



## Compliance of the Watershed Geo-Morphological Indices with the Multi-fractal Properties of the River Network

S. Kamyab<sup>1</sup> and M.H. Fattahi<sup>2\*</sup>

### Abstract

Fractal geometry is used as a suitable tool for analysis of the sub-basin and the river networks geomorphology characteristics and simulation of complex natural phenomenon. The main objective of this article is the analysis and evaluation of Walnut Gulch Watershed based on multi-fractal analysis of the river network images and geomorphology characteristics. The basin is located at the south eastern Arizona State in the united states with total area of over 150 km<sup>2</sup> that surrounds the historical western town of Tombstone (31o42' N , 110o03' W). To achieve this goal we inserted the required data in GIS template in the Arc Map software including Dem 10 topographic maps of the drainage network and sub-basins classification. Accordingly geo-morphologic characteristics including stream length gradient index (SL), river sinuosity (S), transverse topographic symmetry factor (T), drainage density ( $\mu$ ), elongation ratio (Re) and form factor (Bs) are calculated. We also developed MATLAB codes for multi-fractal indices including fractal generalized dimension D (q), singularity spectrum f ( $\alpha$ ) and the scaling exponent T(q). Besides, the fractal dimension is calculated using Box Counting method. Results depicted that the non-linear nature of the river network is mostly based on the multi-fractal characteristics rather than the fractal dimension. Results also showed that significant relations are recorded between the geomorphologic indices such as:  $\mu$ , SL, S, T, BS and Re and the multi-fractal characteristics D (q), T (q) and f ( $\alpha$ ). Results reported that sub-basins with most S, SL and  $\mu$  values including sub-basins 3, 6, 9 and 10, also hold the greatest T (q) index and singularity angle,  $\alpha$ . Meanwhile, the absolute difference between the fractal dimension and D (q), which is called  $\Delta$ , was minimum and generalized dimension graph showed the most monotonic behavior. On the other hand for sub-basins 5, 7, 15, 2, and 1 for which the S, SL and  $\mu$  indices were the smallest, T (q), D (q) and  $\alpha$  also delivered their minimum values,  $\Delta$  was maximum and generalized dimension diagram showed sharp variations. Results also showed that T has significant relation with the symmetry of the singularity spectrum. Sub-basins 7, 9, 5 and 11 with the smallest T have non-symmetric singularity spectrums and right asymmetric while sub-basins 3, 6, 8, 1 and 15 with the highest T values are more symmetric and sub-basin 10 with the maximum T is fully symmetric.

**Keywords:** River Network, Fractal Geometry, Multi-Fractals, Geomorphology Characteristics.

Received: June 26, 2017

Accepted: September 13, 2018

## انطباق سنجی خواص زمین‌ریخت‌شناسی (ژئومورفولوژیک) حوضه آبریز و ویژگی‌های چندفراکتال شکل آبراهه

ساره کامیاب<sup>۱</sup> و محمدهادی فتاحی<sup>۲\*</sup>

### چکیده

هندسه فراکتال به‌عنوان ابزاری مناسب جهت بررسی ژئومورفولوژی زیرحوضه‌ها و شبکه رودخانه و مدل‌سازی بسیاری از پدیده‌های پیچیده طبیعی به کار گرفته می‌شود. هدف از این مقاله بررسی و ارزیابی حوضه آبریز وال‌نات‌گولچ در جنوب شرق ایالت آریزونا، آمریکا با مساحت ۱۵۰ کیلومتر مربع که شهر تاریخی تامپستون (۳۱ و ۴۲' شمالی، ۱۱۰ و ۰۳' غربی) در مرکز آن واقع است بر اساس تحلیل چندفراکتال شکل آبراهه و مقایسه انطباقی ویژگی‌های چندفراکتال حوضه آبریز با شاخص‌های ژئومورفولوژیک آن می‌باشد. برای این منظور داده‌های مورد نیاز در قالب نقشه‌های GIS که شامل نقشه‌های توپوگرافی Dem10 شبکه آبراهه و تقسیم‌بندی حوضه آبریز به ۱۵ زیرحوضه اصلی بودند، فراهم شدند. سپس این داده‌ها در محیط GIS و نرم‌افزار Arc Map وارد شدند. ویژگی‌های ژئومورفولوژیک حوضه شامل شاخص گردادی طولی رودخانه SL، شاخص پیچ‌وخم رودخانه اصلی  $\mu$ ، شاخص تقارن توپوگرافی عرضی T، شاخص تراکم شبکه رودخانه  $\mu$ ، نسبت کشیدگی Re و نسبت شکل حوضه Bs نیز محاسبه شدند. همچنین از کدهای توسعه داده‌شده در محیط MATLAB برای محاسبه شاخص‌های چندفراکتالی بعد تعمیم‌یافته D(q)، طیف تکینگی f( $\alpha$ )، زاویه تکینگی  $\alpha$ ، ضریب مقیاسی T(q) و بعد فراکتال D<sub>f</sub> استفاده شد. نتایج و بررسی‌های مختلف نشان داد که ماهیت زیرحوضه‌ها بر الگوهای فراکتال و چندفراکتال استوار است و همچنین ماهیت غیرخطی شکل آبراهه بیش از آنکه متأثر از تحلیل‌های تک‌فراکتال باشد نسبت به شاخص‌های چندفراکتال حساس می‌باشد. همچنین روابط معنی‌داری بین شاخص‌های ژئومورفولوژیک و شاخص‌های چندفراکتالی وجود دارد. نتایج نشان داد که  $\mu$ ، S و SL ارتباط مستقیمی با ویژگی‌های چندفراکتال حوضه آبریز دارند بگونه‌ای که در زیرحوضه‌هایی که بیشترین مقدار  $\mu$ ، S و SL را داشتند بیشترین T(q) و  $\alpha$  بدست می‌آید و کمترین اختلاف در D<sub>f</sub> و D (q) که  $\Delta$  نامیده می‌شود حاصل می‌شود حال آنکه در زیرحوضه‌هایی که  $\mu$ ، S و SL کمترین است مقدار T(q) و  $\alpha$  حداقل می‌باشد و  $\Delta$  ماکزیمم است. نتایج همچنین نشان داد که شاخص تقارن توپوگرافی عرضی رودخانه T ارتباط مستقیم با تقارن طیف تکینگی دارد بگونه‌ای که در زیرحوضه‌هایی که T کمترین است طیف تکینگی دارای عدم تقارن و کشیدگی به سمت راست است و در زیرحوضه‌هایی که بیشترین مقادیر T را دارند نمودار طیف تکینگی نیز متقارن‌تر است و در زیر حوضه‌ای که مقدار T حداکثر است نمودار طیف تکینگی نیز کاملاً متقارن است.

**کلمات کلیدی:** شبکه آبراهه، هندسه فراکتال، چندفراکتال، شاخص‌های ژئومورفولوژی.

تاریخ دریافت مقاله: ۹۶/۴/۵

تاریخ پذیرش مقاله: ۹۷/۶/۲۲

1- Civil Engineering Deptment, Water Resources Management, Marvdasht Branch, Islamic Azad University, Marvdasht, Iran.

2- Civil Engineering Deptment, Water Resources Management, Marvdasht Branch, Islamic Azad University, Marvdasht, Iran. Email: fattahi.mh@miau.ac.ir

\*- Corresponding Author

۱- گروه مهندسی عمران- مهندسی و مدیریت منابع آب، واحد مرودشت، دانشگاه آزاد اسلامی، مرودشت، ایران.

۲- گروه مهندسی عمران- مهندسی و مدیریت منابع آب، واحد مرودشت، دانشگاه آزاد اسلامی، مرودشت، ایران.

\*- نویسنده مسئول  
بحث و مناظره (Discussion) در مورد این مقاله تا پایان بهار ۱۳۹۸ امکانپذیر است.

به همین دلیل برای آشکارسازی رفتار و الگوهای غیرخطی نهفته در سیستم‌های پیچیده استفاده می‌شود (Moon, 2004).

هندسه فراکتال ریشه در مطالعات انجام شده در اواخر قرن ۱۹ و اوایل قرن ۲۰ توسط ریاضیدانان دارد. دانشمندان علوم آب از پیشروترین محققین در کاربست دستاوردهای نوین ریاضیات مانند آنالیز فراکتال در علوم مرتبط با آب می‌باشند. گروهی محققین قابلیت هندسه فراکتالی را در توجیه رفتار فیزیکی و دینامیک رودخانه آزموده‌اند و بررسی محققان ذات فراکتالی این فرایندها را نیز ثابت نموده است (Beauvais and Montgomery, 1996; La Barbera and Rosso, 1989; Shang and Kamae, 2005; De Bartolo et al., 2006; Shen et al., 2011). Tarbaton et al. (1988) ساختار فراکتالی شبکه رودخانه‌ها را ارائه دادند. Puente et al. (1995) ساختار فراکتال شبکه زهکشی شده را مورد بررسی و تحلیل قرار دادند و دو قانون مشابه هورتون برای متوسط بعد فراکتالی آن شبکه‌ها گزارش کردند. Bartolo et al. (2004) از دو الگوریتم شمارش جعبه‌ای و الگوریتم جعبه ماسه<sup>۱</sup> جهت بررسی شبکه رودخانه‌های طبیعی استفاده کردند. برخی پژوهشگران داخلی نیز مطالعاتی در خصوص ارائه دیدگاه‌های غیرخطی فراکتالی و چندفراکتالی به حوضه آبریز ارائه نموده‌اند. Ghadampour and Beydokhti (2011) در تحقیق خود بعد فراکتالی در بازه پیمان‌رودی از رودخانه حله با استفاده از روش شمارش جعبه‌ای را، مورد محاسبه قرار دادند. Fattahi et al. (2012) در نگرشی چندفراکتالی به بررسی رفتار جریان رود در زمان سیلاب پرداختند و به این نتیجه رسیدند که رفتار سری زمانی جریان در هنگام سیلاب از الگوی چندفراکتال به تک‌فراکتال تغییر می‌کند. Alizadeh and Alizadeh (2014) با تعیین بعد فراکتال و تحلیل آن با استفاده از تئوری هندسه فراکتال و روش شاخه‌بندی هورتون-استرالر و توکوناگا، به مطالعه ویژگی‌های رودخانه زربینه‌رود پرداختند.

در سال‌های اخیر بخصوص برخی محققین به ارتباطهایی که مابین شاخص‌های ژئومورفولوژیک حوضه آبریز و تحلیل فراکتال آن وجود دارد پرداخته‌اند. Elmizadeh et al. (2014) کاربرد تئوری فراکتال در تفسیر خواص ژئومورفولوژی رودخانه را بررسی کردند. Karam (2010) با توجه به خود سازماندهی بودن و تبعیت از حالت فراکتال سیستم‌های ژئومورفولوژیک، به بررسی سیستم‌های جریانی، حرکت‌های توده‌ای، سیستم خاک و زمین‌های مرطوب ساحلی پرداخت. Karam and Saber (2015) مقدار بعد فراکتالی برای آبراهه‌های شمال تهران، همچنین مورفولوژی آبراهه‌ها و حوضه‌های

با نظر کردن به عکس‌های هوایی گرفته شده از طبیعت، سواحل دریاها و یا حتی کوهستان‌ها می‌توان پی برد که این جهان هستی در عین سادگی بسیار پیچیده و بی‌نظم است. با دقت در این پدیده‌ها می‌توان به ماهیت بعد کسری آن‌ها پی برد. این ماهیت دقیقاً خاصیت ویژه‌ای از فراکتال‌هاست که به کمک آن‌ها می‌توان به ذخیره‌سازی تصاویر پرداخت.

یکی از مسائلی که از پیچیدگی‌های زیادی برخوردار است، بررسی شکل آبراهه و خواص ژئومورفولوژی و روابط بین آن‌ها در طبیعت است. ژئومورفولوژی دانش شناسایی اشکال ناهمواری‌های زمین است و به مطالعه علمی ویژگی‌های هندسی سطح زمین می‌پردازد. شاخص‌های ژئومورفولوژیکی از ابزارهای مفید در ارزیابی و شناسایی شبکه‌های زهکشی و خصوصیات مربوط به آن‌ها می‌باشد همچنین ویژگی‌های ژئومورفولوژی پایه و اساس بررسی‌های منابع طبیعی حوضه‌های آبریز به شمار می‌رود. شرایط توپوگرافی و ژئومورفولوژی هر منطقه روی شکل‌گیری شبکه آبراهه و نوع آن مؤثر می‌باشد.

تمامی جهان هستی و پدیده‌های طبیعی موجود در آن از جمله حوضه‌های آبریز و شبکه آبراهه از الگوهای فراکتالی و چندفراکتالی پیروی می‌کنند. با توجه به غیرخطی بودن این سیستم‌ها، می‌توان از قوانین و روابط غیرخطی حاکم بر سیستم‌های غیرخطی جهت تحلیل آن‌ها استفاده نمود. به‌طور کلی فراکتال، سیستم‌هایی را که در آن‌ها نوعی تکرار الگو مشاهده می‌شود را شامل می‌شود. این تکرار الگو هم می‌تواند به‌صورت تصادفی و هم به‌صورت قطعی باشد. این الگوها اگر برای پدیده‌ای منفرد باشند آن پدیده تک‌فراکتال نامیده می‌شود و شاخص فراکتال بودن آن عددی به نام بعد فراکتال است که به روش‌های مختلف می‌توان آن را استخراج کرد (Eke, 2000). گرچه Fattahi et al. (2010) نشان دادند که کاربرد هر یک از روش‌ها متناسب با نوع داده‌های وارده می‌تواند دقیق‌ترین بعد فراکتال را حاصل کند و الزاماً هر روشی را نمی‌توان با هر نوع داده‌ای به کار برد. روش شمارش جعبه‌ای یکی از پرکاربردترین روش‌های محاسبه بعد فراکتالی می‌باشد. این روش توسط Russell et al. (1980) تعریف شده است. هرگاه برای بیان دینامیک سیستم نیازمند الگوهای متعدد فراکتالی باشیم به‌عبارت دیگر استفاده از یک نمای منفرد بعد فراکتالی پاسخگو نباشد، سیستم چندفراکتال تعریف می‌شود. تحلیل چندفراکتالی ابزاری قدرتمند در تحلیل غیرخطی سیستم‌های غیرخطی و پیچیده می‌باشد.

بیابانی آن و بارندگی اندک در این منطقه می‌باشد. به طوری که این بارندگی تقریباً فقط در سه ماه از سال اتفاق می‌افتد. بارندگی کم این منطقه باعث شده است که آبراهه‌های موجود در آن دبی پایه‌ای نداشته باشند و در تمامی موارد دبی پایه آن‌ها صفر در نظر گرفته شده است. شکل ۲ حوضه آبریز وال‌نات‌گولچ در جنوب شرق ایالت آریزونا آمریکا را نشان می‌دهد.

## ۲-۲-۲- معرفی شاخص‌های زمین‌ریخت‌شناسی (ژئومورفولوژی) ۲-۲-۱- شاخص گرادیان طولی رودخانه<sup>۲</sup> (SL)

این شاخص که نشان‌دهنده تغییر ارتفاع و معرف طول کانال است، برای مسیر مشخص شبکه زهکشی بر اساس رابطه محاسبه و مشخص می‌شود:

$$SL = (\Delta H / \Delta L) \times L \quad (1)$$

در این رابطه،  $\Delta H / \Delta L$  شیب محلی رود،  $\Delta H$  اختلاف ارتفاع بین دو نقطه اندازه‌گیری شده،  $\Delta L$  طول بازه و  $L$  طول کل کانال بر حسب متر از خط تقسیم آب تا مرکز بخشی که شیب آن محاسبه شده است (Payandeh et al., 2006).

## ۲-۲-۲- شاخص پیچ‌وخم رودخانه اصلی<sup>۳</sup> (S)

ضریب سینوسیته شاخص دیگری است که برای بررسی تغییرات بستر رودخانه استفاده می‌شود. تغییرات سینوسیته در یک سامانه رودخانه‌ای به طور معمول ناشی از افزایش و فرونشست‌هایی است که در بستر رودخانه روی می‌دهد سینوسیته رود برای حفظ تعادل نشیب کانال تغییر می‌کند. برای حفظ تعادل شیب رودخانه، پیچ‌وخم رودخانه نیز جابه‌جا می‌شود. این شاخص از نسبت طول کانال به فاصله مستقیم همان مسیر به دست می‌آید:

$$S = \frac{C}{V} \quad (2)$$

که در آن،  $C$  طول رودخانه و  $V$  طول دره (طول مستقیم دره) است. رودخانه‌هایی که پیچ‌وخم زیادی دارند به حالت تعادل نزدیک شده، در حالی که مستقیم بودن مسیر رودخانه بیشتر گویای جوان بودن منطقه است.

## ۲-۲-۳- شاخص تقارن توپوگرافی عرضی<sup>۴</sup> (T)

شاخص دیگری که می‌توان در ارزیابی نامتقارن بودن حوضه آبخیز استفاده کرد، شاخص تقارن توپوگرافی عرضی است که با رابطه ۳ بیان می‌گردد:

$$T = \frac{D_a}{D_d} \quad (3)$$

آبریز با اندازه‌گیری کمیت‌های مختلفی از قبیل انتگرال هیپسومتریک، نسبت کشیدگی، شاخص رودخانه اصلی و میزان پیچ‌وخم جبهه کوهستان را مورد تحلیل قرار دادند.

آنچه که در مرور فصل مشترک پژوهش‌های ژئومورفولوژی و تحلیل غیرخطی حوضه‌های آبریز دیده می‌شود تکیه بر یافتن الگوهای فراکتال برای تفسیر ویژگی‌های ژئومورفولوژیک آبراهه است. حال آنکه حوضه آبریز به‌عنوان سیستمی پیچیده قطعاً می‌بایست پدیده‌ای چندفراکتال باشد تا تک‌فراکتال. هدف از این پژوهش بررسی جامعی بر روی ویژگی‌های چندفراکتال حوضه آبریز و یافتن برتری‌های تحلیل‌های چندفراکتال در آشکارسازی طبیعت غیرخطی حوضه آبریز در مقایسه با تحلیل‌های تک‌فراکتال است. در ضمن مطالعه انطباقی دقیق بین شاخص‌های ژئومورفولوژیک حوضه آبریز و تحلیل ویژگی‌های چندفراکتال حوضه انجام خواهد شد به‌گونه‌ای که بتوان روابط معنی‌داری بین شاخص‌های این دو رویکرد مختلف علمی در گستره مطالعاتی حوضه آبریز یافت. با این رویکرد می‌توان با انجام پردازش سریع و صرفاً مبتنی بر شکل آبراهه و محاسبه ویژگی‌های چندفراکتال حوضه به شناخت بسیار نزدیک از شاخص‌های ژئومورفولوژیک حوضه آبریز و به‌تبع آن برآوردی دقیق از تحلیل‌های مهندسی مبتنی بر این شاخص‌ها در مهندسی منابع آب و مدیریت حوضه آبریز دست یافت.

## ۲- روش تحقیق

### ۱-۲- معرفی منطقه مورد مطالعه

حوضه وال‌نات‌گولچ در جنوب شرق ایالت آریزونا آمریکا با مساحت ۱۵۰ کیلومترمربع در محدوده جغرافیایی ۳۱ و ۴۲ شمالی، ۱۱۰ و ۰۳ غربی واقع شده است که ۷۶۰۰ کیلومترمربع بالاتر از حوضه رود سن پدرو قرار می‌گیرد و از شمال از سونورای مکزیک به آریزونا جریان دارد (شکل ۱-الف). در واقع ناحیه عبوری بین صحراهای چیهوآهوان و سونوران می‌باشد. ارتفاع حوضه از ۱۲۵۰ متر تا ۱۵۸۵ متر متغیر، میانگین بلندمدت بارش سالانه ۳۵۰ میلی‌متر و میانگین بلندمدت سالانه دما ۱۷/۷ درجه سانتی‌گراد می‌باشد. وال‌نات‌گولچ یک شاخه کم‌دوام از رود سن پدرو است (شکل ۱-ب) و ۹۰ درصد از زمان خشک می‌باشد. داده‌های هواشناسی، فرسایش خاک (رسوب‌گذاری) از ۱۲۵ دستگاه نصب شده روی حوضه آبریز وال‌نات‌گولچ جمع‌آوری می‌شوند. بارش با شبکه‌ای از ۸۸ باران‌سنج که در سرتاسر حوضه آبریز قرار گرفته است، اندازه‌گیری می‌شود. منطقه وال‌نات‌گولچ به ۱۲ زیرحوضه اصلی تقسیم‌بندی می‌شود. ویژگی بارز این منطقه حالت

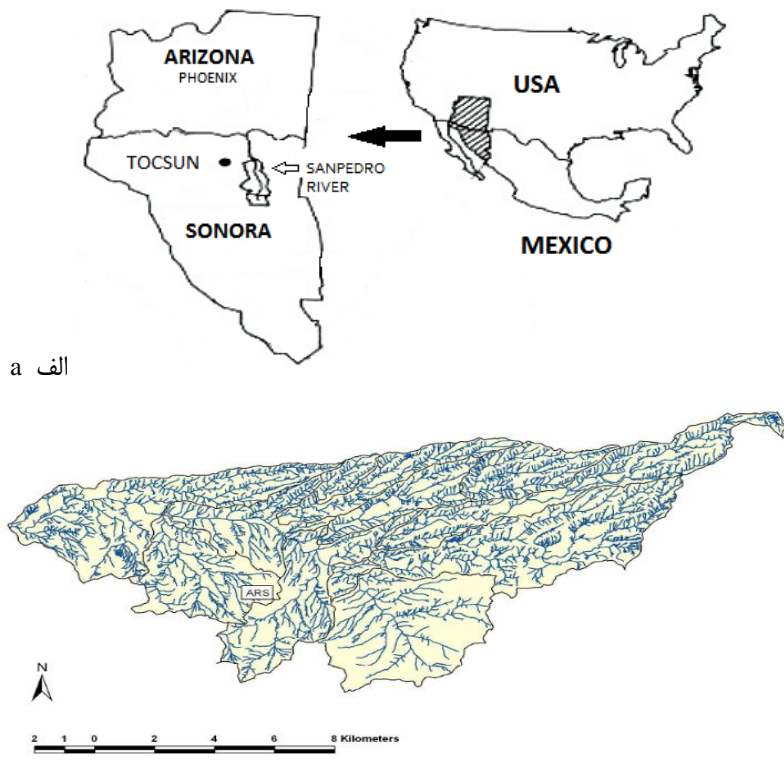


Fig. 1- Walnut Gulch Watershed and River Network, a) Walnut Gulch Location and Boundaries, b) Walnut Gulch River Network Map

شکل ۱- نقشه حوزه آبریز و آبراهه‌های حوزه والانات گولچ. الف) موقعیت مکانی و مرزهای حوزه والانات گولچ، ب) نقشه آبراهه حوزه والانات گولچ

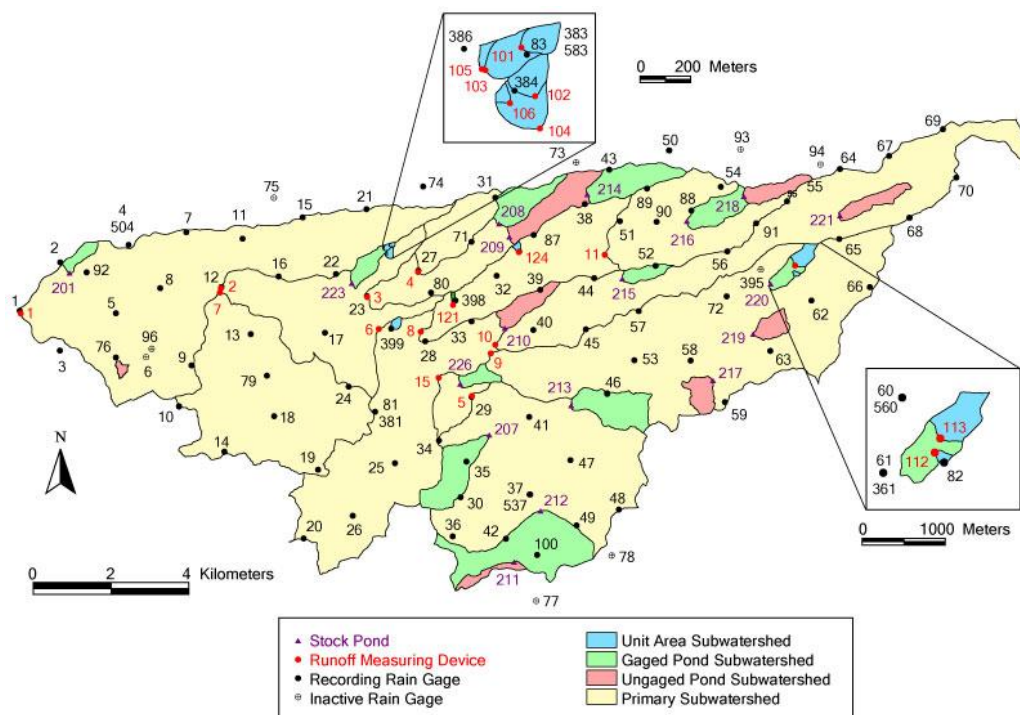


Fig. 2- Walnut Gulch Basin in the Southeast of Arizona, USA

شکل ۲- حوزه والانات گولچ در جنوب شرق ایالت آریزونا، آمریکا

که در آن،  $B_L$  طول دورترین نقطه تا خروجی حوضه و  $B_w$  طول پهن ترین بخش حوضه می‌باشند (Karam & Saberi, 2015).

### ۲-۳- تئوری فراکتال

#### ۲-۳-۱- محاسبه بعد فراکتال و شاخص‌های چندفراکتال

فراکتال‌ها اشکال و یا فرآیندهای هستند که در مقیاس‌های متفاوت فضایی یا زمانی مورد بررسی، دارای ظاهر و یا رفتاری مشابه هستند. این اشکال یا فرآیندها دارای جزییات بسیاری در مقیاس‌های کوچک هستند بگونه‌ای که هندسه اقلیدسی از تفسیر این جزییات ناتوان است (Mandelbrot, 1982). با اینکه در تعریف محض، فراکتال یک مفهوم ریاضی به حساب می‌آید مثال‌های بی‌شماری از پدیده‌های طبیعی قابل ذکر است که یک پدیده فراکتال را نمایش می‌دهند با احتساب اینکه آن‌ها در دامنه مشخصی از مقیاس‌ها قابل تعریف هستند. به چنین پدیده‌هایی معمولاً خود-متشابه گفته می‌شود که بیانگر ساختار تغییرناپذیر مقیاسی آن‌هاست یا اینکه در دامنه مقیاسی مشخص ساختار یکتایی دارند. به عبارت ساده‌تر ویژگی غالب چنین پدیده‌ای وابستگی طول این پدیده به طول مقیاس اندازه‌گیری آن‌هاست که بعد فراکتال طبیعت دقیق این وابستگی بعد را به ما نشان می‌دهد (Moon, 2004). بعد فراکتال در واقع معیاری برای سنجش مقیاس هندسی (فراکتال) یک پدیده است که می‌تواند با توجه به میزان پیچیدگی پدیده یک عدد غیر صحیح باشد. بعد فراکتال می‌تواند عددی بین ۱ و ۲ برای یک منحنی یا فرآیندی مانند یک سری زمانی - که سیگنالی یک‌بعدی است- باشد حال آنکه این عدد برای یک سطح بر اساس پیچیدگی و یا سیگنال‌های دوبعدی مانند تصاویر می‌تواند عددی بین ۲ و ۳ باشد. روش‌های گوناگونی برای محاسبه بعد فراکتال پیشنهاد شده است که در این پژوهش از روش شمارش جعبه‌ای استفاده کرده‌ایم.

#### ۲-۳-۲- روش شمارش جعبه‌ای

الگوریتم شمارش جعبه‌ای روشی هوشمندانه و ساده در کاربرد است (Breslin and Belward, 1999). یک منحنی فراکتال، منحنی با جزییات مشخص و خاصیت خود-متشابه است. طول منحنی فراکتال به‌طور نامحدودی با افزایش دقت مکانیزم اندازه‌گیری افزایش می‌یابد. به هر مرحله افزایش دقت اندازه‌گیری بعد فراکتال، افزایش جزییات و به تبع آن طول منحنی را مشخص می‌نماید. برای یک پدیده فراکتال، طول  $L$  به‌عنوان تابعی از دقت ابزار اندازه‌گیری  $\delta$  برابر است با:

$$L(\delta) \propto \delta^{-D} \quad (7)$$

که در آن،  $D_a$  فاصله خط میانی حوضه زهکشی تا مسیر رود اصلی (نوار ماندندی فعال حوضه) و  $D_d$  فاصله خط میانی حوضه زهکشی تا خط تقسیم آب می‌باشند. در واقع شاخص  $T$ ، برداری با جهت‌گیری خاص و با مقداری از ۰-۱ است. در حوضه‌های کاملاً متقارن، مقدار این شاخص برابر با صفر است. با کاهش تقارن حوضه، شاخص  $T$  افزایش یافته و به عدد ۱ نزدیک می‌شود (Alizadeh and Alizadeh, 2014).

#### ۲-۲-۴- تراکم شبکه رودخانه $(\mu)$

اگر مجموع طول تمام رودخانه‌ها و آبراهه‌های حوضه اندازه‌گیری و بر مساحت حوضه تقسیم شود عدد به دست آمده که معمولاً برحسب کیلومتر در هر کیلومتر مربع ( $\text{km}/\text{km}^2$ ) توصیف می‌شود، تراکم شبکه رودخانه‌های حوضه (یا تراکم شبکه زهکشی) نامیده می‌شود.

$$\mu = \frac{\sum L_i}{A} \quad (4)$$

که در آن،  $L_i$  طول هر یک از آبراهه‌های حوضه (دائم و خشک) با واحد  $\text{km}$ . مساحت حوضه برحسب  $\text{km}^2$  و  $\mu$  تراکم شبکه رودخانه‌های حوضه برحسب  $\text{km}/\text{km}^2$  می‌باشند.

#### ۲-۲-۵- نسبت کشیدگی $(Re)$

حوضه‌های آبریز از نظر شکل بسیار متنوع‌اند ولی می‌توان سه گروه عمده را مشخص کرد: حوضه‌های کشیده، پهن و بادبزی. برای آن که حوضه‌ها را از نظر شکل مقایسه کنیم از ضرایب یا نمایه‌های خاصی استفاده می‌شود. نسبت کشیدگی یکی از شاخص‌های مورد استفاده برای مقایسه حوضه آبریز می‌باشد. در یک حوضه اگر مساحت آن  $A$  باشد در این صورت قطر دایره معادل آن  $2\left(\frac{A}{\pi}\right)^{0.5}$  خواهد بود. در چنین حوضه‌ای برحسب تعریف نسبت کشیدگی به‌صورت زیر بیان شده است که در آن  $L_m$  طول حوضه در جهت موازی با طولانی‌ترین آبراهه حوضه با واحد  $\text{km}$  و  $A$  مساحت حوضه با واحد  $\text{km}^2$  می‌باشند (Alizadeh, 2006):

$$Re = \left(\frac{A}{0.786}\right)^{0.5} \frac{1}{L_m} \quad (5)$$

#### ۲-۲-۶- شاخص نسبت شکل حوضه $(Bs)$

شاخص نسبت شکل حوضه با تقسیم اندازه طول حوضه از انتهایی‌ترین مقسم آب تا خروجی حوضه بر پهنای حوضه در پهن‌ترین قسمت به دست می‌آید. همان‌طور که از نام این شاخص پیداست، با توجه به مقدار بدست آمده می‌توان تا حدودی به چگونگی شکل حوضه پی برد.

$$B_s = \frac{B_L}{B_w} \quad (6)$$

که در آن  $\mu_i$  طول کلی شبکه آبراهه در  $i$  امین جعبه می‌باشد. یک شبکه فراکتال که با مجموعه نامحدودی از بعدها  $D_q$  تعمیم یافته برای کلیه مقادیر حقیقی  $q$  تعریف می‌شود به عنوان یک طیف چندفراکتال شناخته می‌شود (شکل ۳- الف). مقدار  $q$  متعلق به مجموعه اعداد حقیقی است و بازه تغییرات آن از  $-q$  تا  $+q$  نشانگر آستانه حدی است که مقدار  $D_q$  با کم یا زیاد شدن  $q$  از این حد، کاهش و یا افزایش نخواهد داشت و بر اساس الگوریتم تکرار و خطا مشخص می‌گردد (Bonnet et al., 2001). کاهش یکنواخت بعد فراکتال تعمیم یافته در حالیکه  $q$  افزایش می‌یابد نشانگر تک فراکتال بودن است. در چنین شرایطی بعد فراکتال تعمیم یافته با بعد فراکتال برابر است. درحالی که افزایش و یا کاهش معنادار و با شیب تند بعد فراکتال تعمیم یافته در مقابل افزایش مقادیر  $q$  به معنای طیف چندفراکتال برای پدیده است.

روند افزایشی یا کاهنده نمودار  $D(q)$  در مقابل  $q$  درجه‌ای از تمایل سیستم به چندفراکتالی بودن را نشان می‌دهد. همچنین اگر نرخ تغییرات بعد فراکتال تعمیم یافته در مقابل  $q$  نسبتاً هموار باشد نشان دهنده تمایل سیستم به چندفراکتالی بودن می‌باشد و بالعکس اگر این نرخ معنادار باشد درجه‌ای از تک فراکتالی را نشان می‌دهد. با توجه به بررسی‌های انجام گرفته در گذشته، می‌توان نتیجه گرفت که بررسی این نمودار مهم‌ترین و قابل اعتمادترین نتایج را به دنبال دارد. همچنین با محاسبه بعد تعمیم یافته فراکتال در نقطه  $q=0$  و تفریق آن از بعد فراکتال می‌توان تا حدودی به رفتار سیستم پی برد. بدین صورت که هرچه عدد به دست آمده از این تفریق  $-$  که به آن  $\Delta$  می‌گوییم  $-$  کمتر باشد تمایل سیستم به الگوی چندفراکتالی را بیشتر نشان می‌دهد.

$$\Delta = D_f - D_{q=0} \quad (10)$$

که در آن  $D$  بعد فراکتال است. الگوریتم شمارش جعبه‌ای  $L(\delta)$  را برای  $\delta$  مختلف اندازه‌گیری می‌کند به این صورت که تعداد جعبه‌های غیر همپوشان به اندازه  $\delta$  را که برای پوشاندن منحنی لازم است می‌شمارد. به این ترتیب بعد فراکتال  $D$  از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$D = - \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log N(\delta)}{\log(\delta)} \quad (8)$$

که در آن  $N(\delta)$  نشان دهنده تعداد جعبه‌های لازم جهت پوشاندن منحنی است.

### ۴-۲- تحلیل چندفراکتال

#### ۴-۲-۱- بعد تعمیم یافته<sup>۷</sup>

روش شمارش جعبه‌ای امکان تعمیم مفهوم چندفراکتال را فراهم می‌آورد (Carpinteri et al., 2009). برای هر  $\delta$  روش شمارش جعبه‌ای بی‌قاعدگی‌های اندازه‌ای کمتر از  $\delta$  را نادیده می‌گیرد. بنابراین تعداد نقاط یافت شده درون جعبه‌ها که مجموعه را پوشش می‌دهند متناسب نیست. یعنی مثلاً در تحلیل چندفراکتال شکل آبراهه یک جعبه شامل یک سرشاخه از آبراهه و جعبه‌ای دیگر که چندین سرشاخه را دربر می‌گیرد هر دو به یک تعداد شمارش می‌شوند. بنابراین بعد فراکتال به تنهایی برای به تصویر درآوردن خصوصیات فراکتالی پدیده‌ای مانند شبکه آبراهه کافی نمی‌باشد. بعد فراکتال حاصل از شمارش جعبه‌ای در واقع اطلاعات کلی و یا میانگین اطلاعات شبکه را منتقل می‌نماید و از بی‌نظمی‌های موضعی این چنینی عبور می‌کند. به همین دلیل بعد فراکتال تعمیم یافته به صورت زیر تعریف می‌گردد (Carpinteri et al., 2009):

$$D_q = \frac{1}{(q-1)} \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln \sum \mu_i^q}{\ln \delta}, \quad \forall q \in \mathfrak{R} \quad (9)$$

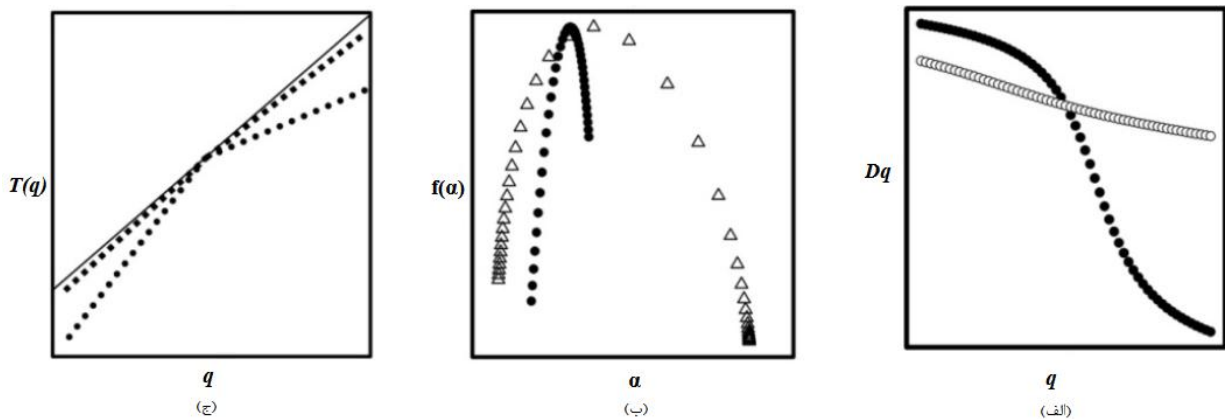


Fig. 3- Multi-fractal characteristics, a) Fractal Generalized Dimension diagram, b) Singularity Spectrum Graph, c) Scaling Exponent Diagram

شکل ۳- شاخص‌های چندفراکتال (الف) نمودار بعد فراکتال تعمیم یافته (ب) نمودار طیف تکینگی (ج) نمودار ضریب مقیاسی

چپ<sup>۱۳</sup> نمودار درجه‌ای از تمایل سیستم به چندفراکتال طبیعی بودن را نشان می‌دهد و بیانگر حساسیت نسبت به تغییرات محلی بزرگ است.

### ۲-۴-۳- ضریب مقیاسی<sup>۱۴</sup>

ضریب مقیاسی که به عنوان  $T(q)$  شناخته می‌شود شیب منحنی برازشی لوگ-لوگ تابع ضریب مقیاسی  $T(q)$  برحسب  $q$  می‌باشد. نمودار  $T(q)$  برحسب  $q$  به‌عنوان یکی از پرکاربردترین نمودارها در طیف چندفراکتالی شناخته می‌شود (شکل ۳-ج). این نمودار معمولاً جهت تعیین الگوی رفتاری سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرد. خطی بودن این نمودار نشان‌دهنده تمایل سیستم به الگوی چندفراکتالی است و بالعکس وجود شکستگی درجه‌ای از تکفراکتالی بودن را نشان می‌دهد. به عبارتی وجود نقطه شکستگی نشان‌دهنده رفتاری تکفراکتالی است و هرچه این نقطه شکستگی سبب شکستگی بیشتر این نمودار شده باشد تمایل سیستم به تکفراکتالی بودن را بیشتر نشان می‌دهد. به شکستگی ایجاد شده در نمودار زاویه چرخش<sup>۱۵</sup> گفته می‌شود. همچنین بررسی‌ها نشان می‌دهد هرچه این نمودار فاصله بیشتری از مبدأ مختصات داشته باشد این تمایل به چندفراکتالی بودن بیشتر خواهد شد. معادله ۱۴ نحوه محاسبه تابع ضریب مقیاس بر اساس شاخص بعد فراکتال تعمیم‌یافته را نشان می‌دهد (Pathak and Hemali, 2013):

$$T(q) = q \cdot D(q) - 1 \quad (14)$$

### ۳- نتایج و تحلیل نتایج

#### ۳-۱- محاسبه بعد فراکتال

تمامی داده‌های منطقه وال‌نات‌گولچ<sup>۱۶</sup> از مرکز داده‌های پروژه حوضه جنوب غرب آریزونا منطقه وال‌نات‌گولچ به‌دست‌آمده است. این داده‌ها در قالب نقشه‌های GIS که شامل نقشه‌های توپوگرافی Dem10، شبکه آبراهه و تقسیم‌بندی زیرحوضه‌ها می‌باشد، دریافت شد. به دلیل اینکه شبکه آبراهه‌ها و کدهای ارتفاعی موجود در داده‌ها کلی و مربوط به تمام منطقه وال‌نات‌گولچ بود، می‌بایست این موارد برای هر زیرحوضه به‌صورت جداگانه بدست می‌آمد. از این‌رو با استفاده از تقسیم‌بندی موجود زیرحوضه‌ها (که شامل ۱۵ زیرحوضه متفاوت نام‌گذاری شده از شماره ۱ تا ۱۵ می‌شد ولیکن زیرحوضه‌های شماره ۱۲، ۱۳ و ۱۴ به دلیل کوچک بودن بسیار در این پژوهش مورد مطالعه قرار نگرفتند) شبکه آبراهه و نقشه توپوگرافی اختصاصی هر زیرحوضه بدست آمد. پس از آن با قرار دادن کدهای ارتفاعی روی مسیر رودخانه در هر زیر حوضه شیب طولی هرکدام از شبکه آبراهه‌های فوق‌الذکر به همراه ارتفاع آن‌ها به صورت مجزا به دست آمد. با استفاده از تصویر

طیف تکینگی  $f(\alpha)$  بعد فراکتال جعبه‌هایی است با شدت تکینگی  $\alpha$  درجایی که  $\alpha$  پارامتر موضعی است که محاسبات آن از جعبه‌ای به جعبه دیگر تغییر می‌کند. در شمارش جعبه‌ای چندفراکتال، شبکه مجازی از جعبه‌های مستطیلی شکل تصویر آبراهه را پوشش می‌دهند و یک احتمال به هر جعبه بر اساس شماره پیکسل آن جعبه نسبت داده می‌شود (Chhabra et al., 1989).

$$\mu(q, \delta) = \frac{P_i^q(\delta)}{\sum_i P_i^q(\delta)} \quad (11)$$

که در آن  $P_i^q(\delta)$  تعداد کل جعبه‌های غیر خالی با سایز  $\delta$  و  $\mu(q, \delta)$  وزن مربوط به  $i$  امین جعبه می‌باشد. (Chhabra et al., 1989) روابط زیر را برای محاسبه  $f(\alpha)$  و  $\alpha(q)$  ارائه نموده‌اند:

$$f(\alpha) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\sum_i \mu_i \log \mu_i(q, \delta)}{\log(\delta)} \quad (12)$$

براین اساس برای دست‌یابی به طیف تکینگی ابتدا تابع شدت تکینگی محاسبه می‌گردد:

$$\alpha(q) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\sum_i \mu_i \log \mu_i(q, \delta)}{\log(\delta)} \quad (13)$$

با رسم مقادیر  $f(\alpha)$  در مقابل زاویه تکینگی  $\alpha$  طیف تکینگی که از پارامترهای مهم و مفید برای تحلیل رفتار چندفراکتال شبکه آبراهه می‌باشد بدست می‌آید (شکل ۳-ب). این نمودارها عموماً تا مقدار بعد فراکتال در  $q=0$  بالا می‌روند و سپس پایین می‌آیند. همانند طیف‌های  $Dq$  در مقابل  $q$ ، آن‌ها نیز الگوهای معمولاً کاربردی برای مقایسه الگوهای تک و چندفراکتال نشان می‌دهند. منحصرأ در این طیف‌ها تک و چندفراکتال‌ها در مقادیر خاصی همگرا می‌شوند، به‌نحوی که طیف حاصل از چندفراکتال عموماً گستردگی بیشتری دارد.

با بررسی زاویه  $\alpha$  در این نمودار و با توجه به باز و بسته بودن این نمودار که از آن به‌عنوان دامنه یاد می‌شود، می‌توان رفتار سیستم را تا حدودی حدس زد. بدین‌صورت که هرچه دامنه کمتر باشد، تمایل به تکفراکتالی بودن بیشتر است و بالعکس هر چه دامنه بیشتر باشد درجه‌ای از چندفراکتالی بودن را نشان می‌دهد. به‌تبع و با توجه به مرتبط بودن دامنه با زاویه  $\alpha$ ، مقادیر بیشتر زاویه  $\alpha$  نشان‌دهنده تمایل به تکفراکتالی و مقادیر کمتر آن تمایل به چندفراکتالی را نمایان می‌کند. همچنین با بررسی تقارن موجود در شکل نمودار تحلیل‌هایی صورت می‌گیرد. به این معنی که اگر نمودار از تقارن کامل<sup>۹</sup> برخوردار باشد، سیستم را می‌توان فراکتال دقیق<sup>۱۰</sup> دانست. فراکتال‌های دقیق از تکرار المان‌های خود متشابه<sup>۱۱</sup> پدیده فراکتال به وجود می‌آیند. اما اگر نمودار تمایل به سمت راست<sup>۱۲</sup> داشته باشد، می‌توان به درجه‌ای از تمایل سیستم به تکفراکتالی بودن پی برد و این امر نشان‌دهنده حساسیت نسبت به تغییرات محلی کوچک است و در نهایت تمایل به

زیرحوضه‌های منطقه وال‌نات‌گولچ جهت تعیین تمایل هر یک از شبکه‌های آبراهه به چندفراکتال یا تک‌فراکتال بودن و همچنین پی بردن به رفتار حوضه، نمودارهای  $T(q)$  و  $D(q)$  برحسب  $q$  و نمودار  $F(\alpha)$  برحسب  $\alpha$  با استفاده از کدهای توسعه داده شده در محیط MATLAB استخراج شده و مورد بررسی قرار گرفته است. پس از ارزیابی نمودارها برای هر یک از زیرحوضه‌ها جهت مقایسه الگوهای چندفراکتالی آن‌ها، این نمودارها بر هم منطبق شده و با هم مقایسه گردیده است.

نتایج به دست آمده از تحلیل‌های چندفراکتالی با توجه به شاخص‌ترین ویژگی هر نمودار به صورت رتبه‌بندی برای زیرحوضه‌های منطقه وال‌نات‌گولچ آورده شده است. همان‌طور که گفته شد شاخص‌ترین ویژگی نمودار ضریب مقیاسی (شکل ۴) در این منطقه میزان شکستگی این نمودار می‌باشد. در زیر، زیرحوضه‌ها از شکسته‌ترین تا خصلی‌ترین حالت به ترتیب مقادیر محاسبه شده برای زاویه چرخش مطابق جدول ۲ از کمترین زاویه به بیشترین زاویه چرخش رتبه‌بندی شده‌اند. مشخص است که هر چه این زاویه بیشتر باشد، نمودار به خط راست نزدیک‌تر و مقادیر کمتر این زاویه نشان‌دهنده شکستگی بیشتر است.

شبکه آبراهه استخراج شده از نرم‌افزار GIS مربوط به هر یک از زیرحوضه‌ها و توسط کدهای توسعه داده شده در محیط MATLAB مقادیر بعد فراکتال بدست می‌آید. این تحلیل بر پایه روش شمارش جعبه‌ای (معادله ۸) انجام گرفته است. در این روش شکل آبراهه با مجموعه‌ای از جعبه‌ها با اندازه مشخص پوشانده می‌شود و سپس بعد فراکتال از تقسیم لگاریتم تعداد جعبه‌های پوششی به لگاریتم اندازه این جعبه‌ها محاسبه می‌گردد. بر اساس فلسفه موجود در شکل‌گیری پدیده‌های فراکتال این نسبت که بعد فراکتال نامیده می‌شود مستقل از مقیاس<sup>۱۷</sup> بوده و با تغییر اندازه جعبه‌ها بعد فراکتال تغییر نمی‌کند. مقادیر بعد فراکتال به دست آمده برای هر زیرحوضه در جدول ۱ آمده است. همان‌گونه که در جدول ۱ نیز مشخص است مقادیر بعد فراکتال در زیرحوضه‌های مختلف متفاوت است که این موضوع ناشی از اختلاف در شکل، گسترش، امتداد و تراکم شبکه آبراهه می‌باشد (Fattahi et al., 2017).

### ۳-۲- محاسبه شاخص‌های چندفراکتال

به منظور ارزیابی شاخص‌های فراکتالی به دست آمده از شکل آبراهه‌های

Table 1- Fractal dimensions calculated for each sub-area

جدول ۱- بعد فراکتال محاسبه شده برای هر زیرحوضه

Sub-basin	1	2	3	4	5	6
Fractal dimension	1.7272	1.565	1.5832	1.6128	1.6869	1.6391
Sub-basin	7	8	9	10	11	15
Fractal dimension	1.7196	1.627	1.7843	1.6682	1.6872	1.7638

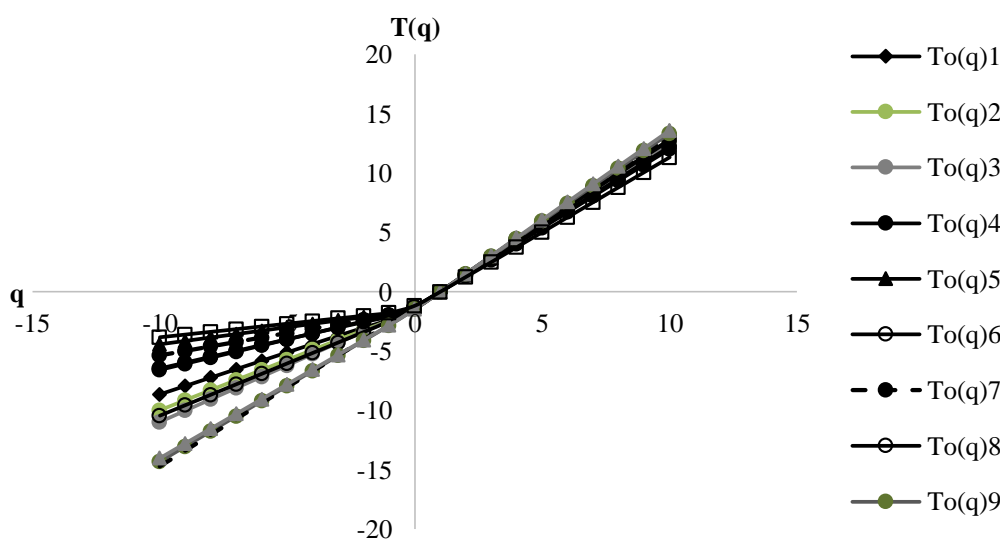


Fig. 4- Scaling exponent of all sub-basins  
شکل ۴- نمودار ضریب مقیاسی تمامی زیرحوضه‌ها



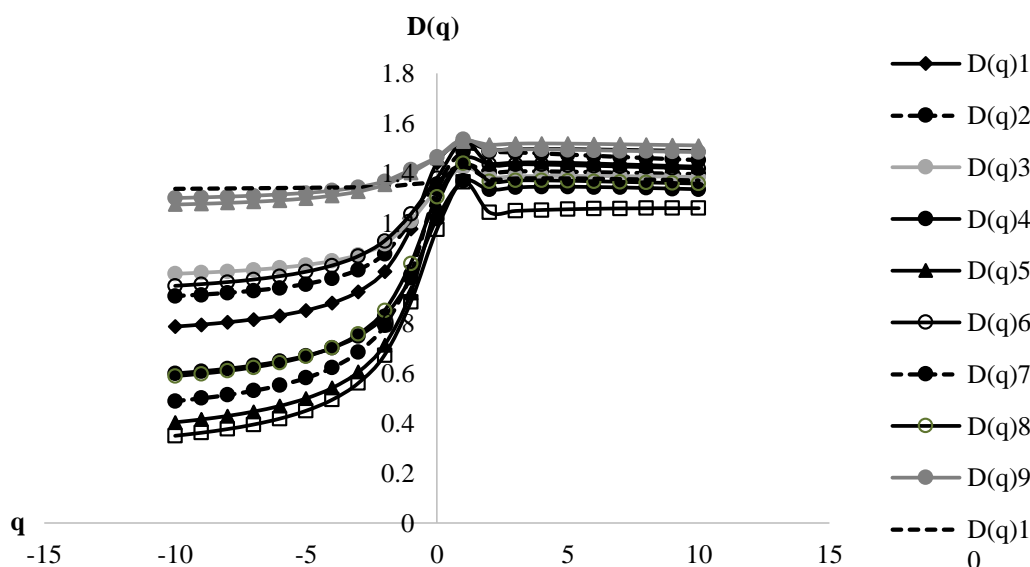


Fig. 5- Comparison of generalized fractal dimension for all sub-basins

شکل ۵- مقایسه بعد تعمیم یافته فراکتال تمامی زیرحوضه‌ها

نرخ تغییرات بعد فراکتال تعمیم یافته کاهش می‌یابد زاویه چرخش افزایش می‌شود که این خود نشانگر رفتار چندفراکتال شبکه رودخانه در تمامی زیرحوضه‌هاست. نکته دیگر آنکه این دو شاخص متفاوت چندفراکتالی نتایج تقریباً مشابهی در تحلیل رفتار زیرحوضه‌ها داشته‌اند و به صورت کلی رتبه هر زیرحوضه در طبقه‌بندی زیرحوضه‌ها بر اساس هریک از این دو شاخص تقریباً یکسان است (جدول ۲).

ویژگی مهم نمودار طیف تکینگی میزان زاویه  $\alpha$ ، دامنه آن و تقارن این نمودار می‌باشد. زیرحوضه‌های این منطقه از حیث زاویه  $\alpha$  از بیشترین زاویه تا کمترین و دامنه از بسته‌ترین تا بازترین حالت رتبه‌بندی شده است.

همچنین با توجه به افزایش نمودار بعد فراکتالی تعمیم یافته همه زیرحوضه‌ها متوجه می‌شویم که شاخص‌ترین ویژگی این نمودار (شکل ۵) نرخ تغییرات بعد تعمیم یافته فراکتال بر حسب  $q$  می‌باشد. رده‌بندی زیرحوضه‌ها از برجسته‌ترین حالت تا هموارترین حالت آورده شده است. این رده‌بندی بر اساس تفاضل مقادیر بعد تعمیم یافته در  $q=10$  و  $q=-10$  محاسبه شده است. که هرچه این تفاضل مقدار کمتری داشته باشد نمودار سیر صعودی ملایم‌تری دارد و بالعکس هرچه این تفاضل بیشتر باشد، نرخ تغییرات برجسته‌تر است. این موارد به همراه رتبه‌بندی نمودار ضریب مقیاسی در جدول ۲ آورده شده است. همان‌گونه که از جدول ۲ مشخص است روند تغییرات بعد تعمیم یافته فراکتال در تمامی زیرحوضه‌ها کاملاً با زاویه چرخش هماهنگ است بگونه‌ای که هر چه

Table 2- Sub-basins ranking based on scaling coefficient diagram and generalized dimension

جدول ۲- رتبه‌بندی زیرحوضه‌ها بر اساس نمودار ضریب مقیاسی و بعد تعمیم یافته

Row	Rate of changes $D(q=10) - D(q=-10)$	Ranked from Sharp to Monotonic trend	Rotation (angle)	Ranked upon the vertex angle value
1	1.02	Sub-basin 5	145	Sub-basin 5
2	0.96	Sub-basin 7	147	Sub-basin 15
3	0.91	Sub-basin 15	152	Sub-basin 7
4	0.77	Sub-basin 8	158	Sub-basin 4
5	0.74	Sub-basin 4	159	Sub-basin 8
6	0.70	Sub-basin 1	161	Sub-basin 1
7	0.49	Sub-basin 2	167	Sub-basin 6
8	0.47	Sub-basin 6	168	Sub-basin 2
9	0.39	Sub-basin 3	171	Sub-basin 3
10	0.24	Sub-basin 11	177	Sub-basin 9
11	0.18	Sub-basin 9	175	Sub-basin 11
12	0.03	Sub-basin 10	179	Sub-basin 10

جدول ۳ مقایسه کاملی از رفتار چندفراکتال کلیه زیرحوضه‌های وال‌نات گولچ بر اساس شاخص تقارن طیف تکینگی ارائه می‌کند.

جدول ۴ اطلاعات کاملی نسبت به کلیه ویژگی‌های چندفراکتال زیرحوضه‌ها که قابل برداشت و استنباط از نمودار طیف تکینگی می‌باشند در اختیار قرار می‌دهد. دامنه زاویه  $\alpha$  که تفاضل بیشترین و کمترین زاویه تکینگی در زیرحوضه می‌باشد و خود زاویه تکینگی و همین‌طور ترتیب نزولی از بیشترین دامنه زاویه تکینگی تا کمترین نهایتاً طبقه‌بندی طیف تکینگی بر مبنای باز و بسته بودن شکل طیف که به ترتیب نزولی از بسته‌ترین تا بازترین طیف در جدول ذکر شده است. همان‌گونه که مشخص است زیر حوضه ۲ با بسته‌ترین طیف و کمترین زاویه تکینگی و زیر حوضه ۱۰ با بازترین طیف و بیشترین زاویه تکینگی در جدول ۴ قابل ذکر می‌باشند. زیر حوضه ۱۰ که متقارن‌ترین طیف تکینگی را نیز دارد مطابق اطلاعات جدول دارای کمترین نرخ دامنه زاویه تکینگی است که این شاخص نیز باز نشانگر رفتار فراکتالی کامل این زیر حوضه می‌باشد.

همان‌گونه که گفته شد زاویه  $\alpha$  نیز برحسب درجه با اندازه‌گیری زاویه بین شروع نمودار در کمترین  $\alpha$  نسبت به نمودار محور مختصات  $y$ ‌ها محاسبه می‌شود و دامنه فاصله بین دو بازوی این نمودار تعریف می‌شود. جهت تقارن نمودار هر سه حالت تقارن کامل، تمایل به چپ و تمایل به راست در زیر نشان داده شده است. شکل ۶ طیف تکینگی برای کلیه زیرحوضه‌ها را به تصویر کشیده است که برای درک بهتر نسبت به چگونگی تغییرات آن‌ها نسبت به یکدیگر کلیه نمودارها بر روی یک دستگاه مختصات ترسیم شده‌اند. همان‌گونه که در شکل ۶ مشخص است بعضی زیرحوضه‌ها مانند ۴، ۵ و ۷ دارای عدم تقارن به سمت چپ که به معنای تمایل به رفتار چندفراکتالی است و بعضی مانند زیرحوضه‌های ۱، ۲ و ۳ دارای عدم تقارن به سمت راست که تمایل به تکفراکتال بودن پدیده را نشان می‌دهد و زیر حوضه ۱۰ به ظاهر متقارن به نظر می‌رسد که این از نشانه‌های یک فراکتال کامل است.

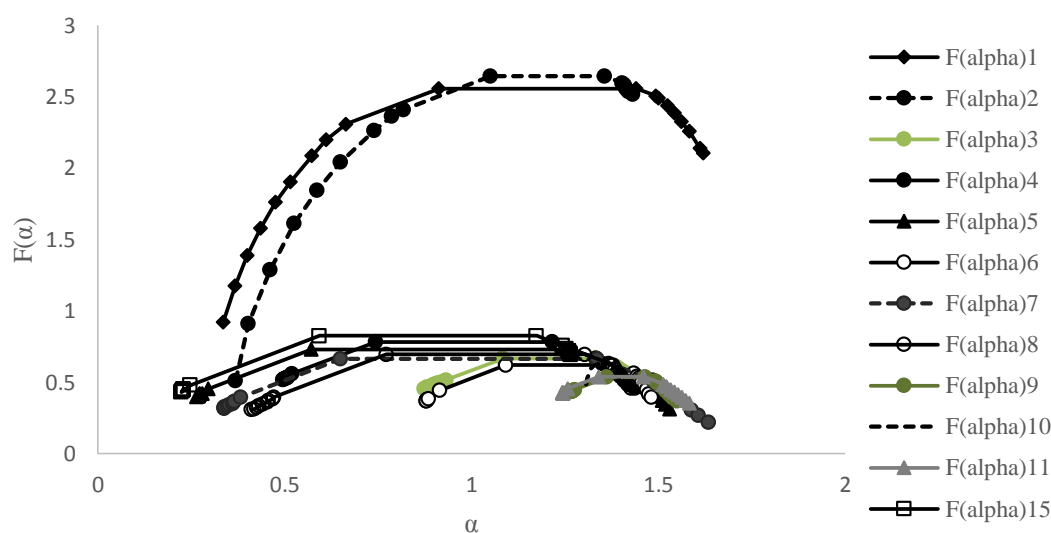


Fig. 6- Comparison of the singularity spectrum of all sub-basins

شکل ۶- مقایسه طیف تکینگی تمامی زیرحوضه‌ها

Table 3- Sub-basins rankings in terms of symmetry quality

جدول ۳- رتبه‌بندی زیرحوضه‌های برحسب میزان تقارن

Tendency to left	Symmetric	Tendency to right
Sub-basin 4	Sub-basin 10	Sub-basin 1
Sub-basin 5		Sub-basin 2
Sub-basin 7		Sub-basin 3
Sub-basin 9		Sub-basin 6
Sub-basin 11		Sub-basin 8
		Sub-basin 15

**Table 4- Sub-basins ranking based on the singularity spectrum diagram**

جدول ۴- رتبه‌بندی زیرحوضه‌ها بر اساس نمودار طیف تکینگی

Row	Range ( $\alpha_{max} - \alpha_{min}$ )	Ranked from widest range of $\alpha$ to the shortest range	Angle $\alpha$ (Degree)	Ranked from the closest spectrum to widest
1	0.09	Sub-basin 10	85	Sub-basin 9
2	0.29	Sub-basin 9	84	Sub-basin 6
3	0.34	Sub-basin 11	79	Sub-basin 10
4	0.55	Sub-basin 3	79	Sub-basin 11
5	0.60	Sub-basin 6	78	Sub-basin 3
6	0.94	Sub-basin 4	53	Sub-basin 5
7	1.02	Sub-basin 8	51	Sub-basin 8
8	1.03	Sub-basin 15	46	Sub-basin 15
9	1.06	Sub-basin 2	46	Sub-basin 1
10	1.27	Sub-basin 5	42	Sub-basin 4
11	1.28	Sub-basin 1	40	Sub-basin 7
12	1.30	Sub-basin 7	30	Sub-basin 2

است مثلاً زیر حوضه ۱۰ دارای بیشترین تقارن می‌باشد و هم‌زمان بیشترین زاویه چرخش نیز یعنی ۱۷۹ درجه مربوط به این زیرحوضه است که این دو، نشانگر نزدیکی بیشتر این زیرحوضه به فراکتال کامل نسبت به سایر زیرحوضه‌ها است. مطابق اطلاعات جدول ۵ کمترین اختلاف بین بعد فراکتال و بعد فراکتال تعمیم‌یافته مربوط به زیر حوضه ۲ می‌باشد که درعین حال دارای کمترین زاویه تکینگی نیز می‌باشد این در حالی است که زیر حوضه ۱۰ که دارای کمترین دامنه تغییرات بعد تعمیم‌یافته فراکتال است و بیشترین زاویه چرخش را دارد مقدار  $\Delta$  نسبتاً کمی اختیار کرده اما نشانگر کمترین اختلاف بین بعد فراکتال و بعد فراکتال تعمیم‌یافته نمی‌باشد. بیشترین مقدار  $\Delta$  مربوط به زیر حوضه ۱۵ است که درعین حال تقریباً بیشترین دامنه تغییرات بعد تعمیم‌یافته فراکتال را نیز نشان می‌دهد (جدول ۵).

شاخص مهم بعدی که راهنمای مناسبی جهت تعیین الگوی زیرحوضه‌ها می‌باشد تفاضل  $D(q=0)$  و بعد فراکتال است. مقادیر عددی به دست آمده برای این زیرحوضه‌ها با یکدیگر مقایسه و به ترتیب از کمترین مقدار تا بیشترین آن در زیر مرتب شده‌اند. مقادیر زاویه  $\alpha$  و دامنه محاسبه شده در جدول ۵ آورده شده‌اند علاوه بر این مقادیر عددی  $\Delta$  (معادله ۱۰) محاسبه شده برای هر زیرحوضه در جدول ۵ آورده شده است. بعلاوه در جدول ۵ خلاصه‌ای از مهم‌ترین شاخصه‌های چندفراکتالی زیرحوضه‌های وال‌نات گولچ ذکر شده است. زاویه چرخش قابل محاسبه از نمودار ضریب مقیاسی، دامنه تغییرات قابل محاسبه از نمودار بعد فراکتال تعمیم‌یافته، دامنه قابل محاسبه از طیف تکینگی و نهایتاً مقدار زاویه تکینگی زاویه  $\alpha$  که آن هم از نمودار طیف تکینگی قابل برداشت است. نکته جالب توجه در این مقایسه اثبات صحت شاخص‌های چندفراکتالی مختلف در مورد یک زیرحوضه

**Table 5- Summary results of multifractal analysis for all sub-basins**

جدول ۵- خلاصه نتایج تحلیل‌های چندفراکتالی تمامی زیرحوضه‌ها

Sub-basin	Vertex angle	Changes' Rate	Range	Angle $\alpha$	$\Delta$
1	161	0.70	1.28	46	0.2857
2	168	0.49	1.06	30	0.2081
3	171	0.39	0.55	78	0.2505
4	158	0.74	0.94	42	0.3957
5	145	1.02	1.27	53	0.4168
6	167	0.47	0.60	84	0.2597
7	152	0.96	1.30	40	0.3827
8	159	0.77	1.02	51	0.3227
9	177	0.18	0.29	85	0.3195
10	179	0.03	0.09	79	0.3003
11	175	0.24	0.34	79	0.2257
15	147	0.91	1.03	46	0.5893

۳-۳- محاسبه شاخص‌های ژئومورفولوژیک

۳-۵- شاخص  $\mu$

با توجه به بررسی مقادیر به دست آمده برای زیرحوضه‌های مختلف، نتیجه می‌گیریم که زیرحوضه‌های ۱۰، ۹، ۳ و ۶ که نسبت به سایر زیرحوضه‌ها مقادیر شاخص تراکم شبکه آبراهه بیشتری دارند (جدول ۶)، با بررسی نمودار  $T(q)$  آن‌ها نیز، شاهد خطی‌تر بودن این نمودار خواهیم بود. به این معنی که این زیرحوضه‌ها زوایای بیشتری در این نمودار دارند و به ۱۸۰ درجه که نشان‌دهنده خطی بودن کامل نمودار  $T(q)$  است، نزدیک‌ترند.

علاوه بر آن بررسی بعد فراکتال آن‌ها نیز نشان می‌دهد که در این نمودار نرخ تغییرات  $D(q)$  نسبت به  $q$  ملایم‌تر از سایر زیرحوضه‌ها می‌باشد. مقایسه اعداد به دست آمده در این زمینه تأییدکننده این موضوع است به این شکل که کمترین تفاضل در نمودار بعد فراکتالی مربوط به زیرحوضه‌های فوق‌الذکر می‌باشد. همچنین در مورد نمودار طیف تکینگی این زیرحوضه‌ها نیز، می‌توان به بسته بودن نمودار در این زیرحوضه‌ها و دامنه اندک آن‌ها پی برد. همان‌گونه که مشخص است زاویه  $\alpha$  ی این زیرحوضه‌ها بیشترین مقادیر در میان سایر زیرحوضه‌ها را دارا می‌باشند. همچنین مقادیر  $\Delta$  به دست آمده برای این زیرحوضه‌ها نیز مقادیر کمتری نسبت به سایر زیرحوضه‌ها دارد.

در مورد زیرحوضه‌های ۵، ۷، ۱۵، ۲ و ۱ مقادیر تراکم شبکه آبراهه کمتر، به تبع نتایج عکس با آنچه که در بالا گفته شد نتیجه می‌دهد. به این صورت که نمودار  $T(q)$  این زیرحوضه‌ها شکسته‌تر (شکل ۴)، نرخ تغییرات بعد تعمیم‌یافته فراکتال برجسته (شکل ۵)، زاویه  $\alpha$  در نمودار طیف تکینگی کمتر (شکل ۶)، دامنه زیرحوضه‌ها در این نمودار بیشتر و در نهایت مقدار دلتای به دست آمده نیز بیشتر است (جدول ۶). زیرحوضه‌های شماره ۴ و ۸ نیز در این شاخص حد واسطی را اتخاذ کرده‌اند.

جهت محاسبه شاخص‌های ژئومورفولوژیک داده‌های موردنیاز در قالب نقشه‌های GIS که شامل نقشه‌های توپوگرافی Dem10 شبکه آبراهه و تقسیم‌بندی زیرحوضه‌ها می‌باشد در محیط GIS و نرم‌افزار ArcMap وارد شدند و ویژگی‌های ژئومورفولوژیک حوضه شامل شاخص گرادیان طولی رودخانه SL، شاخص پیچ‌وخم رودخانه اصلی S، شاخص تقارن توپوگرافی عرضی T، شاخص تراکم شبکه رودخانه  $\mu$ ، نسبت کشیدگی Re و نسبت شکل حوضه BS بدست آمد. همچنین جهت استفاده در مراحل بعدی و با استفاده از تعاریف آبراهه اصلی و فرعی، مسیر هر کدام از آبراهه‌ها جدا شد تا بتوان اطلاعاتی نظیر طول آبراهه اصلی، طول آبراهه فرعی و غیره بدست آید. اعداد به دست آمده برای هر کدام از شاخص‌ها جهت هر یک از زیرحوضه‌ها در جدول ۶ آورده شده است.

۳-۴- تحلیل روابط بین الگوهای چندفراکتال شکل آبراهه و شاخص‌های ژئومورفولوژیک

در این قسمت به بررسی ارتباط الگوهای چندفراکتال یافته شده بر مبنای شاخص‌های سه‌گانه ضریب مقیاسی، بعد فراکتال تعمیم‌یافته و طیف تکینگی برای شبکه آبراهه در زیرحوضه‌های بررسی شده با شاخص‌های ژئومورفولوژیک بدست آمده در هر یک از زیرحوضه‌ها می‌پردازیم. با توجه به آنکه شکل آبراهه به‌عنوان یک پدیده غیرخطی در هر زیر حوضه برآیند مجموعه عوامل بسیاری از جمله مهم‌ترین آن‌ها ویژگی‌های ژئومورفولوژیک حوضه آبریز است انتظار داشتیم که شاخص‌های چندفراکتال به‌عنوان ابزارهای غیرخطی قدرتمند برآورد درستی از این تأثیرپذیری نشان دهند که نتایج ذیل کاملاً شاهدهی بر این مدعا می‌باشد.

Table 6- Summary of the values of geo-morphological indicators for all sub-basins

جدول ۶- خلاصه مقادیر شاخص‌های ژئومورفولوژیکی تمامی زیرحوضه‌ها

Sub-basin	$\mu$ (km/km <sup>2</sup> )	S(m/m)	SL(m)	T(m/m)	BS(m/m)	Re(km/km)
1	7.17	1.27	99.51	0.53	2.76	0.46
2	7.06	1.15	22.12	0.25	1.17	0.82
3	7.88	1.37	110.34	0.26	6.74	0.34
4	7.82	1.28	39.32	0.30	2.50	0.58
5	3.40	1.23	39.86	0.21	0.78	1.01
6	6.14	1.45	118.62	0.27	2.24	0.69
7	5.51	1.24	67.67	0.14	1.22	0.76
8	7.76	1.33	50.07	0.34	2.58	0.58
9	7.38	1.54	116.97	0.16	2.94	0.51
10	7.41	1.41	205.18	0.24	8.19	0.31
11	9.34	1.25	75.20	0.24	2.47	0.56
15	6.35	1.21	29.57	0.32	2.34	1.08

### ۳-۶- شاخص S

(جدول ۶) و تمایل نمودار طیف تکینگی این زیرحوضه به سمت چپ را نشان می‌دهد (شکل ۶). همچنین در زیرحوضه‌های ۱، ۸، ۱۵، ۶ و ۳ که تقارن توپوگرافی عرضی بیشتری دارند (جدول ۶)، تمایل نمودار به سمت راست بیشتر است و انتظار می‌رود که اگر شاخص تقارن T حد وسط باشد، نمودار  $F(\alpha)$  تقریباً متقارن است (شکل ۶).

همان‌طور که از شکل آبراهه نیز مشخص است، زیرحوضه‌های ۹، ۶، ۱۰ و ۳ دارای پیچ‌وخم بیشتری نسبت به سایر زیرحوضه‌ها می‌باشند. با بررسی نمودار  $T(q)$ ،  $D(q)$  و  $F(\alpha)$  همانند آنچه در قسمت قبل گفته شد به این نتیجه می‌رسیم که زیرحوضه‌های فوق‌الذکر در نمودار ضریب مقیاسی الگوی خطی‌تری دارند، همچنین نرخ تغییرات بعد فراکتال نسبت به  $q$  در این زیرحوضه‌ها ملایم‌تر بوده و زاویه  $\alpha$  در این زیرحوضه‌ها مقادیر بیشتری اتخاذ کرده‌اند و به طبع دامنه کمتری دارند. لازم به ذکر است که مقادیر دلتای این زیرحوضه‌ها نیز کمتر از سایر زیرحوضه‌ها است.

### ۳-۹- شاخص BS

زیرحوضه‌های ۱۰، ۳ و ۹ زیرحوضه‌های مشابهی از لحاظ خصوصیات هستند که در مورد شاخص  $B_s$  نیز این مورد نمود پیدا می‌کند. بدین‌صورت که نمودار  $T(q)$  این زیرحوضه‌ها از سایر زیرحوضه‌ها خطی‌تر است (شکل ۴) و نرخ تغییرات بعد فراکتالی آن‌ها، ملایم‌تر و تفاضل محاسبه شده برای این نمودار مقادیر کمتری دارند و زاویه  $\alpha$  در نمودار طیف تکینگی (شکل ۶) بیشتر و دامنه این زیرحوضه‌ها کمتر است. همچنین اعداد دلتای به دست آمده برای این زیرحوضه‌ها تقریباً کمترین مقادیر به دست آمده می‌باشد (جدول ۵).

در زیرحوضه‌های ۲، ۱۵، ۵ و ۷ پیچ‌وخم کمتر سبب متفاوت شدن نتایج با آنچه گفته شد می‌شود. به این ترتیب که نمودار  $T(q)$  شکسته‌تر (شکل ۴)، نرخ تغییرات  $D(q)$  برجسته‌تر (شکل ۵) و طیف تکینگی این زیرحوضه‌ها دامنه بیشتری دارد (شکل ۶) و زاویه  $\alpha$  کمتر به‌وضوح قابل مشاهده است و در تمامی موارد به‌غیر از زیرحوضه شماره ۲ تفاضل بعد فراکتال و بعد تعمیم‌یافته در نقطه  $q=0$  بیش‌تر است (جدول ۶).

### ۳-۷- شاخص SL

زیرحوضه‌های ۵، ۱۵ و ۷ که شاخص  $B_s$  آن‌ها مقادیر نسبتاً کمتری دارند (جدول ۶)، همان‌طور که انتظار می‌رود مقادیری عکس آنچه که در فوق گفته شد دارند. بدین‌صورت که نمودار  $T(q)$  در آن‌ها شکسته (شکل ۴)، نرخ تغییرات  $D(q)$  برجسته (شکل ۵) و زاویه  $\alpha$  در این زیرحوضه‌ها کمتر و دامنه بازتری دارند (شکل ۵). می‌توان پیش‌بینی کرد که اعداد دلتا در این زیرحوضه‌ها مقادیر بیشتری است. زیرحوضه‌های ۴ و ۸ نیز مانند رفتارشان در اکثر شاخص‌ها، حد وسطی دارند (جدول ۵).

در مورد این شاخص، همانند بررسی‌های گذشته، زیرحوضه‌های ۱۰، ۶، ۹ و ۳ مقادیر بیش‌تری دارند (جدول ۶) که نشان‌دهنده شیب بیشتر این زیرحوضه‌ها می‌باشد. تحلیل‌های چندفراکتالی این زیرحوضه‌ها نیز همانند آنچه در قبل گفته شد، خطی‌تر بودن ضریب مقیاسی را نشان می‌دهد. همچنین نرخ تغییرات بعد فراکتال این زیرحوضه‌ها ملایم‌تر و زاویه  $\alpha$  بیشتر و دامنه کمتری دارند. می‌دانیم که مقادیر دلتای این زیرحوضه‌ها نیز اعداد کوچک‌تری دارند. اما زیرحوضه‌های ۲، ۱۵، ۵ و ۸ مقدار شاخص  $SL$  کمتری دارند که همان‌طور که انتظار می‌رود، نمودار  $T(q)$  آن‌ها تقریباً غیرخطی و زاویه کمتری نسبت به سایر زیرحوضه‌ها دارد. نرخ تغییرات بعد فراکتالشان برجسته و زاویه  $\alpha$  کمتری نسبت به بقیه دارند بررسی دامنه این زیرحوضه‌ها نیز، مقادیر بالای این پارامتر را نشان می‌دهد و مقایسه اعداد دلتای این زیرحوضه‌ها مقادیر بیشتر برای این زیرحوضه‌ها را نشان می‌دهد. زیرحوضه‌های ۷، ۱۱ و ۱ در این شاخص مقادیر حد وسطی دارند (جدول ۶).

### ۳-۱۰- شاخص Re

بررسی شاخص  $Re$  که نشان‌دهنده نسبت کشیدگی حوضه می‌باشد، نشان می‌دهد که بیشترین مقادیر  $Re$  مربوط به زیرحوضه‌های ۱۰، ۳، ۹، ۱ و ۱۱ می‌باشد (جدول ۶). مقایسه تحلیل‌های چندفراکتالی انجام‌گرفته بر روی این زیرحوضه‌ها نتایج زیر را به دنبال دارد. نمودار  $T(q)$  این زیرحوضه‌ها نسبت به سایر زیرحوضه‌ها فرآیند خطی‌تری را نشان می‌دهد (شکل ۴) و زوایای بیشتری دارند. همچنین نرخ تغییرات بعد تعمیم‌یافته فراکتالی همان‌گونه که از مقادیر به دست آمده می‌توان دریافت، تقریباً ملایم بوده (شکل ۵) و دامنه کم و زاویه  $\alpha$  در نمودار طیف تکینگی زیاد است (شکل ۶). ذکر این نکته لازم است که اعداد دلتای این زیرحوضه‌ها نسبت به سایر زیرحوضه‌ها تقریباً مقادیر بیشتری را نشان می‌دهد (جدول ۵). اما در مورد زیرحوضه‌های ۵، ۱۵، ۷ و ۸ که شاخص  $Re$  کمتری دارند، همان‌طور که قابل پیش‌بینی

### ۳-۸- شاخص T

با بررسی این شاخص که نمایانگر تقارن توپوگرافی عرضی است، مشخص می‌شود که زیرحوضه‌های ۷، ۹، ۵ و ۱۱ مقادیر کمتری دارند

همان‌طور که از رتبه‌بندی‌های انجام‌گرفته در مورد شاخص‌های ژئومورفولوژیک پیداست زیرحوضه‌های ۳، ۹، ۱۰ و در بیشتر موارد زیرحوضه‌های ۱، ۶ و ۱۱ در مجاورت یکدیگر (نه لزوماً با ترتیب مشخص) قرار گرفته‌اند (جدول ۷). با بررسی دقیق‌تر این زیرحوضه‌ها و مقایسه آن‌ها با تحلیل‌های چندفراکتالی متوجه تشابه الگوی فوق‌الذکر در این شاخص‌ها نیز می‌شویم. همچنین زیرحوضه‌های شماره ۵، ۱۵ و ۷ و در بعضی موارد زیرحوضه ۲ در بررسی شاخص‌های ژئومورفولوژیک مقادیر نسبتاً نزدیک به همی را اتخاذ کرده‌اند. نکته قابل توجه وجود چنین الگوهایی در تحلیل‌های چندفراکتالی نیز می‌باشد. برای مثال در بررسی شاخص‌های  $\mu$ ،  $S$ ،  $SL$  و  $Bs$  مشخص گردید که در زیرحوضه‌هایی که این شاخص‌های ژئومورفولوژیک بالاتر باشند دیاگرام ضریب مقیاسی خطی تر است یا به عبارتی زاویه چرخش بیشتری دارند. همچنین در این زیرحوضه‌ها دیاگرام بعد تعمیم یافته رفتار هموارتری از خود نشان می‌دهد و نمودار طیف تکینگی بسته‌تر بوده و زاویه  $\alpha$  بیشتر است.

می‌باشد نمودار  $T(q)$  این زیرحوضه‌ها شکسته‌تر، نرخ تغییرات بعد تعمیم‌یافته فراکتالی برجسته‌تر و همچنین زاویه  $\alpha$  طیف تکینگی آن‌ها مقادیر اندک و دامنه زیادی دارند و در نهایت می‌توان نتیجه گرفت که دلتای این زیرحوضه‌ها مقادیر بیشتری را دارد.

در این مرحله مقادیر عددی به دست آمده برای هر شاخص ژئومورفولوژیک با یکدیگر مقایسه و به ترتیب رتبه‌بندی شده‌اند. رتبه‌بندی این شاخص‌ها در جدول‌های ۷ و ۸ نشان داده شده‌اند. این رده‌بندی‌ها دید مناسبی راجع به وجود یا عدم وجود ارتباط معنادار بین تحلیل‌های چندفراکتالی و شاخص‌های ژئومورفولوژیک به ما می‌دهد. با در نظر داشتن حساسیت هر یک از شاخص‌ها به پارامتری خاص شاهد اختلافات اندکی در رتبه‌بندی زیرحوضه‌ها هستیم. با این وجود پیداست که در اکثر شاخص‌ها زیرحوضه‌ها رفتار مشابهی دارند و از الگوی واحدی تبعیت می‌کنند.

**Table 7- Sub-basins rankings based on geo-morphological indices**  
جدول ۷- رتبه‌بندی زیرحوضه‌ها بر اساس شاخص‌های ژئومورفولوژیک

Row	Index $\mu$	Sub-basin rank	Index BS	Sub-basin rank	Index S	Sub-basin rank	Index SL	Sub-basin rank
1	9.34	Sub-basin 11	8.19	Sub-basin 10	1.54	Sub-basin 9	205.18	Sub-basin 10
2	7.88	Sub-basin 3	6.74	Sub-basin 3	1.45	Sub-basin 6	118.62	Sub-basin 6
3	7.82	Sub-basin 4	2.94	Sub-basin 9	1.41	Sub-basin 10	116.97	Sub-basin 9
4	7.76	Sub-basin 8	2.76	Sub-basin 1	1.37	Sub-basin 3	110.34	Sub-basin 3
5	7.41	Sub-basin 10	2.58	Sub-basin 8	1.33	Sub-basin 8	99.51	Sub-basin 1
6	7.38	Sub-basin 9	2.50	Sub-basin 4	1.28	Sub-basin 4	75.2	Sub-basin 11
7	7.17	Sub-basin 1	2.47	Sub-basin 11	1.27	Sub-basin 1	67.67	Sub-basin 7
8	7.06	Sub-basin 2	2.34	Sub-basin 15	1.25	Sub-basin 11	50.07	Sub-basin 8
9	6.53	Sub-basin 15	2.24	Sub-basin 6	1.24	Sub-basin 7	39.86	Sub-basin 5
10	6.14	Sub-basin 6	1.22	Sub-basin 7	1.23	Sub-basin 5	39.32	Sub-basin 4
11	5.51	Sub-basin 7	1.17	Sub-basin 2	1.21	Sub-basin 15	29.57	Sub-basin 15
12	3.40	Sub-basin 5	0.78	Sub-basin 5	1.15	Sub-basin 2	22.12	Sub-basin 2

**Table 8- Sub-basin rankings based on geo-morphological indexes**  
جدول ۸- رتبه‌بندی زیرحوضه‌ها بر اساس شاخص‌های ژئومورفولوژیک  $Re$  و  $T$

Row	Index T	Sub-basin rank	Index Re	Sub-basin rank
1	0.14	Sub-basin 7	0.31	Sub-basin 10
2	0.16	Sub-basin 9	0.34	Sub-basin 3
3	0.21	Sub-basin 5	0.46	Sub-basin 1
4	0.24	Sub-basin 10	0.51	Sub-basin 9
5	0.24	Sub-basin 11	0.56	Sub-basin 11
6	0.25	Sub-basin 2	0.58	Sub-basin 4
7	0.26	Sub-basin 3	0.58	Sub-basin 8
8	0.27	Sub-basin 6	0.69	Sub-basin 6
8	0.30	Sub-basin 4	0.76	Sub-basin 7
10	0.32	Sub-basin 15	0.82	Sub-basin 2
11	0.34	Sub-basin 8	1.01	Sub-basin 5
12	0.53	Sub-basin 1	1.08	Sub-basin 15

زیادی با تحلیل‌های غیرخطی چندفراکتال ماهیت کلی ژئومورفولوژیک حوضه را دریافت کرد خصوصاً در حوضه‌های فاقد آمار و اطلاعات ثبت‌شده و یا هر زمان که صرفاً نیاز به یک بررسی سریع اما دقیق از چگونگی ژئومورفولوژی منطقه را داشته باشیم. نیاز به اطلاعات اندک (تنها شکل آبراهه که حتی می‌توان آن را از عکس‌های هوایی استخراج نمود و نیاز به برداشت اطلاعات پرشمار و محاسبات بسیار ندارد) و سادگی انجام تحلیل‌های چندفراکتال و دقت آن‌ها و از همه مهم‌تر مبتنی بودن بر ماهیت غیرخطی پدیده ژئوفیزیکی حوضه آبریز این روش طبقه‌بندی را به ابزاری سریع و کاربردی در رتبه‌بندی حوضه‌های آبریز بدل می‌سازد.

### پی‌نوشت‌ها

- 1- Sand Box
- 2- Stream Length-Gradient Index
- 3- River Sinuosity
- 4- Transverse Topographic Symmetry Factor
- 5- Drainage Density
- 6- Elongation Ratio
- 7- Fractal Generalized Dimension
- 8- Singularity Spectrum
- 9- Full Symmetric
- 10- Exact Fractal
- 11- Self-Similar
- 12- Right Asymmetric
- 13- Left Asymmetric
- 14- Scaling Exponent
- 15- Vertex Angle
- 16- [www.tucson.ars.ag.gov/dap/](http://www.tucson.ars.ag.gov/dap/)
- 17- Scale Invariant

### ۵- مراجع

- Alizadeh A (2006) Applied hydrology principles. Ferdowsi University of Mashhad, 467-484p (In Persian)
- Alizadeh Y, Alizadeh H (2014) The effect of neonate construction on the morphology of drainage network in the watersheds basin using geomorphic-morphometric indices. Geographic Survey Quarterly, Year 29, No. 1, Successive Number 112 (In Persian)
- Beauvais A, Montgomery DR (1996) Influence of valley type on the scaling properties of river plan forms. Water Resources Research 32:1441-1448
- Bonnet E, Bour O, Odling NE, Davy P, Main IG, Cowie P (2001) Scaling of fracture systems in geological media. Reviews Geophysics 39:347-83

از دیگر نتایج قابل بحث مقدار  $\Delta$  است که مقادیر کمتر آن نشان از نشانه‌های قوی‌تر چندفراکتالی دارد. در کلیه زیرحوضه‌های بررسی شده با افزایش شاخص‌های ژئومورفولوژیک  $\mu$ ،  $S$ ،  $SL$  و  $BS$  مقدار  $\Delta$  کاهش می‌یابد.

درزمینه تقارن نمودار طیف تکینگی نیز وجود رابطه معنادار تمایل به راست، چپ و تقارن کامل با رتبه‌بندی شاخص توپوگرافی عرضی سبب شگفتی می‌گردد به این صورت که زیرحوضه‌هایی که تمایل به چپ داشته مقادیر کمتری در این شاخص داشته و بالعکس زیرحوضه‌های با تمایل به راست مقادیر بیشتری را اتخاذ کردند. همان‌طور که انتظار می‌رفت زیرحوضه‌هایی که دارای تقارن کامل یا نسبتاً کامل بودند در میانه رده‌بندی شاخص مورد نظر قرار گرفتند (جدول ۳).

### ۴- خلاصه و جمع‌بندی

در این پژوهش مطالعه جامعی روی حوضه آبریز وال‌نات‌گولچ جهت بررسی ویژگی‌های فراکتال و تحلیل شاخص‌های چندفراکتال در کنار محاسبات مربوط به شاخص‌های ژئومورفولوژیک حوضه انجام شده است. در مطالعه فراکتال حوضه آبریز بعد فراکتال آبراهه در تمام زیرحوضه‌ها به کمک روش شمارش جعبه‌ای محاسبه شده و سپس شاخص‌های ضریب مقیاسی، بعد فراکتال تعمیم‌یافته و طیف تکینگی از مجموعه ویژگی‌های چندفراکتال شبکه آبراهه بدست آمده است. مطالعات نشان داد که بعد فراکتال به‌تنهایی نمی‌تواند معیار مناسبی برای بررسی غیرخطی-فراکتال- حوضه آبریز باشد و تحلیل چندفراکتال طبیعت غیرخطی آن را بسیار بهتر نشان می‌دهد. درواقع ماهیت غیرخطی شکل آبراهه بیش از آنکه متأثر از تحلیل‌های تک‌فراکتال باشد نسبت به شاخص‌های چندفراکتال حساس می‌باشد. فاز دوم این پژوهش محاسبه شاخص‌های متعدد ژئومورفولوژیک حوضه آبریز و مقایسه این شاخص‌ها با ویژگی‌های چندفراکتال شبکه آبراهه می‌باشد. این مقایسه که از نوع انطباق‌سنجی ویژگی‌های چندفراکتال و خواص ژئومورفولوژیک حوضه می‌باشد نتایج قابل‌توجهی را در خصوص وجود روابط معنادار بین این متغیرها حاصل نمود. نتایج حاصله از این پژوهش در ادامه و مؤید برخی پژوهش‌های پیشین دال بر وجود ارتباط معنادار بین شاخص‌های ژئومورفولوژیک حوضه و ویژگی‌های تک‌فراکتال آن بوده است (Fattahi & Talebzadeh, 2017). وجود چنین روابط معنادار بین پارامترهای چندفراکتالی و شاخص‌های ژئومورفولوژیک نتایج مهمی را به همراه دارد. پژوهش حاضر نشان داد با توجه به انطباق معنادار ویژگی‌های چندفراکتال حوضه آبریز با شاخص‌های ژئومورفولوژی می‌توان تا حد

- Hemali T, Pathak KN (2013) Multi-fractality due to long-range correlation in the L-band ionospheric scintillation S4 index time series. *Astrophysics and Space Science* 350(1):47-56
- Hossein Abadi S (2011) Fractal and geometric analysis of rough surfaces. Ph.D. Thesis, Al-Zahra University (In Persian)
- Karam A (2010) Chaos theory, fractal and nonlinear systems in geomorphology. *Natural geography Journal*, No. 8, Summer 2010 (In Persian)
- Karam A, Saberi M (2015) Calculating of the fractal dimension in drainage basins and its relation with some geomorphological characteristics of basin (Case study: North Tehran basins). *Quantitative Geomorphology Researches*, Year 4, No. 3, Winter 2015 (In Persian)
- La Barbera P and Ross R (1989) On the fractal dimension of stream networks. *Water Resources Research* 25(4):735-741
- Mandelbrot BB (1982) *Fractal geometry of nature*. WH Freeman, San Francisco
- Mokrem R (2011) Chaos Theory. Regional conference on new research in mathematics, Gorgan, Islamic Azad University of Gorgan branch (In Persian)
- Moon FC (2004) *Chaotic and fractal dynamics: an introduction for applied scientists and engineers*. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, pp. 77-78
- Payandeh Z, Servati MR, Shafiei F (2016) Evaluation of neonate construction activities using geomorphic indices. *Journal of Geomorphologic Researches*, Year 4, No. 4, Spring 2016 (In Persian)
- Puente CE, Castillo PA (1995) On the fractal structure of networks and dividers within a watershed. *Journal of Hydrology* 187:173-181
- Shang P and kamae S (2005) Fractal nature of time series in the sediment transport phenomenon. *Chaos Solitons & Fractals* 26:997-1007
- Shen XH, Zou LJ, Li HS (2002) Successive shift boxcounting method for calculating fractal dimension and its application in identification of fault. *Acta Geol. Sin.-Engl.* 76:257-263
- Tarboton D, Bars RL, Iturbe IR (1988) The fractal nature of river networks. *Water Resources Research* 24(8):1317-1322, August 1988
- Breslin MC, Belward JA (1999) Fractal dimensions for rainfall time series. *Mathematics and Computers in Simulation* 48:437-446
- Carpinteri A, Lacidogna G, Niccolini G (2009) Fractal analysis of damage detected in concrete structural elements under loading. *Chaos Soliton Fract* 42(4):2047-2056
- Chhabra A, Meneveau C, Jensen R, Sreenivasan K (1989) Direct determination of the  $f(\alpha)$  singularity spectrum and its application to fully developed turbulence. *Physical Review A* 40(9):5284-5294
- De Bartolo SG (2004) Multifractal analysis of river networks: Sandbox approach. *Water Resources Research*, vol. 40
- De Bartolo SG, Veltri M and Primavera L (2006) Estimated generalized dimensions of river network. *Journal of Hydrology* 322:181-191
- Eke A, Hermán P, Bassingthwaite JB, Raymond GM, Percival DB, Cannon M, Balla I and Ikrényi C (2000) Physiological time series: distinguishing fractal noises from motions. *Pflügers Archiv - European Journal of Physiology* 439(4):403-415
- Elmizadeh H, Mahpeikar O, Saadatmand M (2014) Fractal theory in geomorphology River: A case study Zarineh river. *Quantitative Geomorphology Research*, No. 2 (In Persian)
- Fattahi MH, Talebbeydokhti N, Rakhshandehroo GR, Shamsai A & Nikooee E (2010) The robust fractal analysis of the time series-concerning signal class and data length. *Fractals* 9:1-21
- Fattahi MH, Taleb Beydokhti N, Nikooee N (2012) Multi-fractal approach to the flood flow of the Ghare-aghaj River flow. *Journal of Water Resources Engineering*, Vol. 5 (In Persian)
- Fattahi MH, Talebbeydokhti N, Rakhshandehroo GR, Moradkhani H and Nikooee E (2012) Revealing the chaotic nature of river flows. *IJST, Transactions of Civil Engineering* 37:437-456
- Fattahi MH, Talebzadeh Z (2017) The relationship between watershed compactness coefficient and the fractal characteristics. *Iran Water Resources Research*, 13(1):191-203 (In Persian)
- Ghadampour Z, Taleb Beydokhti N (2011) Calculating fractal dimension in Pichanroodi Rivers using box counting techniques. 6th National Congress on Civil Engineering (In Persian)