

## تحلیل و مقایسه مدل‌های نفوذ پرتابه میله‌ای در اهداف نیمه بی‌نهایت فلزی

عباس قاسمی نیا و خداداد واحدی

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه امام حسین (ع)

چکیده

در این مقاله از بین دهها مدل مختلفی که در زمینه نفوذ پرتابه در اهداف نیمه بی‌نهایت فلزی ارائه شده‌اند، چهار مدل که بهترین کاربرد را داشته‌اند، مد نظر قرار گرفته‌اند. این چهار مدل عبارتند از: مدل تیت و آلكسیوسکی به‌عنوان مدل مرجع، مدل نفوذ واحدی به‌عنوان مدلی که از پارامترهای فیزیکی سهل‌الوصول استاتیکی بهره می‌گیرد، مدل لوک و پیکوتووسکی به‌عنوان مدلی که از معادلات بقاء استفاده می‌کند و اثرات قارچی شکل شدن سر پرتابه را در حین نفوذ در نظر می‌گیرد، و مدل واکر و اندرسون به‌عنوان مدلی وابسته به زمان که اثرات گذرای ابتدا و انتهای نفوذ را مد نظر قرار می‌دهد. نتایج مربوط به مدل‌های فوق با مقادیر تجربی مقایسه شده‌اند و برای تطابق بیشتر هر کدام از مدل‌ها پیشنهادهایی ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: نفوذ، پرتابه، میله‌های بلند، اهداف فلزی، نیمه بی‌نهایت.

## Analysis and Comparison of Projectile Penetration Models into Semi-Infinite Metal Targets

A. Ghasemi-Nia and K. Vahedi

Mech. Eng. Group, Eng. Department, Imam Hossein Univ.

### ABSTRACT

*In this paper four different models which have been presented to analyze the penetration of projectile into semi-infinite targets are compared and contrasted. Tate and Alekseevskii's models are considered as the basic reference models. Vahedi's model is particularly well suited in design situations. Luk's model uses conservation laws and considers the effect of mushrooming while penetrating into target and Walker's model considers the transient phenomena in penetration process. The results related to these models are compared with experimental data and some recommendations are presented.*

**Key Word:** Penetration, Long Rod, Metal Target, Projectile, Semi-Infinite.

۱- مری: ghaseminia123@yahoo.com

۲- استادیار: vahedi1710@yahoo.com

$$Y + \frac{1}{2} \rho_p (v-u)^2 = \frac{1}{2} \rho_T u^2 + R \quad (1)$$

در این مدل  $Y$  و  $R$  به ترتیب مقاومت‌های پرتابه و هدف و  $\rho_p$  و  $\rho_T$  چگالی‌های پرتابه و هدف و  $v$  سرعت پرتابه و  $u$  سرعت نفوذ هستند. با توجه به این معادله سرعت نفوذ لحظه‌ای زیر نتیجه می‌شود:

$$u = \frac{v - \mu(v^2 + A)^{\frac{1}{2}}}{1 - \mu^2}, \quad \mu = \left(\frac{\rho_T}{\rho_p}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad A = \frac{2(R-Y)(1-\mu^2)}{\rho_T} \quad (2)$$

با کاربرد قانون نیوتن و صرف‌نظر از انتشار موج پلاستیک، کاهش سرعت میله در خلال نفوذ به صورت زیر به معادله اضافه شده است:

$$Y = -\rho_p l \frac{dv}{dt} \quad (3)$$

با آهنگ فرسایش:

$$\frac{dl}{dt} = -(v-u) \quad (4)$$

نتیجه می‌شود:

$$\frac{dl}{l} = \frac{\rho_p(v-u)}{Y} dv \quad (5)$$

با جایگزینی معادله (۲) و انتگرال‌گیری از معادله (۵) رابطه مابین طول لحظه‌ای میله  $l$  و سرعت لحظه‌ای میله  $v$  به صورت تابعی از  $\rho_T, \rho_p, v_p, Y, R$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{L} = \left[ \frac{v + (v^2 + A)^{\frac{1}{2}}}{v_p + (v_p^2 + A)^{\frac{1}{2}}} \right]^{\left(\frac{R-Y}{\mu Y}\right)} \exp \left( \frac{\mu \rho_p}{2(1-\mu^2)Y} \left\{ [v(v^2 + A)^{\frac{1}{2}} - \mu v^2] - [v_p(v_p^2 + A)^{\frac{1}{2}} - \mu v_p^2] \right\} \right) \quad (6)$$

اکنون عمق نفوذ  $P$  با انتگرال زیر داده می‌شود:

$$P = \int_0^{T_0} u dt \quad (7)$$

که در آن،  $T_0$  زمان نفوذ است. با استفاده از قانون نیوتن خواهیم داشت:

$$P = \frac{\rho_p}{Y} \int_0^{v_0} u l dv \quad (8)$$

که در آن معادله (۲) به جای  $u$  و معادله (۶) به جای  $l$  جایگزین می‌شود.

## ۱- مقدمه

بحث برخورد اجسام و نفوذ پرتابه با سابقه‌ای بیش از صد سال به دلیل اهمیتش در مسائل دفاعی و نظامی و محافظت از ماهواره‌ها و فضاپیماها در برابر برخورد شهاب‌ها، محافظت از راکتورهای هسته‌ای، و دیگر مسائل حیاتی مورد توجه دانشمندان و محققان بوده است؛ بنابراین دهها مدل مختلف برای پیش‌بینی نفوذ اجسام ایجاد شده و توسعه یافته است؛ ولی چون در موضوع نفوذ به دلیل تغییر فرم‌های بسیار سریع، که در هدف و پرتابه صورت می‌گیرد، و همچنین به دلیل ایجاد و گسترش امواج تنشی، مسائل بسیار پیچیده هستند و تعیین رفتار مواد به عوامل متنوعی بستگی خواهد داشت، بنابراین مدل‌های ارائه شده با ساده‌سازی‌های زیادی همراه بوده‌اند. گاهی این ساده‌سازی‌ها سبب انحراف زیاد نتایج حاصل از مدل و نتایج به دست آمده از آزمایش‌های تجربی شده است و اعتبار این مدل‌ها را با شک و تردید روبرو ساخته است. در این مقاله سعی شده است بهترین مدل‌هایی که در سال‌های اخیر برای نفوذ پرتابه در اهداف نیمه بی‌نهایت وجود دارند، و نقد مزایا و معایب آنها به طراحان پرتابه برای نفوذ در اهداف و طراحان اهداف مقاوم در مقابل نفوذ پرتابه‌ها کمک کند.

۲- معرفی مدل‌های نفوذ پرتابه در اهداف نیمه بی‌نهایت در این بخش به چهار مدل عمده که در این مقاله مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته‌اند پرداخته می‌شود.

۱-۲- مدل نفوذ تیت و آلکسیوسکی<sup>[۱-۷]</sup>  
در سال ۱۹۶۶ آلکسیوسکی [۱] و در سال ۱۹۶۷ و ۱۹۶۹ تیت [۲،۳] به طور مستقل با اصلاح تئوری هیدرودینامیک که براساس معادله برنولی شکل گرفته بود، مدلی را ارائه نمودند که تاکنون به عنوان یک مدل استاندارد مرجع استفاده می‌شود. آلکسیوسکی و تیت با در نظر گرفتن مقاومت‌های پرتابه و هدف، مدلی به صورت زیر ارائه دادند که در تحلیل نفوذ میله‌های بلند با سرعت بالا در هدف‌های نیمه بی‌نهایت نتایج بسیار خوبی داشته است:

و با قطر  $D$  و با چگالی  $\rho_p$  و مقاومت نهایی  $Y_p$  به داخل یک هدف فلزی نیمه بی‌نهایت به چگالی  $\rho_l$  و مقاومت نهایی  $Y_l$  با استفاده از اصل بقای جرم و اندازه حرکت به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\frac{dl}{dt} = -v \left[ 1 - \frac{\lambda}{1+\lambda} \left\{ 1 - \left( \frac{\gamma}{1+\gamma} \right) e^{-v \left( \frac{\rho_p}{Y_p} \right)^{\frac{1}{2}}} \right\} \right], \quad (12)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\left[ \frac{v\lambda}{1+\lambda} \left\{ 1 - \left( \frac{\gamma}{1+\gamma} \right) e^{-v \left( \frac{\rho_p}{Y_p} \right)^{\frac{1}{2}}} \right\} \right]^2}{1},$$

$$\frac{\rho_l v^2 \left[ 1 - \frac{\lambda}{1+\lambda} \left( 1 - \left( \frac{\gamma}{1+\gamma} \right) e^{-v \left( \frac{\rho_p}{Y_p} \right)^{\frac{1}{2}}} \right) \right]^2}{\rho_p l}$$

$$= \frac{4.1 Y_l \left[ 1 + \left( \frac{L}{D} \right)^{1.26} \left( \frac{Y_p}{\rho_p} \right) \left( \frac{1}{v^2} \right) \right]}{\rho_p l}, \quad (13)$$

که در آن،  $\gamma = \frac{Y_l}{Y_p}$  و  $\lambda = \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_p}}$  و  $l$  طول قسمت تغییر شکل نیافته پرتابه،  $t$  زمان از لحظه برخورد و  $u$  سرعت نفوذ در هر لحظه هستند.

معادلات فوق یک سیستم معادلات دیفرانسیلی معمولی غیر خطی تشکیل می‌دهند و عمق نفوذ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$p = \int_0^l v \left[ 1 - \frac{\lambda}{1+\lambda} \left\{ 1 - \left( \frac{\gamma}{1+\gamma} \right) e^{-v \left( \frac{\rho_p}{Y_p} \right)^{\frac{1}{2}}} \right\} \right] dt. \quad (14)$$

### ۲-۳- مدل نفوذ لوک و پیکوتووسکی<sup>[۹]</sup>

این مدل تحلیلی برای پیشگویی عمق نفوذ پرتابه‌های فرسایشی در اهداف فلزی و براساس تئوری بقای مومنتم تیلور و تئوری بقای انرژی هاوکیارده<sup>۵</sup> استوار شده است.

در این مدل فرض شده است سر پرتابه تخت است و به هدف صلب و مسطح برخورد می‌کند و برای هماهنگی با مشاهدات تجربی، که براساس تصاویر اشعه X در حین نفوذ تهیه شده است، اثرات قارچی شکل‌شدن نوک پرتابه نیز مدنظر قرار گرفته شده است.

تیت در سال‌های ۱۹۸۵ و ۱۹۸۶ [۴-۶] با اضافه کردن عمق نفوذ فازهای ابتدا و انتهای فرآیند به نفوذ فاز یکنواخت، مدل خود را بهبود بخشید و نتایج حاصل از مدل خود را به مقادیر به دست آمده از آزمایش‌های تجربی نزدیک‌تر کرد و در ضمن مقادیر پیشنهادی زیر را برای مقاومت پرتابه و هدف ارائه کرد:

$$\sigma_{yp} = 4.2 BHN \text{ (Mpa)}, \quad (9)$$

$$Y = 1.7 \sigma_{yp}, \quad (10)$$

$$R = \sigma_{YT} \left( \frac{2}{3} + \ln \frac{1.14 E_T}{2 \sigma_{YT}} \right), \quad (11)$$

که در آن،  $\sigma_{yp}$  مقاومت تسلیم دینامیک ماده میله برای تنش یک بعدی و BHN عدد سختی برینل و  $E_T$  مدول یانگ هدف است.

### ۲-۲- مدل نفوذ واحدی [۸]

با استفاده از این مدل، مطالعه پارامتریک برای تعیین تاثیر متغیرهای پرتابه و هدف؛ مانند چگالی و مقاومت تسلیم حد نهایی پرتابه و هدف، و همچنین نسبت منظری پرتابه بر روی عمق نفوذ و سرعت هیدرودینامیک به راحتی می‌تواند انجام پذیرد. در مطالعه پارامتریک با استفاده از این مدل می‌توان دید که در سرعت‌های پایین تمام پارامترها اهمیت دارند ولی در سرعت‌های بسیار بالا می‌توان تعدادی از این پارامترها مثل نسبت منظری و مقاومت‌ها صرف نظر کرد.

### فرمول‌سازی

در مسیر فرمول‌سازی مسئله از نفوذ گذرا<sup>۱</sup> و ناپایدار در ابتدای پدیده نفوذ و فاز ثانویه<sup>۲</sup> و فاز بازگشت<sup>۳</sup> و انتقال حرارت در حین نفوذ صرف نظر شده است. آهنگ فرسایش پرتابه که آهنگ تغییر طول پرتابه، نسبت به زمان است، متناسب با سرعت میله و استحکام هدف در مقابل نفوذ یک مقدار متغیر وابسته به سرعت برخورد، مقاومت هدف، و قطر و طول پرتابه در نظر گرفته شده است. عملکرد متقابل هدف و پرتابه برهم، در محاسبه عمق نفوذ، یک بعدی فرض شده است. بنابراین، معادله حرکت میله‌ای به طول  $L$

1. Transient Phase
2. Secondary Phase
3. Recovery Phase

(۱۵)

$$V_i^2 - U^2 - \frac{U}{V_i}(1+\lambda)[\bar{\sigma}_p \ln(1+\lambda) + \bar{Y}_i(\alpha + \beta C_0^2 U^2)] = 0,$$

که در آن،

$$\lambda = \frac{\Lambda_m}{A_p}, V_i = \frac{v_i}{C_0}, U = \frac{u}{C_0}, \bar{\sigma}_p = \frac{(\sigma_{HEEL})_p}{E_p}, \bar{Y}_i = \frac{Y_i}{E_p},$$

$$\alpha = A(1 + \frac{\mu\pi}{2}), (\sigma_{HEEL})_p = \frac{1 - U_p}{1 - 2U_p} Y_p, C_0 = \sqrt{\frac{E_p}{\rho_p}},$$

$$\beta = \frac{1}{2} B \left( \frac{\rho_i}{Y_i} \right) \left( 1 + \frac{\mu\pi}{4} \right),$$

و  $A$ ،  $B$  پارامترهایی برای تعریف تنش شعاعی بر روی دماغه پرتابه هستند و از مدل گسترش کروی حفره اقتباس شده‌اند.  $A_m$ ،  $A_p$  مساحت سطح مقطع پرتابه و مساحت سر قارچی شکل شده در خلال نفوذ و  $E_i$ ،  $E_p$  مدول یانگ هدف و پرتابه و  $u$ ،  $u_{cr}$  سرعت‌های نفوذ سر قارچی شکل در خلال و در پایان مرحله اولیة نفوذ و  $v_i$  سرعت اولیة پرتابه و  $\bar{Y}_i$ ،  $\bar{Y}_p$ ،  $Y_i$ ،  $Y_p$  مقاومت‌های تسلیم پرتابه و هدف و شکل بی‌بعد آنها و  $\mu$  ضریب اصطکاک لغزشی فصل مشترک و  $U_p$  نسبت پواسن پرتابه و  $\rho_i$ ،  $\rho_p$  چگالی‌های پرتابه و هدف هستند.

معادله (۱۵) شامل دو پارامتر مجهول  $U$  و  $\lambda$  است و در ارتباط با معادلات بقاء، که در مرحله اولیة نفوذ ایجاد می‌شوند، تعیین می‌گردند. در مرحله نفوذ اولیة پرتابه به کاربردن قوانین بقای جرم و مومنتم و انرژی بر حسب مختصات مرجع انتخاب شده، معادلات زیر به دست می‌آیند:

$$\omega_c = \frac{\omega_p}{\eta}, \quad (16)$$

(۱۷)

$$\left(1 + \frac{1}{\eta}\right)\omega_p^2 + \bar{Y}_p + \eta \bar{Y}_{pu} - \lambda \bar{Y}_i [\alpha + \beta C_0^2 (V_i - \omega_p)^2] = 0,$$

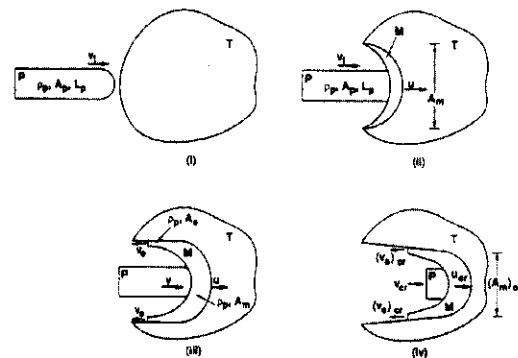
$$\left(1 - \frac{1}{\eta^2}\right)\omega_p^2 - 2\bar{Y}_{pu} + 2\bar{Y}_p \left[1 - \ln\left(\frac{2\lambda}{\eta}\right)\right] = 0. \quad (18)$$

که در آنها،

$$\omega_p = V - U, \quad \omega_c = V_c + U$$

$$V = \frac{v}{C_0}, \quad V_c = \frac{v_c}{C_0}, \quad \eta = \frac{\Lambda}{A_p}, \quad \bar{Y}_p = \frac{Y_p}{E_p}, \quad \bar{Y}_{pu} = \frac{Y_{pu}}{E_p}.$$

فرآیند نفوذ پرتابه فرسایشی به سه مرحله گذرا، اولیة و ثانویه تقسیم شده است. فاز بازگشت در این مدل مدنظر قرار نگرفته است. براساس فرضیات مدل در مرحله گذرا، قارچی پایدار در جلوی پرتابه تشکیل می‌شود و در خلال مرحله اولیة، نفوذ شبه پایدار توسط سر قارچی شکل پایدار اتفاق می‌افتد و سپس مرحله ثانویه وقتی آغاز می‌شود که فرآیند فرسایش میله پایان می‌پذیرد و پرتابه باقی مانده، به صورت میله صلب نفوذ می‌کند. شکل (۱).



شکل ۱- مراحل پی در پی پروسه نفوذ. ا- قبل از برخورد. ii- تشکیل قارچ ناپایدار. iii- نفوذ شبه پایدار اولیة. iv- نفوذ صلب ثانویه.

فرمول‌سازی مدل میله‌های بلند فرسایشی در مسیر فرمول‌سازی فرض شده است که پرتابه برای ایجاد سر قارچی شکل پایدار و همچنین برای رسیدن به مرحله نفوذ شبه پایدار اولیة، به اندازه کافی بلند و هدف به‌طور نامحدود وسیع و ضخیم است. از انتقال حرارت صرف‌نظر و فرض شده است که چگالی پرتابه در هر سه قسمت قارچی شکل و صلب و قسمت دفع شده، ثابت باقی می‌ماند. در مرحله گذرا، که در آن قارچ تشکیل می‌شود، حد الاستیک هاگونیوت<sup>۱</sup> برای شبیه‌سازی مورد به کار گرفته است. فرمول‌سازی براساس موازنه افت انرژی سنتیک در هنگام تشکیل سر قارچی شکل و کار پلاستیک تغییر شکل پرتابه در هنگام غلبه بر استقامت هدف صورت می‌پذیرد. موازنه انرژی به شکل زیر نوشته می‌شود:

به صورت صلب به ترتیب با سرعت‌های  $u_{cr}$  و  $(v_e)_{cr}$  نفوذ می‌کنند.

برای محاسبه عمق نفوذ، در مرحله نفوذ ثانویه، با طول باقی‌مانده میله و پوسته‌ای که از مواد دفع شده ایجاد می‌شود، به صورت قسمت‌های مجزا برخورد شده است.

فرض می‌شود که جمع جرم‌های میله  $M_p$  و مواد دفع شده  $M_e$  معادل جرم اولیه پرتابه است. جرم پرتابه  $M_p$  از دو قسمت:

۱- سرقارچی شکل با شکل فرض شده نیم‌کره‌ای و مساحت  $(A_m)_{cr}$

۲- میله تغییر فرم نیافته با طول  $L_r$  متصل به انتهای قارچ به صورت زیر تخمین زده می‌شود:

$$p_2 = \frac{M_p}{2\beta(A_m)_{cr} Y_t} \ln\left[1 + \frac{\beta}{\alpha} u_{cr}^2\right], \quad (21)$$

$$p_3 = \frac{M_e}{2\beta(A_m)_{cr} Y_t} \ln\left[1 + \frac{\beta}{\alpha} (v_e)_{cr}^2\right]. \quad (22)$$

زمانی که طول باقی‌مانده میله قبل از کاهش سرعت میله به  $v_{cr}$  به اندازه طول شعاعش باشد، به دلیل اعمال مومنتم از طرف پرتابه به هدف، عمق حفره به اندازه  $p_4$  نفوذ اضافی خواهد داشت. برای این عمق نفوذ اضافی، با فرض اینکه سر قارچی شکل قطر  $D_m$  و سرعت نفوذ  $u$  دارد، خواهیم داشت:

$$p_4 = \frac{1}{2} D_m u \left(\frac{\rho_t}{2Y_t}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad (23)$$

که در آن،  $Y_t$  مقاومت تسلیم ماده هدف است که فرض می‌شود دارای رفتار الاستیک - پلاستیک کامل است. اکنون عمق نفوذ کلی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + p_4. \quad (24)$$

#### ۲-۴ مدل نفوذ واکر و اندرسون [۱۰]

این مدل وابسته به زمان، براساس موازنه مومنتم در امتداد خط مرکزی پرتابه و هدف، و با کمک از مدل تیت حاصل شده است و در مسیر فرمول‌سازی از فرضیاتی استفاده شده است که تعدادی از آنها حاصل تحلیل نتایج شبیه‌سازی عددی هستند. با استفاده از این فرضیات، یک مدل نفوذ

و همچنین  $A_e$  مساحت سطح مقطع مواد دفع شده و  $v$  سرعت پرتابه در مرحله نفوذ اولیه و  $v_e$  سرعت مواد دفع شده در خلال مرحله نفوذ اولیه و  $Y_{pu}$ ,  $\bar{Y}_{pu}$  مقاومت حد نهایی پرتابه و شکل بی بعد آن هستند.

اکنون برای  $V_i$  معلوم و  $\lambda$  فرض شده،  $\omega_p$  می‌تواند از معادله (۱۸) به شکل زیر به دست آید:

$$\omega_p = \sqrt{2} \left\{ \bar{Y}_{pu} + Y_p \left[ \ln\left(\frac{2\lambda}{\eta}\right) - 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} / \left(1 - \frac{1}{\eta^2}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (19)$$

جایگذاری معادله (۱۹) در معادله (۱۷) معادله‌ای را تسلیم می‌کند که فقط شامل یک مجهول  $\eta$  است و می‌تواند با روش تکراری به دست آید. سپس می‌توانیم  $\omega_p$  را از معادله (۱۹) و  $\omega_e$  را از معادله (۱۶) محاسبه کنیم. معادله جریان (۱۵) برای بررسی مقدار فرض شده  $\lambda$  مورد استفاده قرار می‌گیرد و به این ترتیب روشی تکراری برای پیدا کردن مقدار  $\lambda$  که بتواند معادله جریان را ارضاء کند دنبال می‌گردد. در سرتاسر مرحله اولیه نفوذ، درحالی که طول میله  $L_p$  به طور پیوسته و یکنواخت در فرآیند فرسایش میله مصرف می‌شود، سرعت میله  $v$  و سرعت نفوذ  $u$  به آرامی کاهش می‌یابند. بنابراین می‌توانیم زمان وابسته به این مقادیر را با اعمال معادلات بقای جرم و مومنتم به دست آوریم.

اکنون عمق نفوذ  $p_1$  در مرحله اولیه نفوذ، به وسیله انتگرال گیری  $u \cdot dt$  از صفر تا  $t_1$  به دست می‌آید که در آن  $t_1$  یا زمان مصرف طول میله تا رسیدن به اندازه طول شعاعش یا زمان کاهش سرعت پرتابه به زیر سرعت  $v_{cr}$  است که در آن فرسایش میله متوقف می‌گردد. با استفاده از عبارات بی‌بعد، این عمق نفوذ عبارت است از:

$$p_1 = L_p \int_0^{t_1} U dt, \quad (20)$$

که در آن،  $\tau_1 = \frac{C_0 t_1}{L_p}$  است. هر دو مقدار  $t_1$  و  $v_{cr}$  از حل‌های عددی مدل به دست می‌آیند.

پرتابه در مرحله نفوذ شبه پایدار، به فرسایش ادامه می‌دهد تا اینکه، یا طولش به اندازه شعاعش برسد یا اینکه تا سرعت  $v_{cr}$  کاهش سرعت دهد. سپس سر قارچی شکل ناپایدار می‌شود و قسمت‌های باقی‌مانده میله و ماده دفع شده

که در آن،

$$\dot{v} = -\frac{\sigma_p}{\rho_p(L-s)} \left[ 1 + \frac{v-u}{c} + \frac{\dot{s}}{c} \right] \quad (26)$$

$$\dot{L} = -(v-u) \quad (27)$$

و  $c$  سرعت موج الاستیک در یک میله  $(c = (E/\rho)^{1/2})$  و  $L$  طول پرتابه و  $R$  شعاع حفره و  $s$  وسعت میدان جریان پلاستیک و  $u$  سرعت فصل مشترک (سرعت نفوذ) و  $v$  سرعت عقب پرتابه و  $Y_1$  تنش سیلان هدف و  $\rho_p$  چگالی پرتابه و  $\rho_t$  چگالی هدف و  $v$  سرعت عقب پرتابه و  $Y_p$  مقاومت پرتابه (در مدل تیت) و  $Y_t$  تنش سیلان هدف و  $\alpha$  وسعت میدان جریان پلاستیک بدون بعد در هدف و  $\sigma_p$  تنش سیلان هستند.

کاهش سرعت عقب پرتابه به وسیله معادله (۲۶) و آهنگ زمانی تغییر طول پرتابه برابر اختلاف مابین سرعت نفوذ و سرعت عقب پرتابه از معادله (۲۷) به دست می آید. این دو معادله به همراه معادله (۲۵) کاملاً مدل را تعیین می کنند. در صورتی که  $R \rightarrow 0$ ،  $s \rightarrow 0$  و مدول یانگ نیز بتواند بسیار بزرگ شود به طوری که  $C \rightarrow \infty$  در این صورت معادلات (۲۷-۲۵) به عبارات زیر تبدیل خواهند شد:

$$-\rho_p \dot{v} L + \frac{1}{2} \rho_p (v-u)^2 = \frac{1}{2} \rho_t u^2 + \frac{7}{3} \ln(\alpha) Y_t \quad (28)$$

$$\dot{v} = -\frac{\sigma_p}{\rho_p L} \quad (29)$$

$$\dot{L} = -(v-u) \quad (30)$$

این معادلات همان مدل اصلی تیت هستند و مقاومت هدف به وسیله رابطه زیر داده می شود:

$$R_t = \frac{7}{3} \ln(\alpha) Y_t \quad (31)$$

برای حل مدل، سرعت اولیه نفوذ  $u$  از شرایط پرش شوک<sup>۲</sup> رانکین - هاگونیوت به دست می آید.

$$u \equiv u_p^t = [b - (b^2 - 4ac)^{1/2}] / 2a, \quad (32)$$

$$a = k^p - k^t \left( \frac{\rho_0^t}{\rho_0^p} \right),$$

$$b = 2k^p v_0 + c_0^p + c_0^t \left( \frac{\rho_0^t}{\rho_0^p} \right),$$

$$c = c_0^p v_0 + k^p v_0^2.$$

ایجاد گردیده است که شامل اثرات گذرا است. این مدل مرحله اولیه و نهایی را که در نفوذ میله بلند دیده می شود مدنظر قرار می دهد.

فرمول سازی مدل

برای ایجاد مدل از فرضیات زیر استفاده شده است. این فرضیات عبارتند از:

۱. پروفیل سرعت، در امتداد خط مرکزی پرتابه و هدف فرض شده و معلوم است.
۲. انتهای عقبی پرتابه متناسب با مقاومت تسلیم پرتابه و به وسیله موج الاستیک کاهش سرعت می دهد.
۳. رفتار برشی در ماده هدف معلوم است.

با عبارات مناسب منتج از فرضیات اول و سوم، معادله مومنتم محوری می تواند در به دست آوردن یک معادله حرکت، برای تعیین موقعیت فصل مشترک مابین هدف و پرتابه، انتگرال گیری شود. دومین فرض، معادله ای را برای کاهش سرعت انتهای عقبی پرتابه فراهم می آورد.

این فرضیات، به همراه معادله مومنتم، به دو مورد دیگر اطلاعات که برای مدل تیت لازم است نیازمند است، یعنی سرعت اولیه فصل مشترک و یک عبارت که شعاع حفره را به سرعت برخورد مربوط نماید. اولی از معادلات برخورد یک بعدی به دست می آید و شعاع حفره به صورت تابعی از سرعت برخورد از داده های تجربی حاصل می شود. و بالاخره شیوه ای مستقل برای تعیین حوزه جریان پلاستیک در درون ماده هدف مورد نیاز است و لذا حل انبساط حفره<sup>۱</sup> برای تخمین حوزه جریان پلاستیک استفاده می شود. (۳۷)

بنابراین با فرض آنکه پرتابه و هدف دارای تقارن محوری بوده و در امتداد محور  $z$  قرار گرفته است، معادله موازنه مومنتم در امتداد خط مرکزین پرتابه و هدف عبارت است از:

$$\rho_p \dot{v} (L-s) + u \left[ \rho_p s + \rho_t R \frac{\alpha-1}{\alpha+1} \right] + \rho_p \left( \frac{v-u}{s} \right) \frac{s^2}{2} + \rho_t \alpha \frac{2Ru}{(\alpha+1)^2} \quad (25)$$

$$= \frac{1}{2} \rho_p (v-u)^2 - \left[ \frac{1}{2} \rho_t u^2 + \frac{7}{3} \ln(\alpha) Y_t \right]$$

جدول ۱- خواص مواد پرتابه آلیاژ تنگستن و هدف RHA برای مدل‌های مختلف نفوذ.

خواص مواد	الکسیوسکی مدل تیت و	مدل واحدی	پیکروئوسکی مدل لوک و	اندرسون مدل واکر و
مقاومت پرتابه (Mpa)	۳۴۸۵	۱۲۰۶	۳۱۰۰	۲۰۵۰
مقاومت هدف (Mpa)	۵۴۳۶	۸۴۸	۱۰۰۰	۱۰۰۰
چگالی پرتابه (Kg/m <sup>3</sup> )	۱۷۳۰	۱۷۳۰	۱۷۳۰	۱۷۳۰
چگالی هدف (Kg/m <sup>3</sup> )	۷۸۵۰	۷۸۵۰	۷۸۵۰	۷۸۵۰
مدول یانگ پرتابه (Gpa)	۳۲۷/۵	۳۲۷/۵	۳۲۷/۵	۳۲۷/۵
مدول یانگ هدف (Gpa)	۲۰۶/۸	۲۰۶/۸	۲۰۶/۸	۲۰۶/۸
پارامتر A در مدل لوک	-	-	۴/۰۷۲	-
پارامتر B در مدل لوک	-	-	۱/۰۱۲۴	-
نسبت پواسن پرتابه	۰/۳۲	۰/۳۲	۰/۳۲	۰/۳۲
نسبت پواسن هدف	۰/۳۲	۰/۳۲	۰/۳۲	۰/۳۲
مقاومت کششی حد نهایی پرتابه	-	-	۱۲۰۶	-
مقاومت ماده با رفتار الاستیک- پلاستیک کامل	-	-	۱۵۶۰	-
شیب منحنی $u_p - u_r$ پرتابه	-	-	-	۱/۴۴
شیب منحنی $u_p - u_r$ هدف	-	-	-	۱/۴۹
سرعت صوت حجمی پرتابه (km/s)	-	-	-	۳/۸۵
سرعت صوت حجمی هدف (km/s)	-	-	-	۴/۵
قطر پرتابه (mm)	۵/۳۲	۵/۳۲	۵/۳۲	۵/۳۲
طول پرتابه (mm)	۱۲۱/۸	۱۲۱/۸	۱۲۱/۸	۱۲۱/۸
نسبت (L/D) پرتابه	۲۲/۹	۲۲/۹	۲۲/۹	۲۲/۹

۳-۱- نقد مدل تیت و آلکسیوسکی و مقایسه نتایج آن با مقادیر تجربی

در این مدل پرتابه در حین نفوذ بجز در نوک، که فرسایش در آن رخ می‌دهد، صلب باقی می‌ماند. با فرض بلند بودن پرتابه از فازهای نفوذ گذرا و ثانویه و بازگشت صرف‌نظر و برای بیان مقاومت دینامیک پرتابه از  $Y_p$  و مقاومت هدف از  $R_t$  که در ترکیب‌های مختلف پرتابه- هدف دارای مقادیر ثابت نیستند، استفاده شده است.

در این مدل از اثرات انتقال حرارت و زاویه برخورد پرتابه به هدف و همچنین شکل هندسی دماغه پرتابه و قارچی شکل شدن آن در حین نفوذ و ... صرف‌نظر شده است بنابراین همواره اختلافاتی مابین نتایج این مدل و آزمایش‌های تجربی مشاهده می‌شود. (شکل ۲)

اندیس‌های بالا نشان‌دهنده پارامترهای هدف و پرتابه هستند و اندیس‌های زیر "۰" مقادیر اولیه را نشان می‌دهند ولی توجه شود که برای نفوذ میله بلند نتایج نهایی حساسیت زیادی به این مقدار اولیه ندارند. یعنی نتایج مدل، همان سرعت حالت شبه پایدار مستقل از سرعت نفوذ اولیه را به دست می‌دهند.

برای نفوذ میله صلب،  $v=u$  بوده و معادله (۲۵) به شکل زیر تبدیل می‌شود:

(۳۳)

$$\dot{u} \left[ \rho_p L + \rho_t R \frac{\alpha-1}{\alpha+1} \right] + \rho_t \frac{2Ru}{(\alpha+1)^2} = - \left\{ \frac{1}{2} \rho_t u^2 + \frac{7}{3} \ln(\alpha) Y_t \right\}$$

در این حالت شعاع حفره برابر شعاع پرتابه خواهد بود و در صورتی که نفوذ فرسایشی باشد قطر حفره به صورت تابعی از سرعت برخورد به صورت زیر تغییر می‌کند:

(۳۴)

$$R = R_p (1 + 0.287v_0 + 0.148v_0^2),$$

که در آن،  $R_p$  شعاع پرتابه و  $v_0$  سرعت اولیه برخورد پرتابه است. این معادله برای تخمین شعاع حفره  $R$  به صورت تابعی از سرعت برخورد، برای میله‌های آلیاژ تنگستنی در زره فولادی مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای محاسبه  $\alpha$  وابسته به سرعت، معادله زیر به کار گرفته می‌شود:

(۳۵)

$$\left( 1 + \frac{\rho_t u^2}{Y_t} \right) \sqrt{K_t - \rho_t \alpha^2 u^2} = \left( 1 + \frac{\rho_t \alpha^2 u^2}{2G_t} \right) \sqrt{K_t - \rho_t u^2},$$

که در آن،  $K_t$  و  $G_t$  به ترتیب مدول حجمی و مدول برشی هدف هستند.

۳-۲- نقد مدل‌ها و مقایسه نتایج آنها با مقادیر تجربی

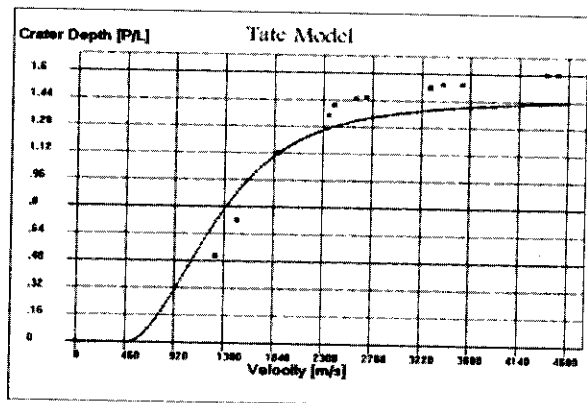
برای نقد مدل‌ها و همچنین مقایسه آنها با مقادیر به دست آمده از آزمایش‌های تجربی، نفوذ یک پرتابه آلیاژ تنگستن در هدف RHA بررسی می‌گردد. خواص مواد پرتابه و هدف استفاده شده برای مدل‌های مختلف نفوذ، در جدول (۱) مشاهده می‌شود.

کاهش عمق نفوذ در سرعت‌های پایین و افزایش آن در سرعت‌های برخورد بالا می‌شود. ولی باید به این نکته توجه شود که اثر کاهش عمق نفوذ در تأثیر قارچی شکل شدن دماغه پرتابه و اثر افزایش عمق نفوذ در تأثیر  $L/D$  تا اندازه‌ای یکدیگر را می‌پوشانند.

بجز موارد بررسی شده در بالا، عوامل متعدد دیگری نیز سبب انحراف مقادیر حاصل از مدل و مقادیر آزمایش‌های تجربی بوده است. صرف‌نظر شدن از اثرات انتقال حرارت، اصطکاک در حین نفوذ، زاویه برخورد پرتابه به هدف و عدم انطباق مقاومت‌های دینامیک پرتابه و هدف انتخاب شده در محاسبات و مقاومت‌های دینامیک مواد مورد استفاده در آزمایش‌های تجربی، که به دلیل کمبود اطلاعات در دسترس ایجاد شده است، همگی سبب ایجاد خطایی در محاسبات گردیده‌اند.

۲-۳- نقد مدل واحدی و مقایسه نتایج آن با مقادیر تجربی مدل واحدی مدلی بسیار ساده و کارا بوده که برای انجام محاسبات از مقاومت‌های حد نهایی پرتابه و هدف که سهل‌الوصول هستند، استفاده می‌نماید و به‌عنوان مدلی عمومی قادر است در سرتاسر محدوده سرعت از سرعت‌های برخورد بسیار پایین تا محدوده سرعت مافوق سرعت نتایجی را برای عمق نفوذ پیش‌بینی کند. برای تمام انواع ترکیب‌های پرتابه - هدف فلزی قابل کاربرد است، اگرچه ممکن است برای بعضی از ترکیب‌های پرتابه - هدف نتایج عمق نفوذ پیشگویی شده دارای خطای بیشتری نسبت به ترکیب‌های دیگر باشد و علت آن را می‌توان در روش تجربی تعیین فرمول برای ضریب تناسب  $\beta$  و فشار مقاوم  $p_2$  جستجو کرد. چون فرمول‌های مذکور از طریق انطباق بر مقادیر حاصل از آزمایش‌های تجربی به‌دست آمده است، بنابراین با بعضی از ترکیب‌های پرتابه - هدف انطباق بهتر دارد و با بعضی دیگر انطباق لازم را نخواهد داشت.

در مدل واحدی از فازهای نفوذ گذرا و ثانویه و بازگشت صرف‌نظر شده است. فاز نفوذ گذرا در سرعت‌های برخورد پایین اهمیت زیادی دارد؛ بنابراین صرف‌نظر کردن آن در سرعت‌های برخورد پایین خطای زیادی را در پیش‌بینی عمق نفوذ به‌همراه دارد. فاز نفوذ ثانویه در سرعت‌های برخورد بالا مهم می‌شود، به‌خصوص برای مواد پرتابه‌ای که دارای چگالی بسیار بیشتر از چگالی هدف هستند، مثلاً



شکل ۲- مقایسه نتایج مدل تیت و آلکسیوسکی با مقادیر تجربی سیلسبای [۱۱].

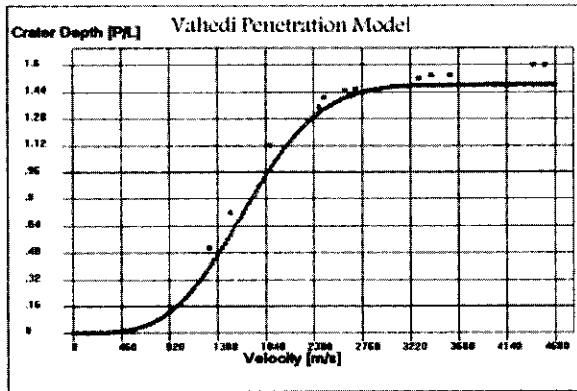
مدل تیت و آلکسیوسکی اثرات  $L/D$  را نیز در نظر نمی‌گیرد در حالی که در سرعت‌های پایین تأثیر  $L/D$  بر عمق نفوذ زیاد است و با بالا رفتن سرعت برخورد اولیه، کم کم از تأثیر  $L/D$  بر عمق نفوذ کاسته می‌شود. بنابراین در سرعت‌های میانی، انطباق مقادیر حاصل از مدل با مقادیر آزمایش‌های تجربی وضعیت بهتری می‌یابد. در سرعت‌های برخورد نسبتاً بالا که در آن اثر  $L/D$  کاملاً از بین می‌رود، انطباق با مقادیر تجربی در بهترین وضعیت خود قرار می‌گیرد.

در سرعت‌های برخورد پایین و میانی شکل، سر پرتابه تأثیر زیادی در عمق نفوذ دارد، و در این میان پرتابه‌های با شکل هندسی پهن شده عمق نفوذ بیشتری ایجاد می‌کنند [۱۲]. در حالی که پرتابه‌ها در مدل تیت سر تخت دارند. در سرعت‌های بالا تأثیر شکل هندسی سر پرتابه از بین می‌رود.

در سرعت‌های برخورد پایین فاز نفوذ گذرا و در سرعت‌های بالا فاز نفوذ ثانویه از اهمیت زیادی برخوردارند ولی در این مدل از آنها صرف‌نظر شده است و لذا همان‌طور که در شکل (۲) دیده می‌شود اختلاف مدل با مقادیر تجربی در سرعت‌های پایین و سرعت‌های بالا زیاد است.

قارچی شکل شدن دماغه پرتابه نیز عمق نفوذ را تحت تأثیر قرار می‌دهد. اگر در مدل تیت و آلکسیوسکی اثرات قارچی شکل شدن دماغه پرتابه نیز در نظر گرفته می‌شد، اختلاف مابین مقادیر حاصل از مدل و آزمایش‌های تجربی، کاهش می‌یافت زیرا در نظر گرفتن اثر قارچی شکل شدن سبب





شکل ۳- مقایسه نتایج مدل واحدی با مقادیر تجربی سلیسبای [۱۱].

در مدل واحدی نیز همانند مدل تیت و آلکسیوسکی از اثرات قارچی شکل‌شدن دماغه پرتابه و شکل هندسی سر پرتابه و اثرات انتقال حرارت و اصطکاک و تراکم‌پذیری و سختی پرتابه و هدف صرف‌نظر شده است. موارد مذکور نیز تا حدودی می‌توانند عمق نفوذ را تحت تأثیر قرار دهند.

### ۳-۳- نقد مدل لوک و پیکوتووسکی و مقایسه نتایج آن با مقادیر تجربی

مدل لوک و پیکوتووسکی اثرات قارچی شکل‌شدن سر پرتابه را در حین نفوذ مورد توجه قرار می‌دهد، لذا زمانی اعتبار دارد که سرعت برخورد برای تشکیل سر قارچی شکل به اندازه کافی بالا باشد. بنابراین سرعت‌های برخورد بالای  $2000 \text{ m/s}$  برای این مدل دارای اعتبار است. در این مدل فاز نفوذ گذرا که در سرعت‌های پایین دارای اهمیت است و در سرعت‌های بالا اهمیت خود را از دست می‌دهد، در محاسبه عمق نفوذ صرف‌نظر شده است اگرچه برای تشکیل سر قارچی شکل مورد توجه قرار گرفته است، ولی فاز نفوذ ثانویه که در سرعت‌های بالا دارای تأثیر زیادی بر عمق نفوذ است مد نظر قرار گرفته است.

اثر نسبت  $L/D$  بر عمق نفوذ به صورت مستقیم در این مدل مد نظر قرار نگرفته است، اگرچه به صورت ضمنی در مدل مورد استفاده قرار گرفته است. بنابراین در این مدل باید طول پرتابه برای تشکیل سر قارچی شکل به اندازه کافی بلند باشد.

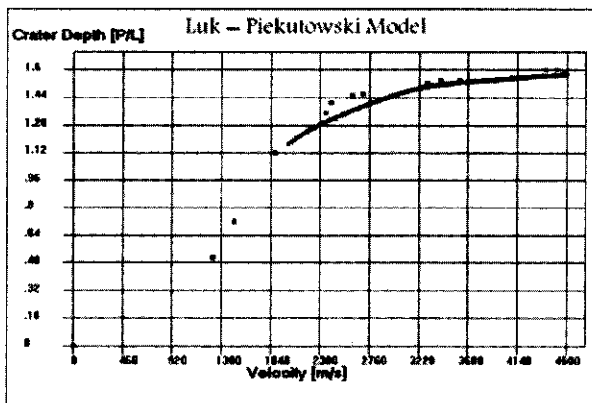
در مدل لوک و پیکوتووسکی برای تعیین سرعت نفوذ بدون بعد  $U$ ، باید مقدار  $\lambda$  که حاصل تقسیم مساحت قسمت قارچی شکل سر پرتابه بر مساحت سطح مقطع پرتابه است به دست آورده شود و برای اینکار  $\eta$  که حاصل تقسیم

پرتابه طلا در هدف آلومینیوم، در این صورت صرف‌نظر شدن آن در سرعت‌های بالا می‌تواند سبب خطای زیادی در محاسبه عمق نفوذ شود.

در مدل واحدی، منحنی عمق نفوذ در سرعت‌های مافوق سرعت برای تمام ترکیب‌های مختلف پرتابه - هدف به سمت عمق نفوذ جت سیال همگرا می‌شود و برای هیچ ترکیبی از پرتابه - هدف عمق نفوذ بیشتری از عمق نفوذ جت سیال به دست نمی‌آید؛ در حالی که برای ترکیب‌هایی از پرتابه - هدف که در آنها پرتابه به صورت صلب در هدف نفوذ می‌کند؛ مانند نفوذ پرتابه آلومینیومی در هدف سربی یا پرتابه تنگستن کارباید در هدف سربی [۱۳]، عمق نفوذ در سرعت‌های بالا از عمق نفوذ جت سیال بیشتر می‌گردد.

در مدل واحدی، بر خلاف مدل‌های دیگری که مورد بررسی قرار گرفته‌اند، اثرات نسبت  $L/D$  پرتابه مد نظر قرار گرفته است. نسبت  $L/D$  به خصوص در سرعت‌های برخورد پایین و متوسط تأثیر بسیار زیادی بر عمق نفوذ داشته و صرف‌نظر کردن آن می‌تواند خطای زیادی را در محاسبات به همراه داشته باشد. وقتی که نسبت  $L/D$  پرتابه از ۳۲ بیشتر می‌گردد معمولاً پرتابه حالت ناپایدار پیدا کرده و بنابراین از عمق نفوذ به شدت کاسته می‌شود ولی در این مدل برای نسبت  $L/D$  هیچگونه محدودیتی ایجاد نشده است و پرتابه می‌تواند دارای هر نسبت  $L/D$  باشد.

اکنون با در نظر گرفتن مطالب عنوان شده در بالا می‌توانیم موارد اختلاف نتایج حاصل از مدل واحدی و مقادیر آزمایش‌های تجربی را توجیه نمائیم. همان‌طور که در شکل (۳) مربوط به نفوذ پرتابه آلیاژ تنگستن در هدف فولادی دیده می‌شود، مدل واحدی در سرعت‌های پایین بدلیل صرف‌نظر کردن فاز نفوذ گذرا انطباق خوبی را با مقادیر تجربی نشان نمی‌دهد و عمق نفوذ پیش بینی شده کمتر از مقادیر تجربی است. در سرعت‌های متوسط و بالا که در آنها نفوذ گذرا از اهمیت کمتری برخوردار است، انطباق منحنی بر مقادیر تجربی وضعیت بسیار بهتری می‌یابد و در سرعت‌های بسیار بالا که در آنها نفوذ ثانویه دارای اهمیت زیادی است کم کم از مقادیر تجربی فاصله می‌گیرد و در زیر آن قرار می‌گیرد.



شکل ۴- مقایسه نتایج مدل لوک و پیکوتووسکی با مقادیر تجربی سیلسبای [۱۱].

نیم‌کروی و پهن شده بوده است و همچنین صرف‌نظر از اثرات انتقال حرارت و اصطکاک در حین نفوذ و اثرات سختی پرتابه و هدف و زاویه برخورد پرتابه به هدف و عوامل متعدد دیگری، مربوط می‌گردد.

البته مدل لوک و پیکوتووسکی چون در محدوده‌ای از سرعت دارای اعتبار است که فرسایش پرتابه به‌صورت تشکیل سرقارچی شکل امکان‌پذیر باشد، بنابراین در محدوده سرعت‌های عرف سلاح نمی‌تواند به‌کار رود و از این جهت کاربرد آن را به‌عنوان یک مدل عمومی محدود می‌سازد.

### ۳-۴- نقد مدل واگر و اندرسون و مقایسه نتایج آن با مقادیر تجربی

مدل واگر و اندرسون مدلی وابسته به زمان است و با استفاده از موازنه مومنتم اوپلری ایجاد شده است. این مدل شرایط ناپایدار و گذرای موجود در ابتدا و انتهای نفوذ را در نظر می‌گیرد. بنابراین در این مدل فازهای نفوذ گذرا و نفوذ اولیه و نفوذ ثانویه به‌طور ضمنی در نظر گرفته شده است. در این مدل برای تعیین سرعت اولیه نفوذ از روابط رانکین-هاگونیوت استفاده می‌شود و برای تعیین شعاع حفره به‌عنوان تابعی از سرعت برخورد، از داده‌های تجربی استفاده می‌شود. و در سرتاسر محاسبات شعاع حفره ثابت نگهداشته می‌شود. بنابراین در این مدل نیز به مقادیر حاصل از آزمایش‌های تجربی نیاز است. در ضمن برای تعیین حوزه جریان پلاستیک در درون ماده هدف از حل انبساط حفره کروی یا استوانه‌ای استفاده می‌شود. البته واضح است که، بسته به آنکه از کدام روش استفاده شود، تغییرات زیادی حاصل

مساحت مواد دفع شده بر مساحت سطح مقطع پرتابه است به‌دست آورده شود و هر دوی  $\lambda$  و  $\eta$  در یک سیکل سعی و خطا و با روش تکراری حاصل می‌شود و سپس باید به ترتیب معادلات (۱۷) و (۱۹) و (۱۶) و (۱۵) را ارضاء کننده. این روش محاسبه که به‌دلیل کمبود معادله توسط مؤلفان استفاده می‌شود، می‌تواند منشأ خطایی شده و در مواردی نیز می‌تواند سبب بدون اعتبار شدن حل شود.

مدل لوک و پیکوتووسکی به تعدادی از اطلاعات تجربی که آزمایش‌هاست نیازمند است. مقادیر  $A$  و  $B$  که برای تعریف تنش شعاعی روی دماغه پرتابه به‌کار می‌رود، از مدل انبساط کروی حفره به‌دست می‌آیند. تعیین دقیق مقادیر  $A$  و  $B$  و روشی که استفاده می‌شود در تعیین عمق نفوذ نقش مهمی را ایفا می‌نمایند. در ضمن نتایج این مدل به تعیین دقیق قطر حفره ناشی از نفوذ پرتابه بسیار حساس است و در صورتی که قطر حفره با روشی مناسب به‌صورت دقیق‌تر پیش‌بینی شود، نتایج حاصل برای عمق نفوذ از دقت بیشتری برخوردار است.

در این مدل، طی مدل‌سازی از پرتابه‌های با سر تخت به‌کار رفته‌اند و برای شبیه‌سازی اثرات شوک از حد الاستیک هاگونیوت بهره گرفته شده است؛ بنابراین خطایی از این جهت که جریان در سرقارچی شکل سه بعدی است ولی یک بعدی در نظر گرفته شده است، ایجاد می‌گردد و در ضمن به‌دلیل آنکه اثرات امواج رقیق شده بعد از شوک نیز در نظر گرفته نمی‌شود، خطایی حاصل می‌گردد.

در شکل (۴) تحت سرعت‌های بالای  $3000\text{ m/s}$  که در آن اثر  $L/D$  بر عمق نفوذ تقریباً از بین می‌رود، به‌دلیل آنکه مدل لوک و پیکوتووسکی اثر قارچی شکل‌شدن سر پرتابه را نیز در نظر گرفته است، انطباق بهتری نسبت به مدل‌های دیگر، با نتایج آزمایش‌های تجربی مشاهده می‌شود.

عدم انطباق نمودار مربوط به مدل لوک و پیکوتووسکی با آزمایش‌های تجربی علاوه بر مواردی که قبلاً ذکر شد، یعنی: خطای مربوط به تعیین دقیق ضرایب  $A$  و  $B$  و تعیین دقیق قطر حفره ناشی از نفوذ پرتابه و صرف‌نظر از نفوذ در مرحله گذرا و اثر  $L/D$  و ... به عوامل دیگری از جمله تعیین غیردقیق مقدار مقاومت پرتابه که خود سبب تعیین غیر دقیق حفره می‌شود و تفاوت شکل هندسی سر پرتابه که در مدل‌سازی به‌صورت تخت و در آزمایش‌ها به‌صورت

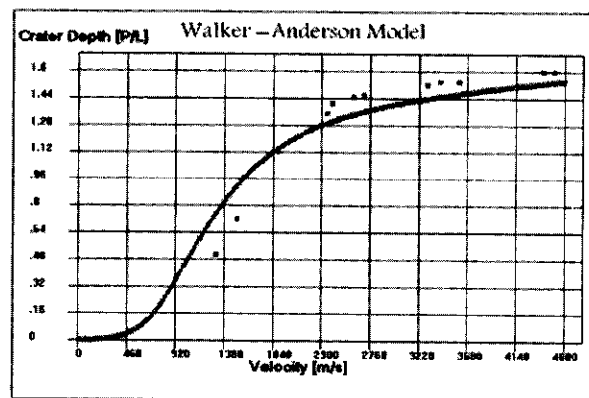
آلیاژ تنگستن در فولاد، تخمین مدل واکر و اندرسون در سرعت‌های برخورد پایین و میانی بیشتر از عمق نفوذ آزمایش‌های تجربی است. علت این امر آن است که در مدل واکر و اندرسون دماغه پرتابه به صورت نیم‌کروی در نظر گرفته شده است در حالی که در آزمایش‌های تجربی از نوک لب پهن برای پرتابه استفاده شده است و در آزمایش‌ها دیده شده است که در سرعت‌های زیر  $1500\text{ m/s}$  دماغه نیم‌کروی عمق نفوذ بیشتری را ایجاد می‌کند.

در سرعت‌های برخورد بالا و بسیار بالا، مدل واکر و اندرسون نسبت به مدل تیت و آلکسیوسکی، عمق نفوذ بیشتری را نشان می‌دهد. علت این امر در محاسبه عمق نفوذ در فاز ثانویه است که در مدل تیت و آلکسیوسکی از آن صرف‌نظر می‌شود.

می‌آید. در واقع به تنهایی هیچکدام از روش‌های مذکور به طور کاملاً نمی‌توانند شرایط انبساط حفره را ارضاء نمایند.

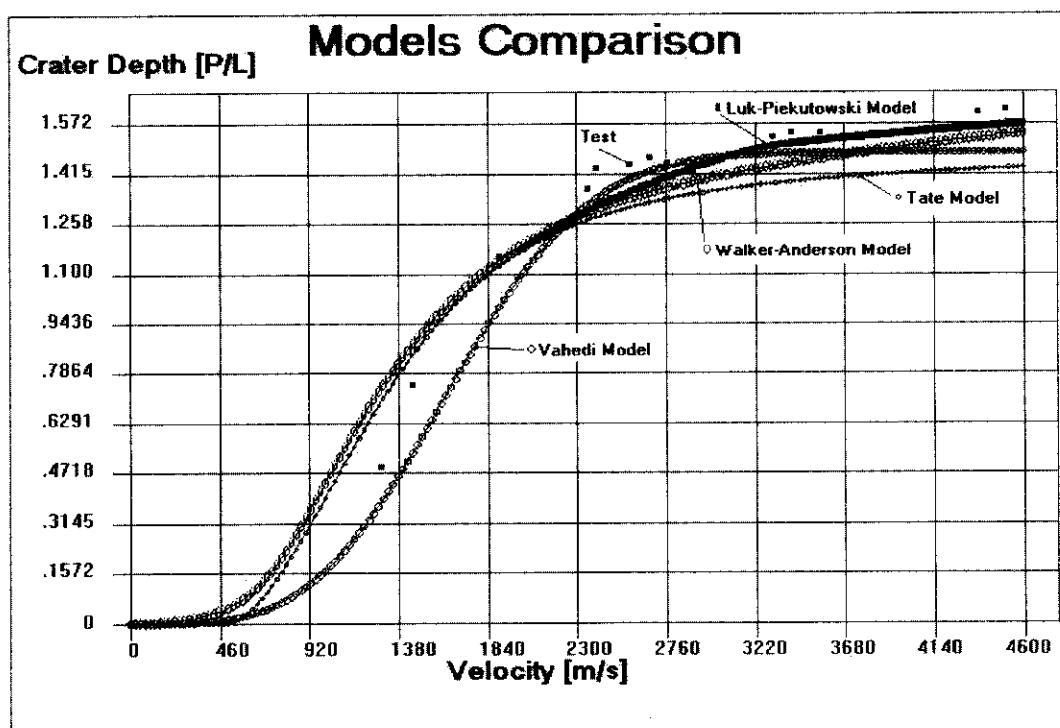
در مدل واکر و اندرسون برای بیان حوزه میدان جریان پلاستیک در هدف از پارامتر  $\alpha$  استفاده می‌شود و این پارامتر در واقع وابسته به تراکم پذیری ماده هدف است ولی در مدل‌سازی از چگالی ثابت برای هدف استفاده شده است. به عبارت دیگر، در تعیین مقاومت ماده هدف باید تراکم‌پذیری نیز مد نظر قرار گیرد، به خصوص در سرعت‌های برخورد بالا، ولی چون فرض شده است که ماده هدف تراکم‌ناپذیر باقی می‌ماند، بنابراین وجود مقداری خطا در محاسبات مورد انتظار است. از طرف دیگر، پارامتر  $\alpha$  در سرعت‌های برخورد مختلف با زمان تغییر می‌کند. بنابراین وجود معادله‌ای برای پارامتر  $\alpha$  که بتواند مشتق‌گیری شود تا از این راه سرعت انبساط حفره حاصل آید، ضروری است.

اکنون با توجه به مطالب ذکر شده بالا و با توجه به شکل (۵) موارد اختلاف نتایج محاسبه با مدل واکر و اندرسون و نتایج آزمایش‌های تجربی می‌تواند شرح داده شود.



شکل ۵ - مقایسه نتایج مدل واکر-اندرسون با مقادیر تجربی سیلیسای [۱۱]

همان‌طور که در شکل (۵) و (۶) دیده می‌شود، در سرعت‌های برخورد بسیار پایین تا سرعت‌های برخورد میانی، مدل واکر و اندرسون نسبت به مدل تیت و آلکسیوسکی، عمق نفوذ بیشتری را تخمین می‌زند. علت این امر را می‌توان در اختلاف این دو مدل در محاسبه عمق نفوذ در فاز نفوذ گذرا جستجو کرد که در مدل تیت و آلکسیوسکی از آن صرف‌نظر می‌شود. در مورد نفوذ پرتابه



شکل ۶ - مقایسه نفوذ پرتابه آلیاژ تنگستن در هدف RHA برای مدل‌های مختلف نفوذ. و مقایسه آنها با مقادیر آزمایش‌های تجربی سیلسبای [۱۱].

#### ۴- نتایج و بحث

برای پیش‌بینی عمق نفوذ پرتابه‌ها در اهداف نیمه بی‌نهایت فلزی پارامترهای بسیار متعددی می‌تواند مد نظر قرار گیرد. استفاده از بعضی از این پارامترها در مدل‌های تحلیلی و یا مدل‌های شبیه‌سازی عددی برای تعیین عمق نفوذ بسیار ضروری به نظر می‌رسد، در حالی که در نظر گرفتن بعضی دیگر از این پارامترها در محاسبات نه تنها سبب افزایش دقت در پیشگویی عمق نفوذ نمی‌شوند بلکه سبب انحراف بیشتر نتایج نیز می‌شوند، به‌خصوص اینکه مقادیر بسیاری از این پارامترها از طریق انجام آزمایش‌های تجربی به‌دست می‌آیند و تعداد دیگری از آنها از طریق محاسبات غیردقیق حاصل می‌شوند و در نتیجه به‌دلیل پیچیدگی حل مدل و مقادیر تجربی استفاده شده در آنها اثر مثبتی در تعیین عمق نفوذ بر جای نمی‌گذارند.

با مراجعه به مدل‌های بررسی شده در این مقاله دیده می‌شود که علاوه بر در نظر گرفتن مقاومت‌های پرتابه و هدف و چگالی پرتابه و هدف و سرعت برخورد پرتابه و هدف پارامترهای دیگری در تعیین عمق نفوذ نقش اساسی دارند

در سرعت‌های برخورد بالا و بسیار بالا، عمق نفوذ مدل واکر و اندرسون کمتر از مقادیر تجربی به‌دست آمده است. علت این موضوع به دلایل متعددی وابسته است. فرض ثابت بودن  $\alpha$  در محاسبات و همچنین تراکم‌پذیری هدف و فرض ثابت ماندن شعاع حفره در سرتاسر محاسبات که در واقع فرض کاملاً صحیحی نمی‌تواند باشد و همچنین اختلافاتی که در فاز پایانی نفوذ در این مدل با واقعیت وجود دارد و در این مدل فاز پایانی نفوذ نسبت به واقعیت زودتر پایان می‌پذیرد، همگی سبب بروز خطایی در محاسبه عمق نفوذ می‌شوند.

در مدل واکر و اندرسون اثر نسبت  $L/D$  به‌طور ضمنی در محاسبات وارد می‌شود؛ به‌خصوص در محاسبه شعاع حفره، ولی چون اثرات  $L/D$  در این مدل با اثر  $L/D$  که در آزمایش‌های تجربی بر عمق نفوذ وجود دارد، اختلاف دارد، بنابراین مقداری از اختلافات، مابین نتایج مدل و آزمایش‌های تجربی در این زمینه ایجاد می‌شوند.

مدل‌های مورد نقد و بررسی، مدل واحدی به دلیل استفاده از پارامترهای فیزیکی سهل‌الوصول و روش بسیار ساده حل مدل و همچنین نتایج مناسب آن به‌خصوص برای نفوذ پرتابه‌های تنگستنی در اهداف فولادی RHA و امکان انجام مطالعات پارامتریک با این مدل به‌عنوان مدلی مناسب برای مطالعات نفوذ پرتابه در اهداف فلزی پیشنهاد می‌گردد. برای بهبود و انطباق بهتر نتایج با مقادیر آزمایش‌های تجربی می‌توان اثرات نفوذ فازهای گذرا در سرعت‌های برخورد پایین و فاز ثانویه در سرعت‌های برخورد بالا را به آن اضافه کرد و این مطلب می‌تواند پایه مطالعات بعدی در این زمینه قرار گیرد.

#### مراجع

1. Alekseeveskii, V.P., "Penetration of a Rod into a Target at High Velocity.", J. Combustion, Explosion and Shock Waves, Vol. 2, pp. 63-66, 1966.
2. Tate, A. "A Theory for the Deceleration of Long Rods After Impact.", J. Mech. Phys. Solids, Vol. 15, pp. 387-399, 1967.
3. Tate, A. "Further Results in the Theory of Long Rod Penetration.", J. Mech. Phys. Solids, Vol. 17, p.p. 141-150, 1969.
4. Tate, A. "Extensions to the Hydrodynamic Theory of Penetration.", RARDE Report 16/85, Fort Halstead, United Kingdom, 1985.
5. Tate, A. "Long Rod Penetration Models-Part I. A Flow Field Model for High Speed Long Rod Penetration & Part II Introduction to the Hydrodynamic Theory on Penetration.", Int. J. Mech. Sci., Vol. 28, pp. 599-612, 1986.
6. Tate, A. "A theoretical estimate of Temperature Effects During Rod Penetration.", Proc. 9th Int. Symp. on Ballistics, Shrivenham, Vol. 2, pp. 307-314, 1986.

- ۷- خداحمی، ح. و لیاقت، غ. و فلاحی آرزودار، ع. "بررسی تئوری هیدرودینامیکی نفوذ پرتابه‌های انرژی جنبشی بلند"، هفتمین کنفرانس مهندسی مکانیک، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران، ۱۳۷۸.
- ۸- واحدی، خ. "مطالعه پارامتریک تأثیر متغیرهای نفوذ"، فصلنامه فنی مهندسی پیام باور شماره‌های ۹ و ۱۰، دانشگاه امام حسین (ع)، ص.ص. ۱۰-۱۶، ۱۳۷۷.

و صرف‌نظر از آنها در مدل خطاهای زیادی را سبب می‌شود. تأثیر  $L/D$  و شکل دماغه پرتابه بر عمق نفوذ در سرعت‌های پایین تا میانی قابل توجه است و نمی‌توان از آن صرف‌نظر کرد. در نظر گرفتن فاز نفوذ گذرا در سرعت‌های پایین از اهمیت خاصی برخوردار است در حالی‌که در سرعت‌های بالا به راحتی می‌توان از آن صرف‌نظر کرد و به جای آن در سرعت‌های پایین فاز نفوذ ثانویه از اهمیت کمی برخوردار است و در سرعت‌های بالا درجه اهمیت بالایی دارد.

در نظر گرفتن اثر قارچی شکل‌شدن سر پرتابه‌هایی که جنس نرم دارند و سختی کمی دارند در حین پدیده نفوذ در سرعت‌های بالا سبب افزایش عمق نفوذ می‌شود و برعکس در سرعت‌های پایین سبب کاهش عمق نفوذ می‌شود ولی به سبب وارد کردن پارامترهای تجربی دیگر در محاسبات و بالا رفتن درصد خطاها عملاً تأثیر مثبتی در نتیجه پیش‌بینی عمق نفوذ برجای نمی‌گذارد. پرتابه‌هایی که ترد و شکننده هستند اثر قارچی شکل از خودشان نشان نمی‌دهند و چون در حین نفوذ خرد می‌شوند عمق نفوذ کمتری را ایجاد می‌کنند.

از زاویه برخورد پرتابه به هدف در صورتی که کمتر از ۶ درجه باشد در تعیین عمق نفوذ (برای پرتابه‌های  $L/D < 10$ ) با تقریب خوبی می‌توان صرف‌نظر کرد. در زوایای برخورد بالاتر، از عمق نفوذ کاسته خواهد شد و لازم است که در مدل‌ها مد نظر قرار گیرند. [۱۴]

در نظر گرفتن پارامترهای دیگر مانند انتقال حرارت، اصطکاک و فاز بازگشت نفوذ همگی سبب کاهش عمق نفوذ می‌شوند ولی به دلیل ایجاد پیچیدگی در مدل و وارد کردن پارامترهای دیگر که سبب ازدیاد خطا می‌شوند، نمی‌توانند تأثیر مثبتی را در پیش‌بینی عمق نفوذ به همراه داشته باشند و لذا بهتر است که از آنها صرف‌نظر شود.

#### ۵- نتیجه‌گیری‌ها

نتایج بررسی‌های انجام شده بر روی مدل‌های مختلف متضمن این نکته است که الزاماً افزایش ورود پارامترهای مؤثر بر عمق نفوذ در مدل‌ها سبب افزایش دقت پیش‌بینی عمق نفوذ نخواهد شد و تکیه بر پارامترهای بسیار مؤثر ذکر شده برای پیش‌بینی عمق نفوذ با دقت مورد قبول کافی خواهد بود. همان‌طور که از متن مقاله بر می‌آید از بین

9. Luk , V.K. , Piekutowski , A.J. "An Analytical Model on Penetration of Eroding Long-Rods in to Metallic Targets", *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 11, No. 3, pp. 323-340, 1991.
10. Walker, J.D., Anderson, C.E., "A Time-Dependent Model for Long-Rod Penetration", *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 16, No. 1, pp. 19-48, 1995.
11. Silsby, G.F. " Penetration of Semi-infinite Steel Targets by Tungsten Long Rods at 1.3 to 4.5 km/s", *Proc. 8<sup>th</sup> Int. Symp. Ballistics*. TB-31, Orlando, Florida, USA, 1984.
12. Ben-Dor, G., Dubinsky, A., and Elperin T., "Numerical solution for Shape Optimization of an Impactor Penetrating into a Semi-infinite Target", *J. Computer and Structures* Vol. 81, pp. 9-14, 2003.
13. Kadono, T. Fujiwara, A., "Cavity and crater depth in hypervelocity impact", *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 31, No. 10, pp. 1309-1317, 2005.
14. Bjerke, T.W., Silsby, G.F., Scheffler, D.R., and Mudd, R.M., "Yawed Long-Rod Armor Penetration", *Int. J. Impact Eng.* Vol. 12, No. 2, pp. 281-292, 1992.