

Analyzing the Effect of Uncertainty of Soil Parameters on Soil Moisture Profile Uncertainty using Fuzzy Set Theory

M. Khorami¹ and B. Ghahraman^{2*}

Abstract

Uncertainty is the measure of reliability associated with a particular set of results. There are lots of parameters affecting the water movement through the unsaturated zone measurement or estimation of which are a difficult task encompassing uncertainties of some kind. In this study, a methodology based on fuzzy set theory is presented to express imprecision of input data, in terms of fuzzy number, to quantify the uncertainty in predictions. Richards' equation as a certain model was solved numerically. To estimate the uncertainty in the model the input parameters (θ_s , θ_r , K_s , α , and n) were introduced as fuzzy parameters. After introducing suitable fuzzy membership functions for input parameters, boundary values were obtained for each parameter for different β -cut levels in input parameters. Using these values and considering different result interval boundaries, the mathematical operation on fuzzy sets are performed resulting in the moisture values in specific times and locations. Corresponding to different β -cuts, fuzzy membership functions were derived for soil moisture at any time and depth. The results showed that uncertainty in simulating soil moisture profile was minimum in saturated phase and maximum in advance phase. This was because of the maximum number of parameters taking part in maximum uncertainty in the later phase. The shape of fuzzy membership function for soil moisture in specific time was varying for different depths corresponding to the different role of the effective initial parameters in any time and depth.

Keywords: Unsaturated zone, Numerical solution, Richard's equation, Hydrus.

Received: May 30, 2016
Accepted: September 21, 2016

بررسی عدم قطعیت پارامترهای خاک بر عدم قطعیت پروفیل رطوبتی با استفاده از نظریه ی مجموعه های فازی

مرضیه خرمی^۱ و بیژن قهرمان^{۲*}

چکیده

عدم قطعیت ابزاری برای سنجش اعتماد پذیری سیستم یا پارامترهای آن می باشد. در بررسی حرکت آب در خاک در حالت غیر اشباع پارامترهای زیادی موثر هستند که اندازه گیری یا برآورد آن ها دشوار بوده و به نوعی دارای عدم قطعیت می باشند. در این پژوهش، بر اساس نظریه ی مجموعه های فازی، رویکردی جایگزین برای بیان نادقیقی پارامترهای مدل و پیش بینی عدم قطعیت در شبیه سازی مدل به کار گرفته شد. ابتدا معادله ریچاردز به عنوان یک مدل قطعی برای حرکت آب در خاک به صورت عددی حل گردید. برای به دست آوردن عدم قطعیت در شبیه سازی این مدل، متغیرهای ورودی (θ_s , θ_r , K_s , α و n) به عنوان توابع فازی معرفی شدند. پس از ساختن توابع فازی مناسب برای هر یک از ورودی ها، برای هر برش β مشخص مقادیر مرزی برای این پارامترها به دست آمد. با استفاده از این مقادیر و با در نظر گرفتن قیدهای خاص، مقادیر بیشینه و کمینه رطوبت در زمان و مکان مشخص با استفاده از حل عددی معادله ریچاردز به دست آمد. نتایج نشان داد که عدم قطعیت در شبیه سازی پروفیل رطوبتی خاک در فاز اشباع کمترین و در فاز پیشروی بیشترین مقدار را به خود اختصاص می دهد که علت این امر بیشترین اثر عدم قطعیت ذاتی پارامترهای ورودی و نتیجه این عدم قطعیت در پروفیل رطوبتی در فاز پیشروی است. شکل توابع فازی به دست آمده برای رطوبت خاک در زمان مشخص، در عمق های مختلف خاک متفاوت می باشد که متاثر از نقش پارامترهای اولیه در هر زمان و مکان خاص در نتایج خروجی رطوبت می باشد.

کلمات کلیدی: افق غیر اشباع، حل عددی، معادله ریچاردز، هایدروس.

تاریخ دریافت مقاله: ۹۵/۳/۱۰
تاریخ پذیرش مقاله: ۹۵/۶/۳۱

1- Ph.D. Candidate of Irrigation and Drainage, Department of Water Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

2- Professor, Department of Water Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran. Email: bijangh@um.ac.ir

*- Corresponding Author

۱- کاندید دکتری آبیاری و زهکشی دانشگاه فردوسی مشهد

۲- استاد گروه مهندسی آب دانشگاه فردوسی مشهد.

*- نویسنده مسئول

بحث و مناظره (Discussion) در مورد این مقاله تا پایان تابستان ۱۳۹۶ امکانپذیر است.

داد. Woldt (۱۹۹۶) از قواعد فازی برای مدل سازی گسترش آلودگی در منابع آب زیرزمینی تحت شرایط نادقیق استفاده کرد. Dou و همکاران (۱۹۹۵) از پارامترهای نادقیق در شبیه سازی جریان آب زیرزمینی استفاده کردند. Schulz and Huwe (۱۹۹۹) آنالیز حساسیت و عدم قطعیت برای جریان پایدار آب به خاک در شرایط یک بعدی برای خاک لایه ای با استفاده از نظریه‌ی مجموعه‌های فازی انجام دادند. در این پژوهش شبیه سازی جریان آب در خاک با استفاده از ترکیب معادله دارسی (۱۸۵۶) و معادله گاردنر (۱۹۵۸) انجام گرفت. معادله گاردنر، تک پارامتری است، یعنی مشخصات بافت خاک را با توجه به توزیع اندازه ذرات توسط تک پارامتر تجربی معرفی می‌کند. با توجه به تغییرپذیر بودن محیط خاک، معرفی بافت خاک صرفاً با یک تک پارامتر کافی به نظر نمی‌رسد. علاوه بر این شرایط واقعی مزرعه تغییر پذیری زیادی را نشان می‌دهد و تنها چند اندازه‌گیری برای داده‌های ورودی نمی‌تواند نشان دهنده کل سیستم باشد و علاوه بر این در نظر گرفتن عدم قطعیت در تمام پارامترها برای تصمیم گیری دقیق و مناسب در شرایط حرکت آب در خاک امری ضروری به نظر می‌رسد. Verma و همکاران (۲۰۰۹) عدم قطعیت در حرکت آب در خاک را با استفاده از نظریه‌ی مجموعه‌های فازی بررسی کردند. در این پژوهش پارامترهای شکل در معادله ونگتوختن، هدایت هیدرولیکی اشباع خاک، شار و مکش در مرزهای محدوده شبیه سازی، به صورت توابع فازی معرفی شدند. نکته‌ای که در این پژوهش وجود دارد این است که پارامترهایی که به صورت توابع فازی معرفی شده اند، شامل پارامترهای قابل کنترل مثل شار اعمال شده نیز می‌باشد که به این معنی است که تغییرات نهایی ایجاد شده در مکش تنها تحت تاثیر تغییرپذیری پارامترهای خاک نیست، بلکه خطا در اعمال جریان در بیرون از محیط خاک نیز در آن اعمال شده است. در این مطالعه مقادیر رطوبت اشباع و باقی مانده در شبیه سازی فازی جریان، به صورت اعداد خشک به مدل معرفی شده‌اند، در حالی که این دو پارامتر نیز جزء پارامترهای هیدرولیکی خاک به حساب می‌آید و می‌تواند نشان دهنده خصوصیات خاک باشد و عدم قطعیت موجود در این دو پارامتر بر عدم قطعیت خروجی مدل موثر خواهد بود و در شرایط ورودی‌های فازی، باید به صورت اعداد فازی ارائه گردد تا معرفی بافت خاک مشخص و تغییرات آن با بیش‌ترین داده‌های ممکن صورت پذیرد.

با توجه به موارد ذکر شده در بالا، در این تحقیق مد نظر است تا پارامترهای موثر در حرکت آب در خاک که صرفاً مربوط به سیستم خاک می‌باشند به صورت نادقیق به سیستم معرفی گردد و اثر عدم قطعیت پارامترهای ورودی در شبیه سازی حرکت آب در خاک

عدم قطعیت در واقع سنجش میزان اعتماد پذیری است که توسط قوانینی که بر اساس نظریه‌های احتمالاتی بنا نهاده شده است، عمل می‌کند. در این رویکردها فرض می‌شود که متغیرهای ورودی، متغیرهای تصادفی با تابع توزیع مشخصی هستند. بنابراین خروجی مدل نیز متغیر تصادفی با تابع توزیع مشخص خواهد بود که با استفاده از آن می‌توان اعتمادپذیری را برای هر سطح اطمینان دلخواه برآورد کرد. سری مرتبه اول تیلور، سری مرتبه دوم تیلور، روش مونت کارلو و روش GLUE بر اساس روش ذکر شده کار می‌کنند. مدل سازی کیفی هوا (Sax and Isakov, 2003), (Smith et al., 1999, Yegnan et al., 2002), (Carroll and Warwick, 2001), (Warwick and Cale, 1986), (Coptly and Findikakis, 2000, Russo and Bouton, 1992) و تحلیل عدم قطعیت پارامترهای هیدرولیکی خاک (Shafiee et al., 2014) از جمله پژوهش‌هایی است که در آن‌ها به تعیین عدم قطعیت پرداخته شده است.

منطق فازی بهترین وسیله برای مدل سازی سیستم‌هایی است که دارای پیچیدگی زیاد بوده و داده‌های کافی از آن‌ها موجود نیست یا این که اطلاعاتی که در مورد آن‌ها در اختیار می‌باشد مبهم و غیر صریح است. در مجموعه‌های فازی مفهوم نادقیقی و ابهام اولین بار توسط زاده شرح داده شد (Zadeh, 1965) و در زمینه‌های تصمیم‌گیری و کنترل به‌کارگرفته شد (Dubois and Prade, 1980). کاربردهای زیادی از نظریه‌ی مجموعه‌های فازی در زمینه مدیریت محیط زیستی به‌کارگرفته شد (Bearnard, 2003), (Uricchio et al., 2004, Dou et al., 1999). از نظریه‌ی‌های مجموعه‌های فازی در زمینه هیدرولوژی، مدیریت ریسک و سیاست‌گذاری و تصمیم‌گیری در باره آب‌های زیرزمینی (Rubio et al., 2004, Li et al., 2007, Nasiri et al., 2007) و نیز آسیب پذیری منابع آب زیر زمینی با استفاده از نقشه برداری هوایی GIS و سیستم یکپارچه قاعده بنیاد فازی (Dixon, 2005) استفاده شده است.

در بررسی حرکت آب در خاک پارامترهای زیادی موثر هستند، که اندازه‌گیری یا برآورد آن‌ها دارای پیچیدگی‌های خاص خود بوده و به نوعی دارای عدم قطعیت می‌باشند. Bardossy (۱۹۹۵) یک مدل قاعده بنیاد فازی برای حرکت آب در محیط‌های غیر اشباع گسترش

پارامتر و (ب) نظر کارشناس خبره با توجه به شناخت کافی نسبت به تغییرات ذاتی آن پارامتر بستگی دارد.

۲-۲- جریان آب در خاک غیر اشباع

در حال حاضر متداول‌ترین روش برای شبیه سازی حرکت آب در خاک غیر اشباع، استفاده از معادله ریچاردز (۱۹۳۱) است که از ترکیب معادلات داری و پیوستگی حاصل می‌شود. در حالت جریان یک‌بعدی عمودی، معادله ریچاردز به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial h}{\partial z} + K \right) \quad (2)$$

که در آن θ درصد رطوبت حجمی خاک، h مکش آب خاک، K هدایت هیدرولیکی غیراشباع خاک، t زمان و z عمق خاک می‌باشد. وابستگی K به z از متغیر بودن رطوبت (مکش) به z ناشی می‌شود. در این شکل از معادله ریچاردز، دو متغیر وابسته θ و h وجود دارد که رابطه‌ی بین این دو متغیر توسط منحنی مشخصه رطوبتی قابل شرح می‌باشد. مشخصات هیدرولیکی خاک را می‌توان با استفاده از مدلی همانند ونگنوختن-معلم تعریف کرد:

$$\theta(h) = \begin{cases} \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{(1 + |\alpha h|^n)^m} & h < 0 \\ \theta_s & h \geq 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$K(h) = K_s S_e^{0.5} [1 - (1 - S_e^{1/m})^m]^2 \quad (4)$$

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}, \quad m = 1 - 1/n \quad (5)$$

که در آن S_e اشباع نسبی، θ_s رطوبت حجمی اشباع خاک، θ_r رطوبت باقیمانده در پروفیل خاک، K_s هدایت آبی اشباع و m و n و α پارامترهای تجربی می‌باشند.

برای مدل سازی حرکت آب در خاک غیر اشباع، باید معادله دیفرانسیل جزئی رابطه ۲ با استفاده از الگوریتم مناسب حل گردد. مدل‌ها به دو گروه اصلی حل تحلیلی و حل عددی تقسیم می‌شوند، برای پرهیز از دشواری‌های حل تحلیلی، تمرکز اصلی پژوهشگران بر حل عددی معادله ریچاردز است زیرا حل عددی قادر به پاسخ گویی مسائل با پیچیدگی بالا می‌باشد. الگوریتم‌های مختلفی از جمله FDM^1 (Haverkamp et al., 1977) و FEM^2 (Tracy, 2011) یا BEM^3 (Subia et al., 1994) و FVM^4 (Eymard et al., 1999) به منظور حل عددی معادله ریچاردز توسعه یافته‌اند.

مدل Hydrus یک مدل پیشرفته در ارتباط با حرکت آب، املاح و گرما در خاک می‌باشد که توسط Simunek و همکاران (۱۹۹۹) در آزمایشگاه شوری خاک آمریکا ارائه شده است. این مدل شامل حل

سنجیده شود. نادقیقی پارامترهای ورودی به صورت فازی در نظر گرفته شده است که هر یک توسط تابع عضویت مربوط به خود شرح داده می‌شود. تابع عضویت هر پارامتر با توجه به داده‌ها و اطلاعات موجود تعیین می‌شود. معادله دیفرانسیل جزئی حاکم بر جریان، در شرایط ورودی‌های فازی رابطه‌ی فازی بوده و باعث ایجاد یک تابع عضویت فازی برای مقدار جریان (رطوبت) در ستون خاک خواهد شد.

۲- مواد و روش‌ها

۲-۱- نظریه‌ی مجموعه‌های فازی

بنیاد منطق فازی بر شالوده نظریه مجموعه‌های فازی استوار است. این نظریه تعمیمی از نظریه کلاسیک مجموعه‌ها در علوم ریاضیات است. در نظریه‌ی کلاسیک مجموعه‌ها، یک عنصر، یا عضو مجموعه هست یا نیست. اما نظریه‌ی مجموعه‌های فازی این مفهوم را گسترش داده و عضویت درجه بندی شده را مطرح می‌کند. به این ترتیب که یک عنصر می‌تواند تا درجاتی (و نه کاملاً) عضو یک مجموعه باشد.

مجموعه فازی توسط تابع عضویت خود تعریف می‌شود. تابع عضویت نشان دهنده میزان تعلق عنصری مشخص به مجموعه مورد نظر می‌باشد. اگر Y را مجموعه مرجع در نظر بگیریم، آنگاه \bar{A} مجموعه فازی از Y محسوب می‌شود در صورتی که:

$$A = \{ (y, \mu_{\bar{A}}(y)), y \in Y, \mu_{\bar{A}}(y) \in [0, 1] \} \quad (1)$$

که در آن $\mu_{\bar{A}}(y)$ درجه عضویت y در \bar{A} است. مقدار درجه عضویت بین ۰ تا ۱ متغیر است. هر چه مقدار $\mu_{\bar{A}}(y)$ بزرگ‌تر باشد نشان دهنده تعلق بیشتر آن به مجموعه و هر چه کوچک‌تر باشد، نشان دهنده عدم تعلق y به مجموعه \bar{A} است.

ساخت مجموعه‌های فازی برای هر پارامتر، به شدت وابسته به نظر کارشناس خبره است. برای تصمیم گیری برای شکل توابع عضویت باید برای هر پارامتر مقادیر محتمل و میزان احتمال رخ دادن این مقادیر جمع آوری گردد، سپس بهترین تابع عضویت فازی برای آن تشکیل شود. به عنوان مثال چنانچه برای هدایت هیدرولیکی اشباع خاک یک بازه با احتمال یکسان وجود داشته باشد، بهترین شکل تابع عضویت، تابع دوزنقه‌ای خواهد بود. به طور کلی ساخت تابع عضویت برای هر پارامتر به دو مورد: (الف) مقادیر گزارش شده برای آن

θ_r نامعلوم بوده و همواره در معرض خطا می‌باشند. بنابراین این پارامترها را می‌توان به صورت اعداد فازی بیان کرد. حل معادله حرکت آب به صورت فازی، تابع عضویتی برای متغیر خروجی (رطوبت) تولید می‌کند که به توابع عضویت پارامترهای ورودی بستگی دارد. عملگر FEM (معرفی شده در بخش ۲-۲) با توجه به قوانین ریاضی حاکم بر مجموعه‌های فازی قادر به حل معادله دیفرانسیل جزئی خواهد بود. در واقع با استفاده از قواعد مجموعه‌های فازی و با بهره‌جستن از مفهوم برش بتا، اپراتور FEM می‌تواند برای هر برش بتا، مرزها یا کران‌های بالا و پایین مقدار رطوبت در خاک را محاسبه کند.

به منظور سنجش اثر عدم قطعیت پارامترهای ورودی در برآورد میزان رطوبت در پروفیل خاک، پارامترهای موثر در حرکت آب در خاک به صورت توابع فازی معرفی می‌شوند. پارامترهای موثر در شبیه‌سازی میزان رطوبت در پروفیل خاک شامل هدایت هیدرولیکی اشباع، درصد رطوبت اشباع خاک، درصد رطوبت باقی مانده خاک و پارامترهای شکل در معادله ونگنوختن می‌باشد. برای تعیین تابع عضویت چند شاخص اصلی را باید مشخص کرد. بازه اثر یا تکیه‌گاه مجموعه فازی نشان دهنده بازه‌ای است که امکان قرار گرفتن پارامتر مورد نظر در مجموعه را تایید می‌کند. شکل تابع عضویت نیز وابسته به میزان و مقدار تغییرات پارامتر در بازه تکیه‌گاه مجموعه فازی است. در این پژوهش برای ساخت توابع عضویت فازی، اعداد گزارش شده برای ۱۵ پارامتر مورد نظر (پنج پارامتر برای سه کلاس بافتی خاک) در پژوهش‌های پیشین مورد بررسی قرار گرفت (جدول ۲). پس از تحلیل داده‌های موجود با توجه به نوع تغییرات گزارش شده برای هر پارامتر در بازه‌های مشخص، نوع و شکل تابع عضویت مشخص خواهد شد.

عددی معادله ریچاردز برای بررسی حرکت آب در خاک و معادلات انتقال-انتشار برای بررسی حرکت املاح و گرما در خاک است که معادلات مربوط به روش عناصر محدود گالرکین حل گردیده‌اند. مدل قادر به شبیه‌سازی در شرایط اشباع و غیر اشباع در حالت افقی، عمودی و شعاعی بوده و توانایی تخمین خصوصیات فیزیکی خاک به روش معکوس را نیز دارد (Simunek et al., 2006). در این پژوهش برای حل عددی معادله ریچاردز از این مدل بهره گرفته شده است.

۲-۳- شبیه‌سازی حرکت آب در خاک: حالت کلاسیک

در این پژوهش شبیه‌سازی جریان آب در خاک غیر اشباع در سه کلاس بافت مختلف با در نظر گرفتن شدت جریان ثابت از سطح خاک (آبیاری بارانی) صورت گرفته است. در جدول ۱ مشخصات پارامترهای ورودی (شامل شرایط اولیه و شرایط مرزی دریکله^۵) مورد نیاز برای حل عددی معادله ریچاردز ارائه شده است (پارامترهای مربوط به خاک از مدل Rosetta (Schaap et al., 2001) استخراج شد و شرایط مرزی نیز به گونه‌ای انتخاب شد که با توجه به مشخصات و بافت خاک، جریان در محدوده‌ای از پروفیل خاک به صورت اشباع رخ دهد، رطوبت اولیه نیز به صورت پیش فرض مقدار ۱۲ درصد حجمی در نظر گرفته شد). معادلات حاکم با روش عناصر محدود گالرکین با بهره‌جستن از مدل Hydrus حل گردید. زمان شبیه‌سازی برای بافت خاک رس ۲۰، خاک لوم ۱۰ و برای خاک شن ۱ ساعت در نظر گرفته شد (در انتخاب این مقادیر به بافت خاک و شدت جریان مرز بالایی توجه شد).

۲-۴- شبیه‌سازی حرکت آب در خاک: رویکرد فازی

به طور کلی مقدار دقیق پارامترهای موثر ورودی مثل θ_s , n , α , K_s و

Table 1. Required parameters for simulation of water flow in the soil

جدول ۱- پارامترهای مورد نیاز برای شبیه‌سازی حرکت آب در خاک

Parameter	Soil texture		
	Clay	Loam	Sand
Flow in upper boundary, q (cm/hr)	0.9	0.9	45
Flow in lower boundary	0	0	0
Initial moisture in soil profile, θ_{in}	0.12	0.12	0.12
Soil saturated hydraulic conductivity, K_s (cm/hr)	0.2	1.04	30
Saturated water content, θ_s	0.48	0.45	0.43
Residual water content, θ_r	0.095	0.08	0.045
Empirical shape factor, α (cm ⁻¹)	0.006	0.036	0.145
Empirical shape factor, n	1.3	1.54	2.7

Table 2. Interval changes of effective parameters on water flow in soil based on literature
 جدول ۲ - بازه تغییرات پارامترهای موثر در حرکت آب در خاک بر اساس پژوهش‌های مختلف

soil texture	parameters	Verma et al. (2009)	Simunek et al. (2006)	Clapp&Homburger (1987)	De Jong (1972)	Rawls et al. (1982)	Smith (1999)	Vrugt (2001)	Lienloosvelt (2011)	Garey (2010)	Tuller (2003)
sand	θ_s		0.43	0.395	0.44	0.437-0.5		0.38-0.5	0.45	0.4-0.51	0.37
	θ_r		0.045			0.02-0.038		0.02-0.07	0.12	0.05-0.06	0.058
	K_s (cm/hr)		29.7	63.36	11.78	21		2.1	1.2	28.8-61	
	α (cm ⁻¹)		0.145					0.1-2.14		0.026-0.031	0.035
loam	n		2.67					1.05-3		1.22-1.33	3.19
	θ_s		0.43	0.45	0.49	0.375-0.551	0.375-0.557				
	θ_r		0.078			0.027-0.074					
	K_s (cm/hr)	0.75-1.46	1.09	2.5	2	1.32	0.65				
	α (cm ⁻¹)	0.008-0.009	0.036								
clay	n	1.3-1.7	1.56								
	θ_s		0.43	0.48	0.53	0.4275-0.523					
	θ_r		0.07			0.144					
	K_s (cm/hr)	0.083-0.03	0.2	0.185	0.03	0.06					
	α (cm ⁻¹)	0.004-0.006	0.008								

مقادیر به دست آمده برای رطوبت خاک در شکل ۱ با توجه به اعداد ثابت و مشخص ورودی برای پارامترهای موثر در حرکت آب در خاک (هدایت هیدرولیکی اشباع، درصد رطوبت اشباع، رطوبت باقی مانده و پارامترهای شکل در مدل ونگنوختن) است که برای هر خاک منجر به یک پروفیل یکتا می‌شود و در آن عدم قطعیت پارامترها در نظر گرفته نشده است.

۳-۲- پروفیل رطوبت در نگرش فازی

اولین گام برای در نظر گرفتن عدم قطعیت برای پارامترهای ورودی، معرفی توابع عضویت مناسب برای آنها است. شکل تابع عضویت فازی برای هر پارامتر بستگی به بازه‌ی تغییرات و مقادیر گزارش شده در این بازه تغییرات و نظر کارشناس خبره دارد. با توجه به بازه‌ی تغییرات پارامترها (جدول ۲)، توابع عضویت فازی برای ۱۵ پارامتر مورد نظر تهیه شد (شکل ۲).

توجه به مقادیر گزارش شده برای هدایت هیدرولیکی اشباع خاک در پژوهش‌های مختلف مشخص می‌کند که هدایت هیدرولیکی برای یک کلاس خاک مشخص دارای بازه‌ی با احتمال رخداد یکسان است و در محدوده‌ی اطراف بازه‌ی مورد نظر احتمال رخداد کمتری دارد (Verma et al., 2009). این بیان زبانی نشان از امکان ارائه تابع عضویت فازی دوزنقه‌ای برای هدایت هیدرولیکی اشباع برای یک کلاس بافت خاک است.

به منظور شبیه سازی جریان آب در خاک و پیش بینی میزان رطوبت در گام‌های زمانی و مکانی مشخص در حالت فازی، از قوانین مجموعه‌های فازی استفاده کرده و با بهره جستن از مفهوم برش بتا (β -cut) برای مجموعه‌های فازی، میزان رطوبت در پروفیل خاک را برای هر مقدار مشخص بتا شبیه سازی می‌کنیم. برای هر برش بتای مشخص ($0 \leq \beta \leq 1$)، تمامی پارامترهای فازی شامل یک کران بالا و یک کران پایین خواهند بود. سپس معادله ریچاردز یک بار برای تمام کران‌های پایین و یک بار برای تمام کران‌های بالا به صورت عددی حل می‌گردد و مقدار رطوبت در گام‌های زمانی و مکانی مشخص را با درجه عضویت مشخص به ترتیب به صورت کران پایین و کران بالا به دست خواهد داد. بنابراین برای هر برش یک مقدار کمترین و یک مقدار بیش‌ترین برای مقدار رطوبت در گام زمانی مورد نظر در پروفیل خاک حاصل خواهد شد. با تکرار این فرآیند برای مقادیر متفاوت از برش بتا، برای هر گام زمانی خاص به جای ارائه عدد ثابت برای مقدار رطوبت، برای رطوبت در عمق مورد نظر تابع عضویت فازی ارائه می‌گردد.

۳- نتایج و بحث

۳-۱- پروفیل رطوبت در حالت کلاسیک

با توجه به شرایط اولیه و مرزی ذکر شده در جدول شماره ۱، با استفاده از حل عددی معادله ریچاردز جریان آب در خاک شبیه سازی شد. پروفیل رطوبتی در خاک‌های شن، لوم و رس با دیدگاه غیر فازی در شکل ۱ ارائه شده است.

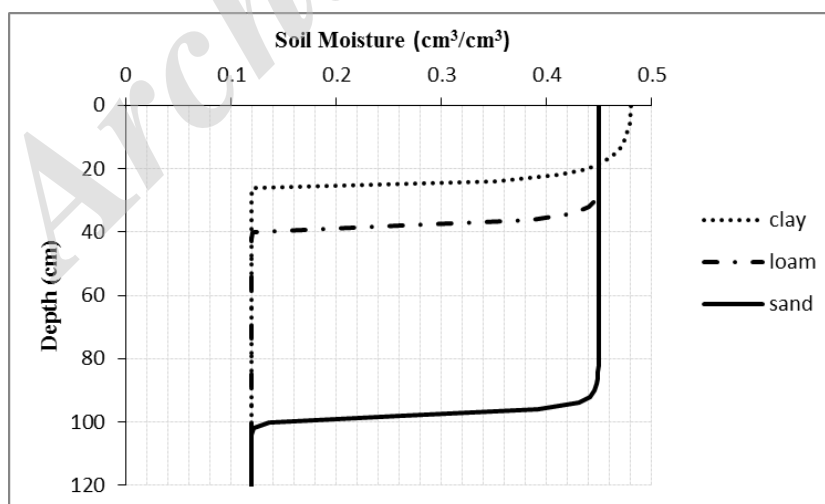


Fig. 1. Moisture profile after 20, 10, and 1 hours of irrigation in clay, loamy, and sandy soils, respectively (for initial and boundary conditions, see Table 1)

شکل ۱- پروفیل رطوبت پس از ۲۰، ۱۰ و ۱ ساعت آبیاری به ترتیب در خاک‌های رسی و لومی و سنی (شرایط اولیه و مرزی در جدول ۱ آورده شده است)

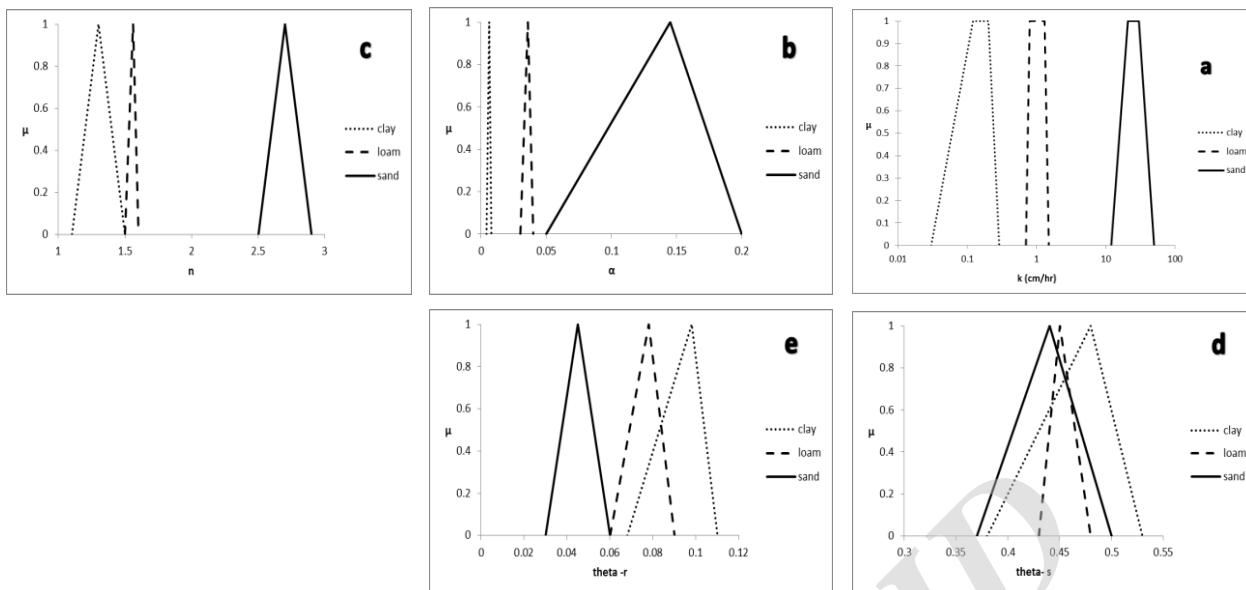


Fig. 2. Fuzzy membership functions for effective parameters on water flow in soil for three different soil types: (a. saturated hydraulic conductivity-logarithmic scale, b. shape factor α (1/cm), c. shape factor n , d. saturated water content, and e. residual water content)

شکل ۲- توابع عضویت فازی مربوط به پارامترهای موثر در حرکت آب در خاک برای سه کلاس بافت خاک مختلف: (a- هدایت هیدرولیکی اشباع-محور لگاریتمی، b- ضریب شکل α (1/cm)، c- ضریب شکل n - د رطوبت اشباع و e- رطوبت باقی مانده)

رطوبت است. در واقع کاهش برش بتا بیان دیگری از افزایش عدم قطعیت پارامترها است. در یک کران حدی، چنانچه مقدار $\beta=1$ در نظر گرفته شود، پارامترهایی که تابع عضویت آنها مثلثی است (درصد رطوبت اشباع، درصد رطوبت باقی مانده و پارامترهای شکل در معادله ونگنوختن، شکل ۲)، تبدیل به اعدادی یکتا خواهند شد، اما

شکل تابع عضویت برای پارامترهای خاص را می توان برداشتی از شکل تابع توزیع احتمال آن دانست (Schulz and Huwe, 1997). بنابراین تابع عضویت برای هدایت هیدرولیکی اشباع به صورت ذوزنقه ای ساخته شد. تغییرات گزارش شده در منابع برای دیگر پارامترها به گونه ای بوده است که تابع عضویت مثلثی بهترین حالت برای این پارامترها شناخته شد.

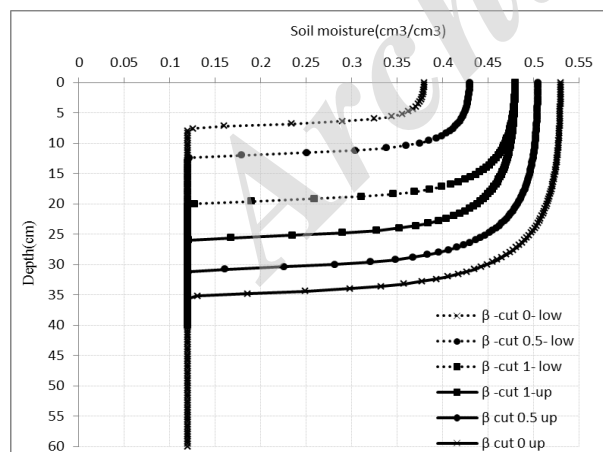


Fig. 3. Volumetric water content percentage after 20 hours irrigation in a clay soil profile (are parameters are taken as fuzzy)

شکل ۳- درصد رطوبت حجمی در پروفیل خاک رسی ۲۰ ساعت پس از آبیاری (تمام پارامترها فازی در نظر گرفته شد)

با استفاده از قوانین مجموعه های فازی جریان آب در سه کلاس بافت خاک به صورت فازی شبیه سازی شد. پروفیل رطوبتی شبیه سازی شده خاک برای سه برش بتا ۰، ۰/۵ و ۱ و برای زمان مشخص در شکل های ۳ تا ۵ به ترتیب برای خاک های رس، لوم و شن برای شرایطی که تمام پارامترها به صورت فازی در نظر گرفته شده باشند، ارائه شده است.

همانطور که در شکل های ۳ تا ۵ مشخص است، پروفیل رطوبتی یکتا نبوده و موقعیت آن به مقدار بتا بستگی دارد. به این صورت که هر چه مقدار بتا کوچک تر باشد (متناظر با افزایش در میزان فازی بودن پارامترهای ورودی) بازه تغییرات رطوبت در هر عمق خاص نیز افزایش می یابد (بیشترین بازه ی تغییرات در مرز جبهه رطوبتی است). این افزایش بازه به مفهوم افزایش عدم قطعیت در برآورد میزان

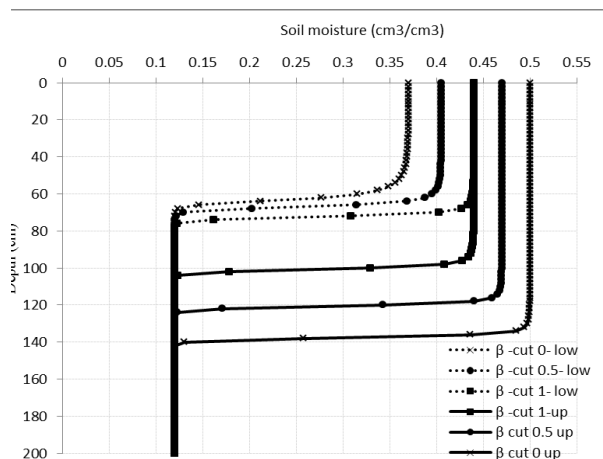


Fig. 5. Volumetric water content percentage after 1 hour irrigation in a sandy soil profile (are parameters are taken as fuzzy)

شکل ۵- درصد رطوبت حجمی در پروفیل خاک شن ۱ ساعت پس از آبیاری (تمام پارامترها فازی در نظر گرفته شد)

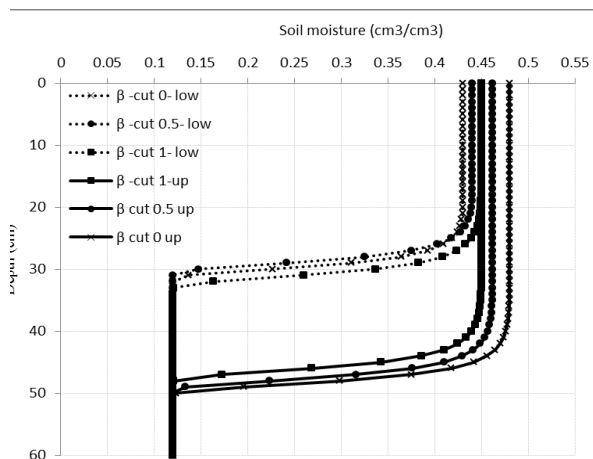


Fig. 4. Volumetric water content percentage after 10 hours irrigation in a loamy soil profile (are parameters are taken as fuzzy)

شکل ۴- درصد رطوبت حجمی در پروفیل خاک لومی ۱۰ ساعت پس از آبیاری (تمام پارامترها فازی در نظر گرفته شد)

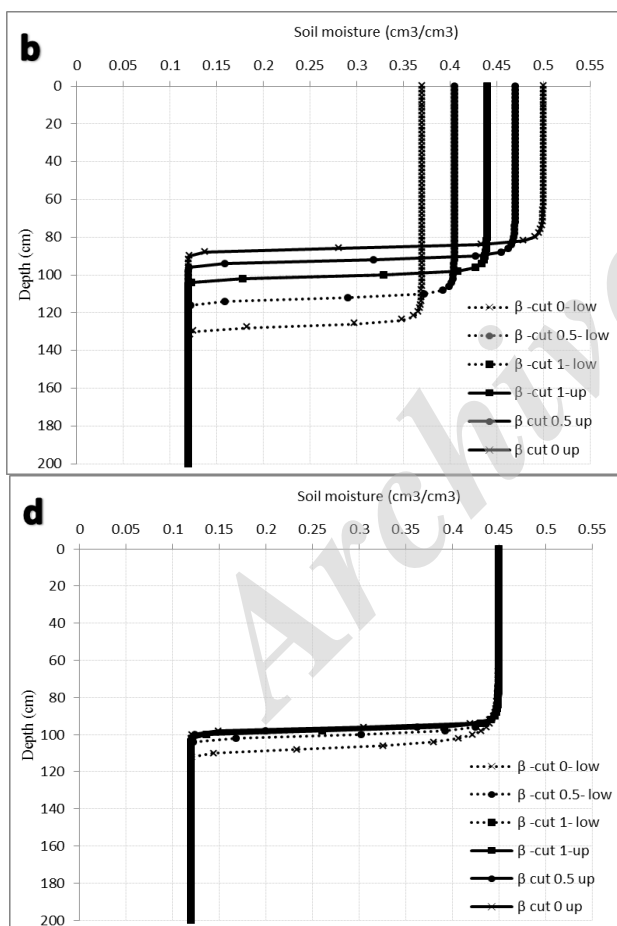


Fig. 6. Volumetric water content percentage after 1 hour irrigation in a sandy soil profile (a. only K_s is fuzzy, b. only θ_s is fuzzy, c. only θ_r is fuzzy, d. only n and α are fuzzy)

شکل ۶- درصد رطوبت حجمی در پروفیل خاک شن ۱ ساعت پس از آبیاری: (a) تنها K_s فازی در نظر گرفته شد، (b) تنها θ_s فازی در نظر گرفته شد، (c) تنها θ_r فازی در نظر گرفته شد، (d) تنها n و α فازی در نظر گرفته شد)

پارامترهایی که تابع عضویت دوزنقه‌ای دارند (هدایت هیدرولیکی اشباع، شکل ۲) کماکان به صورت بازه‌ای تعریف خواهند شد. بنابراین اختلاف بازه‌ی تغییرات برای مقدار رطوبت پیش بینی شده در خاک در این مقدار از برش بتا (۱) صرفاً ناشی از اثر هدایت هیدرولیکی اشباع خاک خواهد بود که به صورت دو کران پایین و بالا به دست می‌آید. برای کران حدی دیگر، یعنی $\beta=0$ ، بازه تغییرات تمام پارامترهای موثر در برآورد رطوبت در خاک به بیشترین مقدار خواهد رسید. در این حالت تمام پارامترها کاملاً فازی بود و تمامی محدوده‌ی درجه عضویت پارامترها در برآورد رطوبت خاک لحاظ می‌شود. بنابراین میزان فازی بودن پروفیل رطوبت به بیشترین مقدار خود می‌رسد (شکل ۳ تا ۵). مسلماً برای $\beta=0.5$ حالت بینابینی وجود خواهد داشت.

در شرایطی که خاک به حالت اشباع رسیده باشد (برای هر سه بافت خاک لایه سطحی خاک به حالت اشباع رسیده است)، مقدار رطوبت به صورت فازی، برابر با عدد فازی رطوبت اشباع برای همان بافت خاک خواهد بود (شکل‌های ۳ تا ۵).

آنالیز حساسیت به منظور مشخص شدن اثر مستقیم هر کدام از پارامترها در شبیه سازی پروفیل رطوبتی انجام گرفت. برای این منظور پارامترهای که در شکل ۱ به صورت فازی معرفی شدند، به صورت مجزا به مدل معرفی شدند یا ترکیب چند پارامتر هم زمان انجام گرفت. برای این منظور تمامی پارامترها به صورت خشک (جدول ۱) به مدل معرفی می‌شود و تنها یک پارامتر به صورت فازی حفظ می‌شود. شکل‌های ۶ نتایج آنالیز حساسیت برای خاک شن را نشان می‌دهد. خروجی‌ها نشان از تاثیر عمده دو پارامتر هدایت هیدرولیکی اشباع و درصد رطوبت اشباع خاک دارد. تاثیر فازی بودن هدایت هیدرولیکی اشباع خاک در فاز پیشروی و اثر درصد رطوبت اشباع خاک در فاز اشباع خاک نمود پیدا کرده است. رطوبت باقی مانده به صورت فازی کمترین تغییرات را در پروفیل رطوبتی خاک ایجاد کرده و پارامترهای تجربی معادله ونگنختن در مقایسه با هدایت هیدرولیکی و درصد رطوبت اشباع خاک تاثیر کمتری داشته است. روند کلی آنالیز حساسیت پارامترها برای دو کلاس بافت خاک دیگر نیز به همین صورت بوده است که هدایت هیدرولیکی و درصد رطوبت اشباع بیشترین و درصد رطوبت باقی مانده کمترین تغییرات را در پروفیل رطوبتی ایجاد کرده است.

می‌توان مقادیر به دست آمده از شبیه سازی حرکت آب در خاک در حالت کلاسیک (شکل ۱) را با حالت فازی مقایسه کرد. در حالت

کلاسیک رطوبت در کل پروفیل خاک، مقداری از میانگین کران بالا و پایین رطوبت به دست آمده در حالت فازی است. به طور کلی هر چه مقدار برش بتا به صفر نزدیک تر باشد، دو نمودار کران بالا و پایین رطوبت از مقدار شبیه سازی کلاسیک فاصله بیشتری خواهند گرفت. این فواصل بیشتر نمودی از عدم قطعیت رطوبت است که از عدم قطعیت (فازی بودن) پارامترهای موثر در معادله‌ی ریچاردز می‌باشد.

Schulz and Huwe (۱۹۹۹) با کاربرد نظریه‌ی مجموعه‌های فازی بر اساس رویکردی غیر احتمالاتی، مفهوم عدم دقت در پارامترهای هیدرولیکی خاک و شرایط مرزی را به پیش بینی حرکت آب در خاک تعمیم دادند. روشن است که عدم دقت در پیش بینی جریان آب در خاک با افزایش پارامترهای نادقیق افزایش خواهد یافت، با این وجود نتایج به دست آمده در پژوهش ذکر شده، نشان از تاثیر عمده هدایت هیدرولیکی در تغییرات مکش شبیه‌سازی شده در پروفیل خاک دارد. نامبردگان، شبیه سازی جریان در این پژوهش را با بهره جستن از ترکیب معادله دارسی و گاردنر انجام دادند که از نظر تعداد پارامترها با معادله ون گنوختن متفاوت است، لذا علاوه بر روش شبیه‌سازی جریان، پارامترهای ورودی فازی در پژوهش Schulz and Huwe با پارامترهای ورودی در این پژوهش نیز متفاوت بوده است. اما نتایج خروجی این تحقیق به خوبی نشان می‌دهد که نظریه‌ی مجموعه‌های فازی جریان آب در خاک را با روابط و پارامترهای مختلف فازی مدل سازی می‌کند. Schulz and Huwe شبیه سازی جریان را برای دو بافت خاک لوم و رس انجام دادند. نتایج نشان می‌دهد تغییرات شدید برای دو کران بالا و پایین برش بتا در گام زمانی مشخص در مکانی رخ می‌دهد که تغییرات رطوبت در آن شدیدتر است (نزدیک به جبهه پیشروی آب در خاک) که با نتایج حاصل در این پژوهش نیز تطابق دارد.

عدم قطعیت در پروفیل خاک، به زمان نیز بستگی دارد. در خاک لوم (شکل ۴)، عدم قطعیت در بازه ۲۵ تا ۵۰ سانتی متری از سطح خاک نسبت به لایه بالایی بیش تر است که علت این امر قرار گیری محل جبهه رطوبتی با توجه به زمان شبیه سازی ۱۰ ساعت در این بازه مکانی و متعاقب آن دخالت حداکثری تمام پارامترهای موثر در شبیه سازی رطوبت در این مکانی بوده است. چنانچه زمان شبیه سازی افزایش پیدا کند، این بازه مکانی به عمق بیشتری انتقال پیدا خواهد کرد. در خاک شن به دلیل سریع تر بودن پیشروی آب به خاک در زمان یک ساعت بیش‌ترین تغییرات در بازه ۶۰ تا ۱۴۰ سانتی متری از سطح خاک رخ داده است (شکل ۵) در حالی که این تغییرات شدید

در این پژوهش تغییرات این دو پارامتر را نیز به صورت توابع فازی مثلثی به مدل معرفی کرده‌ایم.

۳-۳- تابع عضویت برای رطوبت خاک در زمان و مکان مشخص

چنانچه جریان آب در خاک برای مقدار بیش‌تری از برش‌های β شبیه‌سازی شود، برای رطوبت در هر زمان مشخص و برای عمق مورد نظر یک عدد فازی با تابع عضویت مشخصه دست خواهد آمد. برای نمونه شکل ۷ مقدار رطوبت به صورت عدد فازی برای عمق و زمان مشخص در هر یک از کلاس‌های مختلف بافت خاک را نشان می‌دهد. این توابع عضویت فازی به طور کامل به عمق و زمان بستگی داشته و با تغییر هر کدام از این دو تغییر خواهد کرد.

همان طور که در شکل ۷ مشخص است، نوع توابع فازی به دست آمده برای رطوبت در اعماق مختلف با یکدیگر متفاوت است. علت این امر در مکان قرارگیری جبهه رطوبتی برای حد بالا و پایین برش β مشخص می‌باشد. شکل تابع فازی به دست آمده برای رطوبت بسیار متأثر از زمان و مکان می‌باشد. یعنی با گذشت زمان شکل تابع فازی مربوط به رطوبت برای یک عمق خاص تغییر خواهد کرد. به عنوان مثال با گذشت زمان شکل تابع عضویت فازی رطوبت در عمق ۱۵ سانتی متری از سطح خاک از دوزنقه‌ای به مثلثی تغییر کرده که این امر متأثر از کران بالا و پایین در برش β مورد نظر می‌باشد. در واقع زمانی که در عمق مشخص رطوبت به سمت اشباع میل می‌کند، شکل تابع عضویت فازی نیز به سمت شکل تابع عضویت اولیه برای درصد رطوبت اشباع خاک نزدیک خواهد شد و پس از آن تا زمانی که فلاکس از سطح ادامه پیدا کند، شکل تابع عضویت فازی تغییری نخواهد کرد. در شکل ۷-۷-۱ شکل تابع رطوبت در عمق ۱۰۰ سانتی متری از سطح خاک برای سه کلاس بافت خاک ارائه شده است. در دو کلاس بافتی رس و لوم با توجه به شرایط خاک و شرایط مرزی اعمال شده رطوبت در این عمق کم‌تر از کران برابر با رطوبت اولیه (۱۲ درصد حجمی) است (با توجه به این که رطوبت اولیه به عنوان یک عدد ثابت در شبیه‌سازی وارد شده است) اما در بافت شن رطوبت در زمان ۱ ساعت پس از شروع آبیاری بازه گسترده‌ای را شامل می‌شود که ناشی از تغییرات زیاد در پارامترهای ورودی (شکل ۲) به مدل بوده است.

به طور کلی تغییرات برای هر عمق خاص و زمان مشخص، یک تابع فازی متفاوت به دست خواهد آمد.

برای خاک رس با توجه به خصوصیات خاک در زمان ۲۰ ساعت تنها در بازه ۱۰ تا ۳۵ سانتی متری سطح خاک رخ داده است (شکل ۳). چنانچه به شبیه‌سازی جریان در حالت کلاسیک نیز دقت شود (شکل ۱)، مشخص است که مرز جبهه رطوبتی برای سه بافت خاک رس، لوم و شن به ترتیب در بازه‌های ۲۰ تا ۳۰، ۳۵ تا ۴۰ و ۹۰ تا ۱۰۰ سانتی متری واقع شده است و با توجه به بازه تغییرات در توابع عضویت پارامترهای ورودی موثر برای هر خاک، این تغییرات در حالت فازی در محدوده وسیع‌تری رخ داده است (شکل‌های ۳ تا ۵). در واقع علت این که در پیش از جبهه رطوبتی عدم قطعیت در شبیه‌سازی پروفیل رطوبتی کم‌تر است را می‌توان در شرایط رطوبتی حاکم بر این منطقه یافت، در این منطقه خاک کاملاً اشباع است و لذا پارامترهای ون گنوختن نقشی ندارند ولی در مرز جبهه رطوبتی خاک غیر اشباع می‌شود و تغییرات تمام پارامترها در شبیه‌سازی در این بخش نقش پیدا خواهد کرد.

بنابراین در تحلیل روند تغییرات عدم قطعیت دو پارامتر زمان و مکان باید با هم مورد بررسی قرار گیرد. Verma و همکاران (۲۰۰۹) با بررسی مقدار مکش در پروفیل خاک لایه‌ای (متشکل از بافت‌های رس، لوم و سیلت لوم) تا عمق ۵ متری با استفاده از نظریه‌ی مجموعه‌های فازی نشان دادند که میزان عدم قطعیت در عمق ۲۵۰ تا ۵۰۰ سانتی متری از سطح خاک (بافت سیلت لوم و لوم) کاهش می‌یابد که علت این امر تغییرات اندک رطوبت در این عمق بوده است. در بازه ۰ تا ۲۵۰ سانتی متری (بافت رس و سیلت لوم) که تغییرات رطوبت متأثر از مقدار جریان از سطح خاک بوده است، میزان مکش به صورت کران بالا و پایین برای برش بتا ۰، ۰/۵ و ۱ برای بافت خاک لوم و سیلت لوم به دست آمده است که روند افزایش عدم قطعیت با کاهش درجه عضویت پارامترهای ورودی (افزایش فازی بودن) با نتایج به دست آمده در این پژوهش مطابقت دارد. Verma و همکاران شرایط مرزی را نیز به صورت فازی به مدل معرفی کردند و با توجه به این نکته که شرایط مرزی (فلاکس اعمال شده در مرز بالایی) قابل کنترل و جزء عوامل بیرونی محسوب می‌شود و می‌توان خطا آن را از مجموعه‌ی تغییرات ذاتی سیستم خاک جدا کرد، در این پژوهش فلاکس به صورت عدد ثابت به سیستم اعمال شده است. در پژوهش Verma و همکاران مقادیر رطوبت اشباع و باقی مانده در شبیه‌سازی فازی جریان، به صورت اعداد خشک به مدل معرفی شده‌اند، در حالی که این دو پارامتر نیز شامل پارامترهای هیدرولیکی خاک به حساب می‌آید و می‌تواند نشان دهنده خصوصیات خاک باشد و در شرایط ورودی‌های فازی، باید صورت اعداد فازی ارائه گردد. ما

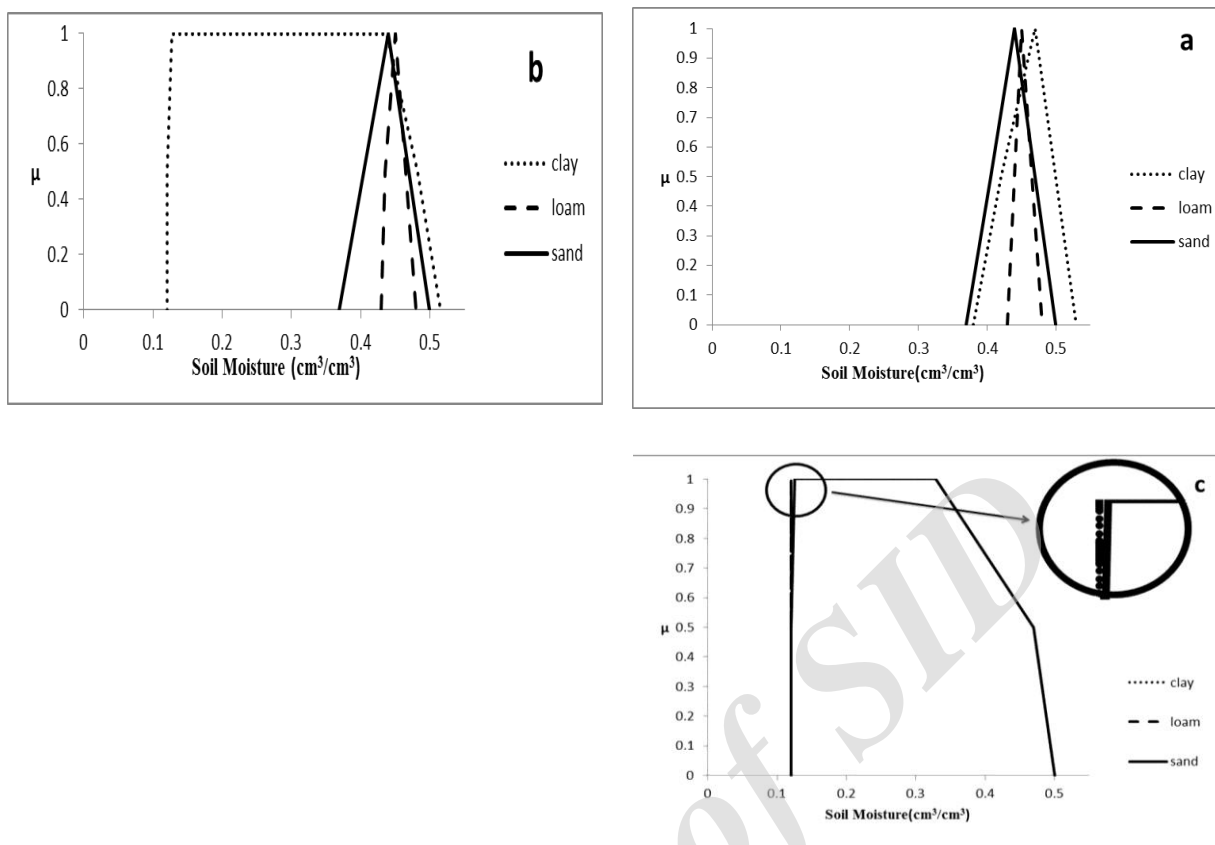


Fig. 7. Volumetric water content as a function of fuzzy membership function after 20, 10, and 1 hours of irrigation for clay, loamy, and sandy soils, respectively (a. at soil surface, b. in 20 cm depth, c. in 100 cm depth)

شکل ۷- مقدار رطوبت حجمی به صورت تابع عضویت فازی به ترتیب ۲۰، ۱۰ و ۱ ساعت پس از آبیاری برای خاک‌های رس و لوم و شن) (a-در سطح خاک؛ b- در عمق ۲۰ سانتی متری از سطح خاک؛ c- در عمق ۱۰۰ سانتی متری از سطح خاک.

بخواهیم مقدار رطوبت را با حساسیت کم گزارش کنیم با استفاده از مقدار $\beta=1$ میزان رطوبت حجمی در سطح خاک رسی ۴۷ درصد گزارش خواهد شد. اما چنانچه بخواهیم با دقت و حساسیت بالاتری میزان رطوبت در سطح خاک رسی را گزارش کنیم با استفاده از مقدار $\beta=0$ مقدار رطوبت حجمی خاک بین ۳۸ تا ۵۳ درصد متغیر خواهد بود. بنابراین استفاده از ورودی‌های فازی و شبیه‌سازی سیستم با استفاده از اصول مجموعه‌های فازی این امکان فراهم می‌شود که حساسیت و سطح دقت مورد نیاز تابعی از خروجی سیستم باشد.

۴- نتیجه‌گیری

به دلیل یکتا نبودن مقادیر پارامترهای مربوط به خاک (شامل پنج پارامتر ونگنوختن) پیش بینی دقیق میزان رطوبت در خاک عملاً امری غیر ممکن می‌باشد، مگر صرفاً در فعالیتهای آزمایشگاهی و شرایط کاملاً کنترل شده. هر قدر بتوان شناخت را از پارامترهای اولیه

تا پیش از جبهه رطوبتی عدد فازی به دست آمده برای رطوبت در هر بافت خاک مشابه عدد فازی اولیه برای درصد رطوبت اشباع خاک می‌باشد (شکل ۷-a). اختلاف بین رطوبت در حالت فازی و کلاسیک زمانی بیشینه می‌شود که شبیه سازی برای شرایط مرزی اتفاق بیافتد (مرز جبهه پیش روی) که در این حالت تمام پارامترهای ورودی با بیشینه تغییرات اثر خواهند داشت، بنابراین بیشترین عدم قطعیت در محدوده مرز جبهه رطوبتی به وجود می‌آید. در نهایت رطوبت در ورای جبهه پیشروی معادل رطوبت اولیه خاک خواهد بود و از آنجا که مقدار رطوبت اولیه به صورت عدد خشک به سیستم وارد شده است، به صورت مقداری ثابت خواهد بود.

به دست آوردن رطوبت به صورت اعداد فازی این امکان را فراهم می‌سازد که بسته به حساسیت و دقت مورد انتظار از سیستم با استفاده از اصل برش بتا مقدار رطوبت شبیه سازی شده را به صورت بازه‌ای یا یک عدد خشک به دست آید. به عنوان مثال چنانچه

ترکیب شدن با هم را برای بیان تغییرپذیری ذاتی متغیرهای ورودی دارند.

موثر در حرکت آب در خاک افزایش داد، می‌توان دقت شبیه سازی حرکت آب در خاک را نیز افزایش داد و بازه به دست آمده برای رطوبت را کاهش داد.

پی‌نوشت‌ها

1. Finite Difference Method
2. Finite Element Method
3. Boundary Element Method
4. Finite Volume Method
5. Dirichlet

۵- مراجع

- Bardossy A, Bronster A, Merz B (1995) 1, 2 and 3-dimensional modeling of water movement in the unsaturated soil matrix using a fuzzy approach. *Advances in Water Resources* 18(4):237-251
- Bearnard F (2003) Fuzzy environmental decision-making: Applications to air pollution, *Atmospheric Environment* 37(14):1865-1877
- Carroll RWH, Warwick JJ (2001) Uncertainty analysis of the Carson River mercury transport model. *Ecological Modelling* 137:211-224
- Clapp RB, Hornburger GM (1987) Empirical equations for some soil hydraulic properties. *Water Resources Research* 14:601-604
- Copty NK, Findikakis AN (2000) Quantitative estimate of uncertainty in the evaluation of ground water remediation Schemes. *Ground Water* 38:29-37
- De Jong R (1982) Assessment of empirical parameters that describe soil water characteristics. *Canadian Biosystems Engineering* 24:65-70
- Dixon B (2005) Groundwater vulnerability mapping: A GIS and fuzzy rule based integrated tool. *Applied Geography* 25:327-347
- Dou C, Woldt W, Bogardi I (1999) Fuzzy rule based approach to describe solute transport in unsaturated zone. *Journal of Hydrology* 220:74-85
- Dou C, Woldt W, Bogardi I, Dahab M (1995) Steady state groundwater flow simulations with imprecise parameters. *Water Resources Research* 31:2709-2719
- Dubois D, Prade H (1980) Fuzzy sets and systems: theory and application. Academic, San Diego, 144p
- Eymard R, Gutnic M, Hilhorst D (1999) The finite volume method for Richards equation. *Computational Geosciences* 3(3):259-294
- Haverkamp R, Vanclin M, Touma J, Wierenga PJ, Vachaud G (1997) A comparison of numerical

در این پژوهش با معرفی ورودی‌های معادله ریچاردز به صورت اعداد فازی برآورد رطوبت خاک به صورت فازی برآورد شد. پارامترهای $\theta_s, \theta_r, K_s, \alpha$ و n به صورت توابع فازی تعریف شدند و با برش‌های مختلف β کران بالا و پایین برای مقدار رطوبت خاک به دست آمد که با تکرار این فرآیند مقدار رطوبت در خاک در اعماق مختلف به صورت توابع فازی با درجه عضویت‌های مختلف به دست آمد. ارائه اعداد فازی برای رطوبت در اعماق مختلف خاک می‌تواند به کاربران مختلف این امکان را ارائه کند که بسته به حساسیت و دقت مورد نیاز عدد یا بازه‌ای را برای رطوبت برگزینند.

بررسی تاثیر عدم قطعیت پارامترهای ورودی در پروفیل رطوبتی برای سه بافت خاک لوم، رس و شن با تعیین توابع عضویت فازی برای پارامترهای موثر در حرکت آب در خاک ($\theta_s, \theta_r, K_s, \alpha$ و n) انجام گرفت. نتایج نشان داد که عدم قطعیت موجود در پارامترهای θ_s, θ_r, K_s و α باعث ایجاد عدم قطعیت در پیش بینی مقدار رطوبت در خاک خواهد شد. که شکل اعداد فازی ارائه شده برای رطوبت نشان دهنده‌ی عدم یکتایی مقدار عددی رطوبت در عمق و زمان مشخص می‌باشد. با کوچکتر شدن درجه عضویت انتخابی برای پارامترهای ورودی (افزایش فازی بودن)، میزان عدم قطعیت در برآورد رطوبت نیز افزایش می‌یابد. بازه تغییرات رطوبت در پروفیل خاک شن در کران‌های حدی در مقایسه با خاک رس و لوم وسیع‌تر است و علاوه بر آن بی‌نظمی بیشتری در مرز جبهه رطوبتی در برش‌های مختلف بتا به چشم می‌خورد که علت عمده این تغییرات شدید را می‌توان در بازه وسیع تغییرات در متغیرهای ورودی جستجو کرد.

در استفاده از نظریه‌ی مجموعه‌های فازی، انتخاب تابع عضویت برای ورودی‌ها کلیدی‌ترین بخش کار به شمار می‌آید. انتخاب نوع تابع عضویت، بازه تغییرات آن و درجه تعلق هر پارامتر به شدت وابسته به نظر کارشناسان خبره و پیشنهادات پژوهش‌گران پیشین است. در نهایت شکل تابع عضویت به دست آمده برای رطوبت خاک متأثر از توابع عضویت در نظر گرفته شده برای ورودی‌ها خواهد بود که اهمیت تصمیم‌گیری کارشناسان و جمع بندی پژوهش‌های پیشین را روشن‌تر می‌سازد. برتری به کاربردن رویکرد فازی در این موارد در این واقعیت نهفته است که هر دو مقادیر داده‌های سخت (اندازه‌گیری شده و یا برآورد شده) و داده‌های نرم (نظر کارشناس خبره) قابلیت

- dimensional movement of water, heat, and multiple solutes in variably saturated media. Version 2.0, IGWMC - TPS - 53, International Ground Water Modeling Center, Colorado School of Mines, Golden, Colorado, 251p
- Simunek J, Van Genuchten MTh, Sejna M (2006) The HYDRUS software package for simulating the two- and three-dimensional movement of water, heat, and multiple solutes in variably-saturated media. Version 01, Technical Manual. PC Progress, Prague, Czech Republic, 213p
- Smith RI, Fowler D, Sutton MA, Flechyhard C, Coyle M (1999) Regional estimation of pollutant gas dry deposition in the UK. Model description, sensitivity analyses and outputs. *Atmospheric Environment* 34:3757-3777
- Smith RE, Parlange JY (1978) A parameter-efficient hydrologic infiltration model. *Water Resources Research* 14(3):533-538
- Subia SR, Ingber MS, Martinez MJ (1994) A three-dimensional boundary element method for steady unsaturated quasi-linear flow in porous media. *Water Resources Research* 30(7):2097-2104
- Tracy FT (2011) Analytical and numerical solutions of Richards' equation with discussions on relative hydraulic conductivity. In Lakshmanan E (ed) *Hydraulic Conductivity - Issues, Determination and Applications*, ISBN: 978-953-307-288-3, 203-222p
- Uricchio VF, Giordano R, Lopez N (2004) A fuzzy knowledge-based decision support system for groundwater pollution risk evaluation. *Journal of Environmental Management* 73:189-197
- Verma P, Singh P, George KV, Singh HV, Devotta S, Singh RN (2009) Uncertainty analysis of transport of water and pesticide in an unsaturated layered soil profile using fuzzy set theory. *Applied Mathematical Modelling* 33:770-782
- Warwick JJ, Cale WG (1986) Effect of parameter uncertainty in stream modeling. *Journal of Environmental Engineering* 112(3):479-489
- Woldt W, Daheb M, Bogardi I, Dou C (1996) Management of diffuse pollution in groundwater under imprecise conditions using fuzzy models *Water Science and Technology* 33:249-257
- Yeanan A, Williamson DG, Graettinger AJ (2002) Uncertainty analysis in air dispersion modeling, *Environmental Modelling and Software* 17:639-649
- Zadeh LA (1965) Fuzzy sets. *Information and Control* 8(3):338-353
- simulation models for one-dimensional infiltration. *Soil Science Society of America Journal* (41):285-294
- Li J, Huang GH, Zeng G, Maqsood I, Huang Y (2007) An integrated fuzzy stochastic modeling approach for risk assessment of groundwater contamination. *Journal of Environmental Engineering* 82:173-188
- Nasiri F, Huang G, Fuller N (2007) Prioritizing groundwater remediation policies: A fuzzy compatibility analysis decision aid. *Journal of Environmental Engineering* 82:13-23
- Rawls WJ, Brakensik DL, Saxton KE(1982) Estimation of soil water properties. *Transactions of the American Society of Agricultural Engineering* 25:1316-1982
- Richards LA (1931) Capillary conduction of liquids through porous media. *Journal of Applied Physics* 1:318-333
- Rubio E, Hall JW, Anderson MG (2004) Uncertainty analysis in a slope hydrology and stability model using probabilistic and imprecise information. *Computers and Geotechnics Journal* 31:529-536
- Russo D, Bouton M (1992) Statistical analysis of spatial variability. *Water Resources Research* 28:1911-1925
- Sax T, Isakov V (2003) A case study for assessing Uncertainty in local – scale regulatory air quality modeling applications. *Atmospheric Environment* 37:3481-3489
- Schaap MG, Leij FJ, van Genuchten MTh (2001) Rosetta: a computer program for estimating soil hydraulic parameters with hierarchical pedotransfer function. *Journal of Hydrology* 251:163-176
- Schulz K, Huwe B (1997) Water flow modeling in the unsaturated zone with imprecise parameters using a fuzzy approach. *Journal of Hydrology* 201:211-229
- Schulz K, Huwe B (1999) Uncertainty and sensitivity analysis of water transport modelling in a layered soil profile using fuzzy set theory. *Journal of Hydroinformatics*. 01(2):127-138
- Shafiei M, Ghahraman B, Saghafian B, Davary K, Pande S, Vazifedoust M (2014) Uncertainty assessment of the agro-hydrological SWAP model application at field scale: A case study in a dry region. *Agricultural Water Management* 146(12):324-334
- Simunek J, Sejna M, van Genuchten MTh (1999) The Hydrus-2D software package for simulating two-