

تحلیل طیفی آزمایش‌های پروازی هواپیما به کمک شبیه‌سازی پرواز

امین پژوهش جهرمی^۲

سازمان صنایع هوافضا

احمد قربانی^۱

دانشکده مهندسی، واحد علامه مجلسی، دانشگاه آزاد اسلامی

چکیده

اغلب، شبیه‌سازی پرواز برای تحلیل رفتار هواپیما مورد استفاده قرار می‌گیرد و داده‌های خروجی آن با داده‌های تست پرواز مقایسه می‌شود. در این مقاله، از روش‌های پیشرفته آماری و آنالیز طیفی، اعتبار مدل‌های ریاضی به کار گرفته شده در شبیه‌سازی ارزیابی شده است. همچنین، برای تأیید این متدولوژی مقایسه‌ای بین نتایج شبیه‌سازی و تست پروازی سه نمونه پرواز واقعی به عمل آمده است. این مقایسه توافق‌های نسبتاً نزدیکی را نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: شبیه‌سازی پرواز، آزمایش پرواز، روش‌های آماری، آنالیز طیفی

Spectral Analysis of Airplane Flight Test Data Based on Flight Simulation

A. Ghorbany

Eng. Department, Allame-Majlesi Campus
Islamic Azad Univ.

A. Pazhuhesh Jahromi

Aerospace Industry Organization

ABSTRACT

Flight simulation is frequently used to analyze airplane performance. However, the related results must be compared with corresponding flight test data. This paper uses statistical procedures and spectral analysis in determining the validity of the mathematical model. For validation of this methodology, the simulation results have been compared with three actual airplane flight tests. This comparison shows relatively close agreements.

Key Word: Flight Simulation, Flight Test, Statistical Procedures, Spectral Analysis

۱. کارشناس ارشد

۲. کارشناس ارشد: Ghorbany@mut-es.ac.ir

مقدمه

شرایط اولیه مناسب و به کمک الگوریتمی قوی برای حل معادله دیفرانسیل فوق، عمل شبیه‌سازی را انجام می‌دهیم [۱ و ۲].

در کل چرخه عمر هواپیما^۱، تست‌های آزمایشگاهی و پروازی گوناگونی انجام می‌گیرد. با توجه به هزینه بالای تست پروازی هواپیماها و وقت‌گیر بودن آنها، استفاده از مدل‌های شبیه‌سازی کامپیوتری در ارزیابی عملکرد هواپیماها، انتخابی مفید و مناسب است. ولی شبیه‌سازی نرم‌افزاری^۲ به تنهایی جایگزین مناسبی برای تست‌های پروازی و تست‌های آزمایشگاهی مجموعه‌های سیستم هواپیما نیست. در صورت استفاده همزمان از شبیه‌سازی نرم‌افزاری و شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقه^۳ و جایگزین کردن مجموعه‌ای از هواپیما به جای مدل‌های ریاضی، اعتبار مدل‌ها قابل بررسی است. در این شرایط، شبیه‌سازی، اطلاعات بیشتری را از عملکرد هواپیما با هزینه کمتر نسبت به تست‌های پروازی ارائه می‌دهد. تست‌های پروازی اکثراً دارای هزینه بالایی است و سیستم اندازه‌گیری تله‌متری^۴ به علت محدودیت‌های ذاتی فیزیکی و محیطی، دارای دقت کمی هستند. مدل‌های دقیق شبیه‌سازی می‌توانند داده‌هایی مشابه با تست پرواز، ولی با هزینه کمتر و دقت بیشتر، تولید کنند. و به طور کلی، روش‌های شبیه‌سازی، کاربردی علمی، اقتصادی و مناسب برای بررسی عملکرد سیستم‌های هواپیما هستند.

سری‌های زمانی، مفاهیم و کاربرد

به طور کلی یک سری زمانی، دنباله‌ای مرتب شده از مشاهدات است. اگرچه معمولاً بر حسب زمان، به ویژه در فواصل زمانی مساوی مرتب می‌شوند ولی مرتب شدن ممکن است با توجه به ابعاد دیگری چون فاصله نیز باشند. سری‌های زمانی در زمینه‌های گوناگونی مانند کشاورزی، بازرگانی، اقتصاد، مهندسی، پزشکی، ژئوفیزیک، هواشناسی، و کنترل کیفیت و علوم اجتماعی کاربرد دارد. سری‌های زمانی، می‌توانند پیوسته مانند ولتاژ الکتریکی یا گسسته مانند نرخ‌های بهره باشند. اهداف مطالعه سری‌های زمانی؛

شبیه‌سازی پرواز شش درجه آزادی کامپیوتری، اغلب برای بررسی نتایج طراحی، آنالیز پرواز، تجزیه و تحلیل عملکرد و رفتار واقعی هواپیما به کار می‌روند. در این شبیه‌سازی، سیستم‌های هواپیما، نظیر سیستم‌های هدایت، کنترل، ناوبری، موتور، اربانه فرود، بال و دم و سطوح کنترلی، مشخصات وزن و ممان اینرسی، ضرایب آیرودینامیک، مشخصات باند فرودگاه، شرایط محیطی، و غیره، مدل‌سازی می‌شوند [۱]. اگر چه مدل‌های شبیه‌سازی جایگزین مناسبی برای تست پرواز می‌باشند اما بایستی مدل‌های به کار برده شده مورد تایید قرار گیرند. برای تعیین اعتبار مدل‌ها، بایستی با روش‌های گوناگون آماری، غیر آماری و طیفی، نتایج تست پرواز را با نتایج شبیه‌سازی مقایسه کرد.

روش‌های تحلیل عملکرد هواپیما

برای تحلیل عملکرد هواپیما، شیوه‌های آزمایش مختلفی، مانند تست آزمایشگاهی، تست پرواز و شبیه‌سازی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در تست‌های آزمایشگاهی، مجموعه‌ای از هواپیما با توجه به شرایط و امکانات آزمایشگاهی مورد بررسی قرار می‌گیرد. مثلاً تونل باد و تست‌های مجموعه‌های الکتریکی تست‌های ارتعاشی سازه از این‌گونه‌اند. در تست‌های آزمایشگاهی بسیاری از پارامترهای غیر قابل اندازه‌گیری در تست پرواز مانند ضرایب آیرودینامیکی یا محدودیت‌های پارامترهای عملکردی مکانیزم‌ها، قابل بررسی هستند.

در تست پرواز نهایی، کل سیستم هواپیما (حالت عملیاتی)، آزمایش می‌شود. طراحی و برنامه ریزی تست پرواز هواپیماها بایستی براساس نیازمندی‌های مشخصی ارائه شود. سپس طراح تست بایستی تعداد و نوع تست (تست‌های ساده آزمایشگاهی و شبیه‌سازی) را مشخص کند. شبیه‌سازی نرم‌افزاری مانند واسطه‌ای برای ارتباط تست‌های آزمایشگاهی با تست‌های پروازی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

در نرم‌افزار شبیه‌سازی، نحوه برخورد با دینامیک سیستم بدین‌گونه است که با انتخاب متغیرهای مناسب، کل سیستم هواپیما را به صورت معادله دیفرانسیل $\dot{x} = f(x, t)$ در آورده و سپس با در نظر گرفتن

1 - Airplane Life cycle
2 - Software Simulation
3 - Neighborhood of Validity
4 - Telemetry

پروازی نظیر ارتفاع پرواز، برد هواپیما، نوع مانور و فاکتورهای محیطی (دما، سرعت باد، فشار هوا) تشریح شوند.

برای استفاده از شبیه‌سازی، بایستی ناحیه ای از شرایط پروازی که در آن مدل شبیه‌سازی اعتبار دارد را بیابیم یا به عبارت دیگر ناحیه‌ای را که در آن نتایج شبیه‌سازی و تست پروازی با هم سازگارند را مشخص کنیم. این ناحیه را محدوده اعتبار شبیه‌سازی پرواز می‌نامند. در این محدوده، شبیه‌سازی جایگزینی مناسب برای تست پرواز است. اگر نمونه‌ای از تست پروازی، تحت شرایط خاصی، عملیاتی شده باشد با استفاده از مدل‌های آماری مناسب می‌توان نمونه‌ای از تست پروازی را ایجاد کرد، به صورتی که مشخصات سری زمانی تولید شده در فرآیند شبیه‌سازی، با داده‌های تست پرواز منطبق باشد.

با در نظر گرفتن نتایج هر تست پرواز به عنوان مرجع، تست آزمایشگاهی و شبیه‌سازی قابل مقایسه هستند. اگر هستند. پارامترهای خروجی شبیه‌سازی منطبق با پارامترهای تست پرواز باشد یا پارامترهای شبیه‌سازی مطابق با پارامترهای تست آزمایشگاهی باشند، در این صورت شرایط تست پروازی در محدوده اعتبار شبیه‌سازی قرار دارد.

برای کالیبراسیون مدل شبیه‌سازی، بایستی محدوده ورودی‌های مختلف به برنامه شبیه‌سازی (ورودی مدل‌های موجود در شبیه‌سازی، مانند ضرایب آیرودینامیکی، پارامترهای سیستم هدایت و کنترل و ناوبری و غیره)، به کمک تست‌های آزمایشگاهی تعیین شود. بایستی حالت‌های مختلف شرایط پروازی که در آنها پارامترهای مهم سری‌های زمانی بر هم منطبق باشند را بیابیم. با انجام یک نمونه تست پرواز واقعی و انطباق نمونه‌ای از نتایج تست پرواز و شبیه‌سازی پرواز با یکدیگر، می‌توانیم تنوع شرایط پروازی ایجاد انطباق قبلی را پیدا کنیم. این حالت ممکن است با انجام تغییرات سیستماتیک در شرایط پرواز مدل شبیه‌سازی و پرواز واقعی صورت پذیرد.

بایستی به این نکته توجه داشت که برای بررسی هر گونه تغییر در شرایط پرواز، نیاز به تست پرواز واقعی نیست، اما هر تغییری باید تست‌های آزمایشگاهی پشتیبانی شود. بنابراین، اگر شرایط پرواز دارای مانورهای مختلف پروازی باشد، می‌توان با استفاده از تونل باد و در شرایطی مشابه با شرایط پرواز (زوایای حمله، سطوح کنترلی و عدد ماخ) اعتبار مدل شبیه‌سازی را بررسی کرد.

شامل درک و بیان مکانیسم تولیدی، پیش‌بینی مقادیر آینده و کنترل بهینه هر سیستم است.

اگر برای مطالعه تکامل تدریجی یک سری زمانی، با توجه به الگوهای پارامتری، از توابع خود همبستگی و خود همبستگی جزئی استفاده شود، آن را تحلیل در قلمرو زمان می‌نامند. روش جانشین را که برای مطالعه تجزیه ناپارامتری یک سری زمانی بر حسب رفتار سینوسی، که مؤلفه‌های فرکانسی مختلف آن از توابع طیفی استفاده می‌کند، تحلیل در قلمرو فرکانس می‌نامند. اگر چه این دو روش از نظر ریاضی معادلند، بدین مفهوم که تابع خود همبستگی و تابع طیفی یک جفت تبدیل فوریه را تشکیل می‌دهند، ولی مواردی وجود دارد که یکی بر دیگری ارجح است.

به طور کلی داده‌های عملکرد هواپیما را می‌توان به دو بخش استاتیکی و دینامیکی تقسیم کرد [۲]. از داده‌های استاتیکی می‌توان به قابلیت اطمینان و قابلیت تعمیر و نگهداری اشاره کرد و داده‌های دینامیکی؛ شامل پارامترهای متغیر در طول زمان پرواز؛ مانند تراست، وزن، زوایای اوایلر، شتاب، زوایای سطوح کنترلی بال‌ها، فاز و بهره سیستم، و پارامترهای سیستم هدایت، کنترل و ناوبری است که قابل توصیف با سری‌های زمانی هستند.

روش‌های آماری استاندارد؛ مانند آزمون فرض^۱ و تخمین فاصله اطمینان^۲ برای مقایسه داده‌های استاتیکی، استفاده می‌شوند. اما مقایسه داده‌های دینامیکی متغیر با زمان تا حدودی پیچیده است. سعی ما بر این است که فرآیند آماری مناسب، برای مقایسه دو سری زمانی را شرح دهیم. این فرآیند در موارد زیر قابل بهره برداری می‌باشد [۳]:

۱. بررسی اعتبار مدل‌ها
۲. مقایسه مدل‌ها
۳. تخمین آماری از درجه انطباق^۳ داده‌های شبیه‌سازی با داده‌های تست پرواز واقعی

محدوده اعتبار مدل‌های شبیه‌سازی

محدوده اعتبار^۴، روشی است که با توجه به شبیه‌سازی، اطلاعات بیشتری را از تست پرواز دریافت می‌کنیم. تست‌های پرواز، بایستی با توجه به پارامترهای شرایط

1 - Hypothesis Testing
2 - Confidence Interval Estimation
3 - Degree of Conformance
4 - Neighborhood of Validity

۱. میانگین^۳ یا شیب^۴
۲. زاویه فاز (اگر دو سری زمانی ناهمفاز^۵ باشند)
۳. فرکانس دامنه نوسان^۶

همان طوری که گفته شد، X_t نتایج تست پرواز است که در پروازی واقعی به کمک تله متری اندازه گیری شده است. در حالی که Y_t سری زمانی ایجاد شده توسط شبیه سازی است. نکته مهم این است که در ارسال اطلاعات با تله متری عوامل مخرب و اغتشاشی می تواند بر روی پارامترهایی که اندازه گیری شده اند تاثیر گذارد و نیاز است که داده ها قبل از آنالیز، فیلتر و هموار^۷ شوند.

برای مقایسه دو سری زمانی X_t و Y_t روش های مختلف آماری^۸ و غیر آماری وجود دارد. در بعضی مواقع، برای ارزیابی و مقایسه نتایج سری های زمانی، از مدل های غیر آماری؛ مانند مقایسه چشمی، استفاده می شود. رایج ترین روش، ترسیم نمودار زمانی هر دو سری، سپس تطبیق^۹ و انتقال^{۱۰} منحنی ها نسبت به یکدیگر، تا کسب بیشترین هم پوشانی است. سپس تحلیل گره، نتایج انطباق خروجی های دو سری را به صورت ذهنی^{۱۱} بررسی می کند. مشکل اساسی این دیدگاه، متغیر بودن نتایج تحلیل بر اساس نظریه های تحلیل گره است.

یکی دیگر از روش های غیر آماری، روش ضریب نامساوی تیلی^{۱۲} است در صورتی که این روش بسیار گویاتر از روش قبلی است ولی تئوری ای توزیع ساده ای برای این روش وجود ندارد و هیچ نتیجه آماری برای تحلیل سری های زمانی وجود ندارد [۴].

در حوزه روش های آماری، مقایسه سری های زمانی، یکی از روش های ترسیم مدل تصادفی^{۱۳} مناسب بر روی نمودارهای X_t و Y_t است. معمولاً اتورگرسیون^{۱۴} مدل متوسطی برای سری های فوق ارائه می کند، و در نهایت دو مدل مقایسه می شوند. در صورت انطباق دو مدل دو سری زمانی نیز مشابه خواهند بود. متأسفانه در برخی موارد، دو

در صورتی که اختلاف مهم و معنی داری^۱ بین نتایج تست پرواز، تست آزمایشگاهی، شبیه سازی مشاهده شود، و به صحت و دقت نتایج تست پرواز نیز اطمینان کنیم، شبیه سازی پرواز بیرون از محدوده اعتبار بوده، که در صورت امکان^۲، مجدداً نمونه ای از تست پرواز در محدوده اعتبار جدید، انجام می پذیرد. این میحث ایده ای بسیار مفید برای کاهش هزینه نهایی طرح تست پرواز است. همچنین باعث می شود که محدوده هایی از شرایط تست پرواز را، که در آنها نتایج شبیه سازی با تست های پرواز و آزمایشگاهی منطبق است، تعیین شود.

یکی از اهداف اصلی طراح تست، پاسخ گویی به نیازمندی های انجام تست با حداقل هزینه و حداکثر دقت است. هنگامی که برنامه انجام تست پروازی با بودجه ای مشخص تعیین می شود، طراح بایستی نسبت به تخصیص منابع مالی به بخش های مختلف، دقت کند تا نتایج بهینه و دقیقی را بگیرد. همچنین با توجه به محدوده اعتبار تعیین شده، نسبت هزینه تست های آزمایشگاهی و پروازی را بررسی کند و اگر شرایط تست پرواز در محدوده اعتبار شبیه سازی قرار دارد، با توجه به دلایل فوق شبیه سازی و تست های آزمایشگاهی می توانند جایگزین تست پرواز شوند.

روش های تحلیل سری های زمانی

اگر رفتار دینامیکی هواپیما با یک سری زمانی بیان شود و هم چنین مدل شبیه سازی هواپیما معتبر باشد، سری زمانی تولید شده با شبیه سازی، به صورت آماری منطبق بر سری زمانی واقعی هواپیما می شود. هدف اصلی این مقاله، ارائه روشی نوین برای محاسبه و ارزیابی میزان قابل قبول بودن درصد انطباق دو سری زمانی است.

اگر $X_t, t = 1, 2, \dots, T$ ، سری زمانی پارامترهای مشاهده شده در تست پرواز واقعی و $Y_t, t = 1, 2, \dots, T$ سری زمانی به وجود آمده توسط شبیه سازی کامپیوتری باشد، مقایسه دو سری زمانی X_t و Y_t ، نمایانگر چگونگی انطباق آنها در شرایط خاص پروازی است. به طور کلی سری های زمانی X_t و Y_t می توانند با توجه به عوامل زیر با هم متفاوت باشند یا بر هم منطبق نباشند:

3 - Mean
4 - Slope
5 - Out of Phase
6 - Frequency of Amplitude of Oscillation
7 - Smooth
8 - Statistical
9 - Overlaying
10 - Sliding
11 - Objectively
12 - Theil's Inequality Coefficient
13 - Stochastic
14 - Autoregressive

1 - Significant
2 - Feasible

فرآیند ایستای گسسته ای که در فاصله‌های واحدی اندازه‌گیری شود می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$X_t = \int_0^\pi \cos \omega t du(\omega) + \int_0^\pi \cos \omega t dv(\omega), \quad (3)$$

که، $u(\omega)$ و $v(\omega)$ فرآیندهای پیوسته ناهمبسته با نموهای متعامد هستند و این معادله را نمایش طیفی فرآیند، فرکانس $\omega = \pi$ فرکانس نایکوئیست^۴ و تابع $F(\omega)$ تابع توزیع طیفی (توان) می‌نامیم.

وقتی فرآیندهایی با مقدار حقیقی به کار برده شود، برای هر فرآیند تصادفی ایستا با تابع اوتوکوواریانس $\gamma(k)$ ، تابعی صعودی و یکنوا مانند $F(\omega)$ به صورت زیر وجود دارد:

$$\gamma(k) = \int_0^\pi \cos \omega k dF(\omega). \quad (4)$$

معادله فوق، نمایش طیفی تابع اوتوکوواریانس نامیده می‌شود و می‌توان نشان داد واریانس مربوط به فرکانس در بازه $F(\omega) = (0, \omega)$ در فراوانی‌های منفی تغییری وجود ندارد، به طوری که:

$$F(\omega) = 0 \quad \omega < 0. \quad (5)$$

برای فرآیند گسسته‌ای که در فواصل زمانی واحد اندازه‌گیری می‌شود، بیشترین فراوانی ممکن π است. بنابراین $F(\pi)$ ، واریانس (σ_X^2) ، سری زمانی X_t یا $F(\pi) = \text{Variance}(X_t) = \sigma_X^2$ است. با توجه به معادله ۵ و به ازای $k = 0$ خواهیم داشت:

$$\gamma(0) = \int_0^\pi dF(\omega) = \sigma_X^2. \quad (6)$$

تابع چگالی طیفی

برای هر فرآیند ایستای گسسته تصادفی، تابع توزیع طیفی، تابع پیوسته (محدود شده یکنوا) بر بازه $(0, \pi)$ است. بنابراین می‌تواند نسبت به ω در بازه $(0, \pi)$ مشتق پذیر باشد. مشتق آن را با $f(\omega)$ نمایش می‌دهیم. تابع چگالی طیفی (توان) به صورت زیر است:

$$f(\omega) = \frac{dF(\omega)}{d\omega}. \quad (7)$$

تابع چگالی طیفی، وسیله‌ای طبیعی برای بررسی خواص فرکانس یک سری زمانی است که استنباط بر این اساس را

سری زمانی که با مدل تصادفی یکسان تولید شده‌اند، در بعضی پارامترهای مهم مانند اختلاف فاز، با هم تفاوت زیادی دارند. به ویژه برای هواپیماهای جنگنده و در زمان‌های نسبتاً کوتاه این اتفاق رخ می‌دهد. مثلاً اختلاف در زاویه فاز، بهره^۱ و فرکانس نوسانات برای طراح از اهمیت زیادی برخوردار است.

آقای فولر^۲ [۵] نیز فرآیندی آماری برای مقایسه سری‌های زمانی مطرح کرد و تکنیکی برای مقایسه اختلاف زاویه فاز، اختلاف بهره و اختلاف فرکانس دو سری زمانی ارائه کرد [۶]. اختلاف فرکانس برای طراح هواپیما، حاوی اطلاعات مهمی است، که اکثر هواپیماها در هنگام پرواز حول محور طولی می‌چرخند و بسیاری از پارامترهای عملکردی، وابسته به چرخش بدنه هواپیماست. بنابراین با تمرکز بر روی اختلاف فرکانس دو سری زمانی به کمک روشهای آماری، پارامترهای عملکردی هواپیما قابل تحلیل هستند. مراجع [۸ - ۵] نیز گویای استفاده از مؤلفه فرکانس برای بررسی و مقایسه دو سری زمانی براساس طیف^۳ سری‌های زمانی است.

تحلیل طیفی سری‌های زمانی

اگر سری زمانی X_t ، دارای مؤلفه‌های دوره‌ای با فرکانس معلوم باشد، در این صورت یک الگوی ریاضی آن عبارت است از:

$$X_t = R \cos(\omega t + \theta) + Z_t, \quad (1)$$

که در آن، ω فرکانس تغییرات دوره‌ای R ، دامنه تغییرات، θ فاز و Z_t یک سری تصادفی ایستا را نشان می‌دهد و

ω تعداد رادیان‌ها در واحد زمان، $f = \frac{\omega}{2\pi}$ تعداد چرخه‌ها در واحد زمان و $\frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$ دوره چرخه‌ای

سینوسی یا طول موج نامیده می‌شود و معادله (۱) را با توجه به داده‌های سری‌هایی که دارای تغییرات فرکانسی زیاد، متوسط و کم هستند، صورت زیر بیان می‌شود:

$$X_t = \sum_{j=1}^k R_j \cos(\omega_j t + \theta_j) + Z_t, \quad (2)$$

که در آن، R_j دامنه مربوط به فرکانس ω_j است. هر

1- Gain
2- Fuller
3- Spectra

4- Nyquist

$$f^*(\omega) = \frac{1}{\pi} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \rho(k) \cos \omega k \right], \quad (15)$$

و $f^*(\omega) d\omega$ نسبت واریانس بین $(\omega, \omega + d\omega)$ است.

طیف هر فرآیند پیوسته

برای هر فرآیند ایستای تصادفی محض پیوسته X_t ، تابع اتوکوواریانس $\gamma(\tau)$ ، برای تمام τ ها و تابع چگالی طیفی (توان) $f(\omega)$ برای تمام ω های مثبت تعریف می‌شود. رابطه بین این توابع بسیار شبیه حالت گسسته است، بجز اینکه حد فوقانی برای فراوانی وجود ندارد. برای $0 < \omega < \infty$ ، توان به صورت زیر است:

$$f(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \cos \omega\tau \gamma(\tau) d\tau. \quad (16)$$

به شرطی X_t فرآیند تصادفی محض باشد، رابطه عکس آن به صورت انتگرال زیر است که برای تمام ω ها همگراست:

$$\gamma(\tau) = \int_0^{\pi} f(\omega) \cos \omega\tau d\omega. \quad (17)$$

تجزیه و تحلیل دوره نگار^۱

اگر سری زمانی $X_t = R \cos(\omega t + \theta) + Z_t$ را به صورت سری فوریه متناهی نمایش دهیم:

$$X_t = a_0 + \sum_{p=1}^{N/2-1} [a_p \cos(2\pi p t / N) + b_p \sin(2\pi p t / N)] + a_{N/2} \cos(\pi t), \quad (t=1, 2, \dots, N), \quad (18)$$

$$\begin{aligned} a_0 &= \bar{X}, \\ a_{N/2} &= \sum (-1)^t X_t / N, \\ a_p &= 2 \left[\sum X_t \cos(2\pi p t / N) \right] / N, \\ b_p &= 2 \left[\sum X_t \sin(2\pi p t / N) \right] / N, \\ p &= 1, 2, \dots, N/2 - 1. \end{aligned} \quad (19)$$

این تجزیه و تحلیل فوریه را گاهی به نام تجزیه و تحلیل همساز می‌نامیم که برای N مشاهده N پارامتر دارد و اثر کلی تجزیه و تحلیل فوریه داده‌ها این است که تغییرپذیری سری را به مؤلفه‌هایی در فرکانس‌های $2\pi/N$ و $4\pi/N$ و π افراز کنیم و مؤلفه فرکانس $\omega p = 2\pi p / N$ را اغلب هم سازه P نام می‌نامند و برای

تجزیه و تحلیل در قلمرو فرکانس می‌نامند. جمله تابع چگالی طیفی اغلب به صورت "طیف" مختصر می‌شود، وقتی $f(\omega)$ وجود دارد، ترکیب معادلات (۴) و (۶) را می‌توان به شکل زیر بیان کرد:

$$\gamma(k) = \int_0^{\pi} \cos \omega k f(\omega) d\omega. \quad (8)$$

در آن صورت با فرض $k=0$ داریم:

$$\gamma(0) = \int_0^{\pi} f(\omega) d\omega = \sigma_X^2 = F(\pi). \quad (9)$$

مفهوم فیزیکی طیف این است که $F(\omega) d\omega$ نمایش دهنده سهم واریانس مؤلفه‌ها با فرکانس‌هایی در بازه $(\omega, \omega + d\omega)$ است، وقتی طیف را رسم کنیم. معادله (۹) نشان می‌دهد که مساحت کل زیر منحنی برابر با واریانس فرآیند است. وجود قله‌ای در طیف نمایشگر این است که فرکانس‌های واقع در ناحیه مناسب، سهم مهمی در واریانس دارند. معادله (۸)، $\gamma(k)$ را بر حسب $f(\omega)$ بصورت تبدیلی کسینوسی بیان می‌کند. رابطه عکس آن به صورت زیر بیان می‌شود:

$$f(\omega) = \frac{1}{\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma(k) e^{-i\omega k}. \quad (10)$$

به عبارتی طیف، تبدیل فوریه تابع اتوکوواریانس است. چون $\gamma(k)$ تابعی زوج است، معادله (۱۰) را می‌توانیم به شکل معادله زیر بنویسیم:

$$f(\omega) = \frac{1}{\pi} \left[\gamma(0) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \gamma(k) \cos \omega k \right]. \quad (11)$$

چندین تعریف دیگر طیف پیشنهاد شده است که اختلاف بیشتر آنها با معادله (۱۱) در یک مضرب ثابت و حوزه تعریف $f(\omega)$ است. معمول‌ترین روش این است که طیف را در بازه $(-\pi, \pi)$ به صورت زیر بیان کنیم:

$$f(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma(k) e^{-i\omega k}. \quad (12)$$

و رابطه عکس آن عبارت است از:

$$\gamma(k) = \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\omega k} f(\omega) d\omega. \quad (13)$$

شکل نرمال شده تابع چگالی طیفی بصورت زیر است:

$$f^*(\omega) = \frac{dF^*(\omega)}{d\omega} = \frac{f(\omega)}{\sigma_X^2}. \quad (14)$$

این مشتق تابع توزیع طیفی نرمال شده است. $f^*(\omega)$ تبدیل فوریه تابع خود همبستگی می‌باشد، یعنی:

می نویسند:

$$I(\omega_p) = [(\sum (X_t - \bar{X}) \cos 2\pi pt / N)^2 + \quad (24)$$

$$\sum (X_t - \bar{X}) \sin 2\pi pt / N]^2 / N\pi$$

$$= [(\sum_{s,t=1}^N (X_t - \bar{X})(X_s - \bar{X}) \cos \omega_p$$

$$\cos \omega_p st + \sin \omega_p \sin \omega_p s] / N\pi$$

$$\sum_{t=1}^{N-k} (X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X}) / N = c_k, \quad (25)$$

$$\cos \omega_p k = \cos \omega_p t \cos \omega_p (t+k) \quad (26)$$

$$+ \sin \omega_p t \sin \omega_p (t+k),$$

$$I(\omega_p) = (c_0 + 2 \sum_{k=1}^{N-1} c_k \cos \omega_p k) / \pi, \quad (27)$$

$$I(\omega_p) = \sum_{k=-(N-1)}^{N-1} c_k e^{-i\omega_p k} / \pi. \quad (28)$$

معادله (۲۷) مفیدترین رابطه‌ای است که دوره نگار و تابع اتوکواریانس را به یکدیگر مربوط می‌سازد و به ازای $|k| \geq N$ آنگاه $c_k = 0$ است و در نتیجه معادله (۲۸) آشناترین شکل تبدیل فوری متناهی است.

خواص دوره نگار

وقتی دوره نگار را به شکل معادله (۲۷) بیان کنیم، به نظر می‌رسد که برآورد بدیهی، طیف توان است. پس:

$$f(\omega) = \frac{1}{\pi} \left[\gamma(0) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_k \cos \omega k \right]. \quad (29)$$

اگر برای مقادیر k تا $N-1$ ، γ_k را با برآوردش c_k تعویض کنیم و برآوردهای بعدی γ_k را مساوی صفر قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E I(\omega) = f(\omega). \quad (30)$$

تبدیل کردن تابع اتوکواریانس قطع شده

روش معمولی برآورد، عبارت است از تبدیل فوری تابع اتوکواریانس قطع شده نمونه‌ای که موزون شده باشد. از معادله (۲۷) نتیجه می‌شود که دوره نگار تبدیل فوری گسسته تابع اتوکواریانس کامل نمونه است. لیکن واضح است که اگر k افزایش پیدا کند، دقت c_k کاهش می‌یابد، به قسمی که به طور شهودی معقول است که وقتی c_k

$P \neq N/2$ بهتر است که هم سازه P ام را به شکل معادله

زیر بنویسیم:

$$R_p \cos(\omega pt + \phi_p) = \quad (20)$$

$$a_p \cos(\omega pt) + b_p \sin(\omega pt),$$

$$R_p = \sqrt{a_p^2 + b_p^2}, \quad (21)$$

$$\phi_p = \tan^{-1}(-b_p / a_p).$$

R_p دامنه هم سازه P ام و ϕ_p فاز هم سازه P ام بوده است و برای $P \neq N/2$ سهم هم‌سازه P ام از کل مجموع توان‌های دوم با $N(a_p^2 + b_p^2)/2$ داده می‌شود و با به کاربردن معادله (۲۱) این مقدار برابر $R_p^2/2$ است و اگر $NR_p^2/2$ را نسبت به $\omega_p = 2\pi p / N$ رسم کنیم، طیفی خطی بدست می‌آید. اگر $R_p^2/2$ را به عنوان سهم واریانس در فاصله $\omega_p \pm \pi / N$ در نظر بگیریم، آنگاه می‌توانیم هیستوگرامی رسم کنیم که ارتفاع آن در فاصله $\omega_p \pm \pi / N$ چنان باشد که:

$$R_p^2/2 = \text{Histogram Area} = \text{Histogram Height} * 2\pi / N. \quad (22)$$

بنابراین ارتفاع هیستوگرام به صورت معادله (۲۲) می‌باشد:

$$I(\omega_p) = NR_p^2 / 4\pi. \quad (22)$$

نمودار $I(\omega_p)$ نسبت به ω دوره نگار، نامیده می‌شود و کل مساحت زیر دوره نگار برابر واریانس سری زمانی است و به عبارت دیگر داریم:

$$I(\omega_p) = [(\sum X_t \cos 2\pi pt / N)^2 + \quad (23)$$

$$\sum X_t \sin 2\pi pt / N]^2 / N\pi.$$

در مرجع [۳] عبارت مشابهی بر حسب متغیر $f = \frac{\omega}{2\pi}$ به کار برده شده، که آن را طیف نمونه نامیده است.

رابطه بین دوره نگار و تابع اتوکواریانس

$I(\omega)$ عرض دوره نگار و c_k ضریب اتوکواریانس، معادل عبارات درجه دوم از داده های X_t هستند. و دوره‌نگار تبدیل فوری متناهی c_k است. با استفاده از روابط مثلثاتی $I(\omega)$ را برای $P \neq N/2$ به صورت زیر می‌باشد

و در این صورت:

$$P(X_{\hat{\theta}, 1-\alpha/2}^2 < \hat{\theta} f(\omega) / f(\omega) < X_{\hat{\theta}, \alpha/2}^2) = 1 - \alpha. \quad (36)$$

در نتیجه بازه اطمینان $100(1-\alpha)\%$ برای $f(\omega)$ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\hat{\theta} f(\omega)}{X_{\hat{\theta}, \alpha/2}^2} \Rightarrow \frac{\hat{\theta} f(\omega)}{X_{\hat{\theta}, 1-\alpha/2}^2}. \quad (37)$$

درجات آزادی مربوط به پنجره های توکی و پارزن به ترتیب $2/167N/m$ و $2/171N/m$ است. وقتی دوره‌نگار را در دسته هایی به حجم m هموار کنیم واضح است که نتیجه دارای $2m$ درجه آزادی است:

$$P(X_{\hat{\theta}, 1-\alpha/2}^2 < \hat{\theta} f(\omega) / f(\omega) < X_{\hat{\theta}, \alpha/2}^2) = 1 - \alpha. \quad (38)$$

تحلیل طیفی آزمایش های پروازی

طیف سری زمانی $\Phi(\omega)$ تجزیه ای از تمام واریانس سری‌ها، در بازه فرکانس $0 \leq \omega \leq \pi$ است. طیف را می‌توان بر اساس اتوکواریانس^۳ سری های زمانی ایستا^۴ با توجه به معادله (۳۱) به صورت زیر نشان داد:

$$\Phi(\omega) = \gamma_0 + 2 \sum_{\tau=1}^m \gamma_{\tau} \cos(\omega\tau), \quad (39)$$

که در آن $\{\gamma_{\tau}\}, \tau = 0, 1, 2, \dots$ تابع اتوکواریانس است. بنابراین، طیف، معادل با تبدیل فوریه کسینوسی^۵ از تابع اتوکواریانس است و در نهایت طیف با نمونه طیف‌های ساده زیر تخمین زده می‌شود:

$$f(\omega_j) = \lambda_0 c_0 + 2 \sum_{\tau=1}^m \lambda_{\tau} c_{\tau} \cos(\omega_j \tau), \quad (40)$$

که در آن، $f(\omega_j)$ یک تخمینی از میانگین طیف با باند فرکانس متمرکز در فرکانس $\omega_j = \frac{\pi j}{m}, j = 1, 2, \dots, m$ است. m تعداد باند فرکانس های تخمینی، λ_{τ} ضرایب وزنی است. c_{τ} تابعی از اتوکواریانس نمونه^۶ است که با توجه به معادله (۲۵) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

افزایش پیدا می‌کند وزن کمتری به مقادیر k بدهیم برآوردگری که این خاصیت را دارد عبارت است از:

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{\pi} \left[\lambda_0 c_0 + 2 \sum_{k=1}^M \lambda_k c_k \cos \omega k \right]. \quad (31)$$

$\{\lambda_k\}$ مجموعه وزن پنجره تأخیر و $M < (N)$ نقطه قطع نامیده می‌شود. با مقایسه معادلات (۲۷) و (۳۱) می‌بینیم که به ازای $M < k < N$ ، مقادیر c_k استفاده نمی‌شوند. در صورتی که برای $k \leq M$ مقادیر c_k با عامل $\{\lambda_k\}$ موزون می‌شود. برای به کار بردن برآوردگر فوق، بایستی یک پنجره تأخیر و نقطه قطع مناسبی را انتخاب نمائیم. دو پنجره تأخیری که نتایج بهینه‌تری دارد، عبارتند از:

الف) پنجره توکی^۱

$$\lambda_k = 1/2(1 + \cos \frac{\pi k}{M}), k = 1, 2, \dots, M, \quad (32)$$

ب) پنجره پارزن^۲

$$\lambda_k = \begin{cases} 1 - 6(k/M)^2 + 6(k/M)^3 & \text{for } 0 \leq k \leq M/2 \\ 2(1 - k/M)^3 & \text{for } M/2 \leq k \leq M. \end{cases} \quad (33)$$

بازه‌های اطمینان برای طیف

تمام مباحث قبلی، برآوردهای نقطه‌ای تابع چگالی طیفی را در فرکانس‌های مختلف فراهم می‌سازند. در ادامه، نشان می‌دهیم که چگونه بازه‌های اطمینان را برای طیف در فرکانس های مختلف پیدا می‌کنیم. در مبحث قبلی، نشان دادیم که فرآیند اغتشاش خالص، با طیف ثابت $f(\omega) = \sigma^2 / \pi$ در فرکانس ω ، عرض دوره نگار برابر $I(\omega)$ است، به قسمی که $2I(\omega) / f(\omega)$ مانند X_2^2 توزیع می‌شود، نتیجه کلی‌تری به وسیله مؤلف مرجع [۳] برای برآوردگر بخش قبلی به صورت زیر تعریف شده است:

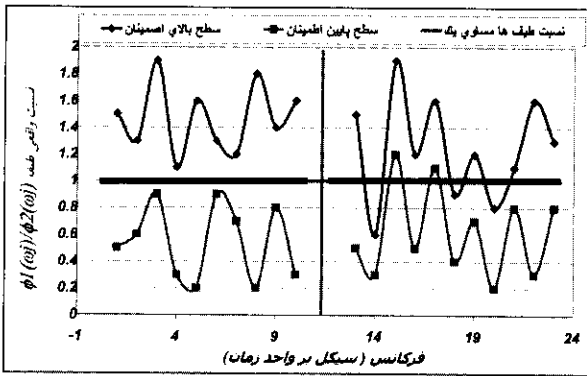
$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{\pi} \left[\sum_{k=-M}^M \lambda_k c_k \cos \omega k \right], \quad (34)$$

که $\hat{f}(\omega) / f(\omega)$ به طور جانبی تقریباً مانند x_0^2 توزیع می‌شود و g تعداد درجات آزادی پنجره تأخیر است که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$g = 2N / \sum_{-M}^M \lambda_k^2. \quad (35)$$

3- Autocovariance
4 - Stationary
5 - Fourier Cosine Transform
6 - Sample

1. Tukey Window
2. Parzen Window



شکل ۱- چپ. اختلاف مهمی در طیف ها مشاهده نمی‌شود. (مقدار ۱ همواره در باند اطمینان وجود دارد) و شکل (۱- راست). در بعضی فرکانس‌ها دو طیف با هم اختلاف دارند.

مثلاً اگر بخواهیم همه $m+1$ فرکانس به صورت همزمان، معادل با $\alpha = 0.05$ (۹۵٪ باند اطمینان) را داشته باشیم، پس سطح احتمال مرتبط با هر فرکانس f معادل با $\frac{0.05}{2(m+1)}$ است. بنابراین، اگر ما ۱۶ نمونه در طیف نمونه

$$F = \frac{0.05}{2(16+1)} = 0.00156$$

اختصاص داده می‌شود. معادله (۴۳) شبیه نامساوی بونفرونی^۵ است که باند اطمینان یکسان آن، پهن‌تر از باند اطمینان معادله (۴۲) در هر فرکانس است [۱۰].

از طرف دیگر α مقدار احتمالی ای است که داده‌های شبیه‌سازی و تست پروازی با هم اختلاف دارند. دامنه پذیرفته شده برای α برابر با $0.01 \leq \alpha \leq 0.1$ است. اگر $\alpha > 0.1$ باشد، نشان دهنده این است که اختلاف داده‌های شبیه‌سازی و تست پرواز، راحتی مشخص می‌شود و اگر $\alpha < 0.01$ باشد، بدین مفهوم است که نتایج تست پروازی و شبیه‌سازی منطبق می‌شوند. بایستی توجه داشته باشیم که با کاهش α باند اطمینان پهن‌تر می‌شود.

مثال عملی

در این بخش سه مثال برای مقایسه داده‌های شبیه‌سازی و تست پروازی با روش‌های فوق آورده شده است. داده‌ها از سه فرآیند تست پروازی و دو نمونه شبیه‌سازی توسط دو گروه اول و دوم مجزا تهیه شده‌اند. هدف، مقایسه نتایج

$$c_i = \frac{1}{T-\tau} \sum_{t=1}^{T-\tau} (x_t - \bar{x})(x_{t+\tau} - \bar{x}), \quad (41)$$

$$\bar{\tau} = 1, 2, \dots, m.$$

وزن مربوط به $\{c_{\tau}\}$ وابسته به نوع پنجره طیف^۱ استفاده شده در فرآیند تخمین است که پنجره طیفی معمولاً تخمین هموارتری از طیف را ارائه می‌دهد [۹، ۵].

ما از آنالیز طیفی برای مقایسه طیف سری‌های زمانی شبیه‌سازی و تست پرواز استفاده می‌کنیم. بدین منظور، ابتدا طیف داده‌های شبیه‌سازی و تست پرواز را محاسبه می‌کنیم و آنها را $f_1(\omega_j)$ و $f_2(\omega_j)$ می‌نامیم. مقدار $100(1-\alpha)$ درصد فاصله اطمینان^۲، بر روی نسبت واقعی طیف $\frac{\Phi_1(\omega_j)}{\Phi_2(\omega_j)}$ می‌نامیم که به صورت کلی

بدین‌گونه بیان می‌شود:

$$\frac{f_1(\omega_j)/f_2(\omega_j)}{F_{\alpha/2, K, K}} \leq \frac{\Phi_1(\omega_j)}{\Phi_2(\omega_j)} \leq \frac{f_1(\omega_j)/f_2(\omega_j)}{F_{1-\alpha/2, K, K}}, \quad (42)$$

$$j = 0, 1, 2, \dots, m.$$

در رابطه فوق $P, F_{P, K, K}$ امین نقطه درصد از توزیع F^2 با درجه آزادی $K = \frac{2T}{m}$ در صورت و مخرج تابع است.

این توالی فاصله اطمینان در نقاط فرکانسی $\omega_j, j = 0, 1, 2, \dots, m$ ، باند اطمینان^۳ نامیده می‌شود. اگر محدوده بالایی و پایینی باند اطمینان در هر گیرنده مقدار $\frac{\Phi_1(\omega_j)}{\Phi_2(\omega_j)} = 1$ شود، نتیجه آن است که در

آن فرکانس، دو سری زمانی بر هم منطبق هستند. شکل (۱-چپ) این فرآیند را نشان می‌دهد. شکل (۱-راست) حالتی که در آن دو سری زمانی در بعضی فرکانس‌ها، اختلاف دارند را نشان می‌دهد. اگر بخواهیم ارزیابی فوق بر روی $m+1$ فرکانس تخمینی اعمال شود، رابطه (۴۳) به

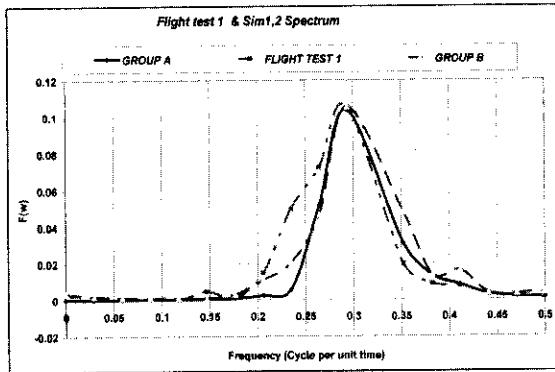
صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{f_1(\omega_j)/f_2(\omega_j)}{F_{\alpha/2(m+1), K, K}} \leq \frac{\Phi_1(\omega_j)}{\Phi_2(\omega_j)} \leq \frac{f_1(\omega_j)/f_2(\omega_j)}{F_{1-\alpha/2(m+1), K, K}}. \quad (43)$$

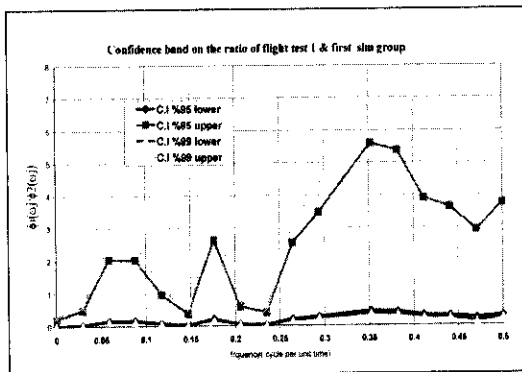
1 - Spectral Window
2 - Confidence Interval
3 - F Distribution
4 - Confidence Band

5 - Bonferroni

نتیجه نهایی این است که ۰/۲۳۵۲ تست پرواز و شبیه‌ساز گروه اول در این پرواز به ویژه در فرکانس‌های مهم انطباق مناسبی دارند.

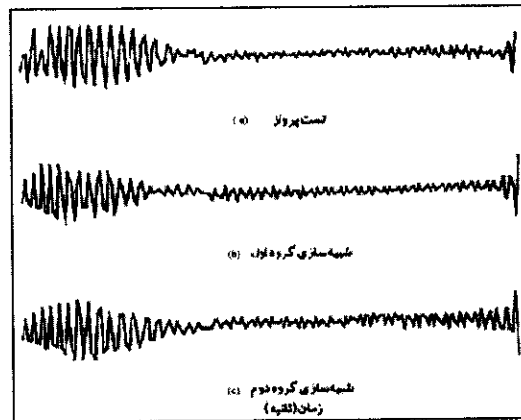


شکل ۳- طیف نتایج تست پرواز اول و شبیه‌سازی پرواز گروه اول و دوم.



شکل ۴- باند اطمینان نسبت طیفهای مربوط به تست پرواز اول و شبیه‌سازی گروه اول.

داده‌های شبیه‌سازی و تست پروازی با یکدیگر است. شکل (۲) نمایش دهنده میزان انحرافات سطوح کنترلی بالای^۱ مربوط به یک تست پروازی و دو شبیه‌سازی است. سری زمانی شامل ۱۷۰ نقطه داده (۳۴ مشاهده در ثانیه) است. مشاهده چشمی داده‌ها نشان می‌دهد که سری‌ها غیرساکتند^۲ و اختلاف زیادی با هم ندارند.



شکل ۲- میزان انحرافات سطوح بال کنترلی مربوط به تست پرواز اول.

شکل (۳) شامل طیف نمونه سری‌هاست که مربوط به طیف نتایج تست پرواز اول و شبیه‌سازی گروه اول و دوم است. هر سه طیف با استفاده از تبدیل فوریه سریع^۳ و پنجره طیف پارزن تخمین زده شده‌اند. تکنیک‌های استاندارد پنجره بسته، در ۱۷ نقطه تخمین قانع کننده‌ای از طیف را نشان می‌دهد. جدول (۱) و شکل (۴) باند اطمینان هم‌زمانی نسبت طیف داده‌های تست پرواز اول و شبیه‌سازی گروه اول را نشان می‌دهد (برای $\alpha = 0.01$ و $\alpha = 0.05$). با توجه به جدول (۱) در $\alpha = 0.05$ و $\alpha = 0.01$ نقطه، در باند اطمینان هم‌زمان، شامل عدد ۱ می‌شوند. در $\alpha = 0.01$ نیز برای ۱۲ نقطه از ۱۷ نقطه، باند اطمینان ۱ را شامل می‌شود. جدول نتایج نشان می‌دهد که داده‌های تست پروازی و شبیه‌سازی گروه اول با هم اختلاف چندانی ندارند و بیشترین اختلاف در فرکانس‌های پایین و میانی ظاهر شده است. مهم‌ترین نقطه عدم انطباق در فرکانس مربوط به نتایج تست پرواز است.

1- Elavatore
 2 -Nonstationarity
 3 -Fast Fourier Transform

جدول ۱- مقایسه طیف های مربوط به تست پرواز اول و شبیه سازی گروه اول.

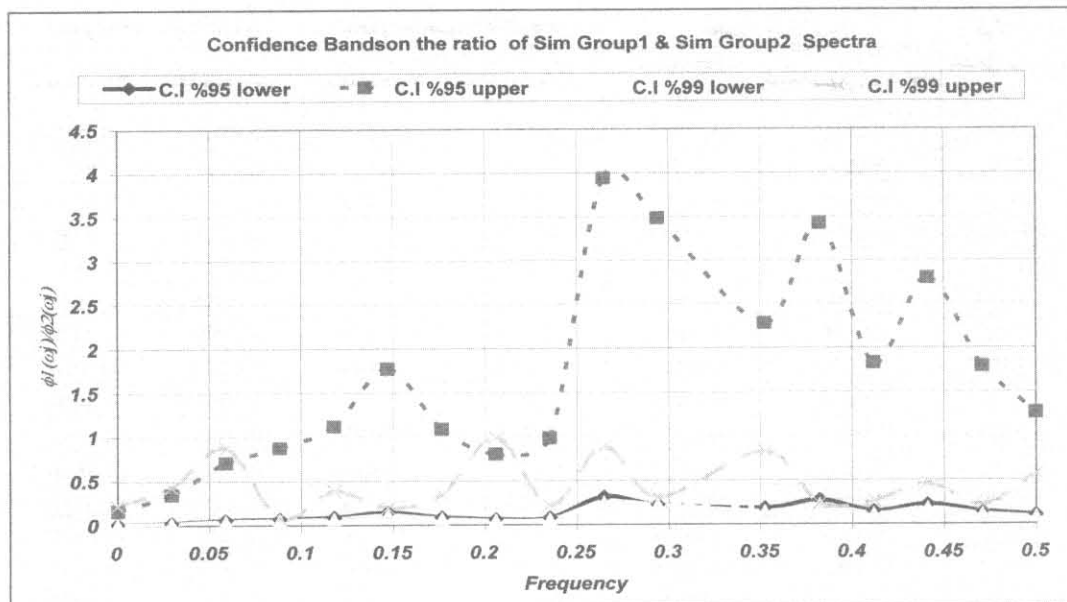
فرکانس سیکل بر واحد زمان	تخمین طیف نرم		محدوده اطمینان ۹۵ درصد		محدوده اطمینان ۹۹ درصد	
	شبیه سازی گروه اول	تست پرواز اول	محدوده پایین	محدوده بالا	محدوده پایین	محدوده بالا
0.0000	0.0002	0.0027	0.0174	0.2187	0.0141	0.2703
0.0294	0.0002	0.0016	0.0387	0.4858	0.0315	0.6006
0.0588	0.0003	0.0005	0.1620	2.0343	0.1311	2.5140
0.0882	0.0003	0.0005	0.1635	2.0230	0.1323	2.5380
0.1177	0.0004	0.0003	0.0763	0.9579	0.0617	1.1842
0.1470	0.0005	0.0047	0.0298	0.3745	0.0241	0.4629
0.1765	0.0010	0.0013	0.2089	2.6233	0.1690	3.2430
0.2058	0.0024	0.0147	0.0469	0.5894	0.0380	0.7286
0.2352	0.0057	0.0498	0.0322	0.4039	0.0260	0.4993
0.2646	0.0518	0.0723	0.2022	2.5387	0.1636	3.1384
0.2940	0.1036	0.1055	0.2771	3.4800	0.2242	4.3020
0.3522	0.0310	0.0196	0.4455	5.5938	0.3604	6.9152
0.3822	0.0134	0.0088	0.4279	5.3735	0.3462	6.6428
0.4116	0.0082	0.0075	0.3108	3.9026	0.2514	4.8245
0.4410	0.0030	0.0029	0.2897	3.6370	0.2343	4.4962
0.4707	0.0017	0.0021	0.2326	2.9210	0.1182	3.6110
0.5000	0.0014	0.0013	0.2995	3.7601	0.2422	4.6484

سری داده است. در این آنالیز مقایسه های بین نتایج دو گروه شبیه سازی و تست پرواز صورت گرفت. نتایج بدست آمده بیانگر انطباق نسبی نتایج است. در فرکانس های پایین تطبیق شبیه سازی دوم بر نتایج تست پرواز بیش از شبیه ساز اول است. جدول (۳) و شکل (۵) بیانگر همین موضوع است.

جدول (۲) باند اطمینان هم زمانی برای مقایسه داده های تست پرواز با شبیه سازی گروه دوم را نشان می دهد. با توجه به داده های جدول، برای هر دو مقدار $\alpha = 0.05$ و $\alpha = 0.01$ در ۱۶ نقطه از ۱۷ نقطه باند اطمینان هم زمان، ۱ را شامل می شود که نشان دهنده درجه بالای انطباق دو

جدول ۲- مقایسه طیف های مربوط به تست پرواز اول و شبیه سازی گروه دوم.

فرکانس (سیکل بر واحد زمان)	تخمین طیف نرم		محدوده اطمینان ۹۵ درصد		محدوده اطمینان ۹۹ درصد	
	شبیه سازی گروه دوم	تست پرواز اول	محدوده پایین	محدوده بالا	محدوده پایین	محدوده بالا
0.0294	0.0020	0.0016	0.3957	4.9686	0.3201	6.4122
0.0588	0.0014	0.0005	0.8139	10.2198	0.6584	12.6339
0.0882	0.0012	0.0005	0.6635	8.3315	0.5364	10.2999
0.1177	0.0011	0.0003	0.2417	3.0354	0.1955	3.7524
0.1470	0.0010	0.0047	0.0596	0.7883	0.0482	0.9355
0.1765	0.0031	0.0013	0.6818	8.5646	0.5516	10.5841
0.2058	0.0109	0.0147	0.2081	2.6131	0.1683	3.2304
0.2352	0.0204	0.0498	0.1159	1.4556	0.0938	1.7994
0.2646	0.0466	0.0723	0.1817	2.2815	0.1470	2.8104
0.2940	0.1053	0.1055	0.2817	3.4369	0.2279	4.3724
0.3522	0.0481	0.0196	0.6917	8.6855	0.5595	10.7372
0.3822	0.0139	0.0088	0.4431	5.5634	0.3584	6.8776
0.4116	0.0159	0.0075	0.6019	7.5580	0.4869	9.3433
0.4410	0.0038	0.0029	0.3671	4.6089	0.2969	5.9666
0.4707	0.0034	0.0021	0.4597	5.7719	0.3718	7.1354
0.5000	0.0040	0.0013	0.8386	10.5294	0.6783	13.0166

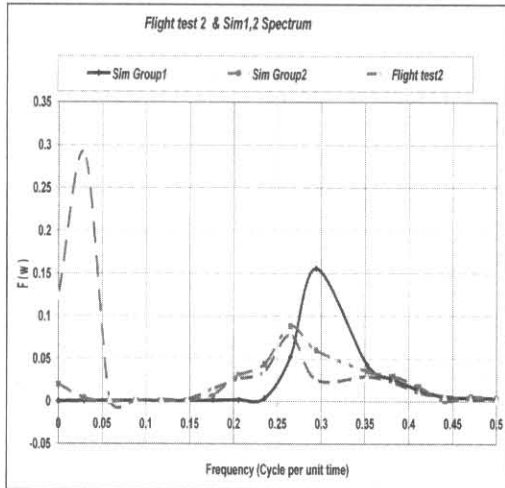


شکل ۲ - باند اطمینان نسبت طیف‌های مربوط به شبیه‌سازی گروه اول و شبیه‌سازی گروه دوم.

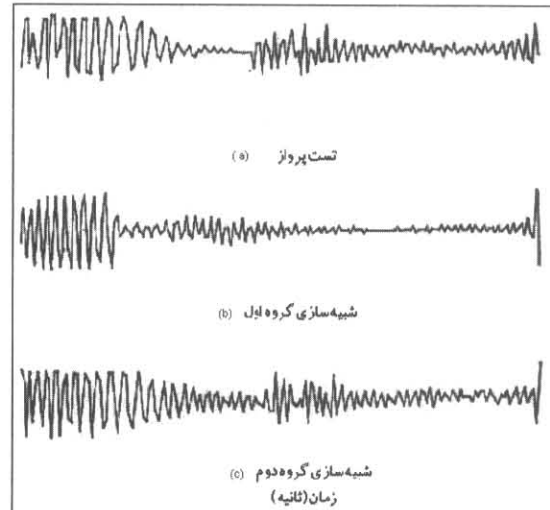
جدول ۳ - مقایسه طیف‌های مربوط به شبیه‌سازی‌های گروه اول و گروه دوم.

فرکانس (سیکل بر واحد زمان)	تخمین طیف نرم		محدوده اطمینان ۹۵ درصد		محدوده اطمینان ۹۹ درصد	
	شبیه‌سازی گروه اول	شبیه‌سازی گروه دوم	محدوده پایین	محدوده بالا	محدوده پایین	محدوده بالا
0.0000	0.0002	0.0036	0.0129	0.1621	0.0104	0.2204
0.0294	0.0002	0.0022	0.0276	0.3467	0.0223	0.4286
0.0588	0.0003	0.0014	0.0562	0.7052	0.0454	0.8718
0.0882	0.0003	0.0012	0.0695	0.8729	0.0562	0.0791
0.1177	0.0004	0.0011	0.0891	1.1188	0.0721	0.3831
0.1470	0.0005	0.0010	0.1413	1.7747	0.1143	0.1940
0.1765	0.0010	0.0031	0.0865	1.0862	0.0700	0.3428
0.2058	0.0024	0.0109	0.0636	0.7990	0.0515	0.9877
0.2352	0.0057	0.0204	0.0783	0.9832	0.0632	0.2155
0.2646	0.0518	0.0466	0.3140	3.9430	0.2540	0.8844
0.2940	0.1036	0.1053	0.2246	3.4862	0.2246	0.3098
0.3522	0.0310	0.0481	0.1817	2.2819	0.1470	0.8209
0.3822	0.0134	0.0139	0.2726	3.4226	0.2205	0.2311
0.4116	0.0082	0.0155	0.1457	1.8295	0.1179	0.2617
0.4410	0.0030	0.0038	0.2227	2.7968	0.1802	0.4574
0.4707	0.0017	0.0034	0.1428	1.7936	0.1155	0.2172
0.5000	0.0014	0.0040	0.1008	1.2658	0.0815	0.5648

پرواز و شبیه‌سازی اول را نشان می‌دهد. در ۷ نقطه از ۱۷ نقطه در نظر گرفته شده تطبیق صورت نگرفته است. نقاطی که در آنها انرژی طیف زیاد است، از جمله نقاط فوق هستند. عدم انطباق ممکن است به دلیل ارائه مدل غیردقیق و مدل نکردن فاکتورهای مهم در طول پرواز باشد. اختلاف دوسری زمانی در شکل (۷) قابل رؤیت است.



شکل ۸ - طیف نتایج تست پرواز دوم و شبیه‌سازی پرواز اول و دوم.



شکل ۷ - میزان انحرافات سطوح بال کنترلی مربوط به تست پرواز دوم.

جدول ۴ - مقایسه طیف‌های مربوط به تست پرواز دوم و شبیه‌سازی گروه اول.

فرکانس (سیکل بر واحد زمان)	شبیه‌سازی گروه اول	تست پرواز دوم	محدوده بالا	
			محدوده پایین	محدوده بالا
0.0000	0.0001	0.1245	0.0003	0.0039
0.0294	0.0003	0.2900	0.0033	0.0412
0.0588	0.0007	0.0026	0.0815	1.0239
0.0882	0.0009	0.0013	0.1952	2.4516
0.1177	0.0005	0.0019	0.0813	1.0209
0.1470	0.0006	0.0023	0.0706	0.8861
0.1765	0.0012	0.0148	0.0222	0.2782
0.2058	0.0017	0.0262	0.0180	0.2226
0.2352	0.0035	0.0350	0.0281	0.3534
0.2646	0.0519	0.0778	0.1882	2.3628
0.2940	0.1559	0.0254	1.7331	21.7623
0.3522	0.0433	0.0290	0.4213	5.2902
0.3822	0.0258	0.0223	0.3267	4.1019
0.4116	0.0136	0.0101	0.3815	4.7898
0.4410	0.0053	0.0062	0.2408	3.0233
0.4707	0.0041	0.0026	0.4453	5.5916
0.5000	0.0037	0.0012	0.8684	10.9046

شده است. با توجه به شکل (۱۱) قسمت بالا سمت چپ موقعیت هواپیما در جهت شرق (در طول زمان) رسم شده است. در شکل بالا سمت راست شیب منحنی‌ها با یکدیگر، شکل پایین سمت راست اختلاف فاز دو منحنی در حوزه فرکانس، در شکل پایین سمت چپ با توجه به بازه اطمینان ۹۵ درصد تصمیم‌گیری راجع به انطباق دو منحنی اتخاذ می‌شود. اگر در برخی فرکانس‌ها حدود بالا و پایین عدد ۱ را شامل نشود، نشان از عدم تطابق دو داده در آن فرکانس است. در غیر این صورت معیار خوبی برای انطباق دو منحنی خواهد بود.

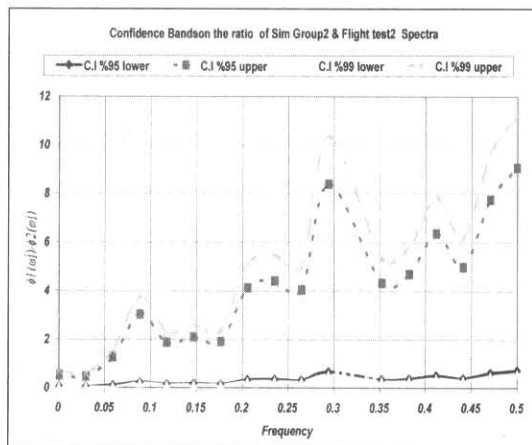
جدول (۵) و شکل (۱۰)، مقایسه داده‌های تست پروازی و شبیه‌سازی گروه دوم را نشان می‌دهد. انطباق با توجه به باند اطمینان مورد نظر در تمامی نقاط بجز دو نقطه صورت پذیرفته است. نتایج مقایسه بیانگر این نکته است که انطباق نتایج شبیه‌سازی گروه دوم بر نتایج تست پرواز بیش از گروه اول است. در جدول (۶) مقایسه ای بین گروه‌های شبیه‌سازی صورت گرفته است. اختلاف عمده در فرکانس‌های پایین و متوسط مشاهده می‌شود. نمونه‌ای از نتایج تست و شبیه‌سازی پرواز، برای یک هواپیمای بدون خلبان (RPV)، در شکل (۱۱) آورده

جدول ۵ - مقایسه طیف‌های مربوط به تست پرواز دوم و شبیه‌سازی گروه دوم.

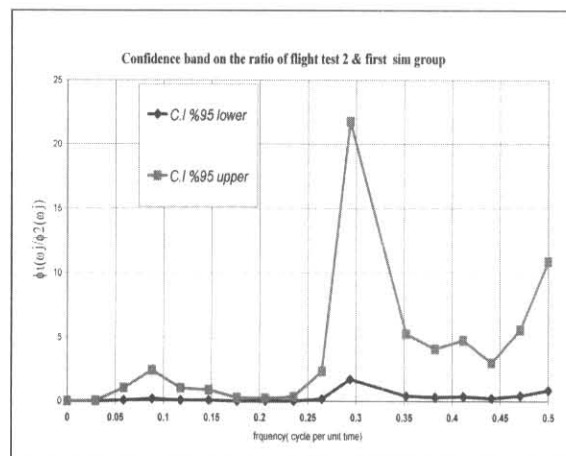
فرکانس (سیکل بر واحد زمان)	تخمین طیف نرم		محدوده اطمینان ۹۵ درصد		محدوده اطمینان ۹۹ درصد	
	شبیه‌سازی گروه دوم	تست پرواز دوم	محدوده پایین	محدوده بالا	محدوده پایین	محدوده بالا
0.0000	0.0199	0.1245	0.0451	0.5063	0.0365	0.7000
0.0294	0.0039	0.2900	0.0375	0.4702	0.0310	0.5813
0.0588	0.0001	0.0026	0.1011	1.2691	0.0318	1.5639
0.0882	0.0011	0.0013	0.2239	3.0254	0.1949	3.7401
0.1177	0.0010	0.0019	0.1487	1.8674	0.1206	2.3085
0.1470	0.0013	0.0023	0.1669	2.0960	0.1350	2.5911
0.1765	0.0080	0.0148	0.1516	1.9033	0.1222	2.3528
0.2058	0.0305	0.0262	0.3281	4.1198	0.2654	5.0939
0.2352	0.0436	0.0350	0.3515	4.4137	0.2843	5.4563
0.2646	0.0886	0.0778	0.3216	4.0382	0.2601	4.9921
0.2940	0.0601	0.0254	0.6685	8.3937	0.5421	10.3765
0.3522	0.0354	0.0290	0.3443	4.3227	0.2784	5.3438
0.3822	0.0296	0.0223	0.3742	4.6982	0.3027	5.8080
0.4116	0.0171	0.0101	0.5063	6.3579	0.4098	7.8593
0.4410	0.0009	0.0062	0.3968	4.9825	0.3210	6.1594
0.4707	0.0056	0.0026	0.6167	7.7441	0.4989	9.6556
0.5000	0.0031	0.0012	0.7219	9.0643	0.5839	11.2055

جدول ۶- مقایسه طیف‌های مربوط به شبیه‌سازی و اول و دوم

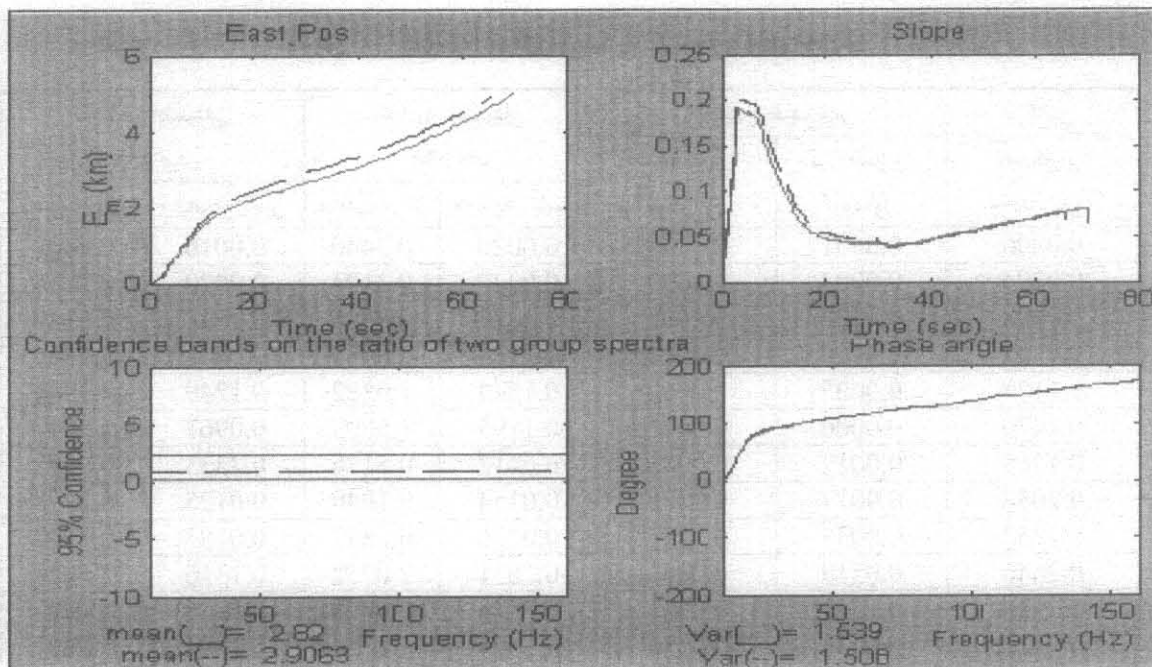
فرکانس (سیکل بر واحد زمان)	تخمین طیف نرم		محدوده اطمینان ۹۵ درصد		محدوده اطمینان ۹۹ درصد	
	شبیه‌سازی گروه اول	شبیه‌سازی گروه دوم	محدوده پایین	محدوده بالا	محدوده پایین	محدوده بالا
0.0000	0.0001	0.0199	0.0020	0.3440	0.0016	0.0304
0.0294	0.0003	0.0039	0.0247	0.3104	0.0020	0.3834
0.0588	0.0007	0.0001	0.2277	2.8595	0.1842	3.5349
0.0882	0.0009	0.0011	0.2284	2.8689	0.1848	3.5466
0.1177	0.0005	0.0010	0.1544	1.9382	0.1249	2.3960
0.1470	0.0006	0.0013	0.1195	1.5003	0.0967	1.8547
0.1765	0.0012	0.0080	0.0412	0.5176	0.3333	0.6399
0.2058	0.0017	0.0305	0.0154	0.1940	0.0125	0.2398
0.2352	0.0035	0.0436	0.0226	0.2837	0.0183	0.3507
0.2646	0.0519	0.0886	0.1651	2.0732	0.1316	2.5629
0.2940	0.1559	0.0601	0.7316	9.1870	0.5918	11.3889
0.3522	0.0433	0.0354	0.3454	4.3364	0.2794	5.3607
0.3822	0.0258	0.0296	0.2461	3.0934	0.1993	3.8241
0.4116	0.0136	0.0171	0.2126	3.9996	0.1720	3.2997
0.4410	0.0053	0.0009	0.1714	2.1493	0.1385	2.6568
0.4707	0.0041	0.0056	0.2038	2.5587	0.1648	3.1631
0.5000	0.0037	0.0031	0.3396	4.2641	0.2727	5.2714



شکل ۱۰- باند اطمینان نسبت طیف‌های مربوط به تست پرواز دوم و شبیه‌سازی گروه دوم.



شکل ۹- باند اطمینان نسبت طیف‌های مربوط به تست پرواز دوم و شبیه‌سازی گروه اول.



شکل ۱۲ - نمونه‌ای از مقایسه داده‌های دو سری زمانی از تست پرواز سوم

بر تست پرواز ارائه کرد. تعیین اعتبار مدل‌های شبیه‌سازی، نیازی ضروری برای ارزیابی سیستم‌های هواپیماست که طراحان تست هزینه‌های قابل قبولی را به این امر اختصاص می‌دهند. با تأیید اعتبار مدل‌های ریاضی، ما می‌توانیم برای توسعه و بهینه‌سازی محصول، از این شبیه‌سازی استفاده کنیم.

نتیجه‌گیری

با استفاده از فرآیندهای آماری، می‌توان به مقایسه سری‌های زمانی تولید شده توسط شبیه‌سازی کامپیوتری و تست پروازی مبادرت ورزید و در نهایت اعتبار مدل‌های شبیه‌سازی را سنجید و با مشخص کردن نقاط ضعف و قوت مدل‌های پیشنهادی، بتوان در نهایت مدلی را منطبق

مراجع

۱. قربانی، ا. "ارزیابی ساختار موشک‌های کروز براساس الگوریتم ژنتیک"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۱.
۲. Biggs, A.G. "Missile and Airplane Evaluation", Vol. 66, pp. 571-577, 1962.
۳. Naylor, T.H. and Burdick, A. "Computer Simulation Model of Aircraft System", J. American Statistical Association, Vol. 62, pp. 1338-1364, 1991.
۴. Jenkins, G.M. and Doviak, G.E.G. "Time Series Analysis and Control", J. American Math. Society, Vol. 55, pp. 78-86, 1993.
۵. Box, G.E.P. and Jenkins, G.M., "Time Series Analysis, Forecasting, and Control", Rev. Ed., Holden Day, San Francisco, 1976.
۶. Miller, N.A. and Hollies, W.M. "Simultaneous Statistical Inference", McGraw-Hill, New-York, 1966.
۷. Fuller, W.A. "Introduction To Statistical Time Series", John Wiley, New York, 1976.
۸. Fishman, G.S. "The Analysis of Simulation Generated Time Series Management Science", Vol. 13, No. 7, pp. 325-357, 1967.
۹. Naylor, T.H. "Computer Simulation Model with Economic Systems", J. American Statistical Association, Vol. 26, pp. 1315-1334, 1967.
۱۰. Chatfield, C. "The Analysis of Time Series-An Introduction", John Wiley, New York, 1989.