

مطالعه تجربی و عددی کاهش پسای اصطکاکی با استفاده از بهینه‌سازی سطح گرمایش در اجسام تقارن محوری

رضا خاکی^۱ و مسعود برومند^۲

دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

چکیده

کاهش پسای اصطکاکی در اجسام تقارن محوری با استفاده از گرمایش سطح در جریان آشفته به صورت تجربی و عددی مورد مطالعه قرار گرفته است. برای آزمایش تونل باد، مدلی تقارن محوری به شکل تقریبی بدنه هواپیما به طول ۰/۵ متر و ضریب لاغری $L/D=10$ ساخته شده که ۱/۴ ابتدایی و انتهایی آن از یک منحنی بیضی شکل و مسابقی از سطح صاف تشکیل شده است. ضمناً، از معادلات ناویر-استوکس تقارن محور با تقریب لایه نازک و مدل آشفتگی بالدوین-لوماکس برای شبیه‌سازی عددی استفاده شده است. به منظور تعیین سطح بهینه گرمایش، بخش میانی و صاف مدل به پنج قسمت مساوی تقسیم شده و اثر تغییر دما در سطوح مختلف و همچنین، تغییر تعداد سطوح گرم شونده، بررسی شده است. در حالتی که سطح نزدیکتر به دماغه تا دمای ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد گرم شود، نیروی پسای حاصل از آزمایش تجربی و شبیه‌سازی عددی به ترتیب ۲۴/۴ و ۲۳/۸ درصد کاهش می‌یابد. نزدیکی این دو مقدار نشان‌دهنده تطبیق نتایج حل عددی بر نتایج آزمایش تجربی است. بنابراین، هرچه گرمایش به صورت متمرکزتر انجام پذیرد، میزان کاهش پسا بیشتر خواهد بود.

واژه‌های کلیدی: کاهش پسا، پسای اصطکاکی، تقارن محوری، آزمایش تونل باد، معادلات ناویر استوکس لایه نازک

An Experimental and Numerical Study of Drag Reduction by Optimization of a Heated Surface of an Axisymmetric Body

R. Khaki, and M. Boroomand

Aerospace Eng. Department, Amirkabir Univ. of Technology

ABSTRACT

Friction drag reduction in axisymmetric bodies with heating the surface in the turbulent boundary layer is investigated experimentally and numerically. For wind tunnel test, an axisymmetric model, nearly like an airplane body, with a length of 0.5 m and taper ratio of 10 is manufactured which, the quarter length of its tip and end has elliptical form and the others are flat. Also, axisymmetric form of the thin layer Navier-Stokes equations, using Baldwin-Lomax turbulence model is applied for the numerical simulation. Optimization of the heating area is performed by dividing the flat section of the model to five equal segments and therefore, the effects of temperature variation in various segments and numbers of heated segments are investigated. The experimental and numerical results show that, heating the first segment to 100°C, causes 24.4 (Exp.) and 23.8 (Num.) percent reduction in drag force, which show good agreements. The maximum drag reduction occurs in concentrated heating.

Key Word: Drag Reduction, Friction Drag, Axisymmetric Body, Wind Tunnel Testing, Thin Layer Navier-Stokes (TLNS)

۱- دانشجوی دکترا: reza_khaki@yahoo.com

۲- استادیار

اما در برخی مناطق، مثل بدنه هواپیما، به علت داشتن طول زیاد نمی‌توان از آشفته‌گی شدن جریان جلوگیری کرد، در این محدوده باید از روش‌های کاهش پسای اصطکاکی در محدوده آشفته‌گی بهره جست.

یکی از جدیدترین روش‌های کاهش پسای اصطکاکی، افزایش حرارت سطح داخل لایه مرزی در محدوده آشفته‌گی است. ایده گرم کردن لایه مرزی در ناحیه آشفته‌گی در اواخر دهه ۸۰ توسط لین و آش^۱ در سال ۱۹۸۶ مطرح شد [۲]. آنها نشان دادند که گرم کردن لایه مرزی در ناحیه آشفته‌گی باعث کاهش نیروی پسا می‌شود. هنگامی که دما به لایه مرزی آشفته‌گی اضافه می‌شود، گرم کردن دیواره باعث تغییر در لزجت و دانسته سیال در مجاورت سطح می‌شود. این تغییر در خواص سیال سبب کاهش پسای اصطکاکی می‌شود و ضریب اصطکاک پوسته، تقریباً به عنوان تابعی از نسبت دمای پوسته به دمای محیط کاهش می‌یابد [۱].

لین و آش برای نشان دادن این پدیده از تداخل حل عددی معادلات غیر لزج و معادلات لایه مرزی استفاده کردند [۲]. آنها با گرم کردن کل سطح، کاهش پسا اصطکاکی به وسیله گرمایش لایه مرزی را مورد بررسی قرار دادند.

در سال ۱۹۹۹ طی سلسله آزمایش‌هایی در ناسا^۲ این پدیده در محدوده‌های سرعتی مختلف بررسی شد [۱]. طی آزمایش‌های مختلف این نتیجه حاصل شد که با کاهش عدد رینولدز در محدوده آشفته‌گی، افزایش دمای روی سطح بر کاهش پسا اصطکاکی اثر بیشتری خواهد داشت.

در این تحقیق، به منظور بررسی تجربی سطح بهینه گرمایش در تونل باد مادون صوت، مدل تقارن محوری با قابلیت گرمایش کنترل شده روی سطوح ساخته شده است. همچنین، به منظور انجام شبیه‌سازی عددی، کد تقارن محوری برای حل معادلات ناویر استوکس با تقریب لایه نازک^۳، با استفاده از مدل آشفته‌گی جبری نوشته شده است. با استفاده از حل عددی و آزمایش تجربی، ابتدا رفتار جریان در ماهای مختلف سطح مورد بررسی قرار گرفت و در مرحله بعد، با در نظر گرفتن تغییر مکان سطح گرمایش و

فهرست علائم

| | |
|-----------------------------|--|
| $\hat{A}, \hat{B}, \hat{M}$ | ماتریس ژاکوبین |
| u, v, w | مؤلفه‌های سرعت |
| e | انرژی کل |
| I | ماتریس واحد |
| M_∞ | عدد ماخ |
| P | فشار |
| q | هدایت حرارتی |
| T | دما |
| t | زمان |
| τ | تنش برشی |
| x, y | مختصات نقاط در دستگاه مختصات فیزیکی |
| ξ, η | مختصات نقاط در دستگاه مختصات محاسباتی |
| ρ | چگالی |
| μ | ضریب لزجت |
| μ_t | ضریب لزجت آشفته‌گی |
| Pr | عدد پرانتل |
| Pr_t | عدد پرانتل آشفته‌گی |
| γ | نسبت حرارتی ویژه |
| Re | عدد رینولدز |
| J | ژاکوبین نگاشت فضای فیزیکی به فضای محاسباتی |

۱- مقدمه

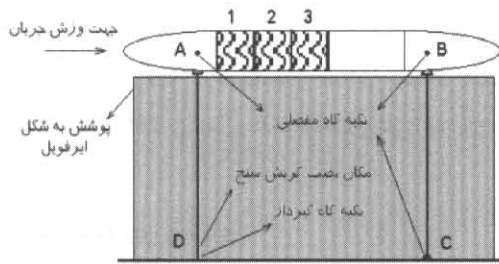
مزایای کاهش نیروی پسا در اجسام پرنده آشکار است. کاهش نیروی پسا در تمام پارامترهای عملکرد، مثل ماکزیمم سرعت، شتاب‌گیری سریع‌تر، کمتر کردن فاصله برخاست و میزان سوخت مصرفی مؤثر است.

پسای یک هواپیما از اجزاء مختلفی تشکیل شده است. در پرواز مستقیم (Cruise) در بین اجزای مختلف نیروی پسا، پسای اصطکاکی، به تنهایی بیش از نیمی از کل نیروی پسا را به خود اختصاص می‌دهد. به منظور کاهش پسای اصطکاکی روش‌های متعددی به کار گرفته شده است. از آنجا که پسای اصطکاکی در محدوده جریان آشفته‌گی به مراتب بالاتر از پسای اصطکاکی در محدوده جریان آرام است، بسیاری از روش‌ها سعی در آرام نگهداشتن جریان سیال و به تأخیر انداختن شروع محدوده آشفته‌گی دارند.

1- Lin & Ash

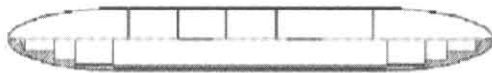
2- NASA

3- Thin Layer Navier Stokes (TLNS)



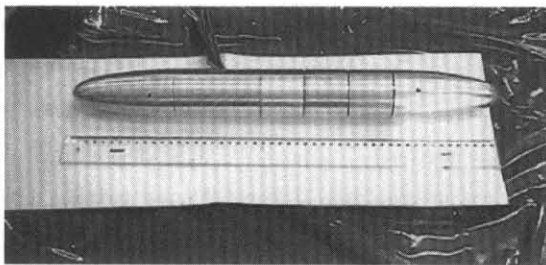
شکل ۱- مدل مورد استفاده در آزمایش تونل باد.

در این مدل، از هسته‌ای از جنس فنولیک در مرکز مدل و پوشش آلومینیوم استفاده شده است. در شکل (۲) نقشه سرهم شده قطعات و اجزای مدل نشان داده شده است.



شکل ۲- نقشه سرهم شده قطعات اصلی در مدل.

در شکل (۳)، تصویر مدل ساخته شده، نشان داده شده است. در کنار این مدل از یک خط‌کش پنجاه سانتی‌متری برای مقایسه استفاده شده است.



شکل ۳- تصویر مدل ساخته شده.

همان‌طور که ذکر شد، بخش صاف و میانی مدل به طول ۲۵ سانتی‌متر است که به پنج بخش مساوی ۵ سانتی‌متری تقسیم شده است و سه بخش ابتدایی آن برای گرمایش در نظر گرفته شده است. المان‌های حرارتی الکتریکی برای گرم کردن هربخش به صورت مجزا در نظر گرفته شده و بر

دمای سطوح، سطح بهینه گرمایش به ازای مقدار انتقال حرارت ثابت مورد بررسی قرار گرفت.

۲- آزمایش تجربی تونل باد

به منظور آزمایش تجربی، از تونل باد مادون صوت مدار بسته در محدوده سرعتی ۲۰ الی ۴۰ متر بر ثانیه با مقطع آزمون باز با ابعاد $0.5\text{m} \times 0.5\text{m} \times 0.8\text{m}$ استفاده شده است. برای آزمایش از مدل تقارن محوری به شکل تقریبی بدنه هواپیما به طول 0.5m استفاده شده است، این مدل دارای ضریب لاغری $L/D = 10$ است که $1/4$ ابتدایی و انتهایی آن از یک منحنی بیضی شکل و مابقی از سطح صاف تشکیل شده است.

مشکل اساسی در آزمایش‌های مربوط به بررسی نیروی پسا، کم بودن این نیرو خصوصاً در سرعت‌های پایین است. برای رفع این مشکل پایه‌ای طراحی و ساخته شد تا نیروی پسا موجود را به ممان قابل لمسی تبدیل کند. برای بالاتر بردن دقت اندازه‌گیری از چهار کرنش‌سنج استفاده شده است که به صورت پل به هم متصل هستند. این نحوه نصب باعث می‌شود که کرنش‌سنج‌ها با تقویت آثار یکدیگر هم میزان نیروی پسا را دقیق‌تر نشان دهند و هم باعث از بین رفتن خطای ناشی از تغییرات دما شوند.

در شکل (۱)، مدل مورد استفاده در تونل باد نشان داده شده است. طول این مدل تقریباً 50 cm و طول میله‌های نگهدارنده تقریباً 30 cm است. برای اتصال مدل به پایه‌ها و پایه‌ها به زمین در سه نقطه A، B و C از تکیه‌گاه مفصلی و در نقطه D از تکیه‌گاه گیردار استفاده شده است، تا نیروهای وارده به مدل به صورت ممان روی این محدوده اعمال شود.

برای انجام این آزمایش، بخش میانی و صاف مدل به پنج قسمت مساوی تقسیم شده و با توجه به شبیه‌سازی عددی، سه سطح ابتدایی از پنج قسمت، برای گرمایش در نظر گرفته شده است. در شکل (۱)، مدل مورد بررسی، پایه‌های اندازه‌گیری و المان‌های گرم‌شونده نشان داده شده است.

$|\omega|$ به کار رفته در روابط فوق معرف اندازه چرخش^۶ است و برای حالت دو بعدی به صورت ذیل تعریف می‌شود:

$$|\omega| = \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (۴)$$

برای پارامتر y^+ می‌توان نوشت:

$$y^+ = \frac{\rho_w u_t y}{\mu_w} = \frac{\sqrt{\rho_w T_w} y}{\mu_w} \quad (۵)$$

برای لایه خارجی می‌توان نوشت:

$$(\mu_t)_{inner} = KC_{ep} \rho F_{wake} F_{KLEB}(y) \quad (۶)$$

تابع $F_{KLEB}(y)$ به کار رفته در رابطه فوق مطابق زیر تعریف می‌شود:

$$F_{KLEB}(y) = \left[1 + 5.5 \left(\frac{C_{KLEB} y}{y_{max}} \right)^6 \right]^{-1} \quad (۷)$$

برای F_{wake} به کار رفته در رابطه (۶) می‌توان نوشت:

$$F_{wake} = \text{Min} \left\{ \frac{y_{Max} F_{Max}}{C_{wk} y_{max} \frac{u_{Diff}^2}{F_{max}}} \right\} \quad (۸)$$

مقادیر پارامترهای y_{Max} و F_{Max} با استفاده از رابطه ذیل حاصل می‌شود:

$$F(y) = y |\omega| \left[1 - \exp\left(-\frac{y^+}{A^+}\right) \right] \quad (۹)$$

مقدار F_{Max} با توجه به ماکزیمم مقدار حاصل از رابطه فوق حاصل می‌شود و y_{Max} محلی است که F_{Max} در آن اتفاق می‌افتد.

به همین ترتیب، u_{Diff} به کار رفته در رابطه (۸) مطابق زیر تعریف می‌شود:

$$u_{Diff} = \left(\sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right)_{Max} - \left(\sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right)_{Min} \quad (۱۰)$$

روی هسته فنولیکی و زیر پوشش آلومینیومی پیچیده شده است. دما روی سطوح با حسگرهای حرارتی احساس شده و با کنترلرهای PID در دمای دلخواه کنترل می‌شود.

۳- شبیه‌سازی عددی

به منظور شبیه‌سازی عددی از حل معادلات ناویر استوکس تقارن محوری با تقریب لایه نازک استفاده شده است. شکل بقای^۱ این معادلات همراه با روش حل بیم - وارمینگ^۲ در پیوست (۱) ارائه شده است.

در این بررسی، برای مدل‌سازی آشفستگی از مدل جبری بالدوین - لومکس^۳ استفاده شده است [۷]. در این روش تأثیر آشفستگی به صورت ضریب لزجت ناشی از ادی^۴ های جریان آشفستگی (μ_t) شبیه‌سازی می‌شود. بنابراین، در ترم‌های مربوط به معادلات ناویر استوکس، ضریب لزجت (μ) با ترم ($\mu + \mu_t$) تعویض می‌شود و در ترم‌های مربوط به انتقال دما ($\frac{k}{C_p} = \frac{\mu}{Pr}$) به جای $\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr}$ استفاده می‌شود.

در مدل جبری مورد استفاده (μ_t) با استفاده از رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\mu_t = \begin{cases} (\mu_t)_{inner} & y \leq y_{crossover} \\ (\mu_t)_{outer} & y_{crossover} < y \end{cases} \quad (۱)$$

در رابطه فوق، برای محاسبه (μ_t) محدوده لایه مرزی به دو بخش داخلی و خارجی تقسیم‌بندی می‌شود. y معرف فاصله عمود تا دیواره و $y_{crossover}$ کوچکترین میزان y است که در آن میزان $(\mu_t)_{inner}$ و $(\mu_t)_{outer}$ برابر است. با استفاده از فرمول پرائنتل - ون درایست^۵ برای لایه داخلی می‌توان نوشت:

$$(\mu_t)_{inner} = \rho l^2 |\omega| \quad (۲)$$

جایی که:

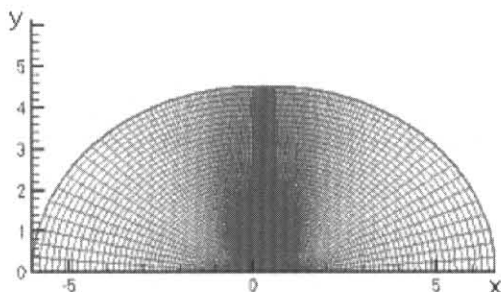
$$l = ky \left[1 - \exp\left(-\frac{y^+}{A^+}\right) \right] \quad (۳)$$

شبکه‌بندی به‌کار رفته، از چهار شبکه مختلف استفاده شده است (جدول ۲).

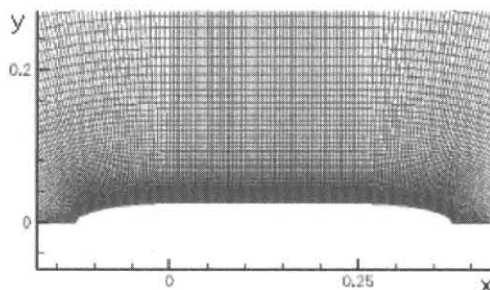
جدول ۲- شبکه‌بندی‌های عددی برای اثبات عدم وابستگی حل عددی به شبکه.

| | تعداد نقاط در جهت جسم | تعداد نقاط در جهت عمود بر جسم |
|------------|-----------------------|-------------------------------|
| شبکه اول | ۱۲۰ | ۱۳۰ |
| شبکه دوم | ۱۴۰ | ۱۵۰ |
| شبکه سوم | ۱۷۰ | ۱۸۰ |
| شبکه چهارم | ۲۰۰ | ۲۴۰ |

با مقایسه نتایج حاصل از نیروی پسا و پروفیل سرعت در دو خط $x = 0.25$ و $x = 0.0$ (که محدوده ابتدا و انتهای بخش میانی مدل هستند)، مشخص شد که شبکه 170×180 برای شبیه‌سازی مناسب است. مرزهای دوردست بیش از ۱۰ برابر طول مدل انتخاب شده است. شکل (۵)، شبکه به‌کار رفته و دامنه عددی مورد بررسی را نشان می‌دهد.



شکل ۵- الف- توزیع نقاط گرهی و محدوده مورد بررسی.



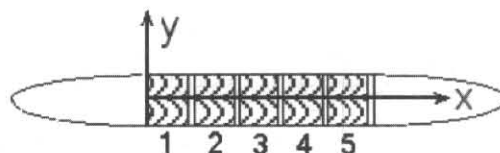
شکل ۵- ب- توزیع نقاط گرهی حول جسم.

ثابت‌های به‌کار رفته در روابط فوق با بررسی‌های به عمل آمده برای مسئله مورد بررسی در جدول (۱) ارائه شده است:

جدول ۱- ضرایب به‌کار رفته در معادلات آشفتگی.

| A^+ | C_{cp} | C_{KLEB} | C_{CW} | k | K | Pr | Pr_t |
|-------|----------|------------|----------|-----|---------|------|--------|
| ۱۶ | ۱/۶ | ۰.۳ | ۰.۲۵ | ۰.۹ | ۰.۱۰۱۶۸ | ۰.۷۲ | ۰.۹ |

مدل مورد بررسی برای شبیه‌سازی عددی در شکل (۴) نشان داده شده است. این مدل، دارای طول ۵۰ cm با ضریب لاغری $L/D = 10$ است که ۱/۴ ابتدایی و انتهایی آن از یک منحنی بیضی شکل و مابقی از سطح صاف تشکیل شده است. شکل مدل دقیقاً مشابه آنچه در آزمایش تجربی استفاده شده، می‌باشد. سطح صاف میانی به پنج بخش مساوی برای گرمایش تقسیم شده است:



شکل ۴- سطوح گرمایش و مدل استفاده‌شده برای حل عددی.

در اعمال شرایط مرزی روی سطح جسم، برای مؤلفه‌های سرعت از شرط $U = V = 0$ و برای دانسیته از برون‌یابی از نقاط کنار مرز استفاده شده است. در مرزهای ورودی و خروجی از شرایط ریمان [۸] استفاده شده است. ضمناً فشار روی مرز از حل معادله زیر حاصل شده است:

$$\rho [\partial_\tau \eta_t + u \partial_\tau \eta_x + v \partial_\tau \eta_y] - \rho U (\eta_x u_\xi + \eta_y v_\xi) = (\eta_x \xi_x + \eta_y \xi_y) p_\xi + (\eta_x^2 + \eta_y^2) p_\eta = p_n \sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2}$$

در تحلیل عددی انجام شده، به منظور دستیابی به نتایج دقیق‌تر، تأثیر محل در نظر گرفتن مرز دوردست، بررسی شده است. ضمناً برای اثبات عدم وابستگی حل عددی به

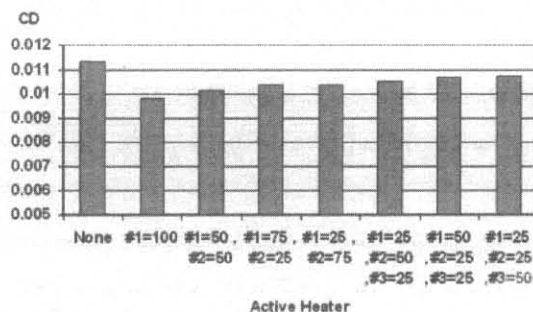
۴- نتایج

حدی است که اندازه انتقال حرارت ثابت باشد. نتایج حاصل از این بررسی در شکل (۷) ارائه شده است. همان‌طور که در شکل می‌توان دید در حالتی که سطح اول با دمای ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد گرم شده، بیشترین کاهش پسا اصطکاکی نسبت به حالت‌های دیگر خواهیم داشت. بنابراین، علاوه بر تأثیر بیشتر گرمایش سطوح ابتدایی هرچه گرمایش به صورت متمرکزتر انجام پذیرد، میزان کاهش پسا بیشتر خواهد شد.

از طرفی، افزایش دما باعث جلو افتادن نقطه جدایش جریان می‌شود و این امر پسای فشاری را افزایش می‌دهد. اما، میزان افزایش پسای فشاری در مقایسه با کاهش پسای اصطکاکی، بسیار کوچک و قابل چشم‌پوشی است. شکل (۸) جدایش جریان را در انتهای مدل در سه نوع گرمایش مختلف نشان می‌دهد. مطابق شکل مشهود است، هر چه عمل گرمایش بیشتر صورت پذیرد، جدایش جریان زودتر اتفاق می‌افتد.

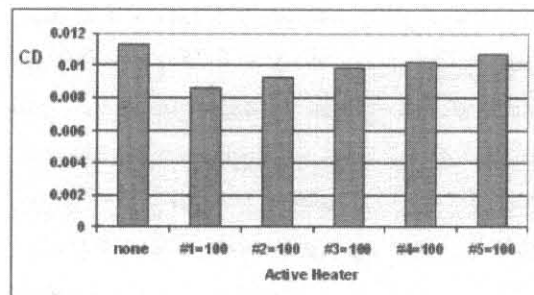
جدول ۳- افزایش دمای سطوح در حالت‌های مختلف.

| حالت بررسی | دمای سطح ۱ °C | دمای سطح ۲ °C | دمای سطح ۳ °C |
|------------|------------------|------------------|------------------|
| ۱ | ۰ | ۰ | ۰ |
| ۲ | ۱۰۰ | ۰ | ۰ |
| ۳ | ۵۰ | ۵۰ | ۰ |
| ۴ | ۷۵ | ۲۵ | ۰ |
| ۵ | ۲۵ | ۷۵ | ۰ |
| ۶ | ۲۵ | ۵۰ | ۲۵ |
| ۷ | ۵۰ | ۲۵ | ۲۵ |
| ۸ | ۲۵ | ۲۵ | ۵۰ |



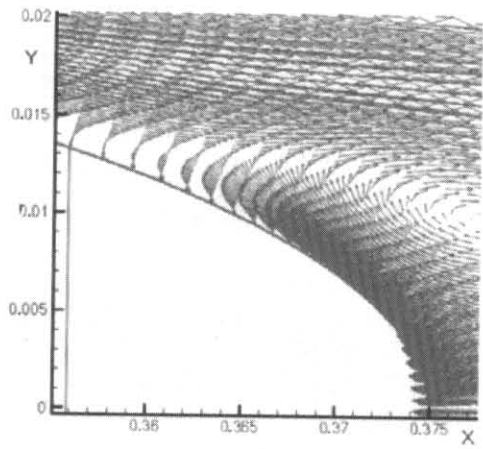
شکل ۷- بررسی حالت‌های مختلف گرمایش سطح.

همانگونه که در قسمت قبل ذکر شد، مدل به کار رفته برای آزمایش تجربی و شبیه‌سازی عددی دقیقاً مشابه یکدیگر است. در ضمن، هر دو بررسی در سرعت جریان آزاد ۲۵ متر بر ثانیه و شرایط محیطی یکسان انجام شده است. برای بررسی سطح بهینه گرمایش، ابتدا توسط حل عددی، اثر گرمایش هر کدام از سطوح بر کاهش پسا مورد بررسی قرار گرفته است، بدین منظور، هر یک از سطوح به صورت مجزا به میزان ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد گرم شده‌اند. همانگونه که در شکل (۶) نشان داده شده است، هرچه به سمت نوک مدل مورد بررسی نزدیکتر شویم، اثر گرمایش لایه مرزی بر کاهش پسا بیشتر می‌شود.

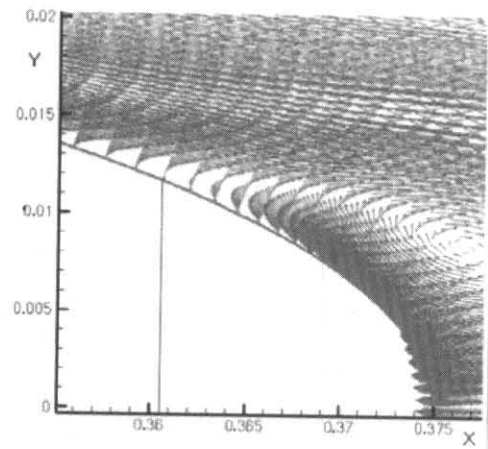


شکل ۶- مقایسه تأثیر گرمایش سطوح به میزان 100°C.

به منظور تعیین سطح بهینه گرمایش، اثر تغییر دما در سطوح مختلف و همچنین، تغییر تعداد سطوح فعال مورد گرمایش، در انتقال حرارت ثابت، بررسی شده است. با توجه به نتایج حاصله مبنی بر اهمیت بیشتر گرمایش سطوح ابتدایی بر کاهش نیروی پسا، گرمایش سطوح ابتدایی مطابق جدول (۳) مورد بررسی قرار گرفته است. همان‌طور که در جدول نشان داده شده است، در حالت اول، هیچ سطحی مورد گرمایش قرار نگرفته و برای مقایسه با سایر حالت‌ها ارائه شده است. در حالت دوم، سطح ۱ به اندازه ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد گرم شده است. در حالت بررسی سوم، دو سطح (۱ و ۲) به میزان ۵۰ درجه سانتی‌گراد گرم شده است و در حالت‌های بررسی بعدی گرمایش سطوح ۱ و ۲ و یا سطوح ۱ و ۳ به میزان دماهای ارائه شده، انجام پذیرفته است. با توجه به ثابت بودن مساحت سطوح ۱ و ۲ و ۳، مجموع گرمایش در نظر گرفته شده، برای سطوح در

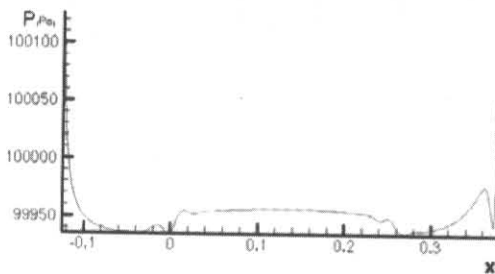


شکل ۸-ج- جدایش جریان در انتهای مدل، در حالت گرمایش سطح اول و دوم به میزان ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد. نقطه جدایش در حدود $x = 0.356$ است.

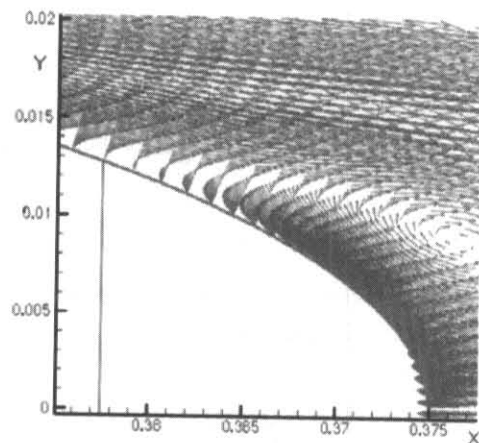


شکل ۸-الف- جدایش جریان در انتهای مدل بدون انتقال حرارت. نقطه جدایش در حدود $x = 0.3605$ است.

در شکل (۹)، توزیع فشار بر روی بدنه نشان داده شده است. در این شکل عدم تقارن توزیع فشار در بخش ابتدایی و انتهایی بدنه که از جدایش جریان حاصل شده و باعث تشکیل پسای فشاری می‌شود، مشهود است.

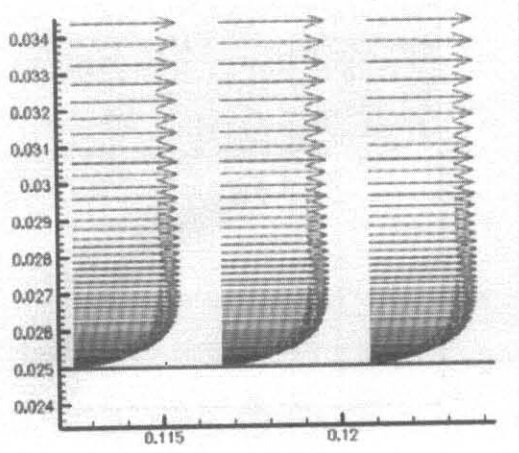


شکل ۹- منحنی توزیع فشار بر روی بدنه.

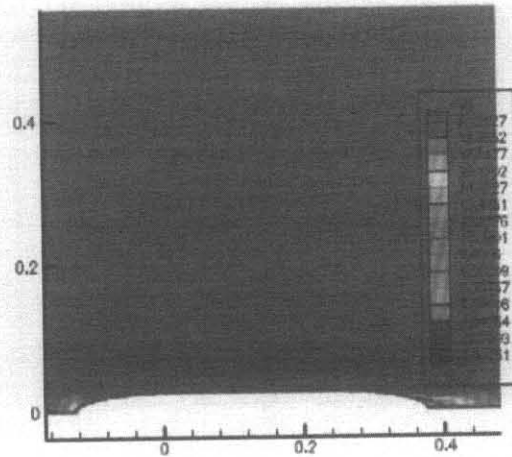


شکل ۸-ب- جدایش جریان در انتهای مدل، در حالت گرمایش سطح اول به میزان ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد. نقطه جدایش در حدود $x = 0.3575$ است.

در شکل (۱۰)، کانتورهای توزیع سرعت در اطراف مدل و در انتهای مدل نشان داده شده است. در این شکل‌ها، تشکیل محدوده مربوط به نقطه سکون در ابتدای مدل و جدایش جریان در انتهای مدل مشخص است.



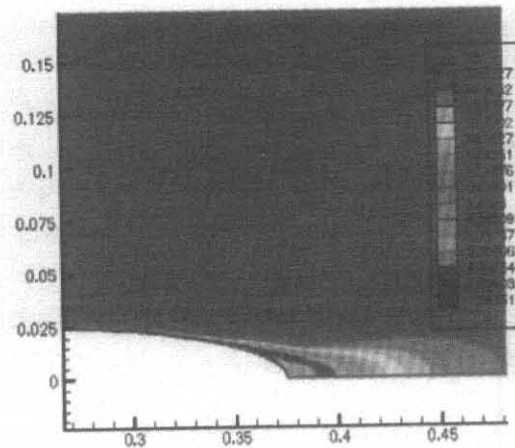
شکل ۱۱- شکل لایه مرزی در بخش میانی مدل.



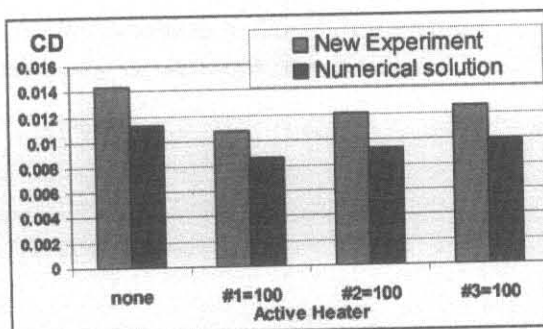
شکل ۱۰-الف- کانتور توزیع سرعت در اطراف مدل.

در شکل‌های (۱۲) و (۱۳)، نتایج مربوط به آزمایش تجربی تونل باد و حل عددی بر روی مدل، در سرعت ۲۵ m/s ارائه شده است. در شکل (۱۲)، هریک از المان‌های حرارتی معادل با ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد گرم شده است و با هم مقایسه شده است و در شکل (۱۳) نتایج آزمایش و حل عددی مربوط به سطح و دمای بهینه گرمایش ارائه شده است.

اختلاف موجود بین حل عددی و نتایج تجربی ارائه شده در میزان نیروی پسا می‌تواند به علت حضور پوشش ایرفویل مانند، در زیر مدل و دیگر خطاهای اندازه‌گیری در روش تجربی و همچنین خطاهای شبیه‌سازی عددی است. اما روند کاهش پسا در روش‌های تجربی و عددی به خوبی بر یکدیگر منطبق است.



شکل ۱۰-ب- کانتور توزیع سرعت در انتهای مدل.



شکل ۱۲- مقایسه تأثیر گرمایش هر یک از سطوح به میزان ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد.

در شکل (۱۱)، بردار سرعت در محدوده میانی و نزدیک به مدل نشان داده شده است، شکل لایه مرزی در این محدوده، از بردارهای سرعت مشخص است.

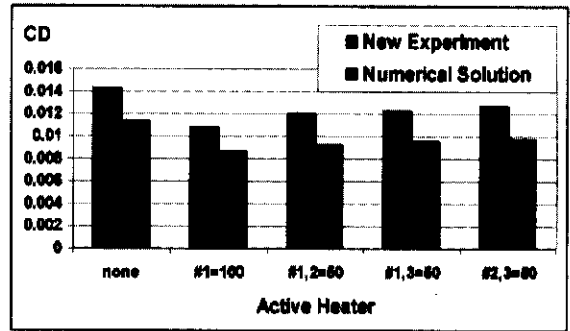
است، بیشتر است و برای داشتن بیشترین کاهش پسا به ازای انتقال حرارت ثابت می‌توان در ابتدای محدوده توسعه‌یافته سطح کوچکی را با بیشترین دمای ممکنه حرارت داد.

افزایش دما باعث جلو افتادن نقطه جدایش جریان می‌شود و این امر پسای فشاری را افزایش می‌دهد. اما، میزان افزایش پسای فشاری در مقایسه با کاهش پسای اصطکاکی، بسیار کوچک و قابل چشم‌پوشی است.

در حالت گرمایش سطح نزدیکتر به دماغه به میزان ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد، کاهش نیروی پسا با استفاده از نتایج تجربی ۲۴/۴ درصد و با استفاده از نتایج عددی ۲۳/۸ درصد حاصل می‌شود که نزدیکی این دو مقدار نشان‌دهنده تطبیق نتایج حل عددی بر نتایج آزمایش تجربی است. این میزان کاهش درگ در رینولدز $6 + 0.84E$ و به ازای گرمایش تنها ۱۱ درصد کل سطح به میزان ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد حاصل شده است.

مراجع

- [1] Kramer, B.R., Smith, B.C., and Heid, J.P. "Drag Reduction Experiments Using Boundary Layer Heating", AIAA-99-0134, 1999.
- [2] Lin, J.C. and Ash, R.L. "Wall Temperature Control of Low-Speed Body Drag", J. Aircraft, Vol. 3, No. 1, 1986.
- [3] Steger, J.L. "Implicit Finite-Difference Simulation of Flow about Arbitrary Two-dimensional Geometries", AIAA J., Vol. 16, No. 7, 1978.
- [4] Pulliam, T.H. and Steger, J.L. "Implicit Finite-Difference Simulation of Three-dimensional Compressible Flow" AIAA J., Vol. 18, No. 2, 1980.
- [5] Pulliam, T.H. "Solution Methods In Computational Fluid Dynamics", Tech. Report, NASA Ames Research Center, 1992.
- [6] Beam, R.M. and Warming, R.F. "An Implicit Factored for the Compressible Navier-Stokes Equation", AIAA J., Vol. 16, No.4, 1978.
- [7] Bladwin, B. and Lomax, H. "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows", AIAA-78-157, 1978.



شکل ۱۳- مقایسه سطح گرمایش بهینه در آزمایش تونل باد و شبیه‌سازی عددی.

مطابق نتایج حاصل از حل عددی از شکل (۱۲) نیز مشخص است که تأثیر گرمایش سطوح ابتدایی بر روی کاهش پسا بیشتر است.

از شکل (۱۳) نیز مشخص است، گرمایش سطوح کوچکتر با دمای بالاتر هنگامی که آن سطوح به دماغه نزدیکتر باشند، تأثیر بزرگتری بر کاهش نیروی پسا دارد.

از مقایسه نتایج آزمایش تجربی و شبیه‌سازی عددی ارائه‌شده در شکل‌های (۱۲) و (۱۳) مشخص است که گرمایش سطح اول به میزان ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد، بهترین راندمان در کاهش پسا را نسبت به مابقی حالت‌های ارائه شده داراست. در این حالت، میزان کاهش نیروی پسا با استفاده از نتایج تجربی ۲۴/۴ درصد و با استفاده از نتایج عددی ۲۳/۸ درصد حاصل می‌شود که نزدیکی این دو مقدار نشان‌دهنده تطبیق نتایج حل عددی بر نتایج آزمایش تجربی است.

نتیجه‌گیری

در بررسی حاضر، مطالعه تجربی و عددی کاهش پسای اصطکاکی با استفاده از بهینه‌سازی سطح گرمایش در اجسام تقارن محوری، توسط تغییر دما در سطوح مختلف و همچنین، تغییر تعداد سطوح فعال مورد گرمایش، در انتقال حرارت ثابت، انجام شده است. مطابق با بررسی‌های به عمل آمده می‌توان نتیجه گرفت:

تأثیر گرمایش سطح کوچکتر با دمای بیشتر، هنگامی که آن سطح در محدوده توسعه‌یافته جریان به دماغه نزدیکتر

$$\hat{H}_v = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 \\ r_{vr} - \frac{2}{3} \frac{r}{Re} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{v}{r} \right) \\ \tau_{vp} - \tau_{\theta\theta} - \frac{2}{3} \frac{r}{Re} \frac{\partial v}{\partial r} \\ - \frac{2}{3} \frac{r}{Re} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \frac{v}{r} \right) \\ u\tau_{vr} + v\tau_{vp} - q_r - \frac{2}{3} \frac{\mu}{Re} \frac{v^2}{r} \\ - \frac{r}{Re} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{2}{3} \mu \frac{v^2}{r} \right) \\ - \frac{r}{Re} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{2}{3} \mu \frac{uv}{r} \right) \end{bmatrix} \quad (۸)$$

تنش‌های برشی و عبارتهای هدایت از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$\tau_{vp} = \frac{\mu}{Re} \left(\frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} \right),$$

$$\tau_{vr} = \frac{\mu}{Re} \left(\frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial r} \right), \quad (۹)$$

$$\tau_{\theta\theta} = \frac{\mu}{Re} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right),$$

$$q_x = - \frac{\mu}{Re \Pr(\gamma-1) M_\infty^2} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (۱۰)$$

$$q_r = - \frac{\mu}{Re \Pr(\gamma-1) M_\infty^2} \frac{\partial T}{\partial r}.$$

در معادلات فوق سیال نیوتنی و گاز کامل فرض شده است. در روش حل معادلات ناویر- استوکس با تقریب لایه نازک از مشتقات ترم‌های لزج در جهت طولی جسم صرف‌نظر می‌شود. برای حل جریان در این دسته از معادلات، داشتن تجمع نقاط گرهی کنار مرز جسم موردنیاز است. برای سادگی حل معادلات فوق باید در سیستم محاسباتی بدست آیند. تحت شرایط ذکر شده، معادلات ناویر- استوکس با تقریب لایه نازک، به صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial r} + H_t = \frac{\partial F_v}{\partial r} + H_v. \quad (۱۱)$$

[8] Schmidt, J.A. and Turkel, E. "Numerical Solution of the Euler Equation by Finite Volume Methods Using Runge- Kutta Time Stepping Schemes", AIAA-81-1259, The 14th AIAA Fluid and Plasma Dynamic Conf., Palo Alto, 1981.

۹- رشیدی، محمدمهدی، اصفهانیان، وحید و عظیمی، عزیز. شبیه‌سازی عددی جریان تقارن محوری و مافوق صوت با استفاده از معادلات ناویر- استوکس لایه نازک توسط ترکیب روش فشرده و جداسازی بردار شار، اولین کنفرانس علمی- کاربردی سازمان صنایع هوافضا، ۷-۱۰ شهریور، ۱۳۷۹.

پیوست ۱

معادلات حاکم

معادلات ناویر استوکس برای حالت تقارن محوری و بقایی (Conservative) بصورت زیر است:

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial r} + \hat{H}_t = \frac{\partial \hat{E}_v}{\partial x} + \frac{\partial \hat{F}_v}{\partial r} + \hat{H}_v. \quad (۱)$$

بردارهای به‌کار رفته در معادله فوق به صورت زیر تعریف می‌شوند [۹]:

$$\hat{Q} = [\rho \quad \rho u \quad \rho v \quad e]^T, \quad (۲)$$

$$\hat{E} = [\rho u \quad \rho u^2 + p \quad \rho uv \quad (e+p)u]^T, \quad (۳)$$

$$\hat{F} = [\rho v \quad \rho uv \quad \rho v^2 + p \quad (e+p)v]^T, \quad (۴)$$

$$\hat{H}_t = \frac{1}{r} [\rho v \quad \rho uv \quad \rho v^2 \quad (e+p)v]^T, \quad (۵)$$

$$\hat{E}_v = [0 \quad \tau_{xpp} \quad \tau_{xr} \quad u\tau_{xpp} + v\tau_{xr} - q_x]^T, \quad (۶)$$

$$\hat{F}_v = [0 \quad \tau_{xpp} \quad \tau_{xr} \quad u\tau_{xpp} + v\tau_{xr} - q_x]^T. \quad (۷)$$

$$\hat{A} \text{ or } \hat{B} = \begin{bmatrix} \kappa_t & \kappa_x & \kappa_r & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & (\gamma - 1)\kappa_r \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & (\gamma - 1)\kappa_r \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & \gamma\theta + \kappa_r \end{bmatrix} \quad (15)$$

در رابطه فوق از پارامترهای زیر استفاده شده است:

$$\begin{aligned} A_{21} &= -u\theta + \kappa_x \phi^2 \\ A_{22} &= \kappa_t + \theta - (\gamma - 2)\kappa_x u \\ A_{23} &= \kappa_r u - (\gamma - 1)\kappa_x v \\ A_{31} &= -v\theta + \kappa_r \phi \\ A_{32} &= \kappa_x v - (\gamma - 1)\kappa_r u \\ A_{33} &= \kappa_t + \theta - (\gamma - 2)\kappa_r v \\ A_{41} &= \theta(\phi^2 - a_1) \\ A_{42} &= \kappa_x a_1 - (\gamma - 1)u\theta \\ A_{43} &= \kappa_r a_1 - (\gamma - 1)v\theta \end{aligned}$$

در تعریف ماتریس ژاکوبین فوق پارامترهای θ و ϕ^2 و a_1 به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} a_1 &= \gamma \left(\frac{e}{\rho} \right) - \phi^2 \\ \theta &= \kappa_x u + \kappa_r v \\ \phi^2 &= 0.5(\gamma - 1)(u^2 + v^2) \end{aligned}$$

مطابق تعریف انجام شده برای \hat{M} می‌توان نوشت:

$$\hat{M} = J^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_{21} & \alpha_1 \partial_\eta(\rho^{-1}) & \alpha_2 \partial_\eta(\rho^{-1}) & 0 \\ m_{31} & \alpha_2 \partial_\eta(\rho^{-1}) & \alpha_3 \partial_\eta(\rho^{-1}) & 0 \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \quad (16)$$

در رابطه فوق از پارامترهای زیر استفاده شده است:

$$\begin{aligned} m_{21} &= -\alpha_1 \partial_\eta(u/\rho) - \alpha_2 \partial_\eta(v/\rho) \\ m_{31} &= -\alpha_2 \partial_\eta(u/\rho) - \alpha_3 \partial_\eta(v/\rho) \\ m_{41} &= \alpha_4 \partial_\eta(-(e/\rho^2) + (u^2 + v^2)/\rho) \\ &\quad - \alpha_1 \partial_\eta(u^2/\rho) - 2\alpha_2 \partial_\eta(uv/\rho) \\ &\quad - \alpha_3 \partial_\eta(v^2/\rho) \\ m_{42} &= -\alpha_4 \partial_\eta(u/\rho) - m_{21} \end{aligned}$$

پارامترهای به کار رفته در معادله فوق به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\hat{Q}}{J} \\ H_t &= \frac{\hat{H}_t}{J} \\ H_v &= \frac{\hat{H}_v}{J} \\ E &= \frac{1}{J} (\xi_x \hat{E} + \xi_r \hat{F}) \\ F &= \frac{1}{J} (\eta_x \hat{E} + \eta_r \hat{F}) \end{aligned}$$

که در آن، در معادلات فوق J ژاکوبین نگاشت فضای فیزیکی به فضای محاسباتی است.

روش حل معادلات

در این مقطع مطابق مراجع [۳] و [۴] و [۵] برای حل معادلات فوق از روش (Beam Warming) استفاده شده است [۶]. در این روش معادلات به صورت زیر دسته‌بندی می‌شوند:

$$\begin{aligned} [I + h \partial_\xi \hat{A}'' + h \partial_\eta \hat{B}'' - \text{Re}^{-1} h \partial_\eta \hat{M}] \Delta \hat{Q}'' = \\ -h(\partial_\xi \hat{E}'' + \partial_\eta \hat{F}'' - \text{Re}^{-1} \partial_\eta \hat{F}_v'' + \hat{H}_t - \hat{H}_v) \end{aligned} \quad (12)$$

در رابطه فوق $\Delta \hat{Q}''$ به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\Delta \hat{Q}'' = \hat{Q}''^{n+1} - \hat{Q}''^n \quad (13)$$

برای مقادیر \hat{A} ، \hat{B} و \hat{M} می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \hat{A} &= \frac{\partial \hat{E}}{\partial \hat{Q}} \\ \hat{B} &= \frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{Q}} \\ \hat{M} &= \frac{\partial \hat{F}_v}{\partial \hat{Q}} \end{aligned} \quad (14)$$

ماتریس‌های ژاکوبین \hat{A} و \hat{B} به ترتیب به ازای κ معادل ξ و η به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned}
 m_{33} &= -\alpha_4 \partial_\eta (v / \rho) - m_{31} \\
 m_{44} &= \alpha_4 \partial_\eta (\rho^{-1}) \\
 \alpha_1 &= \mu \left[(4/3) \eta_x^2 + \eta_r^2 \right] \\
 \alpha_3 &= \mu \left[\eta_x^2 + (4/3) \eta_r^2 \right] \\
 \alpha_2 &= (\mu/3) \eta_x \eta_r \\
 \alpha_4 &= \gamma \mu \text{Pr}^{-1} \left[\eta_x^2 + \eta_r^2 \right].
 \end{aligned}$$

اکنون برای ساده‌سازی، استفاده از حل در دو جهت مجزا استفاده می‌شود، بدین‌منظور به جای معادله (۱۲) معادله زیر مورد حل قرار می‌گیرد:

$$\begin{aligned}
 \left[I + h \delta_\xi \hat{A}^n \left[I + h \delta_\eta \hat{B}^n - h \text{Re}^{-1} \delta_\eta \hat{M} \right] * \Delta \hat{Q} = \hat{R}^n \right. \quad (17) \\
 \left. \hat{R}^n = -h \left[\delta_\xi \hat{E}^n + \delta_\eta \hat{F}^n - \text{Re}^{-1} \partial_\eta \hat{F}_v^n + \hat{H}_i - \hat{H}_v \right] \right].
 \end{aligned}$$