

فرید نجفی<sup>۱</sup> و محمدرضا همایی نژاد<sup>۲</sup>

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

### چکیده

در این مقاله، مدل سازی ریاضی جدیدی از دینامیک سیستم سرو-نیوماتیک ارائه می گردد. در این روش، نیروهای مزاحم درونی، مانند اصطکاک و نیروهای اعمالی از خارج به سیستم، اعم از اغتشاشات و یا بارهای متصل به پیستون، می توانند با منطق مقتضی وارد مدل سازی سیستم شده و سهمی را از فشار کل در دو سمت پیستون به خود اختصاص دهند. به عنوان نمونه، توزیع فشار در دو سمت پیستون به گونه ای صورت گرفته که نیروی اصطکاک با توجه به جهت حرکت و نیروی اعمالی به سیستم خنثی گردند. سپس، تنظیم فشار تا آنجا ادامه می یابد که شتاب مطلوب در لغزنده ایجاد گردد. روابط شیر محدود کننده جریان به صورت خطی در مدل سازی وارد می گردد. با توجه به وارد شدن عبارت های غیر خطی، مدل سازی ریاضی دینامیک سیستم به وسیله الگوریتم مود لغزشی انجام می گیرد. همچنین، منطق و استراتژی کنترل بر اساس منطق مود لغزشی در نظر گرفته می شود. در پایان، یک نمونه شبیه سازی کامپیوتری به منظور بررسی صحت روش ارائه شده در مدل سازی و کنترل انجام می گیرد.

واژه های کلیدی: کنترل لغزشی، سیستم سرو-نیوماتیک، نیروهای اغتشاشی، کنترل موقعیت

## New Mathematical Modeling of Servo-Pneumatic Systems, Using Sliding Mode Logic for Force-Position Control

F. Najafi and M.R. Homaenejad

Actuators Research Laboratory, Mech. Eng. Department, Khajeh-Nasir Toosi Univ. of Tech.

### ABSTRACT

*In this work, a new mathematical modeling of servo-pneumatic system's dynamics is presented. In this new modeling, internal forces, such as friction and external forces acting on the moving rod of actuator, such as loads or disturbances, are mathematically modeled with their appropriate logic. First, pressure distribution on two sides of moving piston is assigned to cancel out the friction force with respect to the piston velocity sense and to balance the external forces according to their acting direction. The regulation of pressure continues to provide the desired acceleration in the piston. The model of pressure valves is assumed linear. Due to the entrance of non-linear terms into the equations describing dynamics of the system, mathematical modeling is based on sliding mode logic. Also, sliding mode control algorithm is used to achieve the positioning aim. Finally, a numerical simulation is done to show the performance of the control activity in the presence of the new mathematical modeling.*

**Key Words:** Sliding Control, Servo-Pneumatic System, Disturbance Forces, Position Control

۱- استادیار: najafi@kntu.ac.ir

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد

منطق کنترلی استفاده شده، خطی سازی سیگنال فیدبک است [۱۰].

مدل سازی های دیگری نیز به روش های مختلف انجام شده است، که در ادامه کارهای گذشته بوده و بسته به روش مدل سازی به سیستم خطی یا غیرخطی منجر شده است. در سایر موارد به منظور استفاده از روش های طراحی کنترل کلاسیک، پس از استخراج کامل دینامیک سیستم خطی سازی حول نقاط کارسیستم انجام می گیرد [۱۴-۱۱].

کنترل سیستم های با ساختار متغیر<sup>۵</sup> (VSC) به وسیله کنترل لغزشی برای نخستین بار در دهه ۱۹۵۰ در شوروی به وسیله املیانوف<sup>۶</sup> و محققان همکارش معرفی شد [۱۷-۱۵]. سیستمی که آنها در نظر گرفته بودند، سیستمی خطی از رسته دو بود که در قالب متغیرهای فاز<sup>۷</sup> مدل شده بود. مهمترین ویژگی سیستم کنترل VSC خاصیت مقاومت<sup>۸</sup> عالی آنست. این سیستم ها نامتغیر<sup>۹</sup> هستند. به بیان ساده نامتغیر به این معنا است که سیستم کنترل نسبت به هرگونه عدم قطعیت پارامتری و نویزهای خارجی کاملاً غیرحساس است [۲۱-۱۸].

در این مقاله، مدل غیرخطی یک سیستم پیستون - سیلندر سرو نیوماتیک با لحاظ اثرات اصطکاک کولمبی در سیلندر، نیروی خارجی اغتشاشی، اثرات بار اینرسی وارد به پیستون و در نهایت با توجه به مسیر مطلوب متغیر با زمان پیستون با نگرشی جدید استخراج می شود. در پایان، یک نمونه شبیه سازی کامپیوتری به منظور بررسی صحت روش ارائه شده در مدل سازی و کنترل انجام می شود.

سیستم های عملگر نیوماتیکی ابزار ساده و ارزان قیمتی برای انجام کارهای صنعتی هستند که احتیاج به دقت زیادی ندارند. این سیستم ها دارای نسبت توان به وزن مناسبی بوده و دارای شرایط کارکرد تمیز، آسان و امنی هستند. همچنین، یکی از ویژگی های مهم این سیستم ها این است که به علت تراکم پذیر بودن سیال عامل که معمولاً هواست و همچنین، به دلیل رفتار کاملاً غیرخطی جریان سیال، فرآیند مکان دهی<sup>۱</sup> دقیق را نمی توان بدین وسیله به سادگی ایجاد کرد. بدین ترتیب این عملگرها نمی توانند با یک مدل سازی ساده ریاضی در کنترل سرو به کار روند. یکی از اولین مدل سازی های ترمودینامیکی و سیالاتی را شیرر<sup>۲</sup> در ۱۹۵۶ انجام داد [۱]. نوع دیگر مدل سازی، خطی سازی معادلات دینامیکی سیستم در اطراف نقطه میانی پیستون بود [۳،۲]. این مدل ها دارای کارایی چندان بالایی نبودند. در دهه گذشته مدل سازی های غیرخطی آغاز شد.

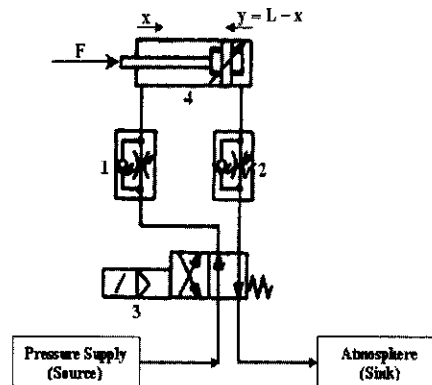
بابرو، مکدنالد و جباری سیستم کنترل تطبیقی نیرو- موقعیت، ربانی نیوماتیک را ارائه کردند [۴، ۵]. سیستم کنترل مود لغزشی که دارای عملکرد بهتری نسبت به طرح های قبلی بود، توسط تانگ واکر<sup>۳</sup> ارائه شد [۶]. در تمام تحقیقات انجام گرفته مذکور، اصطکاک ناشی از آب بندی پیستون، اثرات غیرخطی جریان سیال و دینامیک شیر کنترل جهت جریان منظور نشده بود. مقایسه بین مدل های خطی و غیرخطی که روی سیستم نیوماتیک چرخشی آزمایش شده بود، توسط ریچارد اسکاوارد<sup>۴</sup> در سال ۱۹۹۶ ارائه شد [۷]. بررسی های آنان به علت وابستگی زیاد به داده های تجربی یک مورد خاص، به سختی قابل تعمیم به سایر سیستمها می باشد. مدل سازی دقیق دیگری که به مرحله عمل نیز رسیده است، شامل مدل سازی کامل و غیرخطی دینامیک سیال در دو سمت پیستون، جریان سیال در لوله های رابط با معادلات دیفرانسیل پارهای، تأخیرهای زمانی و اثرات نشت هوا از معبرهای آب بندی شده سیلندر است [۹۸]. نوع دیگری از مدل سازی نیز به صورت غیرخطی انجام شده است که

5 - Variable Structure Control System  
6 - Emelyanov  
7 - Phase Variable  
8 - Robustness  
9 - Invariant

1 - Positioning  
2 - Shearer  
3 - Tang, Walker  
4 - Richard, Scavarda

سیستم نیوماتیکی سیلندر و پیستون نشان داده شده در شکل (۱) را در نظر می گیریم.

در شکل مذکور  $F$  نیروی خارجی وارد شده به پیستون،  $P_1$  فشار نسبی گذرای سمت چپ پیستون،  $P_2$  فشار نسبی گذرای سمت راست پیستون،  $m$  جرم مجموعه در حال لغزش،  $x$  مقدار حرکت لغزنده از سمت چپ سیلندر،  $y$  متغیر کمکی اندازه گیری موقعیت از سمت راست سیلندر که دو متغیر مذکور می توانند، مستقیماً حجم محفظه سمت چپ و راست را نشان دهند،  $L$  طول موثر سیلندر،  $\mu$  نیروی



شکل ۱- مدار سیستم سرو- نیوماتیک.

اصطکاک کولمبی (که مقداری ثابت است) و  $A_1$  و  $A_2$  بترتیب سطح مقطع های سمت چپ و سمت راست پیستون (لغزنده) هستند. اجزای ۱ و ۲ شیرهای محدودکننده جریان (اورفیس) هستند. عملگرهای چرخشی که قادر به کنترل زاویه گردش پیچ این شیرها هستند، روی این قسمت سوار می شوند. شیرهای محدودکننده جریان، در این تحقیق به گونه ای هستند که با چرخش چهار دور می توانند مقدار ماکزیم دبی را از خود عبور دهند. قطعه شماره ۳ یک شیر سولنوئیدی ۲/۲ بوده که حداکثر فرکانس کاری که برای آن در نظر گرفته شده،  $15 \text{ Hz}$  است. ولتاژ کار آن مستقیم بوده، به طوری که اگر این ولتاژ برقرار شود، مربع مجاور سولنوئید در شکل فعال خواهد شد و با قطع شدن ولتاژ مربع سمت چپ شیر فعال خواهد بود. همچنین، در سیلندر نیروی اصطکاکی از نوع کولمبی ( $\mu$ ) در نظر گرفته می شود. به

منظور کنترل اغتشاشات نیرویی وارد شده به پیستون لازم است که در گام نخست، جهت نیروی خارجی  $F$  وارد محاسبات گردد، بنابراین؛

**الف)  $F \geq 0$**

در اینجا لازم است فرض کنیم که فشارهای نسبی  $P_1, P_2$  هر یک از دو جزء  $P_{11}, P_{12}$  و  $P_{21}, P_{22}$  به ترتیب تشکیل شده باشند. دلیل این فرض آن است که نیروی خارجی، جهت شتاب مطلوب پیستون  $\text{sgn}(\ddot{x}_p)$  و نیروی اصطکاک هر یک دارای اثرات مخصوص به خود در کنترل سرو هستند. بنابراین، به سه پارامتر مستقل نیاز است. اما در محاسبات خواهیم دید که پارامتر چهارم در نظر گرفته شده می تواند، به صورت دلخواه پس از تعیین سه پارامتر دیگر، محاسبه شود. برای شروع محاسبات ابتدا، معادله حرکت پیستون را با توجه به نیروهای وارد شده به آن می نویسیم:

$$\sum F_x = m\ddot{x}, \quad (1)$$

$$F + P_1 A_1 - P_2 A_2 - \mu \text{sgn}(\dot{x}) = m\ddot{x}. \quad (2)$$

همان طور که در گذشته نیز توضیح داده شد، فشارهای نسبی هر یک دارای دو جزء هستند که بدین ترتیب بر طبق معادله ۳ خواهیم داشت:

$$P_1 = P_{11} + P_{12}, \quad (3)$$

$$P_2 = P_{21} + P_{22}.$$

ابتدا، نیروی اغتشاشی را توسط جزء اول فشار از معادله ۲ حذف می کنیم، یعنی:

$$F - P_{21} A_2 = 0. \quad (4)$$

برای حذف اثر نیروی اصطکاک از معادله ۲ نیز، به شکل زیر عمل می کنیم:

$$P_{11} A_1 = \frac{1}{2} [1 + \text{sgn}(\dot{x})] \mu, \quad (5)$$

$$P_{21} A_2 = \frac{1}{2} [1 - \text{sgn}(\dot{x})] \mu.$$

از تلفیق معادلات ۴ و ۵ به معادله ۶ خواهیم رسید:

$$P_{11} = \frac{1}{2A_1} [1 + \text{sgn}(\dot{x})] \mu, \quad (6)$$

$$P_{21} = \frac{F}{A_2} + \frac{1}{2A_2} [1 - \text{sgn}(\dot{x})] \mu.$$

برای تکمیل بحث روی معادله ۶ باید ذکر کرد: از آنجا که مقدار فشار در این سیستم نمی تواند منفی باشد، لذا، لازم

خواهیم داشت. اما برای حل این مشکل به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{cases} P_{22}=0 & \text{IF } \ddot{x}_d \geq 0 \\ P_{12}=0 & \text{IF } \ddot{x}_d < 0 \end{cases} \quad (13)$$

شروط بیان شده در معادله ۱۳ بدین معنی است که اگر شتاب مطلوب تغییر مکان ( $\ddot{x}_d$ ) به سمت راست باشد، جزء دوم فشار باید در سمت راست صفر باشد تا از بدست آوردن مقدار منفی برای فشار اجتناب شود؛ و بر عکس، اگر تغییر مکان به سمت چپ مطلوب باشد، آنگاه باید جزء دوم فشار سمت چپ صفر باشد. بنابراین، سمت چپ معادله ۷ را به صورت زیر با استفاده از معادله ۱۳ می‌نویسیم:

$$\frac{P_{12}[1+\text{sgn}(\ddot{x}_d)]\frac{A_1}{2} - P_{22}[1-\text{sgn}(\ddot{x}_d)]\frac{A_2}{2}}{m} = Z. \quad (14)$$

با جمع‌بندی معادلات ۶ و ۱۴ خواهیم داشت:

$$P_{1d} = \frac{1}{2A_1}[1+\text{sgn}(\dot{x})]\mu + \frac{1}{2}[1+\text{sgn}(\ddot{x}_d)]\frac{m}{A_1}Z,$$

$$P_{2d} = \frac{F}{A_2} + \frac{1}{2A_2}[1-\text{sgn}(\dot{x})]\mu - \frac{1}{2}[1-\text{sgn}(\ddot{x}_d)]\frac{m}{A_2}Z.$$

با توجه به معادله ۱۵ باید در نظر داشت که مقادیر بدست‌آمده برای فشارهای سمت چپ و سمت راست پیستون در واقع فشارهای مطلوبی هستند که توسط سیستم عملگر بایستی ایجاد شوند. بنابراین، در قسمت بعد با مدل‌سازی عملگرهای تنظیم فشار بایستی قانون کنترل را به گونه‌ای تدوین کرد که فشار واقعی در سیستم مقادیر داده شده در معادله ۱۵ را به صورتی قابل قبول تعقیب کند. در مرحله بعد بایستی فرآیندهای انبساط و انقباض داخل سیلندر به صورت ریاضی مدل‌سازی شوند. برای قدم اول فرض کنیم که تحولات گازی درون سیلندر به صورت تک‌دما باشد. همچنین، فرض کنیم که هوای داخل سیلندر رفتاری ایده‌آل دارد. بنابراین، معادله حاکم بر چنین تحولی، طبق قانون عمومی گازها به صورت ۱۶ است:

$$PV = mRT. \quad (16)$$

است، در صورتی که سرعت پیستون مثبت باشد، نیروی اصطکاک با جزء اول فشار و در صورتی که سرعت پیستون منفی باشد، نیروی اصطکاک با جزء اول فشار از معادلات حذف گردد. این همان نکته‌ای است که در معادلات ۶ آمده است. پس از انجام حذف‌های مذکور معادله ۷ به معادله ۷ منجر می‌شود:

$$\frac{P_{12}A_1 - P_{22}A_2}{m} = \ddot{x}, \quad (7)$$

$$\ddot{x} = Z.$$

به منظور سادگی در محاسبات فرض می‌کنیم که مقدار سمت چپ معادله ۷ برابر متغیری مانند  $Z$  باشد. به منظور کنترل موقعیت، فرض کنیم که مقدار مطلوب متغیر، تابع  $x_d$  باشد. لذا، خطای تعقیب را بنا بر تعریف به صورت معادله ۸ تعریف می‌کنیم:

$$\tilde{x} = x - x_d. \quad (8)$$

برای از بین بردن این خطا، صفحه لغزانی را به صورت معادله ۹ در نظر می‌گیریم:

$$s = \left(\frac{d}{dt} + \lambda_n\right)\tilde{x}. \quad (9)$$

در معادله ۹، پارامتر سیستم کنترل است. با استفاده از قضیه دینامیک معادل فیلپوف [۱۸]، مقدار ورودی معادل را می‌یابیم:

$$\dot{s} = 0,$$

$$Z_{eq} = \ddot{x}_d - \lambda_n \dot{\tilde{x}}. \quad (10)$$

بدین ترتیب، ورودی اصلی را با اضافه کردن یک عبارت غیرپیوسته کلید زنی به معادله ۱۰ به شکل معادله ۱۱ بدست می‌آوریم:

$$Z = \ddot{x}_d - \lambda_n \dot{\tilde{x}} - K \text{sgn}(\dot{\tilde{x}} + \lambda_n \tilde{x}). \quad (11)$$

در معادله ۱۱، پارامتر  $K$  باید به گونه‌ای باشد که شرط پایداری سیستم محفوظ بماند. بنا بر تعریف  $K$  داریم:

$$K = \Delta + \eta_n. \quad (12)$$

در معادله ۱۲،  $\Delta$  نمایشگر انحراف دینامیک واقعی سیستم از دینامیک تخمین زده شده و پارامتر  $\eta_n$  بهره فرآیند سوئیچ‌زنی است. مطابق معادله ۱۱ یک معادله و دو مجهول

در معادله ۲۰،  $\gamma$  پارامتر نشان‌دهنده میزان اتلاف در انرژی متا آنتالپی جریان است، به طوری که اگر ماکزیمم باشد، جریان جرمی ماکزیمم بوده و اگر صفر باشد، نشان‌دهنده جریان جرمی صفر است. پارامتر  $\gamma$  در اینجا هدف کنترلی است و باید به گونه‌ای تنظیم شود که فشار بوجود آمده در اثر تغییرات این پارامتر، به خوبی فشار مطلوب بیان شده در معادله ۱۵ را تعقیب کند. لازم است که قانون عملکرد شیرسولنوئیدی را نیز تعیین کنیم؛ یعنی بیان کنیم که منطق اتصال سیلندر نیوماتیکی به منبع تغذیه و هوای آزاد چگونه باید باشد. در اینجا فرض می‌کنیم که منطق عملکرد به صورت معادلات ۲۱ باشد:

$$\begin{aligned} q_1 &= \gamma_1 \left\{ \frac{1}{2} [1 + \text{sgn}(\ddot{x}_d)] P_{\text{sup}} - \text{sgn}(\ddot{x}_d) P_1 \right\}, \\ q_2 &= \gamma_2 \left\{ \frac{1}{2} [1 - \text{sgn}(\ddot{x}_d)] P_{\text{sup}} + \text{sgn}(\ddot{x}_d) P_2 \right\}. \end{aligned} \quad (21)$$

در معادلات ۲۱،  $P_{\text{sup}}$  فشار تغذیه سیستم نیوماتیکی است که مقداری ثابت فرض می‌شود.  $x_{i1}$  موقعیت مطلوب پیستون است که به عنوان تابعی از زمان در دست است. معادله ۲۱ بیان می‌کند که اگر  $\ddot{x}_d$  مقدار مثبتی باشد (یعنی تمایل حرکت پیستون به سمت راست است)، سمت چپ پیستون به منبع تغذیه و سمت راست به هوای آزاد (فشار صفر) متصل بشود. برعکس، اگر تمایل حرکت پیستون به سمت چپ باشد، سمت چپ پیستون به هوای آزاد و سمت راست به منبع تغذیه متصل شود. در نهایت مدل دینامیکی حاکم بر گاز درون سیلندر را می‌توان به صورت معادلات ۲۲ نیز نمایش داد:

$$\begin{aligned} \dot{P}_i &= -(P_i + P_{\text{atm}}) \frac{\dot{x}_i}{x_i} + \frac{RT}{A_i x_i} q_i \quad i=1,2, \\ f_i &= -(P_i + P_{\text{atm}}) \frac{\dot{x}_i}{x_i}; \quad b_i = \frac{RT}{A_i x_i}. \end{aligned} \quad (22)$$

در معادلات ۲۲،  $q_i$  ورودی سیستم،  $b_i$  بهره ورودی و  $f_i$  دینامیک تخمینی سیستم است. برای اینکه فشارهای درون سیستم، فشارهای مطلوب را تعقیب کنند، از کنترل لغزشی استفاده می‌کنیم. بنابراین لازم است که بنا بر الگوریتم زیر پیش رویم. فاصله از صفحه لغزان به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$s_i = \ddot{P}_i = P_i - P_{id} \quad i=1,2. \quad (23)$$

در معادله ۱۶،  $P$  فشار مطلق درون محفظه،  $V$  حجم ناحیه‌ای که تحولات درون آن صورت می‌گیرد، جرم گاز درون سیلندر،  $R$  ثابت عمومی گاز موردنظر و  $T$  دمای مطلق گاز درون سیلندر است. در صورتی که از طرفین رابطه ۱۶ برحسب زمان مشتق‌گیری کنیم، خواهیم داشت:

$$\dot{P}V + P\dot{V} = \dot{m}RT. \quad (17)$$

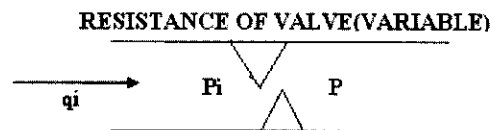
همچنین، فشار واقعی درون سیلندر را در طرف چپ و راست پیستون، به ترتیب با  $P_1$  و  $P_2$  نشان می‌دهیم. بنابراین برای بدست آوردن فشار مطلق از فشار نسبی لازم است که فشارهای نسبی را با فشار اتمسفر ( $P_{\text{atm}}$ ) جمع کنیم، یعنی:

$$\begin{aligned} P_{1\text{abs}} &= P_1 + P_{\text{atm}}, \\ P_{2\text{abs}} &= P_2 + P_{\text{atm}}. \end{aligned} \quad (18)$$

با جای‌گذاری معادله ۱۸ در ۱۷ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{P}_i A_i x_i + (P_i + P_{\text{atm}}) A_i \dot{x}_i &= q_i RT \quad i=1,2, \\ q_i &= \dot{m}_i; \quad x_1 = x; \quad x_2 = y = L - x. \end{aligned} \quad (19)$$

معادله ۱۹ معادله اصلی حاکم بر دینامیک گاز درون سیلندر است. توجه داریم که در این تحقیق از اثرات آشفستگی‌ها، عدم قطعیت‌ها و بازگشت‌ناپذیری‌ها چشم‌پوشی شده است. شکل (۲) را در نظر می‌گیریم، در این شکل  $q_i$  نرخ جابه‌جایی جرم در واحد زمان،  $P_i$  فشار نسبی ورودی و  $P$  فشار نسبی خروجی است.



شکل ۲- نمایش شیر محدودکننده جریان.

فرض کنیم که رابطه ۲۰ در مورد پارامترهای مذکور در اوریفیس شکل (۲) وجود دارد:

$$q = \gamma(P_i - P). \quad (20)$$

در حالت کلی، برای بسط نتایج به حالتی که نیروی اغتشاشی  $F$  در هر علامت دلخواهی باشد، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
 P_{1d} &= \frac{\mu}{4A_1} [1 + \operatorname{sgn}(\dot{x})][1 + \operatorname{sgn}(F)] \\
 &+ \frac{1}{2} \left\{ \frac{-F}{A_1} + \frac{\mu}{2A_1} [1 + \operatorname{sgn}(\dot{x})] \right\} [1 - \operatorname{sgn}(F)] \\
 &+ \frac{1}{2} [1 + \operatorname{sgn}(\ddot{x}_d)] \frac{m}{A_1} Z, \\
 P_{2d} &= \frac{\mu}{4A_2} [1 - \operatorname{sgn}(\dot{x})][1 - \operatorname{sgn}(F)] \\
 &+ \frac{1}{2} \left\{ \frac{F}{A_2} + \frac{\mu}{2A_2} [1 - \operatorname{sgn}(\dot{x})] \right\} [1 + \operatorname{sgn}(F)] \\
 &- \frac{1}{2} [1 - \operatorname{sgn}(\ddot{x}_d)] \frac{m}{A_2} Z.
 \end{aligned} \tag{28}$$

در بخش بعد، آنچه تاکنون در مورد این سبک مدل‌سازی با معادلات ریاضی بیان شد، شبیه‌سازی خواهد شد.

### شبیه‌سازی رایانه‌ای سیستم سرو-نیوماتیک

در این بخش آنچه از ابتدا تا اینجا آمده است، به صورت رایانه‌ای مدل‌سازی می‌شود تا عملکرد مدل ریاضی منطق سرو-نیوماتیک بررسی شود. آنچه که تاکنون بیان شد، در واقع تبدیل منطق در نظر گرفته شده برای از بین بردن اثر اغتشاشات وارد شده به پیستون و همچنین، نیروی اصطکاک کولمبی، و در نهایت، کنترل موقعیت پیستون به معادلات ریاضی است. پس از طراحی کنترل لغزشی، لازم است که برای یافتن مقادیر مناسب پارامترهای طراحی که در منطق کنترلی استفاده شده است، شبیه‌سازی رایانه‌ای انجام شود. در شکل (۳) مدار شبیه‌ساز سیستم کنترلی در نرم‌افزار (Matlab-Simulink) نشان داده می‌شود. در این شکل توابع  $F$  و  $\ddot{x}_d$  نیروی خارجی و تغییر مکان مطلوب به صورت ورودی‌های سیستم هستند. در جعبه محاسباتی اول، پس از وارد شدن ورودی‌های لازم، مقادیر مطلوب فشارهای نسبی در دو طرف پیستون محاسبه می‌شود. این فشارها، فشارهای لازمی هستند که برای از بین بردن نیروهای خارجی وارد شده به سیستم، نیروی اصطکاک و در نهایت، حرکت دادن پیستون به صورت مطلوب لازم هستند. در این جعبه محاسباتی، مجموعه معادلات ۳ تا ۱۷ وجود دارند. پس از تولید مقادیر مطلوب فشار، لازم است

با استفاده از قضیه دینامیک معادل فیلیپوف مقادیر پیوسته ورودی‌ها را بدست می‌آوریم. در نهایت، با افزودن یک تابع غیرپیوسته به معادله ۲۴ برای مقاوم‌سازی سیستم در برابر عدم قطعیت‌های مدل‌سازی به نتیجه کلی ۲۴ خواهیم رسید:

$$\begin{aligned}
 q_{ieq} &= b_i^{-1} (-f_i + \dot{P}_{id}), \\
 q_i &= b_i^{-1} [-f_i + \dot{P}_{id} - \eta_i \operatorname{sgn}(\dot{P}_i)] \quad i = 1, 2.
 \end{aligned} \tag{24}$$

برای بدست آوردن میزان بازشدگی شیرهای محدودکننده جریان رابطه ۲۱ و ۲۴ را تلفیق می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 \gamma_1 &= \frac{b_1^{-1} [-f_1 + \dot{P}_{1d} - \eta_1 \operatorname{sgn}(\dot{P}_1)]}{\frac{1}{2} [1 + \operatorname{sgn}(\ddot{x}_d)] P_{\text{sup}} - \operatorname{sgn}(\ddot{x}_d) P_1}, \\
 \gamma_2 &= \frac{b_2^{-1} [-f_2 + \dot{P}_{2d} - \eta_2 \operatorname{sgn}(\dot{P}_2)]}{\frac{1}{2} [1 + \operatorname{sgn}(\ddot{x}_d)] P_{\text{sup}} + \operatorname{sgn}(\ddot{x}_d) P_2}.
 \end{aligned} \tag{25}$$

(ب)  $F < 0$

در صورتی که نیروی اغتشاشی وارد شده به پیستون منفی باشد، مطابق گذشته ابتدا معادله ۲ را می‌نویسیم. در این حالت از جزء اول فشار  $P_1$  برای حذف نیروی اغتشاشی، و از جزء اول فشار  $P_2$  برای حذف نیروی اصطکاک استفاده می‌کنیم. معادل ریاضی بیان فوق در معادله ۲۶ نشان داده می‌شود.

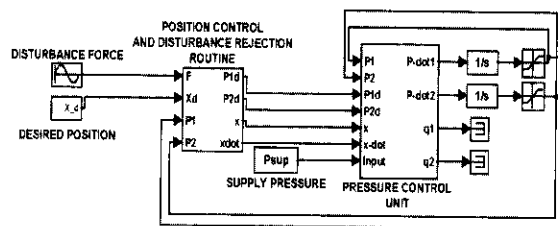
$$\begin{aligned}
 P_{11} &= \frac{-F}{A_1} + \frac{1}{2A_1} [1 + \operatorname{sgn}(\dot{x})] \mu, \\
 P_{21} &= \frac{1}{2A_2} [1 - \operatorname{sgn}(\dot{x})] \mu.
 \end{aligned} \tag{26}$$

شایان ذکر است، پس از حذف نیروی اغتشاشی و نیروی اصطکاک معادلات باقی‌مانده منطبق بر معادله ۷ خواهد بود. بنابراین، ادامه کار مانند قسمت الف انجام شده است.

$$\begin{aligned}
 P_{11} &= \frac{\mu}{4A_1} [1 + \operatorname{sgn}(\dot{x})][1 + \operatorname{sgn}(F)] \\
 &+ \frac{1}{2} \left\{ \frac{-F}{A_1} + \frac{\mu}{2A_1} [1 + \operatorname{sgn}(\dot{x})] \right\} [1 - \operatorname{sgn}(F)], \\
 P_{21} &= \frac{\mu}{4A_2} [1 - \operatorname{sgn}(\dot{x})][1 - \operatorname{sgn}(F)] \\
 &+ \frac{1}{2} \left\{ \frac{F}{A_2} + \frac{\mu}{2A_2} [1 - \operatorname{sgn}(\dot{x})] \right\} [1 + \operatorname{sgn}(F)],
 \end{aligned} \tag{27}$$

پله‌ای واحد برای موقعیت مطلوب پیستون و نیروی خارجی به صورت سینوسی استخراج می‌شود. در مرحله دوم موقعیت مطلوب لغزنده به صورت سینوسی در نظر گرفته شده در حالی که نیروی خارجی اثرکننده بر میله پیستون، مانند مرحله اول در نظر گرفته می‌شود. در شکل (۴) بار خارجی وارد شده به پیستون که در هر دو مرحله شبیه‌سازی مشترک می‌باشد، نشان داده شده است. در شکل (۵) فشار تنظیم‌شده در دو طرف پیستون به ازای ورودی پله‌ای واحد نشان داده شده است. فشارهای نشان داده شده در این شکل، به ازای فعالیت سیستم کنترلی در سیلندر ایجاد می‌شود. با اعمال این فشارها در دو سمت پیستون، پس از موازنه‌شدن نیروی داخلی و بارهای خارجی توسط قسمتی از فشار، شتاب مطلوب در لغزنده توسط قسمت دیگر فشار ایجاد می‌شود. در شکل (۶) خطای تعقیبی فشار مطلوب در دو سمت پیستون ترسیم می‌شود. فشار مطلوب در واقع فرمان کنترلی است که به سیستم تنظیم فشار که در شکل (۳) نشان داده شده است، اعمال می‌گردد. در شکل (۷) نمودار مربوط به تنظیم موقعیت پیستون در حضور ورودی نیروی سینوسی و ورودی پله‌ای واحد، به عنوان موقعیت مطلوب لغزنده، نمایش داده می‌شود. در این شکل، پدیده نوسانات شدید سیستم کنترل (Chattering) که از ویژگی‌های بارز سیستم‌های کنترل مود لغزشی است، دیده می‌شود. در شکل (۸) نمودار تغییر مکان مطلوب برحسب زمان مربوط به مرحله دوم شبیه‌سازی ترسیم می‌شود. شایان ذکر است که فرکانس این ورودی و ورودی نیروی خارجی با هم متفاوت بوده و همچنین، دامنه نیروی اغتشاشی نیز  $1000\text{ N}$  در نظر گرفته می‌شود. در شکل (۹) فشارهای در سمت چپ و راست پیستون، به ازای ورودی سینوسی موقعیت مطلوب به نمایش در می‌آید. این فشارها از محاسبات معادله ۲۴ بدست می‌آیند. در شکل (۱۰) نمودارهای مربوط به خطای تعقیب فشارهای  $P_1$  و  $P_2$  در شبیه‌سازی دوم ترسیم می‌شود. این نمودارها، مربوط به معادلات ۲۵ است.

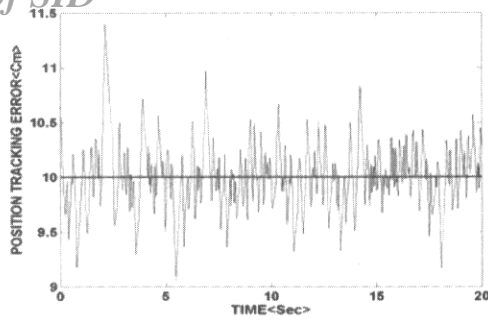
در این بخش آنچه از ابتدا تا اینجا آمده است، به صورت رایانه‌ای مدل‌سازی می‌شود تا عملکرد مدل ریاضی منطق سرو-نیوماتیک بررسی شود. آنچه که تاکنون بیان شد، در واقع تبدیل منطق در نظر گرفته شده برای از بین بردن اثر اغتشاشات وارد شده به پیستون و همچنین، نیروی اصطکاک کولمبی، و در نهایت، کنترل موقعیت پیستون به معادلات ریاضی است. پس از طراحی کنترل لغزشی، لازم است که برای یافتن مقادیر مناسب پارامترهای طراحی که در منطق کنترلی استفاده شده است، شبیه‌سازی رایانه‌ای انجام شود. در شکل (۳) مدار شبیه‌ساز سیستم کنترلی در نرم‌افزار (Matlab – Simulink) نشان داده می‌شود. در این شکل توابع  $F$  و  $x_d$  نیروی خارجی و تغییر مکان مطلوب به صورت ورودی‌های سیستم هستند. در جعبه محاسباتی اول، پس از وارد شدن ورودی‌های لازم، مقادیر مطلوب فشارهای نسبی در دو طرف پیستون محاسبه می‌شود. این فشارها، فشارهای لازمی هستند که برای از بین بردن نیروهای خارجی وارد شده به سیستم، نیروی اصطکاک و در نهایت، حرکت دادن پیستون به صورت مطلوب لازم هستند. در این جعبه محاسباتی، مجموعه معادلات ۳ تا ۱۷ وجود دارند. پس از تولید مقادیر مطلوب فشار، لازم است که عملگرها (دهانه‌های اوریفیس) به گونه‌ای تنظیم شوند تا فشار واقعی در سیستم فشار مطلوب را به خوبی و با سرعت مناسب تعقیب کند. در جعبه نهایی معادلات ۲۲ تا ۲۸ وجود دارد. از آنجا که فشارهای تولید شده محاسبات رایانه‌ای، نباید منفی یا بزرگتر از فشار منبع تغذیه باشد، از توابع اشباع (Saturation) نشان داده شده، استفاده می‌شود.



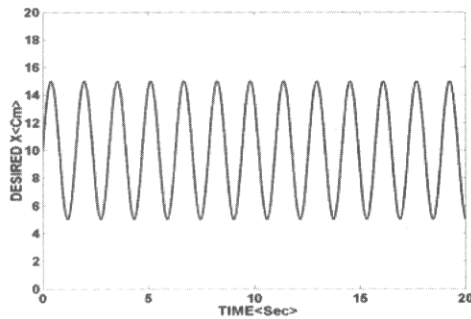
شکل ۳- مدار شبیه‌ساز سیستم کنترل سرو-نیوماتیک.

شبیه‌سازی سیستم کنترل سرو نیوماتیک در دو مرحله انجام می‌شود. در مرحله اول، پاسخ سیستم به ازای ورودی

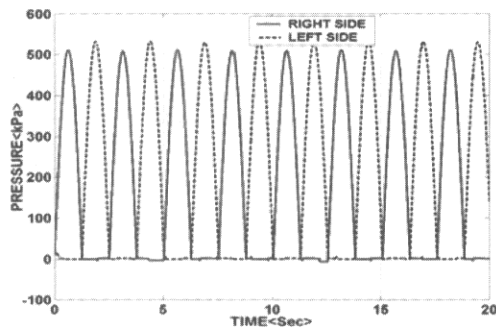
شکل ۶ - نمودارهای خطای تعقیب متغیر فشار در دو سمت لغزنده نیوماتیک به ازای ورودی پله‌ای واحد موقعیت (شکل بالا: فشار سمت چپ، پایین: فشار سمت راست).



شکل ۷ - نمودار تنظیم موقعیت پس از دفع ورودی‌های نیرویی وارد شده بر لغزنده نیوماتیک به ازای ورودی پله‌ای واحد موقعیت.

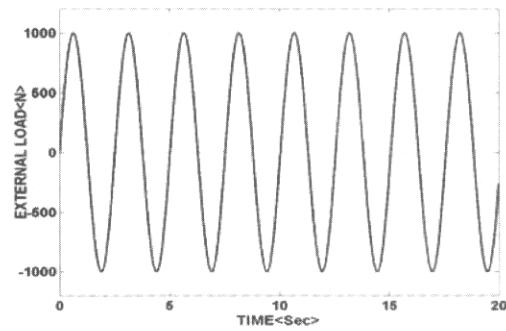


شکل ۸ - نمودار ورودی مطلوب موقعیت به شکل سینوسی (شبه‌سازی مرحله دوم).

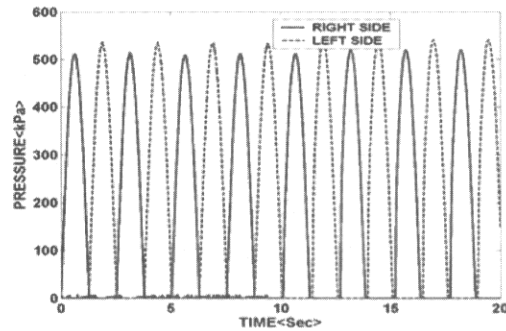


شکل ۹ - نمودار فشار تنظیم شده در دو طرف لغزنده نیوماتیک جهت دفع اغتشاشات نیرویی و تأمین حرکت مطلوب لغزنده.

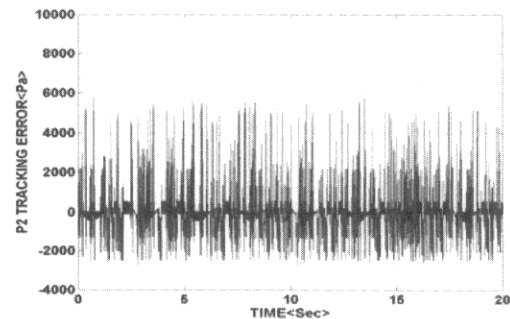
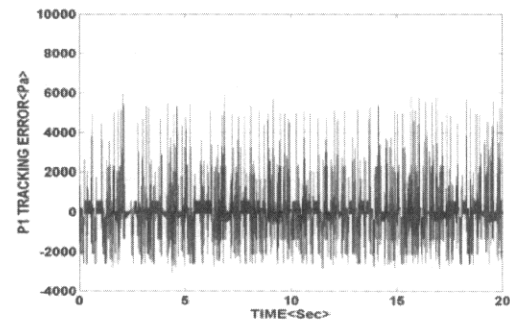
در شکل (۱۱) نمودار مربوط به خطای تعقیب موقعیت پیستون به ازای ورودی سینوسی مطلوب نشان داده می‌شود. همانگونه که دیده می‌شود این خطا به صورت قابل قبولی کوچک



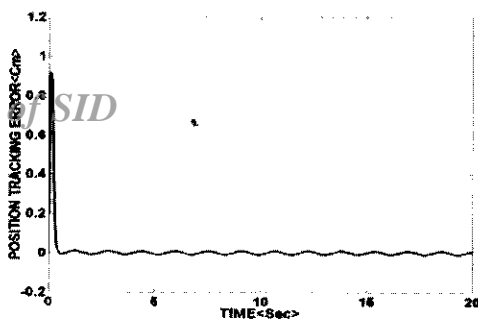
شکل ۴ - ورودی نیرویی به سیستم کنترل سرو- نیوماتیک (بار خارجی وارده به لغزنده).



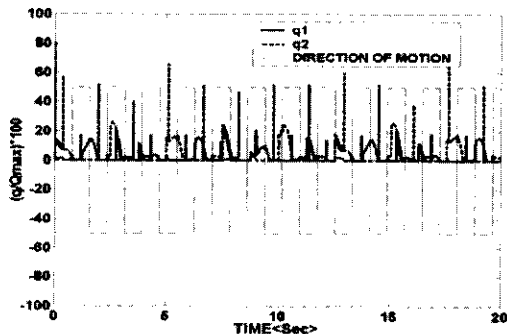
شکل ۵ - نمودار فشار تنظیم شده در دو طرف لغزنده نیوماتیک جهت دفع اغتشاشات نیرویی و تأمین حرکت مطلوب لغزنده به ازای ورودی پله‌ای واحد موقعیت.







شکل ۱۱- خطای تعقیب موقعیت پس از دفع اغتشاشات نیرویی وارد شده بر لغزنده نیوماتیک.

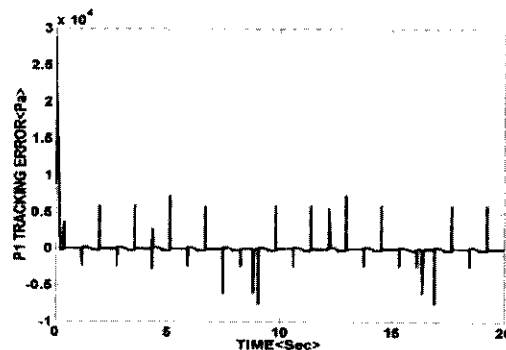


شکل ۱۲- نمودار درصد دبی جرمی هوای عبور کرده از شیر کنترل و جهت تحریک سولنوئید کنترل جهت جریان پالس‌های مستطیل شکل).

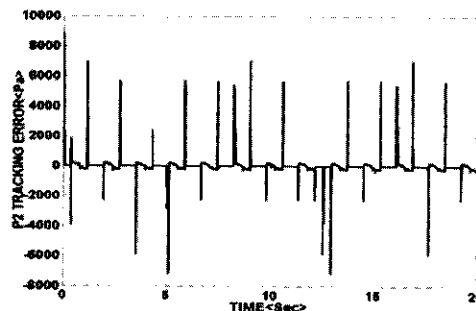
### نتیجه گیری

در تحقیق حاضر، پس از بررسی روش‌های مختلف مدل‌سازی سیستم سرو نیوماتیک، مدل غیر خطی یک سیستم پیستون- سیلندر به روشی جدید استخراج شد. روش جدید بر این منطق استوار بود که به منظور ایجاد شتاب مطلوب در لغزنده عملگر سرو؛ ابتدا، همه جملات مزاحم در معادله دینامیکی توصیف‌کننده حرکت پیستون با تنظیم اولیه فشار از معادله حذف شدند. سپس با تنظیم ثانویه فشار، شتاب مطلوب در لغزنده ایجاد شد. در مدل‌سازی جدید، به ازای هر تعداد نیروی عمل‌کننده بر پیستون اعم از داخلی یا خارجی، تابع ریاضی بیان‌کننده دینامیک سیستم خاصیت فشرده‌گی (Closed Form) خود را حفظ می‌کند که این مسئله در طراحی کنترلر سیستم

است. وجود چنین خطای کوچکی در تغییر مکان مطلوب نشان می‌دهد که عمل تطابق فشار واقعی در سیستم و فشار مطلوب به خوبی صورت گرفته است. در نهایت در شکل (۱۲) درصد دبی جرمی عبوری از اوریفیس‌ها نشان داده می‌شود. در واقع این نمودار نشان‌دهنده توان موردنیاز برای تأمین و تکمیل فرآیند کنترلی و همچنین، پتانسیل باقی مانده سیستم کنترل در دفع نیروهای اغتشاشی بزرگتر است. در این نمودار پالس‌های مربعی نشان‌دهنده فعالیت سولنوئید کنترل جهت جریان هواست. در واقع این پالس‌ها نشان‌دهنده شتاب مطلوب پیستون  $(sgn(\ddot{x}_d))$  است و همانگونه که قبلاً نیز گفته شد؛ شتاب مطلوب، نشان‌دهنده نحوه اعمال سیگنال‌های تحریک به سولنوئید است.



شکل ۱۰- نمودارهای خطای تعقیب متغیر فشار در دو سمت لغزنده نیوماتیک، الف) فشار سمت چپ



شکل ۱۰ ادامه - ب) فشار سمت راست

4. Bobrow, J.E and Jabbari, F. "Adaptive Pneumatic Force Actuation and Position Control", ASME J. Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 113, pp. 267- 272, 1991.
5. McDonnell, B.W. and Bobrow, J.E. "Adaptive Tracking Control of an Air Powered Robot Actuator", ASME J. Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 115, pp. 427-433, 1993.
6. Tang, J. and Walker, G. "Variable Structure Control of a Pneumatic Actuator", ASME J. Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 117, pp. 88- 92, 1995.
7. Richard, E. and Scavarda, S. "Comparison Between Linear and Non-linear Control of an Electro-Pneumatic Servo Drive", ASME J. Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 118, pp. 245-260, 1996.
8. Richer, E. and Hurmuzlu, Y. "A High Performance Pneumatic Force Actuator System, Part I: Non-linear Mathematical Model", ASME J. Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 122, pp. 416-425, 2001.
9. Richer, E. and Hurmuzlu, Y. "A High Performance Pneumatic Force Actuator System, Part II: Non-linear Controller Design", ASME J. Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 122, pp. 426-434, 2001.
10. Bigras, P., Khayyati, K. and Wong, T. "Modified Feedback Linearization Controller for Pneumatic System with Non-Negligible Connection Port Restriction", ASME J. Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 122, pp. 332-337, 2001.
11. Ning, S. and Bone, M. "High Steady-State Accuracy Pneumatic Servo Positioning System with PVA/PV Control and Friction Compensation", IEEE Conf. on Robotics and Automation, Washington DC, 2001.
12. Granosik, G. and Borenstein, J. "Minimizing Air Consumption of Pneumatic Actuators in Mobile Robots", IEEE Conf. on Robotics and Automation, New Orleans, 2004.
13. Bigras, P., Wong, T. and Botez, R. "Pressure Tracking Control of a Double Restriction Pneumatic System", ASME J. Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 128, pp. 384- 390, 2001.
14. Kosaki, T. and Higashi, O. "An Analytical and Experimental Study of Chaotic

مزیت قابل توجهی دارد. اثر عملگرهای سیستم با مدل‌سازی خطی به معادلات دینامیکی اعمال شد. در پایان نمونه‌ای از شبیه‌سازی سیستم کنترل، برای بررسی صحت فرضیات انجام گرفته و نتایج حاصل از آن ارائه شد. مدل‌سازی جدید در مقایسه با الگوریتم‌های عملی ارائه شده تاکنون، دارای برخی ویژگی‌های مثبت از قبیل: ۱- جایگزین شدن محاسبات وقت‌گیر دفع اغتشاشات نیرویی و نیروی اصطکاک به وسیله چند عبارت مقایسه‌ای و جبری ساده ریاضی در نتیجه افزایش کارایی نرم‌افزار کنترل، ۲- قابلیت گسترش همه جانبه نرم‌افزار به هر نوع مدل‌سازی شرایط ترمودینامیکی و سیالاتی جریان گاز، شیرهای کنترل جهت جریان، شیرهای محدودکننده جریان و لوله‌های رابط، به دلیل دوری از هرگونه ساده‌سازی در استخراج روش مذکور. ۳- قابلیت داخل‌نمودن هر گونه شرایط خارجی سیستم بدون نیاز به مدل‌سازی بسیار دقیق به واسطه استفاده از کنترل مود لغزشی. این مدل‌سازی، با توجه به اینکه الگوریتم مود لغزشی همواره پایدار است، پایداری خود را حفظ می‌کند. بنابراین، با انتخاب پارامترهای سیستم تخمین‌زننده دینامیک سیستم سرو نیوماتیک به‌صورتی که نرم‌افزار در مدت زمان قابل قبولی قادر به ایجاد پاسخ باشد، می‌توان به تخمین قابل قبولی از دینامیک سیستم دست یافت. در نهایت از آنجا که منطق کنترلی نیز الگوریتم مود لغزشی در نظر گرفته شد، سیستم کنترل موقعیت نیز همواره پایدار است. اگرچه کل سیستم کنترلی پایدار است، ولی کیفیت عملکرد سرو نیوماتیک وابسته به انتخاب صحیح پارامترهای سیستم مدل‌کننده دینامیک و سیستم کنترل است.

## مراجع

1. Shearer, J.E. "Study of Pneumatic Process in Continuous Control of Motion with Compressed Air", Transactions of ASME, pp. 233-249, 1956.
2. Burrows, C.R. and Webb, C.R. "Use of Root Loci in Design of Pneumatic Servo-Motors", J. Control, pp. 423-427, 1966.
3. Liu, S. and Bobrow, J.E. "An Analysis of a Pneumatic Servo System and Its Application to a Computer-Controlled Robot", ASME J. Dynamic Systems, J. Measurement and Control, Vol. 110, pp. 228-235, 1988.