با اعمال ذرات بیشتر، جواب‌های دقیق‌تری خواهیم داشت.

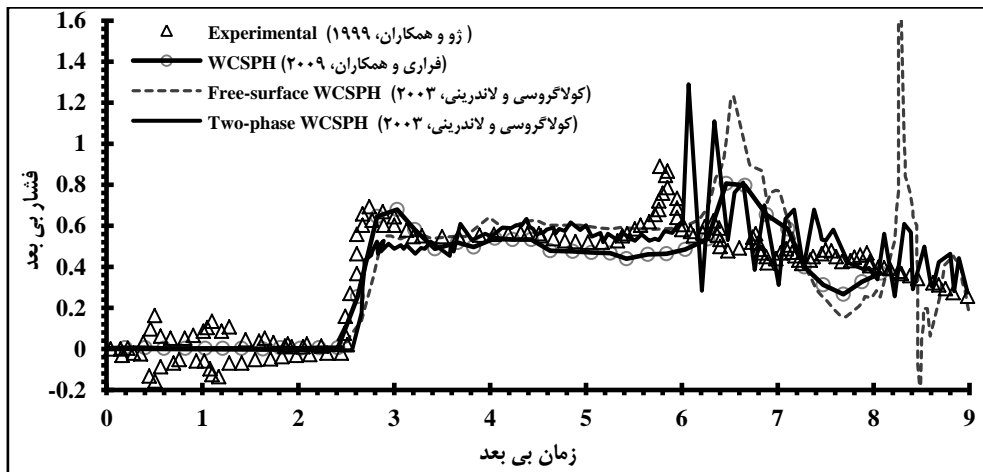
در شبیه‌سازی مسایل شکست سد در حالتی که هر دو نوع جریان زیر بحرانی و فوق بحرانی در دامنه حل وجود دارند، مطالعه تاریخچه زمانی جبهه موج پیش رونده، نیمرخ سطح آزاد جریان، تغییرات تراز آب در مقاطع مختلف و همچنین مقدار فشار روی دیوار پایین دست در محدوده‌ای معین، از اهمیت به سزایی برخوردار است که در این پژوهش محاسبه و تحلیل شده‌اند.



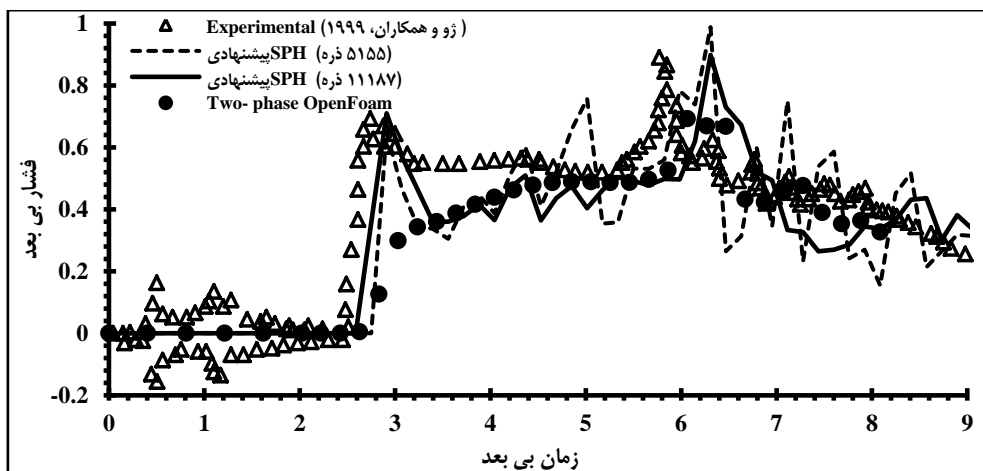
شکل ۱۰- محدوده محاسبه فشار بر روی دیوار انتهایی کانال

ناشی از طغیان رودخانه‌ها، پدیده رگاب، ضعف پی، زلزله و دیگر عوامل طبیعی و انسانی وجود دارد. در این راستا، شبیه‌سازی و تحلیل سیلاب‌های ناشی از شکست سدها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌باشد.

در این مقاله، انتشار امواج ناشی از شکست سد، با استفاده از دو رویکرد متفاوت به صورت دو بعدی مدل‌سازی گردید. رویکرد لاگرانژی ذره- مینا SPH و به صورت تک‌فاز و رویکرد اویلری شبکه - مینا VOF و مدل عددی دو فاز OpenFoam. در رویکرد SPH، با معرفی طرح‌های جدیدی برای گسسته‌سازی مکانی مشتقات مرتبه اول و دوم که دارای خاصیت سازگاری می‌باشند، یک روش صریح پیش‌بینی- تصحیح به منظور شبیه‌سازی جریان‌های تراکم ناپذیر معرفی شده است.



شکل ۱۱- ارزیابی فشار محاسبه شده روی دیوار توسط نتایج عددی و آزمایشگاهی موجود



شکل ۱۲- مقایسه فشار محاسبه شده روی دیوار توسط روش SPH پیشنهادی و مدل OpenFoam

۷- مراجع

- نتایج حاصل از هر دو رویکرد با معتبرترین نتایج تجربی و عددی موجود مقایسه گردید. نشان داده شد که شبیه‌سازی جریان سطح آزاد ناشی از شکست سد با استفاده از روش SPH تراکم ناپذیر، از جهت سازگاری، پایداری و همچنین مشکل نوسانات عددی در فشار اصلاح گردیده و منجر به بهبود نتایج و توصیف دقیق خصوصیات جریان شده‌است. نتایج مدل دو فاز OpenFoam نیز نشان داد که این مدل توانایی مطلوبی در شبیه‌سازی مسأله مورد بررسی دارد و نسبت به مدل‌های دو فاز Fluent و WCsPH از قابلیت بالاتری برخوردار می‌باشد.
- در جهت مقایسه دو رویکرد ارائه شده در این مقاله نیز، رویکرد لاگرانژی بدون شبکه معرفی شده، در شبیه‌سازی جزئیات پدیده‌های پیچیده همچون شکست سد که تغییر مکان‌ها زیاد و جریان با سطح آزاد می‌باشد و همچنین امکان دسترسی دقیق به اطلاعات و تاریخچه جریان توانایی و دقت بالاتری دارد. از دیگر مزایای این پژوهش آن است که نتایج با دقت قابل قبول روش SPH پیشنهادی، با استفاده از ذرات کمتر، نسبت به سایر روش‌های SPH حاصل شده‌است. همچنین قابلیت توسعه مدل‌ها به سه بعد، به راحتی میسر می‌باشد.
- تحلیل جریان تراکم ناپذیر با استفاده از حلگر کاملاً ضمنی و روش لاگرانژی SPH و مقایسه نتایج با روش‌های ارائه شده در این مقاله، به عنوان یک مقوله مناسب جهت تحقیقات آتی توصیه می‌گردد.
- پی‌نوشت‌ها**
1. Volume of Fluid
 2. Color function
 3. Open Source Field Operation and Manipulation
 4. Smoothed Particle Hydrodynamics
 5. Weakly Compressible SPH
 6. Projection method
 7. Pressure-based methods
 8. Total derivative
 9. Kernel function
 10. Double dot product
 11. Dummy
 12. Mirror
 13. Courant-Friedrichs-Lewy
 14. Shifting SPH particles
 15. Finite Volume Method (FVM)
 16. Solvers
 17. Pressure-Implicit with Splitting of Operators
 18. Renormalization Group
 19. Large Eddy Simulation
- حسن زاده ی (۱۳۸۳) هیدرولیک شکست سد. انتشارات وزارت نیرو- کمیته ملی سدهای بزرگ ایران، نشریه شماره ۶۳، چاپ اول، تهران، ۱۶۳ صفحه.
- حسن‌زاده ی (۱۳۷۰) بررسی انتشار امواج ناشی از شکست سد. دانشکده فنی دانشگاه تهران، شماره ۵۱: ۴۱-۴۸.
- شفاعی بجستان م (۱۳۸۷) هیدرولیک انتقال رسوب. انتشارات دانشگاه شهید چمران، چاپ دوم، اهواز، ۵۶۰ صفحه.
- فاتحی ر (۱۳۸۹) شبیه‌سازی عددی جریان دو فاز در محیط متخلخل در مقیاس حفرات. رساله دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران.
- مهدوی ع، رخشنده‌رو غ (۱۳۹۱) شبیه‌سازی عددی جریان ناماندگار ناشی از شکست سد به کمک الگوی شار متوسط وزن‌دار. تحقیقات منابع آب ایران، سال ۸، شماره ۱: ۶۴-۸۰.
- Abdolmaleki K, Thiagarajan KP, Morris-Thomas MT (2004) Simulation of the dam break problem and impact flows using a Navier-Stokes solver. In: Proc. of 15th Australasian fluid mechanics conference, Sydney, Australia.
- Ataie-Ashtiani B, Shobeyri G, Farhadi L (2008) Modified incompressible SPH method for simulating free surface problems. Fluid Dynamics Research 40(9):637-661.
- Baghlani A (2011) Simulation of dam-break problem by a robust flux-vector splitting approach in Cartesian grid. Scientia Iranica 18(5):1061-1068.
- Bell SW, Elliot RC, Chaudhry MH (1992) Experimental results of two-dimensional dam-break flows. Journal of Hydraulic Research 30(2):843-864.
- Cao Z, Pender G, Wallis S, Carling P (2004) Computational dam-break hydraulics over erodible sediment bed. Journal of Hydraulic Engineering 130(7):689-703.
- Colagrossi A, Landrini M (2003) Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics. Journal of Computational Physics 191(2):448-475.
- Cummins SJ, Rudman M (1999) An SPH projection method. Journal of Computational Physics 152(2):584-607.
- Deng J, Li Y (2003) A study on the equilibrium profile for the Luoshan-Hankou reaches in the middle Yangtze river. International Journal of Sediment Research 18(2):107-114.

- Hosseini SM, Manzari MT, Hannani SK (2007) A fully explicit three-step SPH algorithm for simulation of non-Newtonian fluid flow. *Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow* 17(7):715–735.
- Hsu CT, Yeh KC (2002) Iterative explicit simulation of 1D surges and dam-break flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 38:647–675.
- Khayyer A, Gotoh H, Shao S (2009) Enhanced predictions of wave impact pressure by improved incompressible SPH methods. *Applied Ocean Research* 31(2):111–131.
- Lee ES (2007) Truly incompressible approach for computing incompressible flow in SPH and comparisons with the traditional weakly compressible approach. Ph.D. thesis, University of Manchester, UK.
- Liu X, Xu H, Shao S, Lin P (2013) An improved incompressible SPH model for simulation of wave-structure interaction. *Computers & Fluids* 71:113–123.
- Lo EYM, Shao S (2002) Simulation of near-shore solitary wave mechanics by an incompressible SPH method. *Applied Ocean Research* 24(5):275–286.
- Lucy LB (1977) A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *The astronomical journal* 82:1013-1024.
- Martin JC, Moyce WJ (1952) An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane. *Philosophical Transactions of the Royal Society* 244(882):312–324.
- Nsom B, Ndong W, Ravelo B (2008) Modelling the zero-inertia, horizontal viscous dam-break Problem. *WSEAS Transactions on Fluid Mechanics* 3(2):77-89.
- OpenCFD (2011) OpenFOAM user guide. <http://www.openfoam.com>.
- Ritter A (1892) Die fortpflanzung de wasserwellen. *Zeitschrift verein deutscher ingenieure* 36(33):947-954.
- Shao S, Ji C (2006) SPH computation of plunging waves using a 2-D sub-particle scale (SPS) turbulence model. *International journal for numerical methods in fluids* 51(8):913-936.
- Shao S, Lo EY (2003) Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface. *Advances in Water Resources* 26(7):787-800.
- Stansby PK, Chegini A, Barnes TCD (1998) The initial stages of dam-break flow. *Journal of Fluid Mechanics* 374:407-424.
- Dressler RF (1952) Hydraulic resistance effect upon the dam-break functions. *Journal of Research National Bureau of Standards* 49(3):217-225.
- Fatehi R, Manzari MT (2011) Error estimation in smoothed particle hydrodynamics and a new scheme for second derivatives. *Computers & Mathematics with Applications* 61(2):482–498.
- Fatehi R, Manzari MT (2012) A consistent and fast weakly compressible smoothed particle hydrodynamics with a new wall boundary condition. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 68(7):905-921.
- Ferrari A, Dumbser M, Toro EF, Armanini A (2009) A new 3D parallel SPH scheme for free surface flows. *Computers & Fluids* 38(6):1203-1217.
- Ferrari A, Fraccarollo L, Dumbser M, Toro EF, Armanini A (2010) Three-dimensional flow evolution after a dam break. *Journal of Fluid Mechanics* 663:456-477.
- Fraccarollo L, Toro EF (1995) Experimental and numerical assessment of the shallow water model for two-dimensional dam-break type problems. *Journal of Hydraulic Research* 33(6):843-864.
- Ghadampour Z, Talebbeydokhti N, Hashemi MR, Nikseresht AH, Neill SP (2013) Numerical simulation of free surface mudflow using incompressible SPH. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering* 37(C1):77-95.
- Gingold RA, Monaghan JJ (1977) Smoothed particle hydrodynamics-theory and application to non-spherical stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 181:375-389.
- Gingold RA, Monaghan JJ (1982) Kernel estimates as a basis for general particle methods in hydrodynamics. *Journal of Computational Physics* 46(3):429-453.
- Hashemi MR, Fatehi R, Manzari MT (2012) A modified SPH method for simulating motion of rigid bodies in Newtonian fluid flows. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 47(6):626-638.
- Henderson FM (1966) *Open channel flow*. McMillan, New York, USA.
- Higuera P, Lara JL, Losada IJ (2013) Realistic wave generation and active wave absorption for Navier–Stokes models application to OpenFOAM®. *Coastal Engineering* 71:102–118.
- Hirt CW, Nichols BD (1981) Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics* 39(1):201-225.

- Zhao DH, Shen HW, Lai JS, III GT (1996) Approximate Riemann solvers in FVM for 2D hydraulic shock wave modeling. *Journal of Hydraulic Engineering* 122(12):692-702.
- Zhou ZQ, De Kat JO, Buchner BA (1999). A nonlinear 3D approach to simulate green water dynamics on deck. In: Proc. of 7th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Nantes, France, 1-15.
- Zoppou C, Roberts S (2003) Explicit schemes for dam-break simulations. *Journal of Hydraulic Engineering* 129(1):11-34.
- Stoker JJ (1957) *Water waves: The mathematical theory with applications*. Interscience, New York, USA.
- Toro EF (2001) *Shock-capturing methods for free-surface shallow flows*. Wiley, New York, USA.
- Xu R, Stansby PK (2010) The influence of the truncated kernel to free-surface predictions with ISPH and a new solution. In: Proc. of 5th SPHERIC Workshop, University of Manchester, UK, 130-137.
- Xu R, Stansby P, Laurence D (2009) Accuracy and stability in incompressible SPH (ISPH) based on the projection method and a new approach. *Journal of Computational Physics* 228(18):6703-6725.