

The Relationship Between Watershed Compactness Coefficient and the Fractal Characteristics

M.H. Fattahi^{1*} and Z. Talebzadeh²

Abstract

The effect of watershed form on the surface runoff and hydrograph is an obvious issue. Hence a large number of researchers have considered the issue. Fractal geometry, as one of new methods, can be applied in geomorphology of rivers and also help to find some relationship between watershed form and hydrograph. The most fundamental fractal characteristic which is analyzed about the phenomenon is the fractal dimension that have a great importance for understanding and predicting river changes. In this study, we consider the consistency (match) level of artificial unit hydrograph of fractal and NRCS triangular unit hydrograph and its relationship with the compactness coefficient of watershed. To this end, Walnut Gulch watershed in United States of America was chosen and the compactness coefficient was also calculated for its 11 sub-watersheds (sub-basins), and then, NRCS triangular unit hydrograph, fractal triangular unit hydrograph were depicted and compared with each other. Results showed that when compactness coefficient is closer to 1.5, namely watershed is more circular, hydrographs are more compatible. In fact, the innovative method of fractal hydrograph is more appropriate, like watersheds 5,7,9 and 11, and when compactness coefficient is far from 1.5, the consistency is reduced, like sub-basins 1 and 10.

Keywords: Fractal, Geomorphology, Unit Hydrograph, Compactness Coefficient

Received: May 21, 2016

Accepted: December 6, 2016

ارتباط بین ضریب فشردگی حوضه آبریز با ویژگی‌های فراکتال آن

محمد هادی فتاحی^{۱*} و زهرا طالب زاده^۲

چکیده

تأثیر شکل حوضه بر رواناب سطحی و هیدروگراف امریست محرز، از این رو عده‌ی زیادی از محققین این موضوع را مورد بررسی قرار داده‌اند. هندسه فراکتال نیز به عنوان یکی از روش‌های جدید می‌تواند در علم ژئومورفولوژی رودخانه‌ای به کار گرفته شود و به یافتن روابطی بین شکل حوضه و هیدروگراف کمک کند. اساسی‌ترین ویژگی فراکتالی که در مورد این پدیده‌ها تحلیل می‌شود، بعد فراکتال است که اهمیت زیادی در شناخت رفتار و پیش‌بینی تغییرات رودخانه دارد. این تحقیق به دنبال بررسی میزان انطباق هیدروگراف واحد مصنوعی فراکتال و هیدروگراف واحد مثلثی NRCS و ارتباط آن با میزان ضریب فشردگی حوضه می‌باشد. به این منظور حوضه‌ی وال‌نات‌گولچ آمریکا را انتخاب و برای ۱۲ زیرحوضه‌ی آن ضریب فشردگی محاسبه و هیدروگراف واحد مثلثی (NRCS)، همچنین هیدروگراف واحد مثلثی فراکتالی رسم و با هم مقایسه شده است، نتایج حاکی از آن بود که هرچه ضریب فشردگی به ۱/۵ نزدیک‌تر باشد یعنی حوضه دایره‌ای‌تر باشد هیدروگراف‌ها تطابق بیشتری دارند در واقع روش ابداعی هیدروگراف فراکتالی بهتر جواب می‌دهد، مانند زیرحوضه‌های ۵، ۷، ۸، ۹ و ۱۱ و هر چه عدد ضریب فشردگی از ۱/۵ فاصله بگیرد تطابق کمتر می‌شود مانند زیرحوضه‌های ۱ و ۱۰.

کلمات کلیدی: فراکتال، ژئومورفولوژی، هیدروگراف واحد، وال‌نات‌گولچ، ضریب فشردگی.

تاریخ دریافت مقاله: ۹۵/۳/۱

تاریخ پذیرش مقاله: ۹۵/۹/۱۶

1- Assistant Professor, Civil Eng. Department, Marvdasht Branch, Islamic Azad University, Marvdasht, Iran. Email: fattahi.mh@miau.ac.ir

2- Ph.D. Candidate, Civil Eng. Department, Marvdasht Branch, Islamic Azad University, Marvdasht, Iran

*- Corresponding Author

۱- استادیار گروه مهندسی عمران- آب، واحد مرودشت، دانشگاه آزاد اسلامی، مرودشت، ایران

۲- دانشجوی دکتری مهندسی عمران- مهندسی و مدیریت منابع آب، واحد مرودشت، دانشگاه آزاد اسلامی، مرودشت، ایران

*- نویسنده مسئول
بحث و مناظره (Discussion) در مورد این مقاله تا پایان تابستان ۱۳۹۶ امکانپذیر است.

در رابطه با فرکتال در سایر کشورها کارهای زیادی انجام شده است؛ در این میان Peckham (1989) ماتریس‌های نرخ انشعاب برای دو حوضه رودخانه‌ای کنتاکی و پودر در آمریکا را تعیین و کاربرد تکنیک‌های تحلیلی فرکتالی را بررسی نمود. (Nikora (1991 ساختار فراکتال شکل پلان رودخانه‌ها را بررسی نمود و پیشنهاد استفاده از بُعد فراکتال را به عنوان یک پارامتر جدید در تشریح ساختار درونی الگوهای پلانی رودخانه‌های تک شاخه و شبکه آبراهه‌ها مطرح کرد. (Rodriguez and Rinaldo (1997 کاربردهای فرکتال برای حوضه‌های رودخانه‌ای را بر اساس الگوهای زهکشی سیستم هورتون بررسی نمودند و نتایج تحقیقات دلالت بر وجود یک ماهیت آشفستگی، جهت تشریح جزئیات فرآیندهای هیدرولوژیکی داشت.

(Nikora et al. (1993 هندسه فراکتال رودخانه‌های تک شاخه را مورد بررسی قرار دادند و رابطه‌ای به دست آوردند که تغییرات بعد را در رابطه مشهور هک توضیح می‌داد. (Bi et al. (2012 از یک مدل سلولی فراکتالی برای تعیین بعد فراکتالی شبکه‌های رودخانه‌ای استفاده کردند و نشان دادند که این روش می‌تواند تغییرات ویژه خواص فراکتالی پستی و بلندی‌ها را نشان دهد. (Ariza et al. (2013 اظهار داشتند، با وجود اینکه در نگاه اول مورفومتری رودخانه فوق‌العاده پیچیده به نظر می‌رسد؛ زیرا مشخص است که دو عارضه دقیقاً مشابه نمی‌باشند و از نظر بعضی جزئیات با یکدیگر تفاوت دارند این اشکال منحصر به فرد از ترکیب اجزایی نتیجه شده‌اند که امکان شناخت آن‌ها را میسر می‌سازد اما به خاطر اینکه در هر یک از اشکال پیچیده، اجزا اصلی تشکیل دهنده آن‌ها اساساً شبیه هم می‌باشند، می‌توان آن‌ها را به روش سیستماتیک توضیح داده و طبقه‌بندی کرد. مطابق نظریه آشوب که به معنای نظم در بی‌نظمی شناخته می‌شود، پدیده‌های طبیعی همچون رودخانه که در ظاهر دارای پیچیدگی و بی‌نظمی است، با استفاده از روابطی در قالب هندسه درختان فرکتالی می‌توان آن را منظم و بر اساس روال و منطق خاصی تعریف کرد. در میان مطالعات صورت گرفته در داخل کشور می‌توان به محققان زیر اشاره کرد.

(Fattahi and Jahangiri (2014 یک تحقیق دو جا نبه بر روی خواص فراکتال شبکه‌ی رودخانه و سری زمانی جریان در رودخانه انجام دادند، نتایج به دست آمده نشان داد که هر دوی این پدیده‌ها، از

واژه‌ی فرکتال توسط Mandelbrot (1967) برای توصیف اشیاء هندسی پیچیده که درجه بالایی از خود تشابهی دارند ابداع شد. یک فرکتال، شکل هندسی چند پاره یا ناهموار است که می‌تواند به بخش‌هایی تقسیم شود که هر کدام از آن‌ها یک کپی تعدیل یافته از لحاظ اندازه، از کل شکل می‌باشد. هندسه فرکتالی به توصیف اشیایی می‌پردازد که خود متشابه یا متقارن هستند، این بدان معنا است که وقتی این اشیاء بزرگنمایی شوند به نظر می‌رسد که بین اجزای آن‌ها تشابه دقیقی برقرار است و این شباهت جزء به جزء تا بی‌نهایت ادامه می‌یابد. این اشیا ساختاری خود مشابه در یک امتداد؛ اما در بازه مقیاس محدودی را نشان می‌دهند. یک فرکتال به عنوان یک شکل هندسی، به طور کلی خصوصیات زیر را دارا می‌باشد: ۱- دارای خاصیت خود همانندی باشد. ۲- در مقیاس خرد بسیار پیچیده باشد. ۳- بعد آن یک عدد صحیح نباشد زیرا الگوهای فرکتالی تحت دامنه محدودی از مقیاس‌ها گسترش می‌یابند (Bass, 2002).

هندسه فراکتالی به علت دید تیز بینانه‌تر نسبت به محیط پیرامون و در نظر گرفتن ویژگی‌های غیر اقلیدسی به تدریج در عصر حاضر در علوم مختلف از جمله علم مهندسی رودخانه مورد استفاده قرار گرفت. این نوع هندسه از مهم‌ترین روش‌های ساختاری است که با تعیین بعد فراکتال ساختارهای خطی مثل آبراهه‌ها و مسیر پرپیچ و خم رودخانه‌ها می‌توان، بسیاری از خصوصیات آن‌ها را تخمین زد (Torkotee, 1992). اشیا فراکتالی معمولاً خود متشابه می‌باشند. این به آن معناست که الگویی مشابه در اجزای مختلف این اشیا به چشم می‌خورد. بر اساس میزان تشابه موجود در بین اجزا گوناگون، این اشیا از صد در صد خود متشابه آغاز می‌گردد و به درجات کوچک‌تری از تشابه ختم می‌گردد که روش‌های مختلفی برای تحلیل ریاضی آن‌ها پدید آمده است (Nikooyi et al., 2008). در حقیقت تمامی منحنی‌های پیچیده در طبیعت ایده تکرار الگو در درون خود را به همراه دارند ولی با این تفاوت عمده که در بعضی از منحنی‌های طبیعی همانند رودخانه‌ها الگوی تکرار شونده در سراسر رودخانه یکی نیست و در بخش‌های مختلف الگوی متفاوتی تکرار می‌شود (Nikora et al., 1993). استفاده از مدل‌های فراکتالی در بیان خصوصیات هندسی رودخانه در ۱۵ تا ۲۰ سال اخیر به طور چشمگیری افزایش یافته است. از سوی دیگر تعدادی از محققین قابلیت هندسه ی فراکتالی را در توجیه رفتار فیزیکی و دینامیک رودخانه آزموده‌اند و بررسی محققان ذات فراکتالی این فرایندها را نیز ثابت نموده است (La Barbera and Ross, 1989;

تنها با داشتن عکس از حوضه استخراج می‌گردد و هیدروگراف واحد مثلثی NRCS می‌باشد.

خط مشی یکسانی در رابطه با خواص فراکتالشان پیروی می‌کنند، به طوری که بعد فراکتال برای هر دو پدیده به سمت مقادیر ثابت متمایل می‌گردند.

۲- روش تحقیق

۲-۱- منطقه مورد مطالعه

حوضه‌ی وال‌نات‌گولچ در جنوب شرق ایالت آریزونا آمریکا (شکل ۱) با مساحت ۱۵۰ کیلومتر مربع در محدوده جغرافیایی (۳۱ و ۴۲ شمالی، ۱۱۰ و ۰۳ غربی) واقع شده است که در ۷۶۰۰ کیلومتر مربع بالاتر از حوضه‌ی رود سن پدرو قرار می‌گیرد و از شمال از سونورای مکزیک به آریزونا جریان دارد. این حوضه نمونه‌ای از حوضه‌های موجود در منطقه نسبتاً کم آب جنوب غرب است که از علف و بوته پوشیده شده است. در واقع ناحیه‌ی عبوری بین صحراهای چیهوآهوان و سونوران می‌باشد. ارتفاع حوضه از ۱۲۵۰ متر تا ۱۵۸۵ متر متغیر، بارش سالانه ۳۵۰ میلی متر، و میانگین سالانه‌ی دما ۱۷/۷ درجه سانتی گراد است. وال‌نات‌گولچ یک شاخه‌ی کم دوام از رود سن پدرو است و ۹۰٪ از زمان خشک می‌باشد. داده‌های هواشناسی، فرسایش خاک (رسوب گذاری) از ۱۲۵ دستگاه نصب شده روی حوضه آبریز وال‌نات‌گولچ جمع‌آوری می‌شوند. بارش، با شبکه‌ی ای از ۸۸ باران‌سنج که در سرتاسر حوضه‌ی آبریز قرار گرفته است، اندازه‌گیری می‌شود.

Elmizadeh et al. (2014) به مطالعه ویژگی‌های رودخانه زربینه‌رود با استفاده از تئوری هندسه فرکتال پرداختند و به این نتیجه رسیدند که این رودخانه از خواص فرکتالی تبعیت می‌کند. همچنین بعد فرکتالی بالای رودخانه معرف تراکم زهکشی بیشتر و زمان کمتر برای رسیدن به جریان دائمی است. بعلاوه سازندهای کوتاه‌تری و دامنه‌های پوشیده از شیل و فلیش، تعداد زیادی شاخه رتبه اول و حتی دوم را به وجود آورده و به شبکه اضافه نموده، این امر در رتبه بقیه شاخه‌های رود نیز اثر مستقیمی دارد. همچنین هرچه بعد فرکتالی بیشتر باشد، پیک هیدروگراف رودخانه نیز به همان نسبت بیشتر خواهد بود. به این ترتیب تعداد انشعابات رودخانه از مرتبه‌های گوناگون، همچنین سطح و طول این انشعابات از رابطه توانی و فرکتالی پیروی می‌کنند.

از نظریه فراکتال در هیدرولوژی جهت تعیین خصوصیات کمی و ویژگی‌های ژئومورفولیک حوضه‌ها استفاده می‌شود، هدف اصلی و کلی از انجام این تحقیق نیز یافتن رابطه‌ای است بین ضریب فشردگی که از خصوصیات ژئومورفولوژی حوضه به حساب می‌آید و بررسی میزان انطباق هیدروگراف واحد مصنوعی فراکتال که

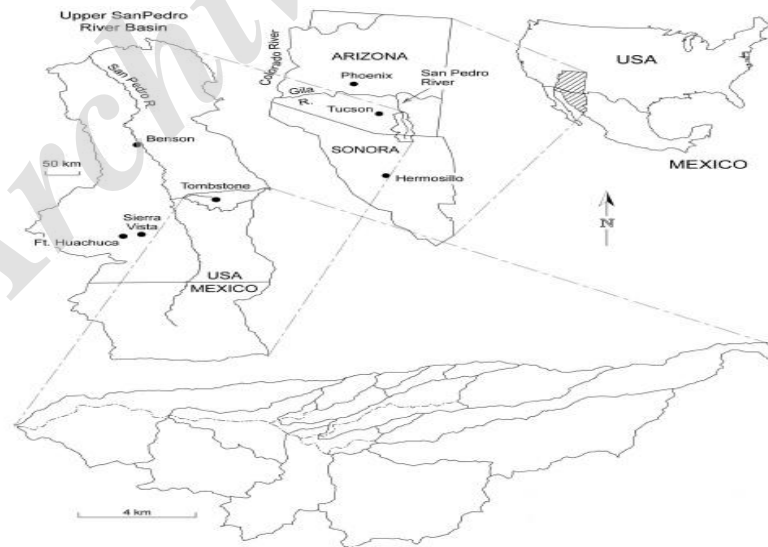


Fig. 1- Location of Walnut gulch basin

شکل ۱- موقعیت حوضه وال‌نات‌گولچ

۲-۲- هیدروگراف واحد

هیدروگراف واحد یک حوضه آبریز عبارت است از هیدروگراف رواناب مستقیم ناشی از باران موثری به عمق واحد (یک اینچ، یک سانتی متر) که به صورت کاملاً یکنواخت با نرخ ثابت در یک مدت زمان معین بر روی کل حوضه باریده است. هیدروگراف واحد یک مدل خطی ساده می‌باشد که از آن می‌توان برای استخراج هیدروگراف ناشی از هر مقدار بارش خالص استفاده نمود (Chow et al., 1998). لذا تهیهی هیدروگراف واحد برای تداوم‌های مختلف از اقدامات اساسی در هیدرولوژی است. این هیدروگراف یا از روی هیدروگراف‌های معمولی حوضه که قبلاً اندازه‌گیری شده‌اند استخراج می‌شود و یا در صورتی که از حوضه هیچ‌گونه آمار اندازه‌گیری باران و دبی وجود نداشته باشد تا بتوان بر اساس آن‌ها هیدروگراف واحد را ایجاد کرد باید به روش‌های تجربی اقدام به تهیهی هیدروگراف‌های مصنوعی نمود. این نوع هیدروگراف‌ها بر اساس خصوصیات فیزیکی حوضه ساخته می‌شوند که تاکنون روش‌های متعددی برای آن ارائه شده است، اما "دو روش عمده که در هیدرولوژی کاربرد فراوان دارند عبارت است از روش اشنايدر و روش سازمان حفاظت خاک آمریکا (SNRCS)" (Alizadeh, 2015).

که در آن:

A: مساحت حوضه بر حسب مایل مربع

R: رواناب برابر یک اینچ

Q_{pk} : مقدار دبی پیک بر حسب فوت مکعب در ثانیه

از خصوصیات بارز ژئومورفولوژی حوضه می‌توان به مساحت، محیط، طول آبراهه اصلی، شکل حوضه، شیب میانگین و ارتفاع متوسط حوضه اشاره کرد که دبی پیک و زمان تمرکز لازم جهت تولید هیدروگراف مثلثی بر پایه ی این خصوصیات محاسبه می‌شود. به منظور برآورد زمان تمرکز فرمول‌ها و روش‌های تجربی زیادی توسط متخصصین پیشنهاد شده است که در این تحقیق از معادله‌ی کریپیچ که برای حوضه‌های کوچک قابلیت کاربردی خوبی دارد، استفاده شده است (رابطه ۴).

$$t_c = 0.494 \left(\frac{L^3}{H}\right) 0.385 \quad (4)$$

که در آن:

t_c : زمان تمرکز بر حسب ساعت

L: طول مسیر آبراهه اصلی بر حسب کیلومتر

H: اختلاف ارتفاع بلندترین و پایین‌ترین نقطه حوضه بر حسب متر.

۲-۳- سیستم اطلاعات جغرافیایی

سیستم اطلاعات جغرافیایی یا همان GIS به کاربران این امکان را می‌دهد که اطلاعات مکانی داده‌های توصیفی را برای ایجاد نقشه‌ها، جداول و نمودارها به کار گیرند. در این تحقیق نیز به جهت استخراج پارامترهای مورفولوژی حوضه از این سیستم که از ذخیره و بایگانی، تا تهیه نقشه و شگردهای پیچیده پردازش و نمایش داده‌های مربوط به مسائل هیدرولوژی را داراست استفاده شده است، به این صورت که با استفاده از نقشه‌ی DEM (شکل ۲) اختلاف ارتفاع، شیب حوضه، لایه‌های جهت جریان، جهت جریان تجمعی، لایه‌ی طول جریان و رده آبراهه‌ها و با استفاده از نقشه آبراهه‌ها (شکل ۳) طول آبراهه اصلی را برای تک تک زیرحوضه‌ها استخراج کرده و با استفاده از نقشه‌ی حوضه‌ها (شکل ۴) مساحت و شکل حوضه را به دست آورده است.

۲-۴- هندسه فراکتالی

در واقع هندسه فراکتالی بیانگر یک الگوی تکرارشونده در اشیا و تصاویر می‌باشد، یعنی اگر هر تصویر یا شکل دارای این خاصیت به قسمت‌های کوچکتر تقسیم شود هر کدام از این قسمت‌های کوچکتر خود یک کپی کوچک شده از شکل اولیه می‌باشد.

در این تحقیق نیز از هیدروگراف بدون بعد مثلثی NRCS که حالتی از SNRCS می‌باشد استفاده شده است این روش برای طرح‌های نسبتاً کوچک هیدرولوژی که مساحت حوضه کوچکتر از ۲۵۰ کیلومتر مربع باشد زیاد مورد استفاده قرار می‌گیرد. این نوع هیدروگراف بر این فرض استوار است که اگر بارانی به مدت t ساعت روی حوضه باران رواناب حاصله از آن هیدروگرافی تشکیل خواهد شد که شکل آن مانند یک مثلث است، این هیدروگراف پس از T_1 ساعت از شروع بارندگی به نقطه‌ی اوج می‌رسد سپس هیدروگراف نزول کرده و پس از T_2 ساعت دبی آن به صفر می‌رسد و زمان پایه‌ی هیدروگراف T_b نیز حاصل جمع T_1 و T_2 است.

با تجربیاتی که روی حوضه‌های آزمایشی به دست آمده است روابط T_1 و T_2 بر حسب ساعت به ترتیب از رابطه‌های ۱ و ۲ محاسبه می‌شود.

$$T_1 = 0.5t + 0.6t_c \quad (1)$$

$$T_2 = 1.34t + 1.6t_c \quad (2)$$

و مقدار دبی پیک بر حسب فوت مکعب در ثانیه برابر است با رابطه ۳:

$$Q_{pk} = 484AR / (0.5t + 0.6t_c) \quad (3)$$



Fig. 2- Dem map of Walnut gulch basin
 شکل ۲- نقشه‌ی DEM مربوط به کل حوضه وال نات گولچ

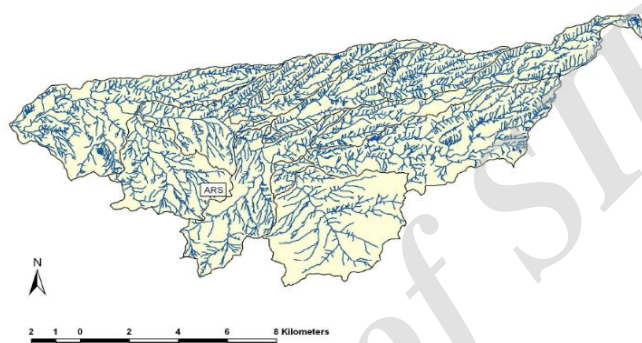


Fig. 3- waterways of rivers in Walnut gulch basin
 شکل ۳- نقشه‌ی آبراهه‌های حوضه‌ی وال نات گولچ

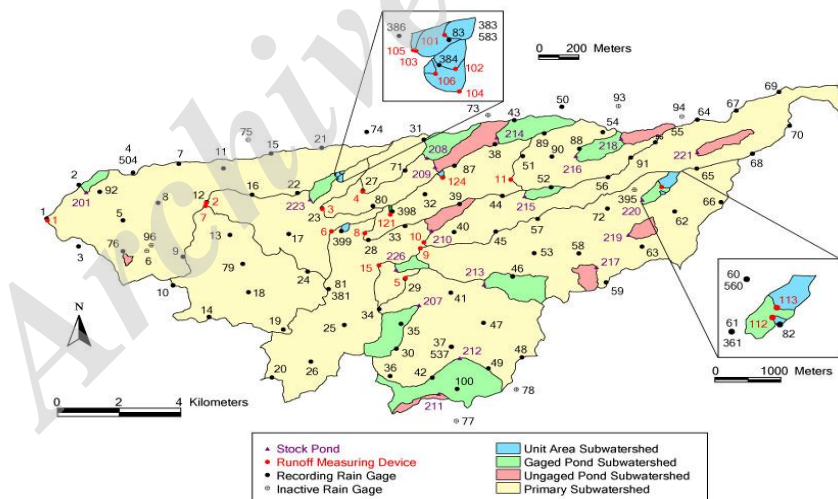


Fig. 4- Sub-basins map of Walnut gulch basin
 شکل ۴- نقشه‌ی زیرحوضه‌های حوضه‌ی وال نات گولچ

یک عدد حقیقی باشد. روش‌های محاسبه بعد فراکتالی در اشیا و فرایندها براساس طبقه‌بندی آن‌ها صورت می‌پذیرد. برای محاسبه بعد فراکتالی در اشیا خود متشابه از روش‌هایی مانند روش شمارش

برای بیان این هندسه معمولاً از بعد فراکتالی استفاده می‌گردد. بعد فراکتالی، پارامتری برای بررسی میزان پیچیدگی بین داده‌ها است و برخلاف بعد اقلیدسی که یک عدد طبیعی است، می‌تواند بصورت

روی تصاویر آبراهه‌ها، از طریق کد تهیه شده در متلب به کار گرفته می‌شود. این گام‌ها شامل مراحل زیر می‌باشد:

- ۱- خواندن و نشان دادن تصویر به حالت سیاه و سفید (شکل ۶-ا).
- ۲- با استفاده از پنجره مورفولوژیک، روشنایی پشت زمینه تصویر تخمین زده می‌شود (شکل ۶-ب).

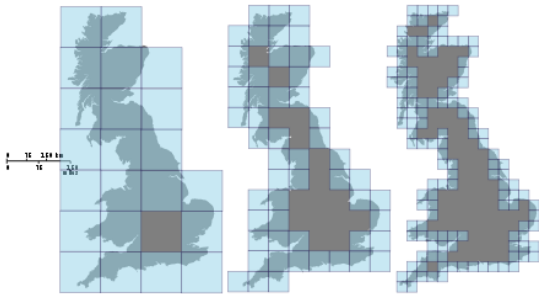


Fig. 5- Fractal dimension calculation using box counting method

شکل ۵- نحوه محاسبه بعد فرکتال به روش شمارش جعبه‌ای

۳- در این مرحله پشت زمینه ایجاد شده در مرحله ۲ به عنوان یک سطح پارامتریک رنگی که رفتار ریاضی شکل را در منطقه‌ی مستطیلی تعیین شده نشان می‌دهد، به دست می‌آید.

۴- پشت زمینه از تصویر برداشته می‌شود و شدت تعدیل می‌یابد در نهایت تصویر با یک پشت زمینه واحد به دست می‌آید (شکل ۶-ج).

۵- نسخه دودویی تصویر به کمک آستانه‌سازی تولید می‌شود.

۶- لبه‌یابی: از تکنیک لبه‌یابی کنی (Canny) برای کشیدن نقشه‌ی لبه استفاده می‌شود. لبه‌ها مرزهایی هستند که در اطراف نواحی تصویر می‌باشند (شکل ۶-د).

۷- مناطق مختلف مشخص شده در تصویر نشانه‌گذاری می‌شوند (یک مقدار به آن‌ها اختصاص داده می‌شود) و با رنگ‌های متفاوت رنگ‌آمیزی می‌شوند تا شبکه رودخانه از دیگر قسمت‌های تصویر تشخیص داده‌شوند (شکل ۶-ه). با انتخاب مقداری که به منطقه‌ی نشانه‌گذاری شده اختصاص می‌یابد شخص می‌تواند کد اختصاص داده شده به شبکه آبراهه را استخراج نماید (شکل ۶-ف).

۲-۶- ضریب فشردگی

ضریب فشردگی که به نام ضریب گراویلوس نیز نامیده می‌شود عبارت است از نسبت محیط حوضه به محیط دایره‌ی فرضی که مساحت آن برابر مساحت حوضه باشد. این دایره را دایره‌ی معادل گویند. حال چنانچه حوضه دایره‌ای کامل باشد این ضریب برابر یک است، در غیر این صورت مقدار این ضریب بزرگتر از یک خواهد بود که نشان دهنده‌ی انحراف شکل آن از دایره است.

جعبه‌ای استفاده می‌شود. در این تحقیق نیز از روش یاد شده برای محاسبه بعد فرکتالی استفاده شده است.

۲-۴-۱- روش شمارش جعبه‌ای

روش‌های مختلفی جهت محاسبه بعد فرکتال می‌توانند به کار گرفته شوند (Klinkenberg, 1994). یکی از پرکاربردترین روش‌ها، روش شمارش جعبه‌ای است چراکه از این روش برای محاسبه بعد فرکتالی تمامی عناصر، ابعاد و اشکال مختلف می‌توان استفاده کرد و سرعت انجام محاسبات بیش‌تر از سایر شیوه‌هاست، و همچنین الگوریتم آن قابلیت استخراج نتایجی با بیش‌ترین اطمینان را می‌دهد (Buczowski et al., 1998). در این روش همان‌گونه که در شکل ۵ دیده می‌شود مجموعه نقاط روی یک منحنی یا یک سطح با مربعاتی (همان جعبه‌ها) به طول ضلع ϵ پوشانده می‌شود. در واقع کل فضای مورد نظر با استفاده از این روش شبکه‌بندی می‌گردد. تعداد مربعاتی که هر قسمت از منحنی مورد نظر را پوشش می‌دهند محاسبه می‌شود. این کار برای مربعات با طول اضلاع مختلف تکرار می‌شود. حد نهایی این قسمت زمانی است که ϵ به صفر میل کند. در این صورت با استفاده از رابطه $L = N \cdot \epsilon$ طول محاسبه شده به طول واقعی بسیار نزدیک می‌گردد. مقدار بعد فرکتالی با استفاده از این روش به صورت تئوری با استفاده از رابطه ۵ حاصل می‌گردد:

$$D = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\epsilon)}{\log \frac{1}{\epsilon}} \quad (5)$$

D: بعد فرکتالی، N: تعداد مربعات که شامل قسمتی از جسم فرکتالی مورد نظر می‌باشد.

با توجه به اعداد بدست آمده، نموداری به صورت لگاریتمی که محورهای افقی و عمودی آن به ترتیب معرف $\log(\frac{1}{\epsilon})$ و $\log(N(\epsilon))$ می‌باشند رسم می‌گردد. شیب خط عبوری از نقاط حاصله در منحنی لگاریتمی، بعد فرکتالی شی مورد نظر را بیان می‌نماید (Malteno 1993; Li et al., 2009).

۲-۵- پردازش تصویر

این روش به ما کمک می‌کند تا از کل تصویر پشت زمینه تنها تصویر آبراهه را بگیریم سپس تصاویر شبکه‌ی رودخانه‌ی پردازش شده تجزیه و تحلیل فرکتال شده و خصوصیات فرکتال آن استخراج می‌شود. در روند پردازش تصویر ابتدا تصاویر آبراهه‌ها برای تجزیه و تحلیل فرکتال آماده می‌شوند سپس شامل چندین گام می‌باشد که بر

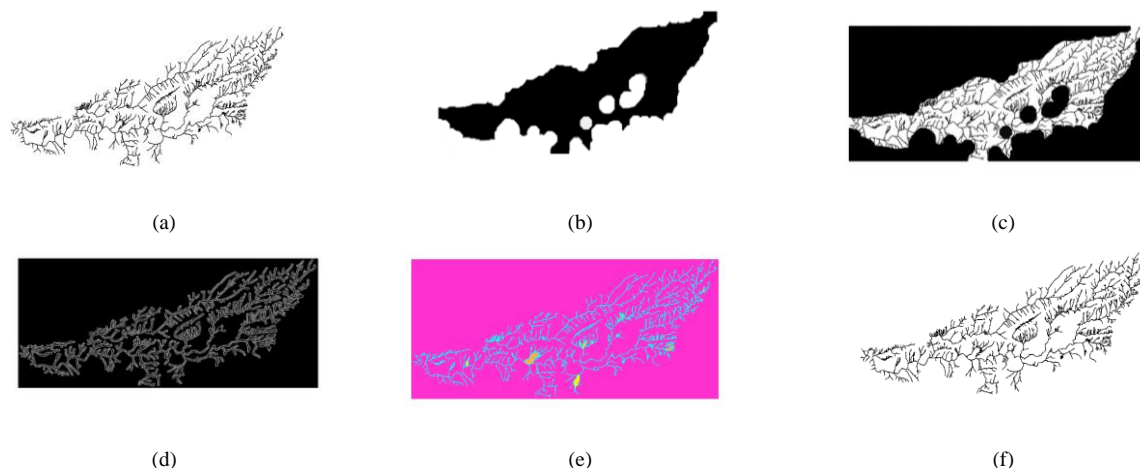


Fig. 6- : Image processing procedure; (a) reading the image in grayscale; (b) background illumination; (c) image with a uniform background; (d) edge detection; (e) allocating color and value to regions; (f) extracting the pure waterway region.

شکل ۶: مراحل پردازش تصویر؛ (a) خواندن تصویر به صورت سیاه و سفید؛ (b) روشن سازی پشت زمینه؛ (c) تصویر با پشت زمینه ثابت؛ (d) لبه یابی؛ (e) اختصاص دادن رنگ و مقدار به منطقه؛ (f) استخراج کد اختصاص داده شده به شبکه آبراهه.

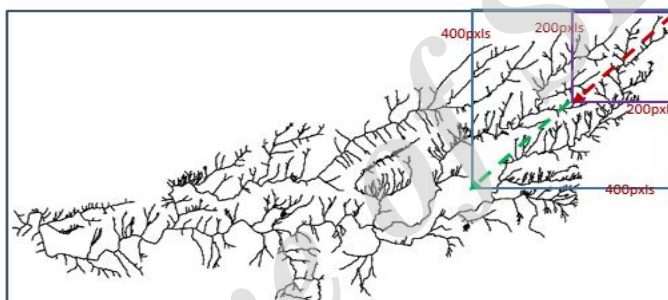


Fig. 7- Choosing sequential windows for calculating the fractal dimension

شکل ۷- نحوه ی انتخاب پنجره های مختلف در محاسبه ی بعد فراکتال.

افزایش ابعاد پنجره انتخابی، بعد فراکتال محاسبه شده افزایش یافته و در نهایت به سمت مقداری ثابت میل می کند.

به این ترتیب همان طور که در جدول ۱ مشاهده می شود بعد فراکتال تک تک زیرحوضه ها را به دست آورده:

حال همان طور که در جدول ۲ مشاهده می شود و با توجه به رابطه ۷ ضریب فشردگی زیرحوضه ها را به دست آورده:

$$C = \frac{0.28P}{\sqrt{A}} \quad (7)$$

سپس برای تمام زیرحوضه ها زمان تمرکز را به روش کریپچ محاسبه (جدول ۳) و هیدروگراف واحد مثلی را برای بارش ۵ ساعته رسم کرده. پس از آن زمان تمرکزهای تمام زیرحوضه ها را در مقابل ابعاد فراکتالشان قرار و منحنی ای برازش داده (شکل ۸) با عدد رگرسیون ۰/۷۶ و رابطه ی ۸ را برای زمان تمرکز جدید به دست آورده که در آن x بعد فراکتال مربوط به هر زیرحوضه است.

این ضریب بدون بعد است و برای حوضه های تقریباً گرد نزدیک به عدد یک است و برای حوضه های کشیده حدود ۱/۵ تا ۲/۵ است. اگر مساحت حوضه A و محیط حوضه P باشد ضریب فشردگی برابر خواهد بود با رابطه ۶:

$$C = \frac{0.28P}{\sqrt{A}} \quad (6)$$

۳- نتایج و تحلیل نتایج

۳-۱- ابعاد زیرحوضه ها

با در نظر گرفتن پنجره هایی با ابعاد مختلف (شکل ۷)، بعد فراکتال محدود به هر پنجره با روش جعبه شماری که در متلب کدنویسی شده بود، محاسبه گردید، پنجره های انتخاب شده با ابعادی با روند افزایشی از بالادست حوضه به سمت خروجی در نظر گرفته شده اند، به گونه ای که آخرین پنجره کل محدوده حوضه را دربر دارد. با

پارامترها اختلاف چندانی با هم ندارند. از این رو می‌توان به هیدروگراف فرکتالی استناد کرد.

Table 2- Compactness coefficient results

جدول ۲- نتایج محاسبه ضریب فشردگی

Sub-basins	Time concentration
1	1.81
2	2.01
3	2.22
4	1.37
5	1.31
6	2.06
7	1.50
8	1.68
9	1.68
10	2.51
11	1.38
15	1.45

Table 3- Concentration time calculation sub-basins
جدول ۳- نتایج محاسبه زمان تمرکز برای ۱۲ زیرحوضه

Sub-basins	Time concentration based (t_c) using Kirpich method (Hr)
1	1.16
2	0.74
3	1.18
4	0.43
5	1.22
6	0.74
7	0.60
8	1.64
9	1.40
10	1.38
11	0.71
15	0.33

Table 1- Results for fractal dimension of Walnut gulch sub-basins using box counting method

جدول ۱- نتایج محاسبه بعد فراکتال شبکه آبراهه‌های

حوضه‌ی وال‌نات گولچ به روش جعبه‌شماری

Sub-basins	Fractal Dimension
1	1.68
2	1.57
3	1.57
4	1.58
5	1.68
6	1.60
7	1.69
8	1.60
9	1.77
10	1.61
11	1.67
15	1.73

$$t_c = 103.09x^2 - 341.02x + 283.23 \quad (8)$$

در ادامه، معادله جدید را به‌جای معادله زمان تمرکز کریچ قرار داده و زمان تمرکز جدید را با احتساب بعد فراکتال به‌دست می‌آوریم. در نهایت زمان اوج، زمان پایه و دبی پیک را با استفاده از زمان تمرکز جدید محاسبه می‌کنیم و هیدروگراف واحد مثلثی جدید را رسم کرده و با هیدروگراف قبلی مقایسه می‌کنیم (Fattahi and Talebzadeh, 2016). برای اطمینان بیش‌تر از هیدروگراف فرکتالی آن را با استفاده از هیدروگراف واحد مشاهداتی زیر حوضه‌ی ۹ که با استفاده از نرم افزار HEC-HMS رسم شده است، صحت سنجی می‌کنیم (شکل ۹). اطلاعات مورد نیاز برای رسم هیدروگراف واحد مشاهداتی با استفاده از جداول ۳ و ۴ وارد نرم افزار می‌شود. با توجه به این جدول، CN خاک حدود ۸۶ و گروه خاک C است. حال با استفاده از شکل ۹ پارامترهای هیدروگراف در جدول ۵ آورده شده و در جدول ۶ هیدروگراف واحد فرکتالی در سیستم متریک آمده‌است. همان‌طور که در جداول ۵ و ۶ مشخص است

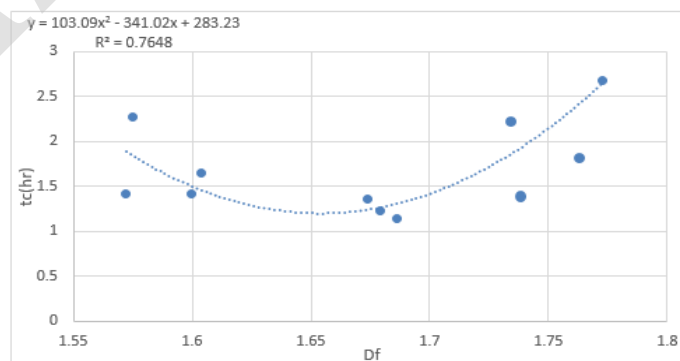


Fig. 8- Fitted curve of time Concentration and fractal dimension

شکل ۸- منحنی برازش داده شده بین زمان تمرکز و بعد فراکتال

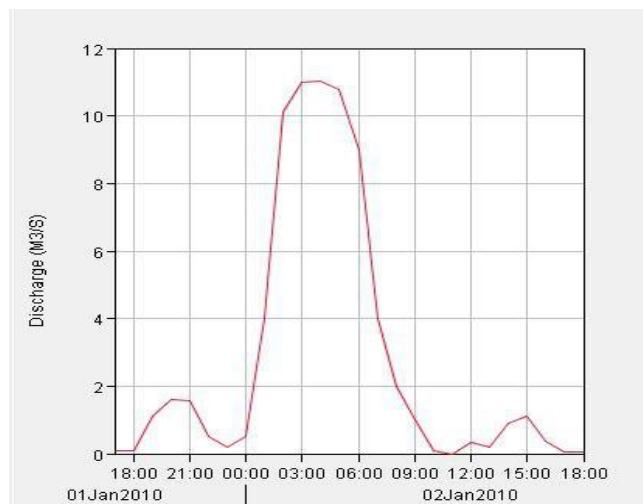


Fig.9- Observational unit hydrograph of Walnut Gulch, sub-basin number 9 using HEC-HMS software
 شکل ۹- نمودار واحد مشاهداتی زیرحوضه‌ی ۹ حوضه‌ی وال‌نات‌گولچ با استفاده از نرم افزار HEC-HMS

Table 3- Characteristics of soils assigned to soil groups

جدول ۳- گروه‌های خاک بر اساس ویژگی آن

Group A: Deep sand; deep loess; aggregated silts
Group B: Shallow loess; sandy loam
Group C: Clay loams; shallow sandy loam; soils low in organic content; soils usually high in clay
Group D: Soils that swell significantly when wet; heavy plastic clays; certain saline soils

Table 4- CN Value for Various Watersheds

جدول ۴- مقدار CN برای حوضه‌های مختلف

Land Use Descriptio	Curve Numbers for Hydrologic Soil Group			
	A	B	C	D
Fully developed urban areas (vegetation established)				
Lawns, open spaces, parks, golf courses, cemeteries, etc.				
Good condition; grass cover on 75% or more of the area	39	61	74	80
Fair condition; grass cover on 50% to 75% of the area	49	69	79	84
Poor condition; grass cover on 50% or less of the area	68	79	86	89
Paved parking lots, roofs, driveways, etc.	98	98	98	98
Streets and roads				
Paved with curbs and storm sewers	98	98	98	98
Gravel	76	85	89	91
Dirt	72	82	87	89
Paved with open ditches	83	89	92	93

Table 6- Fractal unit hydrograph in metric system

جدول ۶- هیدروگراف واحد فرکتالی در سیستم متریک

Value	Parameters
A(km ²)	23.83
t(hr)	5.00
T1(hr)	4.10
Tb(hr)	10.96
Qpk(m ³ /s)	12.09

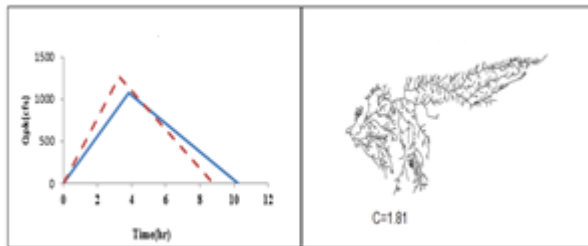
Table 5- Parameters of observational hydrograph

جدول ۵- پارامترهای مربوط به هیدروگراف مشاهداتی

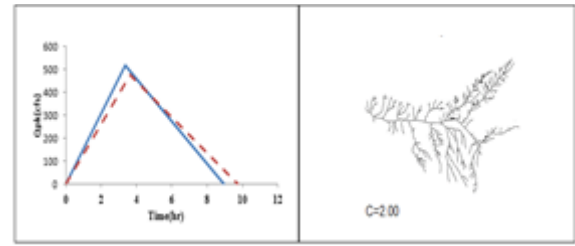
Value	Parameters
A (km ²)	23.83
t (hr)	5.00
T1 (hr)	4.3
Tb (hr)	10.16
Qpk (m ³ /s)	11.30

واقع حوضه‌های پهن تری هستند به جز حوضه‌هایی که رده آبراهه پایینی دارند انطباق‌های خوبی با هم دارند به صورتی که در برخی زیرحوضه نمودارها کاملا منطبق هستند:

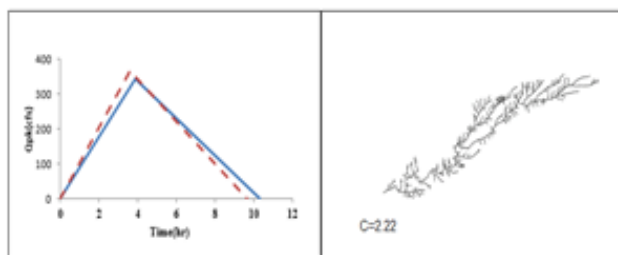
در نهایت در شکل ۱۰ هیدروگراف‌های ۱۲ زیرحوضه به همراه هیدروگراف فراکتالی تولید شده و شکل آبراهه‌های مربوط به هر زیرحوضه آورده شده است، همان‌طور که در شکل مشخص است هیدروگراف‌هایی که ضریب فشردگی آن‌ها به ۱ نزدیک تر است در



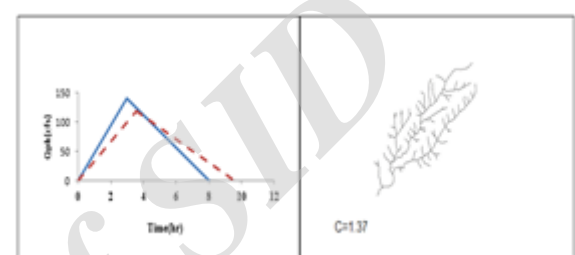
(a)



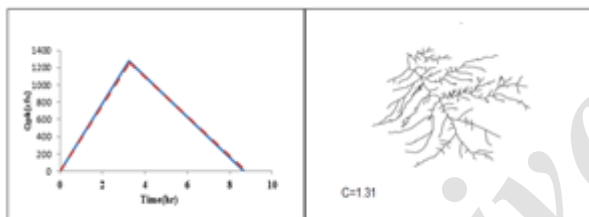
(b)



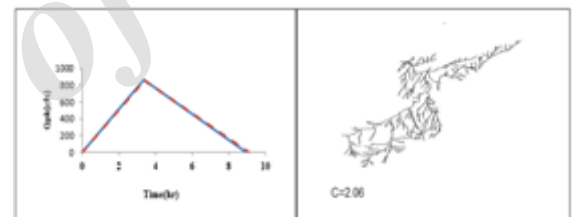
(c)



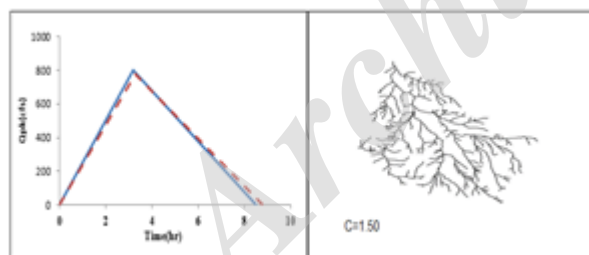
(d)



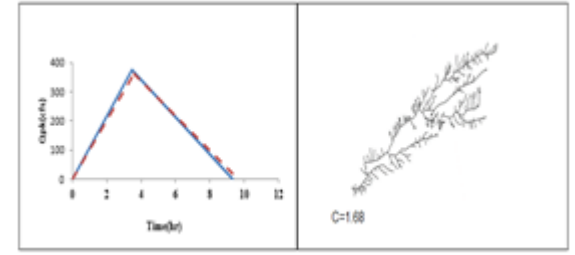
(e)



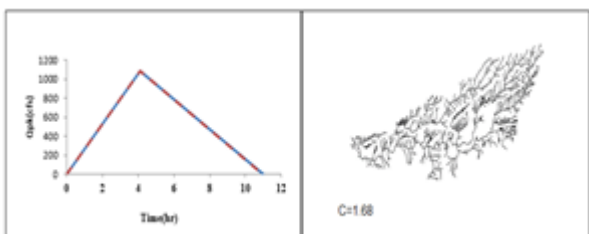
(f)



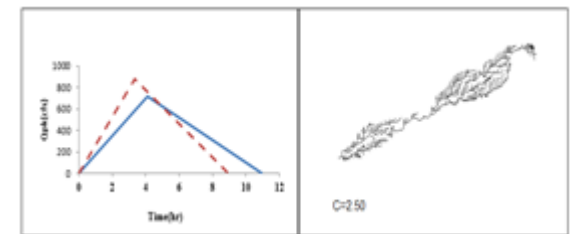
(g)



(h)



(i)



(j)

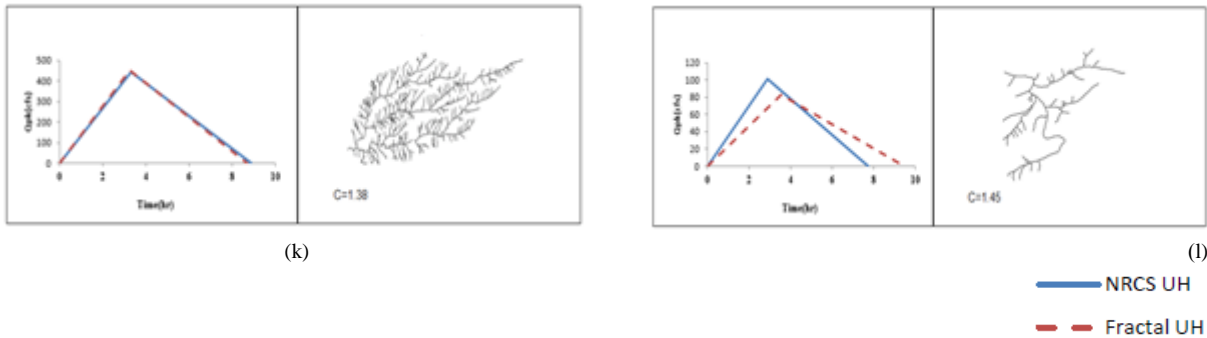


Fig. 10- Comparison of NRCS triangular unit hydrograph and fractal Triangular Unit Hydrograph of Walnut gulch basin with shape of the water ways and compactness coefficient; (a) sub-basin number1, (b) sub-basin number2, (c) sub-basin number3, (d) sub-basin number4, (e) sub-basin number5, (f) sub-basin number6, (g) sub-basin number7, (h) sub-basin number8, (i) sub-basin number9, (j) sub-basin number10, (k) sub-basin number11, (l) sub-basin number15.

شکل ۱۰: مقایسه هیدروگراف واحد مثلثی NRCS و هیدروگراف واحد مثلثی فراکتالی به همراه شکل آبراهه و ضریب فشردگی مربوط به هر زیرحوضه‌ی حوضه وال نات گولچ؛ (a) زیرحوضه شماره ۱؛ (b) زیرحوضه شماره ۲؛ (c) زیرحوضه شماره ۳؛ (d) زیرحوضه شماره ۴؛ (e) زیرحوضه شماره ۵؛ (f) زیرحوضه شماره ۶؛ (g) زیرحوضه شماره ۷؛ (h) زیرحوضه شماره ۸؛ (i) زیرحوضه شماره ۹؛ (j) زیرحوضه شماره ۱۰؛ (k) زیرحوضه شماره ۱۱؛ (l) زیرحوضه شماره ۱۵.

وجود کم بودن عدد ضریب فشردگی، هیدروگراف‌ها تطابق خوبی ندارند، این موضوع به دلیل کم بودن رده‌ی آبراهه‌ها در این حوضه می‌باشد. این امر برای شکل ۱-۱۰ که مربوط به زیرحوضه‌ی ۱۵ می‌باشد صادق است.

۴- خلاصه و جمع بندی

از آنجا که شکل حوضه تاثیر فراوانی بر روی رواناب سطحی و هیدروگراف سیلاب دارد، در این تحقیق بر این برآمده شد که میزان انطباق هیدروگراف واحد مصنوعی فراکتال و هیدروگراف واحد مثلثی NRCS و ارتباط آن با میزان ضریب فشردگی حوضه را مورد بررسی قرار داده. به این منظور ابتدا بعد فرکتال را برای تک تک زیر حوضه‌ها به دست آورده که این بعد طبق نتایج ارائه شده در جدول ۱ مقدار عددی بین ۱ و ۲ را دارا می‌باشد که این نتیجه مؤید نتایج حاصل از تحقیقات پیشین انجام شده در این زمینه است. کمترین مقدار محاسبه شده بعد طبق جدول یادشده ۱/۵۷۲ و بیشترین مقدار آن ۱/۷۷۲ می‌باشد.

در ادامه هیدروگراف واحد مثلثی NRCS و هیدروگراف واحد فراکتالی را برای تک تک زیرحوضه‌ها رسم و ضریب فشردگی را به روش گراویلوس به دست آورده و با هم مقایسه کرده.

۳-۲- تحلیل هیدروگراف‌ها

۱- با توجه به شکل e-۱۰ که نشان دهنده‌ی زیر حوضه‌ی ۵ است و با کمک جدول شماره ۷، می‌توان نتیجه گرفت که هرچه ضریب فشردگی به ۱/۵ نزدیک تر باشد در واقع شکل حوضه دایره‌ای تر باشد؛ هیدروگراف‌ها انطباق بهتری دارند این امر برای شکل‌های g-۱۰، h-۱۰، i-۱۰ و k-۱۰ که به ترتیب مربوط به زیرحوضه‌های ۷، ۸، ۹ و ۱۱ می‌باشد، صادق است.

۲- با توجه به شکل a-۱۰ که نشان دهنده‌ی زیرحوضه‌ی ۱ است و با کمک جدول شماره ۷، می‌توان نتیجه گرفت که هرچه ضریب فشردگی از ۱/۵ فاصله بگیرد هیدروگراف‌ها انطباق کمتری دارند این امر برای شکل z-۱۰ که مربوط به زیرحوضه‌ی ۱۰ می‌باشد صادق است.

۳- با توجه به شکل f-۱۰ که نشان دهنده‌ی زیرحوضه‌ی ۶ است و با کمک جدول شماره ۷، می‌توان نتیجه گرفت که در این زیرحوضه تطابق هیدروگراف‌ها با وجود زیاد بودن عدد ضریب فشردگی خوب است، که این موضوع می‌تواند به دلیل دوشاخه بودن شکل حوضه باشد. این امر برای شکل b-۱۰ که مربوط به زیرحوضه‌ی ۲ می‌باشد صادق است.

۴- با توجه به شکل d-۱۰ که نشان دهنده‌ی زیر حوضه‌ی ۴ است و با کمک جدول شماره ۷، می‌توان نتیجه گرفت که در این زیرحوضه با

Table 7- Overview on the differences of fractal hydrograph parameters and NRCS considering area, compactness coefficient and height difference for each sub-basin.

جدول ۷- نگاه کلی به اختلاف پارامترهای هیدروگراف فراکتالی و NRCS به همراه مساحت، ضریب فشردگی و اختلاف ارتفاع مربوط به هر زیر حوضه.

the differences of the fractal hydrograph parameters and NRCS					
Sub-watershed number	area (km ²)	Difference of total time (hr)	Difference of peak time (hr)	Difference of peak discharge (cfs)	height difference (m)
1	22.10	1.50	0.56	184.97	346.02
2	9.25	0.77	0.29	41.11	112.61
3	7.10	0.67	0.25	23.78	176.92
4	2.26	1.53	0.58	22.71	67.88
5	22.03	0.09	0.04	13.67	232.64
6	15.51	0.15	0.06	14.46	291.21
7	13.64	0.28	0.11	25.97	224.69
8	6.96	0.31	0.12	12.23	130.54
9	23.83	0.03	0.01	3.10	308.15
10	15.65	2.00	0.75	159.99	553.61
11	7.85	0.18	0.07	9.23	137.10
15	1.56	1.74	0.65	18.63	62.09

Chow VT, Maidment DR and Mays LW (1988) Applied Hydrology. McGraw-Hill, 572p

De Bartolo SG, Veltri M and Primavera L (2006) Estimated generalized dimensions of river network. Journal of Hydrology 322:181-191

Elmizadeh H, Mahpeykar O, Saadatmand M (2014) The study of fractal theory in the geomorphology of rivers. Journal of Quantitative Geomorphology Research 2(3):130-141 (In Persian)

Fttahi MH, Jahangiri H (2014) Studying the relation between fractal properties of river networks and river flow time series. Journal of Water Resources Engineering 7(20):1-10 (In Persian)

Fttahi MH, Talebzadeh Z (2016) Synthetic unit hydrograph based on fractal watersheds characteristics. Journal of Water Resources Engineering, Accepted (In Persian)

Klinkenberg B (1994) A Review of methods used to determine the fractal dimensions of Linear Features. Journal of Mathematical Geology 26(1):23-46.

La Barbera P, and Ross R (1989) On the fractal dimension of stream networks. Journal of Water Resources Research 25(4):735-741

Li J, Du Q and Sun C (2009) An improved box-counting method for image fractal dimension estimation. Journal of Pattern Recognition 42(11):2460-2469

همان‌گونه که در بخش نتایج مشاهده می‌شود هر چه حوضه دایره‌ای شکل‌تر باشد یعنی عدد ضریب فشردگی به ۱/۵ نزدیک‌تر باشد هیدروگراف‌ها تطابق بهتری دارند و روش ابداعی هیدروگراف واحد مصنوعی بر پایه‌ی ویژگی‌های فراکتال حوضه بهتر جواب می‌دهد مانند حوضه‌های ۵، ۷، ۸، ۹، ۱۱، به جز در مواقع استثنا که یا رده آبراهه‌ها پایین باشد مانند زیرحوضه ۴ و ۱۵ یا شکل حوضه‌ها دو شاخه باشد مانند زیرحوضه‌های ۲ و ۶.

۵- مراجع

Alizadeh A (2015) principles of applied hydrology. Ferdowsi University of Mashhad Press 40p (In Persian)

Baas ACW (2002) Chaos, fractals and self-organization in coastal geomorphology: simulating dune landscapes in vegetated environments. Journal of Geomorphology 48(1):309-328

Beauvais A, Montgomery DR (1996) Influence of valley type on the scaling properties of river plan forms. Journal of Water Resource 5(32):1441-1448

Bi L, He H, Wei Z, Shi F (2012) Fractal properties of landform in the Ordos block and surrounding areas. Journal of China Geomorphology 175:151-162

Buczowski S, Hildgen P, Cartilier L (1998) Measurement of fractal dimension by Box-Counting: a critical analysis of data scatter. Journal of Physical A 252(1):23-34

- computer Simulation. *Journal of Water Resource* 29:3561-3568
- Peckham SD (1989) New results for self-similar trees with applications to river networks. *Journal of Water Resource* 31(4):1023-1029
- Rodriguez I and Rinaldo A (1997) *Fractal river basins. Chance and self-organization*, Cambridge:Cambridge University Press
- Shang P and Kamae S (2005) Fractal nature of time series in the sediment transport phenomenon. *Journal of Chaos Solutions & Fractals* 26:997-1007
- Shen XH, Zou LJ, Li HS (2002) Successive shift box counting method for calculating fractal dimension and its application in identification of fault. *Journal of Acta Geol, Sin.-Engl* 76:257-263.
- Turcotte DL (1992) *Fractal and chaos in geology and geophysics*. Geophysics Cambridge University Press, 121p
- Liebovitch LS, Tibor T (1989) A fast algorithm to determine fractal dimensions by box-counting. *Journal of Physics Letters A* 141(8/9):386-390
- Mandelbrot B (1967) How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension. *Journal of Science* 156: 636-638
- Molteno TCA (1993) Fast O (N) box-counting algorithm for estimating dimensions. *Journal of Physical Review E* 48(5):3263-3266
- Nikooyi E, Heydari M, Talebbeydokhti N, Hekmatzadeh AA (2008) Fractal geometry in river engineering: ideas, concepts and achievements. National Congress on Civil Engineering, 14-15 May, University of Tehran (In Persian)
- Nikora VI (1991) Fractal structures of river plan forms. *Journal of Water Resource* 27(6):1327-1333
- Nikora VI, Sapozhinov VB, Noever DA (1993) Fractal geometry of individual river channels and its

Archive of SID