# شبیه سازی عددی پدیده انجماد آب در لولهها

## **محمد حسن جوارشکیان<sup>۱</sup> و امیر کریمی<sup>۲</sup>** گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه تبریز

#### چکیدہ

در این پژوهش، یک فرآیند عددی برای شبیه سازی جریان آب در حال انجماد درون یک لوله توسعه داده شده است. دراین فرآیند از روش آنتالپی-تخلخل برای پیش بینی مرز مشترک مایع/جامد، استفاده شده که توانایی تشخیص محل انجماد در هر لحظه را دارد. روش به کار رفته یک روش ضمنی است که در آن فشار به عنوان متغیر اصلی می باشد. در روال فوق معادلات ناویر – استوکس با استفاده از روش حجم محدود در یک شبکه جابجا شده برای محاسبه متغیرها حل شده است. ضمن بررسی خواص فازهای مایع و جامد و تأثیر آنها بر فرآیند انجماد، زمان انجماد و طول سرمایش لازم برای گرفتگی جریان برحسب فاکتورهای مؤثر مورد مطالعه قرار گرفته است. پارامترهای مؤثر شامل قطر لوله، سرعت متوسط سیال، دمای دیواره و دمای اولیه سیال است. به دلیل تعدد پارامترهای موثر، علاوه بر استخراج نتایج در حالت بی بعد, رابطه ای بی بعد برای ارتباط فاکتورهای مختلف به دست آمده است. به منظور بررسی اعتبار شبیه سازی، مقایسه ای بین نتایج بدست آمده و نتایج تجربی موجود در حالتی خاص انجام شده که همخوانی مطلوبی بین آنها دیده می شود. *نتایج نهایی به دست آمده نیز همخوانی خوبی با نتایج تجربی معتبر موجود در د*التی خاص انجام شده که همخوانی مطلوبی بین آنها دیده می شود. *نتایج نهایی به دست آمده نیز همخوانی خوبی با نتایج تجربی معتبر موجود در ح*التی خاص انجام شده که همخوانی مطلوبی بین آنها دیده می شود. *نتایج نهایی به دست آمده نیز همخوانی خوبی با نتایج تجربی معتبر موجود در د*التی خاص انجام شده که همخوانی مطلوبی

**واژههای کلیدی** : انجماد آب، آنتالپی تخلخل، زمان انجماد، لوله ها

# Numerical Simulation of Water Solidification in Pipes

### M.H. Djavareshkian and A. Karimi

Mech. Eng. Group, School of Eng., Tabriz Univ.

#### ABSTRACT

In this research, a finite volume numerical approach was developed to simulate physical details of convectiondominated water solidification in pipes. Our approach was based on the enthalpy-porosity method, which is used to track the motion of liquid-solid fronts and to obtain freezing length and time of solidifications. The Navier-Stokes equations were solved on a staggered grid, using a pressure-based implicit procedure. The results, which were validated against experimental data, show a remarkable quality of our simulation.

Key Words: Water Solidification, Enthalpy-Porosity, Freezing Time, Pipes

۱ - دانشیار ۲-کارشناس ارشد (نویسنده پاسخگو): rima\_karimi@yahoo.com

۱– مقدمه

فرآیندهای ذوب و انجماد در بسیاری از زمینه ها ازجمله سرمایش غذا، ساخت شیشه و مواد بلوری، فرآوری فلزات، ذوب و ریخته گری آلیاژها در قالب ها و همچنین تغییر فاز مواد در سیستم های نگهداری که از پارافینها، نمک ها یا اسیدهای چرب استفاده می شود، به دلیل گرمای نهان آنها از اهمیت ویژهای برخوردارند[۱]. در این فرآیندها، ماده دارای تغییر فاز خواهد بود. بنابراین، در طول فرآیند مرز حدا کننده دو فاز مختلف، پیشرفت کرده و در حال مرکت است. خواص انتقالی در نتیجه اختلاف کلی نرخ-مولی از انتقال انرژی، جرم و ممنتوم از یک فاز به فاز دیگر بطور چشگیری بین فازها تغییر می کنند. در این مسائل موقعیت مرز متحرک نمیتواند به صورت دقیق تشخیص داده شود، اما باید به عنوان عامل مهم تشکیل دهنده در حل تعیین شود[۲].

روش های مختلفی برای شبیه سازی مسائل ذوب و انجماد وجود دارند که از جمله می توان به روش های شبکه ثابت شده'، شبکه متغیر '، ظرفیت ظاهری'، ظرفیت مؤثر<sup>†</sup>، چشمه مبنا <sup>۵</sup>،تابع جریان گردابی<sup>\*</sup>، متغیر اولیه<sup>\*</sup> و روش آنتالپی<sup>۸</sup> اشاره نمود[۳].

در این تحقیق با تلفیق دو روش شبکه ثابت و آنتالپی که روش آنتالپی – تخلخل نامیده میشود، مسأله انجماد در لوله ها شبیه سازی شده است. نظریه آنتالپی ابتدا توسط اریس<sup>6</sup> و همکاران[۴]، به منظور جلوگیری از ایجاد جمله های غیرخطی در مسائل رسانش ارائه شد. بسط این روش توسط الینیک<sup>۱۰</sup> [۵] و همچنین اتهی<sup>۱۱</sup> [۶] انجام و فرمول های دقیقی برای حل مسائل ذوب و انجماد ارائه گردید. به منظور حل مسائل یک بعدی انجماد، وولر<sup>۱۲</sup> و همکاران [۷]، دقیق ترین جواب ها را از روند فوق به دست آوردند. با توجه به اینکه فرآیندهای تغییر فاز علاوه

بر عوامل پخش، متأثر از جمله های جابجایی نیز میشوند، کائو<sup>۱۳</sup> و همکاران [۸] تأثیر جابجایی و تغییر فاز در مسائل ذوب و انجماد را بررسی کردند.

در ادامه بررسی فرآیندهای ذوب و انجماد تحقیقات زیادی با استفاده از روش های عددی و تجربی صورت گرفته که به تعدادی از آنها اشاره می شود. تأثیر جابجـایی آزاد بـر انجماد سیال آرام درون لوله توسط هانگ<sup>۱۴</sup> و همکاران (۹) و همچنین توسط کری<sup>۱۵</sup> و همکاران[۱۰] به صورت تجربی و تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته است. محققین مذکور محدوده دمای ورودی که امکان انجماد کامل سیال وجود دارد را بررسی نمودند. تشریح مفاهیم انجماد در سال ۲۰۰۲ توسط آکیورت<sup>۱۶</sup> و همکاران [۱۱] با تأکید ویژه بر ناحیه تغییر فاز خمیری<sup>۱۷</sup> صورت گرفت. کنـدا<sup>۱۸</sup> و همکـاران [۱۲] در سال ۲۰۰۴ با استفاده از یک نرم افزار تجاری مسائل انجماد در لولههای با قطر میلیمتری را مورد بررسی قرار دادند. در اکثر تحقیقات انجام شده برای حل مسأله انجماد، اولاً تنها، فاکتور خاصی مورد مطالعه قرار گرفته است و به زمان لازم برای انجماد کامل سیال کمتر پرداخته شده است، دوم اینکه در خیلی از پژوهش های انجام شده خواص فازهای مایع و جامد سیال در فرآیند انجماد ثابت فرض شده استودرنهایت در اکثر مطالعات صورت گرفته، نتایج به صورت نموداری ارائه شده است.

هدف از این تحقیق توسعه یک نرم افزار جهت شبیه سازی جریان سیال در حال انجماد درون لوله با استفاده از روش روش آنتالپی- تخلخل و بررسی و مطالعه مواردی است که تاکنون کمتر به آنها اشاره شده است. ۱- با توجه به اینکه افزایش زمان انجماد باعث مصرف بیشتر ماده سرماساز، و به تبع آن بالا رفتن هزینه را بهمراه دارد, پس محاسبه زمان انجماد و طول سرمایش لازم جهت گرفتگی بر حسب پارامترهای موثر مورد بررسی قرار گرفته است. ۲- از طرفی با توجه به اینکه، تغییرات خواص فیزیکی فاز های مایع و جامد سیال با دما میتواند تاثیر چشمگیری را بر روی پارامترهای بررسی شده به همراه داشته باشد ، تاثیر ثابت و

<sup>1-</sup> Fixed Grid

<sup>2 -</sup> Variable Grid

<sup>3 -</sup> capacity Apparent

<sup>4-</sup>Effective Capacity

<sup>5-</sup> Source Based 6 - Stream Function Vorticity

<sup>7 -</sup> Primitive Variable

<sup>8-</sup> Enthalpy

<sup>9 -</sup> Eyres

<sup>10 -</sup> Óleinik

<sup>11 -</sup> Atthey

<sup>12-</sup> Voller

<sup>13 -</sup> Cao

<sup>14 -</sup> Hwang 15 - Keary

<sup>16-</sup> Akyurt

<sup>17 -</sup> Mushy Zone

<sup>18 -</sup> Conda

متغیر بودن خواص فیزیکی فازهای مایع و جامد سیال دما نیز بررسی شده است. ۳- همچنین بمنظور فشرده سازی نتایج، داده های استخراجی بصورت بدون بعد تنظیم، و با استفاده از روش برازش حداقل مربعات رابطه ریاضی بر حسب اعداد بی بعد ارائه شده است. پس از تکمیل روند عددی توسعه داده شده، به منظور بررسی اعتبار نتایج این شبیه سازی، نخست مقایسه ای بین داده های استخراجی با نتایج تجربی موجود در ادبیات فن برای حالت خاص انجام شده است که همخوانی مطلوبی بین آنها دیده می-شود، روند شبیه سازی را تایید می نماید.

**Y** – معادلات حاکم مبتنی بر روش آنتالپی – تخلخل در مسائل تغییر فاز، معادلات حاکم مبتنی بر روش آنتالپی – تخلخل شامل معادلات پیوستگی, ممنتوم و انرژی هستند که به صورت زیر بیان میشوند[۱۳]:  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla . (\rho U) = 0$ , (1)

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \nabla (\rho U U) = -\nabla p + \nabla (\mu \nabla U) + \rho g, \quad (\Upsilon)$$

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \nabla (\rho U h) = \nabla (k \nabla T) + \rho g U \quad . \tag{(7)}$$

در این روش، آنتالپی شامل آنتالپی مرجع و تغییرات آنتالپی نسبت به آنتالپی مرجع در نظر گرفته میشود، که اگر  $h_{ref}$  را به عنوان آنتالپی مرجع و  $T_{ref}$  را به عنوان دمای مرجع قرار دهیم، آنتالپی به صورت زیر تعریف خواهد شد[۱۴]:

$$h = h_{ref} + \int_{T_{ref}}^{T} c \, dT \quad . \tag{(f)}$$

رابطه بین آنتالپی و دما را میتوان به صورت جمله ای از گرمای نهان آزاد شده ناشی از تغییر فاز ماده، تعریف کرد. به طور معمول این رابطه برای مسائل تغییر فاز همدما تابعی پلهای و برای مسائل تغییر فاز غیر همدما تابعی خطی فرض میشود. شکل  $\mathbf{1}$  نشان دهنده منحنیهای خطی فرض میشود. شکل  $\mathbf{1}$  نشان دهنده منحنیهای آنتالپی- دما برای هر دو مسأله است. پس میتوان آنتالپی بر حسب دما را به صورت زیر بیان کرد[۱۴]: h = fL + cT. (۵)

به وضوح از هم جدا نیستند، درهر سلول از درصد حجمی مایع (f) که مبین نسبت حجم مایع به کل حجم سلول محاسباتی است، استفاده می شود. ناحیه ای که مقدار درصد مایع بین صفر و یک بوده و دمای آن محدودهای بین یکی از فازهای مایع یا جامد را دارد، ناحیه خمیری<sup>(</sup> گفته می شود. مقادیر مربوط به درصد حجمی مایع برای هر سلول را می-توان از رابطه زیر بدست آورد [1۴]:

$$f = \begin{cases} 1 & T > T_l \\ (T - T_s) / \Delta T & T_s \le T \le T_l \\ 0 & T < T_s \end{cases}$$
(%)

 $T_s$  و  $T_l$  بوده که  $\Delta T = T_l - T_s$  بوده که  $T_l$  و مبین دمای مواد غیر همدما،  $\Delta T$  =  $T_l - T_s$  بوده که تغییر فاز در آن اتفاق میافتد. اما در مواد همدما به دلیل متساوی بودن دماهای می افتد. اما در مواد همدما به دلیل متساوی بودن دماهای  $T_s$  برابر صفر می شود و ناحیه خمیری شکل نخواهد گرفت (شکل ().



به صورت زیر بیان کرد:  

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho cT + \rho fL) + \nabla .(\rho cT U) = \nabla .(k \nabla T) + \rho gU.$$
(Y)

در معادله (۷) علاوه بر دما, سرعت و درصد حجمی مایع نیز مجهول هستند. درصد حجمی مایع با توجه به روابط موجود در معادله (۶) بر حسب تابعی از دما محاسبه میشود و با توجه به در نظر گرفتن سرعت از قدم زمانی قبل, حل عددی برای به دست آوردن توزیع دما امکان پذیر میشود.

1-Mushy Zone

در این تحقیق برای بررسی تأثیر پارامترهای ذکر شده بر زمان انجماد و همچنین طول سرمایش مورد نیاز، خواص فیزیکی سیال آب در هر دو فاز مایع و جامد متغیر با دما فرض شده است. در مراجع [۱۷] و [۱۸] تغییرات خواص آب در فازهای مایع و جامد به ازای تعدادی دما بیان شده که در این تحقیق با برازش تابعی بر داده های فوق, معادلات زیر استخراج شده است. تغییرات چگالی فاز مایع آب, زمانی که دما بر حسب سانتیگراد باشد مطابق زیر است:

$$\rho_l = 999.840281 + 0.067326T - (\lambda) 0.008944T^2 + 0.000087T^3 - 0.00000066T^4$$

$$c_{l} = 8.95866 - 0.040534 T + 0.0001123 T^{2} - 0.0000001013 T^{3} [kJ / kg . K]$$

$$k_{l} = 0.812 \times \exp(-0.0005 T) - 0.247 \times$$
(9)

$$\exp\left(-0.0106\ T\right)\left[W\ /\ m.K\ \right]$$

$$\mu = 0.00179 \times \exp\left[6.18 \times 10^7 \left(\frac{1}{T^3} - \frac{1}{(273.15)^3}\right)\right].$$

$$\left[N.s / m^2\right]$$
(11)

تغییرات دمایی خواص فیزیکی فاز جامد(یخ) بر حسب دمای مطلق، با استفاده از روش نمایی، برای محدوده دمایی حاکم بر فیزیک مسأله به شکل زیر به دست آمده-است:

$$\rho_s = 949.948 \times \exp(-0.000125 T) , \quad (17)$$
  
-1.86 × 10<sup>-13</sup> × exp (0.109 T)

$$c_s = 7.07 \times T^{1.016} - 0.122 \left[ kJ / kg.^0 K \right],(1\%)$$

$$k_s = 6.99949 .948 \times \exp(-0.00408 \times T)$$
  
 $\left[W / m.^0 K\right]$   
با توجه به اینکه در مواد با تغییر فازهای غیر همدما

ناحیه خمیری به وجود میآید، در این تحقیق با استفاده از ایده درصد حجمی مایع، ارتباطی بین خواص مواد در ناحیه خمیری با استفاده از رابطه زیر برقرار شده است:

$$\lambda = \lambda_s + f(\lambda_l - \lambda_s) \tag{10}$$

که،  $\mathcal{K}$  را میتوان چگالی، گرمای ویژه و ضریب رسانش گرمایی در ناحیه خمیری در نظر گرفت. در این تحقیق درحالتی که خواص فیزیکی فازهای مایع و جامد آب مستقل از دما در نظر گرفته شده است، از داده های جدول ۱ استفاده شده است.

<b>جدول ۱</b> . خواص قیزیدی مواد.		
فاز جامد	فاز مايع	خواص ثابت فیزیکی آب
918	۹۹۸	چگالی ( <i>kg / m</i> <sup>3</sup> )
۲۰۳۷	4171	گرمای ویژه
		$C_p(j/kg.K^o)$
۲/۲	• /8	ضريب رسانش
		گرمایی ( k(W / m.K <sup>o</sup>
۳۳۵		گرمای نهان <i>( L( kj / kg</i>
۲۷۳		نقطه ذوب ( <sup>0</sup> K ) نقطه ذوب
•/•• 1		ويسكوزيته
		µ(kg / m.s)

جدول ۱: خواص فیزیکی مواد.

۳- الگوریتم حل و شرایط مرزی

به منظور حل عددی پدیده انجماد، جریان آرام تقارن محوری درون لوله استوانه ای شبیه سازی شده، که مدل فیزیکی آن در شکل  $\mathbf{Y}$  نشان داده شده است. همانطور که در شکل مشاهده میشود، سطح لوله دارای دمای  $T_W$  بوده، که برای فراهم کردن تغییر فاز از نقطه ذوب سیال کمتر است. همچنین دمای اولیه سیال  $T_0$ ، که بالاتر از نقطه انجماد است، به عنوان شرط مرزی و اولیه اعمال می شود. توزیع سرعت در ورودی، یکنواخت فرض شده و سرعت ورودی نیز به عنوان شرط اولیه در نظر گرفته شده است. در معادله انرژی، دمای هر سلول تابعی از در صد حجمی مایع آن

سلول است, بنابراین در هر فاز معادلات مربوط محل می شوند. با توجه به فرضیات بالا، کلیه معادلات ذکر شده با استفاده از روش حجم محدود گسسته و توسط الگوریتم سیمپل<sup>۱</sup> و یک روند عددی ضمنی حل شده اند. در روند فوق از روش تفاضل بالادست مرتب دو<sup>۲</sup> برای محاسبه فوق از روش تفاضل بالادست مرتب دو<sup>۲</sup> برای محاسبه جمله جابجایی استفاده شده است. معادلات جبری به دست آمده توسط روش TDM <sup>۳</sup>حل شدهاند. همچنین گام زمانی طوری انتخاب شده که شرط پایداری بر آورده شود و زمان توقف برنامه بر مبنای رشد لایه های فاز جامد تا مرکز لوله در نظر گرفته شده است.



۴- روابط عددی زمان گرفتگی

با توجه به اهمیت زمان انجماد کامل سیال درون لوله و همچنین طول سرمایش لازم برای انجماد جریان، علاوه بر استخراج نتایج در حالت بی بعد, معادله ریاضی برای ارتباط فاکتورهای مختلف با یکدیگر مطابق روند زیر استخراج شده است، که زمان گرفتگی در شکل بی بعد استخراج شده است، که زمان گرفتگی در شکل بی بعد  $t^* = \frac{4(T_s - T_w)k_s}{\rho LD^2}t = f(Z^*, W_l, Re, W_s),$ 

(19)

که در آن،  $W_l = \frac{Z}{D}$  طول سرمایش بی بعد،  $W_l$  درصد بین گرمای مؤثر( $\Gamma$ ) و گرمای نهان (L) است، که گرمای مؤثر( $\Gamma$ )، درصد خطی بین گرمای نهان و گرمای محسوس مایع بوده و با ضریب تناسب ( $\gamma$ ) و دمای اولیه

1- SIMPLE

3-Three Diagonal Matrix

 $\gamma_{water} = 0.696$  سيال متناسب است، ضريب تناسب آب است. ضمناً:

$$W_l = \frac{\Gamma}{L} = \frac{L + \gamma c_l (T_0 - T_f)}{L}, \qquad (1Y)$$

که در آن،  $W_s$  عدد ژاکوب بوده و رابطه بین گرمای نهان با گرمای انتقالی از فاز جامد را در نظر می گیرد که تابعی از دمای دیوار به صورت زیر می باشد:

$$W_s = L/c_S(T_f - T_W). \tag{1A}$$

همچنین، عدد رینولدز با توجه بـر سـرعت متوسـط جریـان محاسبه می شود:

$$\operatorname{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} \quad . \tag{19}$$

بنابراین، روابط در فرمول (۱۶) به صورت زیرآورده می شود:

$$t^* = C Z^{*a} W_l^b \operatorname{Re}^n W_s^m . \qquad (\Upsilon \cdot)$$

نخست داده های استخراجی از روند عددی مطابق روابط بالا بی بعد شده، سپس با استفاده از روش حداقل مربعات، تابعی بر داده ها مطابق معادله (۲۱) برازش گردیده است.

$$t^* = 0.094595 Z^{*1.371606} W_l^{-3.254362}$$
Re<sup>0.354471</sup> W\_s^{-0.783680}
(71)

۵- نتایج

شکل ۳ نمایشی از هندسه و شبکه را نشان میدهد. شبکه مستقل از حل که در این تحقیق استفاده شده، دارای ۵۰×۱۵۰ سلول است. در این شبیه سازی تاثیر سرعت متوسط، دمای اولیه سیال، دمای دیواره و تغییر خواص سیال آب برحسب طول های سرمایش لازم، برای گرفتگی سیال آب برحسب طول های سرمایش لازم، برای گرفتگی است. در این آنالیز سعی شده است زمان انجماد به ازای تغییرات یکی از پارامترها و ثابت فرض نمودن بقیه مورد ارزیابی قرار گیرد.

<sup>2-</sup> Second Order Upwind

شکل ۶ زمان لازم برای انجماد سیال ساکن در لوله حاوی آب بر حسب قطرهای مختلف لوله، در طول سرمایش مشخص را نشان می دهد.



شکل ۵: تغییرات زمان انجماد، طول بی بعد و دمای اولیه.



ابتدا برای اعتبار بخشیدن به روند شبیه سازی و مدل های استفاده شده، زمان انجماد سیال آب ساکن به ازای قطرهای مختلف لوله در دماهای مختلف ورودی سیال با نتایج تجربی [۱۲] موجود در ادبیات فن در شکل۴ مقایسه شده است، که این مقایسه مبین همخوانی مطلوبی بین داده های تجربی و عددی است. در صورتی که طول سرمایش ثابت باشد، با افزایش دمای سیال مقدار بیشتری گرما باید دفع شود تا سیال منجمد شود که به تبع آن افزایش زمان انجماد آب را نیز به همراه خواهد داشت. همچنین از شکل۴ می توان نتیجـه گرفـت کـه در یک طول سرمایش ثابت، محـدوده دمـایی وجـود خواهـد داشت که در آن محدوده سیال منجمد خواهد شد و بالاتر از آن دما، گرفتگی جریان رخ نخواهد داد، این محدوده با افزایش قطر لوله کاهش مییابد، به عبارت دیگر برای افزایش این محدوده دمایی، لازم است طول سرمایش افزایش یابد تا جذب گرمای نهان سیال بیشتر و تغییر فاز سیال صورت گیرد.

شکل **۵** تغییرات زمان انجماد و طول بی بعد سرمایش برحسب دمای اولیه سیال آب در عدد رینولدز ۳۰۰۰ را نشان میدهد. همان طور که مشاهده می شود، حتی با ثابت ماندن عدد رینولدز، که تابعی از قطر لوله و دبی جریان میباشد، زمان انجماد آب داخل لوله با افزایش دمای ورودی سیال افزایش مییابد. این افزایش زمان، در ماهای بالاتر ورودی به دلیل وابستگی گرمای ویژه، ضریب رسانش گرمایی و گرانروی به دما، بیشتر به چشم میخورد. به عبارت دیگر برای انجماد کامل سیال جاری میخورد. به عبارت دیگر برای انجماد کامل سیال جاری بیشتر از سیال جاری است، که به تبع آن با یک طول سرماساز مشخص، زمان انجماد افزایش مییابد. همچنین می توان با افزایش طول سرمایش میزان جذب گرما را نیز افزایش و زمان انجماد را کاهش داد.

همانطور که مشاهده می شود، هر چه قطر لوله افزایش می یابد، زمان انجماد زیاد شده، و شیب منحنی با افزایش قطر مقدار بیشتری را نشان می دهد. با توجه به اینکه انجماد سیال درون لوله با نرخ ثابتی، رشد میکند، پس با افزایش قطر لوله در دمای ثابت اولیه سیال، زمان بیشتری برای رسیدن فاز جامد، به مرکز لوله مورد نیاز است. به عبارت دیگر با افزایش قطر مقدار سیال در داخل لوله افزایش یافته و گرمای بیشتری باید توسط سرماساز جذب شود تا گرفتگی صورت گیرد

شکل ۷ تغییرات زمان انجماد و طول بی بعد سرمایش بر حسب سرعت متوسط ورودی سیال آب، زمانی که دمای ورودی ۳۰۰ درجه کلوین باشد را نشان می دهد. ملاحظه می شود که افزایش سرعت باعث بالا رفتن زمان انجماد می شود. همانطور که اشاره شد افزایش سرعت، باعث افزایش جابجایی اجباری شده و در نتیجه از رشد لایههای یخ جلوگیری و باعث شسته شدن آنها در جریان می شود. پس باید توجه داشت که در صورت افزایش سرعت جریان به منظور ایجاد گرفتگی کامل جریان، باید طول سرمایش را افزایش داد تا میزان جذب گرما توسط سیال سرماساز بیشتر شده و گرفتگی ایجاد شود.

به منظور بررسی تاثیر نوع ماده سرماسازی که برای ثابت نگه داشتن دمای سطح لوله مورد استفاده قرار می-گیرد، شبیهسازی با دو نوع سرماساز رایج در صنعت یعنی نیتروژن مایع با دمای جوش ۱۹۶/۵ – درجه سانتیگراد و دیاکسید کربن با دمای جوش ۷۷ – درجه سانتیگراد انجام شده است. نتایج تاثیرات این دو نوع سرماساز بر زمان انجماد برحسب تغییرات دمای ورودی سیال آب با عدد رینولدز ۲۰۰۰ در شکل ۸ آورده شده است.



شکل ۶: تغییرات زمان انجماد بر حسب قطر لوله.





شکل۸: تغییرات زمان انجماد، دمای اولیه، دماهای سطح.

از نتایج به دست آمده می توان دریافت که دمای سطح لوله تأثیر بسزایی در زمان انجماد دارد که با توجه به اهمیت پایین بودن زمان انجماد در فرآیندهای صنعتی، بخصوص در مباحث تعمیرات خطوط لوله، استفاده از نیتروژن مایع به عنوان ماده سرماساز، سرد کننده اقتصادی تر خواهد بود. همانطور که از شکل دیده می شود اختلاف زمان انجماد، در دو دمای مختلف سطح لوله، به ازای دماهای پایین تر کمتر است. اما با افزایش دمای ورودی سیال این اختلاف بیشتر به چشم می خورد که ناشی از وابستگی گرمای ویژه، ضریب رسانش گرمایی و گرانروی به دما است که در نتیجه افزایش پیشتر زمان

شکل های **۹** و **۱۰** تغییرات زمان انجماد و طول سرمایش مورد نیاز برحسب دماهای ورودی سیال در *Re = 2000* برای نیتروژن مایع و دی اکسید کربن به عنوان سیال سرماساز را نشان می دهد. همانطور که مشاهده می شود برای انجماد کامل سیال با افزایش دمای ورودی، طول سرمایش باید افزایش یابد. زمان انجماد و افزایش طول سرمایش برای نیتروژن مایع کمتر از دی اکسید کربن است.



شكل٩: تغييرات زمان انجماد براى نيتروژن مايع.



شکل ۱۰: تغییرات زمان انجماد برای دی اکسید کربن.

در اکثر مطالعات عددی انجام گرفته در خصوص پدیده انجماد، خواص فازهای مایع و جامد سیال آب را ثابت در نظر گرفتهاند، در این قسمت با ثابت گرفتن بعضی از خواص و متغیر گرفتن خواص دیگر، تأثیر این متغیر در زمان انجماد مورد بررسی و نتایج عددی با داده های تجربی مقایسه شده ست. برای بررسی پارامترهای فوق شبیهسازی هایی در یک لوله ۴ اینچی صورت گرفته که نتایج آن در شکل ۱۱ نشان داده شده است. شکل (۱۱(a) نتایج تحلیل عددی با فرض اینکه همه خواص ثابت نگه داشته شده اند را نشان می دهد، مقایسه نتایج، اختلاف چشمگیری بین داده های تجربی و عددی را آشکار می نماید. در شکل (۱۱(b ظرفیت گرمایی ویژه، ثابت و بقیه خواص متغیر فرض شده است، همانطور که ملاحظه می شود اختلاف داده نسبت به شکل قبل کمتر شده است. این مسأله مبین این است، که ثابت در نظر گرفتن این متغیر در زمان انجماد خطا ایجاد می نماید. در شکل های (۱۱(c)، (d) و (۱۱(e) ضریب رسانش گرمایی، گرانروی و چگالی بترتیب ثابت و بقیه خواص متغیر فرض شده است. مقایسه آنها نشان می دهد که اگرچه در نظر گرفتن خواص ثابت مذکور تأثیرکمتری نسبت به تغییر ظرفیت گرمایی ویژه دارد، اما اختلاف نتایج چشمگیر

می باشد. در شکل **(۱۱(f)** همه خواص متغیر فرض شده است، همانطور که مشاهده می شود همخوانی خوبی بین داده های عددی و تجربی [۱۲] وجود دارد و مبین این است که ثابت گرفتن یک یا همه خواص در پیش بینی زمان انجماد خطای زیادی ایجاد می نماید.



**شکل ۱۱**: تغییرات زمان انجماد، دماهای ورودی سیال با ثابت و متغیر فرض نمودن خواص سیال.



در این تحقیق، یک روند عددی مبتنی بر روش آنتالپی-تخلخل به منظور بررسی و شبیه سازی عددی پدیده انجماد در یک لوله حاوی جریان آب، توسعه داده شده است. در روند توسعه داده شده، پارامترهای مختلف بر فرآیند انجماد که شامل سرعت جریان، دمای ورودی سیال، قطر لوله، دمای سطح لوله و تغییر خواص فیزیکی فازهای جامد و مایع آب بر زمان انجماد و طول سرمایش می باشد، بررسی شده است.

مهم ترین نکات این تحقیق عبارتند از ۱- مقایسه نتایج عددی با داده های تجربی همخوانی چشمگیری را نشان می دهد که مبین تایید روند عددی توسعه داده شده است، ۲Structures, Using the Enthalpy Transforming Model", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 32, No. 7, pp. 1289-1298, 1989.

- Hwang, G.J. and Tsai, C.W, "Effect of Natural Convection on Laminar Pipe Flow Solidification", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol 38, No. 15, pp. 2733-2742, 1995.
- Keary, A.C. and Bowen, R.J. "Analytical Study of the Effect of Natural Convection on Cryogenic Pipe Freezing ", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 41, No. 10, pp. 1129-1138, 1998.
- Akyurt, M., Zaki, G., and Habeebullah, B. "Freezing Phenomena in Ice-water Systems", Energy Conversion and Management, Vol. 43, No. 14, pp. 1773-1789, 2002.
- Conde, R., Parra, M.T., Castro, F.J., Villafruela, M., Rodríguez, M.A., and Méndez, C. " Numerical Model for Two-phase Solidification Problem in a Pipe" Applied Thermal Engineering, Vol. 24, No's. 17-18, pp. 2501-2509, 2004.
- Ozlem, O., "Visualization of Temperature and Velocity Fields During Phase Change of Water under High Hydrostatic Pressure", Landnutzung und Umwelt am., 2005.
- Scanlon, T.J. and Stickland, M.T. "Numerical Analysis of Buoyancy-driven Melting and Freezing", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 47, No. 14, pp. 429–436, 2004.
- Tomasz, A.K., "Freezing of Water in the Differentially Heated Cubic Cavity", Int. J. Computational Fluid Dynamics, Vol. 11, pp. 193-210, 1999.
- Darius, M. and Volker, R. "Latent Heat Effects in Subsurface Heat Transport Modelling and Their Impact on Palaeotemperature Reconstructions", Geophys. Int. J., Vol. 164, No. 1, pp. 236–245, 2006.
- Scanlon, T.J., and Stickland, M.T. "A Numerical Analysis of Buoyancy-driven Melting and Freezing", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 47, No. 3, pp.429–436, 2004.

متغیر گرفتن گرمای ویژه، ضریب رسانش گرمایی، چگالی و گرانروی تأثیر بسزایی در فرآیند انجماد دارد، ۳- توابع بدست آمده برای وابستگی گرمای ویـژه، ضریب رسانش گرمایی، چگالی و گرانروی بـه دما، از دقـت مطلـوبی برخوردار هستند، ۴- استفاده از سیال سرماساز با درجـه حرارت پایین تر می تواند زمان انجماد را کاهش دهد و ۵-به دلیل کثرت تعداد پارامترهای مـوثر بـر فراینـد انجماد، علاوه بر استخراج نتایج در حالت بی بعـد, رابطـه بـی.بعـد ریاضی برای ارتباط فاکتورهای مـوثر در فرآینـد انجماد داخل لوله افقی متفاوت به دست آورده شده، که می تـوان به راحتی زمان انجماد را با آن تخمین زد.

### مراجع

- Huan, Z. and Jordaan, G.D. "Galerkin Finite Element Analysis of Spin Casting Cooling Process", Applied Thermal Engineering., Vol. 24, pp. 95–110, 2004.
- Lamberg, P. "Approximate Analytical Model for Two-phase Solidification Problem in a Finned Phase-change Material Storage", Applied Energy, Vol. 77, No.2, pp. 131–152, 2004.
- Henry, H. and Argyropoulos., S.A. "Mathematical Modelling of Solidification and Melting", Modelling Simul. Mater. Sci. Eng., Vol 4, No.4, pp. 371–396, 1996.
- Eyres, N.R, Hartree, D.R, Ingham J., Jackson, R., Sarjant R.J., and Wagstaff, J.B. "The Calculation of Variable Heat Flow in Solid Phil", Trans. Soc. A. Vol. 240, No. 813, pp. 1– 57, 1946.
- Oleinik, O.A., Soviet Math. Doki, Vol. 1, No. 2, pp.1350-1354, 1960.
- Atthey, D.R. "A Finite Difference Scheme for Melting Problems Based on the Method of Weak Solutions in Moving Boudary Problems in Heat Flow and Diffusion", Oxford Univ. Press, Oxford, 1975.
- Voller V. and Cross, M. "Accurate Solution of Moving Boundary Problems, Using the Entalpy Method", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 24, No. 3, pp. 545-556, 1981.
- Cao, Y., Faghri, A., and Chang, W.S. "A Numerical Analysis of Stefan Problems for Generalized Multi-dimensional Phase Change