نشریه مکانیک و هوا فضا، جلد۳، شماره ۳، آذر ماه ۱۳۸۶

# جابجائی توأم در یک حفره با یک دیواره متحرک نوسانی

**آرش کریمی‌پور[۱]**
گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه سیستان و بلوچستان

**بهزاد قاسمی[۲]**
دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد

## چکیده

در این مقاله انتقال حرارت جابجائی توام غیر دائم سیال در یک حفره با سرپوش متحرک با نسبت طول به ارتفاع AR=5 به صورت عددی بررسی شده است. جریان جابجائی اجباری در داخل سیال بوسیله حرکت نوسانی افقی سرپوش بالایی حفره بوجود می آید. دیواره پایینی حفره دارای دمای بیشتری نسبت به دیواره بالایی آن می باشد که این امر منجر به ایجاد جریانهای جابجائی آزاد درون حفره خواهد شد. دیواره های عمودی حفره نیز عایق فرض می شوند. گسسته سازی معادلات حاکم بر جریان سیال به روش حجم محدود صورت گرفته‌است. اثر دامنه و فرکانس سرعت حرکت دیواره بر انتقال حرارت و حرکت سیال داخل حفره بررسی شده است. بدین منظور، در حالیکه شدت جریانهای جابجایی آزاد در قالب عدد گراشف $Gr = 10^4$ و ثابت است، با تغییر عدد ریچاردسون در محدوده $10^{-3} \le Ri \le 10^3$ و تغییر عدد استروهال:S=0.01 و S=0.001، اثر دامنه سرعت حرکت دیواره و تغییر فرکانس نوسان حرکت دیواره در رفتار سیال بررسی شده است. عدد پرانتل در این تحقیق Pr=0.7 در نظر گرفته شده است. نتایج در قالب خطوط جریان و همدما و نرخ انتقال حرارت ارائه شده است. همچنین به منظور بررسی میزان قدرت جابجائی آزاد (در قالب میزان عدد گراشف)، مساله در چند حالت متفاوت با چند مقدار متفاوت عدد گراشف مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است. نتایج حاصل بیانگر ارتباط عدد نوسلت متوسط با فرکانس نوسان می باشد، به این ترتیب که با کاهش فرکانس نوسان در مواردی که عدد ریچاردسون کوچکتر از یک باشد، دامنه و پریود نوسانات نرخ انتقال حرارت افزایش می یابد.

**واژه‌های کلیدی:** سرپوش متحرک نوسانی، عدد ریچاردسون، جابجائی توام، حفره

# Mixed Convection in a Cavity with an Oscillating Moving Wall

**A. Karimi-Pour**
Mech. Eng. Group,
Sistan and Baloochestan Univ.

**B. Qasemi**
School of Eng.
Shahrekord Univ.

## ABSTRACT

A numerical investigation of unsteady laminar mixed convection heat transfer in a lid driven cavity of aspect ratio of 5 is performed. The forced convective flow inside the cavity is attained by a mechanically induced sliding lid, which is set to oscillate horizontally. The natural convection effect is sustained by subjecting the bottom wall to a higher temperature than its top counterpart. In addition, the two vertical walls are kept insulated. Discretization of the governing equations is achieved through a finite volume method. Fluid flow and heat transfer characteristics are examined in the domain at Richardson number, Grashof number and dimensionless lid oscillation frequency of: $10^{-3} \le Ri \le 10^3$, $Gr = 10^4$, and S=0.001, 0.01, respectively the working fluid is assigned a Prandtl number of 0.7 throughout this investigation. Temporal variations of streamlines, isotherms, and Nusselt number are presented for various dimensionless groups. The results show that with decreasing the value of oscillation frequency, while Ri<1, the amplitude and the period of the rate of heat transfer oscillations increase.

**Key Words:** Sliding Lid, Richardson Number, Mixed Convection, Cavity

۱-دانشجوی دکترا (نویسنده پاسخگو): arash_k_p@yahoo.com
۲-استادیار: behzadgh@yahoo.com

**فهرست علائم**

| | |
|---|---|
| $AR$ | نسبت طول به ارتفاع محفظه، $L/H$ |
| $Ri$ | عدد ریچاردسون |
| $u_s$ | دامنه سرعت حرکت دیواره |
| $f$ | فرکانس نوسان دیواره |
| $X,Y$ | محور مختصات افقی و عمودی بی‌بعد |
| $U,V$ | مؤلفه‌های سرعت بی‌بعد |
| $\theta$ | دمای بی بعد |
| $\tau$ | زمان بی‌بعد |
| $L$ | طول محفظه |
| $H$ | ارتفاع محفظه |
| $S$ | فرکانس نوسان بی‌بعد |

## ۱-مقدمه

پدیده انتقال حرارت در محفظه‌های مکعب مستطیل شکل به دلیل کاربرد وسیع آن در ساخت سلول‌های خورشیدی و مبدل‌های حرارتی و یا در طراحی سیستم‌های روغن‌کاری، تاکنون بسیار مورد توجه محققان بوده است. بر اساس نوع کاربرد این محفظه‌ها، جریانهای جابه‌جایی آزاد و یا جابه‌جایی توأم (ترکیب آزاد و اجباری) درون این محفظه‌ها قابل بررسی است. با در نظر گرفتن یک سیال نیوتنی درون محفظه‌ای که دیواره‌های افقی آن عایق بوده و دیواره‌های عمودی آن در دو دمای ثابت نگاه داشته می‌شود (و یا بالعکس)، می‌توان جریان‌های ناشی از نیروی غوطه‌وری را در سیال به وجود آورد. همچنین در این حالت می‌توان با تغییر شرایط مرزی، اثر این شرایط را در میزان نرخ انتقال حرارت از طریق جابه‌جایی آزاد، مشخص نمود. در این حالت با تغییر عدد رایلی (Ra=Gr.Pr) می‌توان شدت جابه‌جایی آزاد را تغییر داد و بر این اساس خواص سیال را در حالت‌های متفاوت بررسی نمود. همچنین بررسی اثر وجود یک منبع گرمازا درون این محفظه‌ها تاکنون بسیار مورد توجه محققان بوده است. از آن جمله می‌توان به بررسی جابه‌جایی آزاد در حالتی اشاره نمود که گوشه‌های محفظه‌های مفروض به صورت دیفرانسیلی گرم می‌شوند و پس از انجام یک سری فرایندهای بهینه‌سازی می‌توان بهترین محل را جهت قرار دادن منبع گرمازا درون محفظه به منظور دستیابی به بیشترین نرخ انتقال حرارت مشخص نمود [ ۴-۱و۶ ].

در ادامه مطالعات انجام شده در زمینه جابه‌جایی آزاد درون یک محفظه، محققان به جای اختصاص دادن یک دمای مشخص به سطوح دما ثابت، از وجود یک پروفیل دمای سینوسی (نوسانی) در روی این سطوح استفاده کرده‌اند. در این حالت نیز اثر تغییر عدد رایلی بر انتقال حرارت درون سیال بررسی شده است [ ۵ و۶ ]. مسأله جابه‌جایی آزاد در محفظه که به صورت موضعی از طرف یکی از دیواره‌ها حرارت داده شود، در سال‌های اخیر بیشتر مورد توجه قرارگرفته است. واضح است که وجود شار حرارتی روی دیواره افقی پایین محفظه، بهترین حالت برای افزایش شدت جریان‌های غوطه‌وری می‌باشد. بررسی رفتار سیال در این حالت و تعیین بهترین محل روی دیواره پایین، جهت ورود شارحرارتی به سیال از جمله تحقیقاتی است که توسط ساریس[1] در این زمینه صورت گرفته است [۷].

پس از بررسی جابجایی آزاد در هندسه‌ها و شرایط مرزی متفاوت، محققان زیادی برای بررسی میزان قدرت جابه‌جایی آزاد در مقایسه با جابه‌جایی اجباری به تحقیق پیرامون جابه‌جایی توأم روی آوردند. برای ایجاد جابجایی توأم در جریان یک سیال روشهای متفاوتی وجود دارد. یک روش، ورود سیال گرم (یا سرد) از یک طرف و گذر آن از روی وجوه دما ثابت و سپس خروج از طرف دیگر می‌باشد. در این حالت مسأله به بررسی جابه‌جایی توأم درون یک کانال تبدیل خواهد شد و می‌توان اثر جابه‌جایی اجباری ناشی از ورود و خروج سیال را مورد ارزیابی و مقایسه قرار داد. برخی از محققان در این حالت یک شار حرارتی نیز در طول مسیر گذر سیال از درون کانال به آن اضافه کرده و اثر آن را نیز مورد بررسی قرار داده‌اند. در این گونه جریان‌ها نیز می‌توان شار حرارتی را به صورت پریودیک در نظر گرفت و اثر تغییر فرکانس نوسان شار حرارتی آن را به عنوان یک مسأله تکمیلی مورد بررسی قرار داد [۱۰-۸].

روش دیگر برای ایجاد جریان‌های جابه‌جایی توأم، حرکت دادن دیواره‌های دما ثابت محفظه در مجاورت

1-Sarris

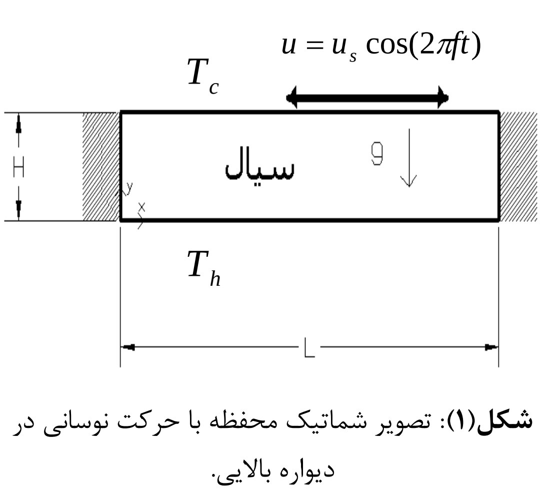
سیال داخل آن می‌باشد. این امر باعث ایجاد تنش‌های برشی و ایجاد لایه‌های مرزی حرارتی و هیدرودینامیکی در سیال درون محفظه و در نهایت منجر به ایجاد جریان‌های اجباری در آن می‌شود. بنابراین در این روش می‌توان جریان جابه‌جایی توأم را درون یک محفظه بوجود آورد. در این زمینه تحقیقات زیادی تاکنون صورت گرفته است. به عنوان مثال اوزتوپ[۱] خواص سیال را درون محفظه‌ای دو بعدی و مربع شکل که دیواره‌های عمودی دما ثابت (در دو دمای متفاوت) و متحرک (با سرعت ثابت) در جهت عمودی دارد، مطالعه کرد. در تحقیق مذکور اثر جهت حرکت عمودی دیواره‌ها در رفتار سیال مورد بررسی قرار گرفته است [۱۱].

همان طور که دیده شد درسالهای اخیر محققان به سمت بررسی جابه‌جایی توأم درون محفظه‌ها روی آورده‌اند. ایشان در پاره‌ای از مقالات با در نظر گرفتن وجود یک پروفیل دمای سینوسی در وجوه دما ثابت و یا با در نظر گرفتن اثر یک شار نوسانی (پریودیک) روی دیواره محفظه، اثر نوسان پارامترهای متفاوتی را روی رفتار سیال بررسی نموده‌اند. شاید بتوان گفت آنچه تاکنون مورد بررسی قرار نگرفته است، اثر لغزش دیواره متحرک محفظه (به عنوان عامل ایجاد حرکتهای اجباری) در حالتی است که حرکت آن به صورت نوسانی باشد. لذا، در ادامه بررسی‌های انجام شده قصد داریم جریان جابه‌جایی توأم آزاد و اجباری را در محفظه‌ای مربع- مستطیل شکل مورد تحلیل قرار دهیم. دیواره پایین محفظه را داغ و دیواره بالایی را سرد در نظر می‌گیریم. دیواره افقی بالایی را به صورت متحرک فرض می‌کنیم. دیواره‌های عمودی عایق و بدون حرکت در نظر گرفته می‌شوند. با ایجاد حرکت نوسانی در دیواره متحرک اثر تغییر دامنه و فرکانس نوسان را در رفتار هیدرودینامیکی و حرارتی سیال تحلیل خواهیم کرد.

## ۲- بیان مسأله

محفظه مستطیل شکلی مطابق شکل۱ در نظر گرفته می‌شود. نسبت طول به عرض AR=5 مفروض می‌باشد. شایان ذکر است که نتایج حاصل در انتهای این تحقیق به AR وابستگی نخواهند داشت. به این صورت که اگر در حالت حاکمیت جابه‌جایی آزاد (عدد ریچاردسون بیشتر از یک)، $AR = 1$ در نظر گرفته شود، فقط یک گردابه ناشی از حرکتهای غوطه‌وری در محفظه به وجود می‌آید و با افزایش AR فقط تعداد این گردابه‌ها زیاد خواهد شد ولی سرعت چرخش آنها تفاوت نخواهد کرد. مثلاً در حالت مفروض AR=5 ، پنج گردابه مشابه درون محفظه به وجود خواهد آمد. در حالت حاکمیت جابه‌جایی اجباری (عدد ریچاردسون کوچکتر از یک) کل محفظه تحت تأثیر حرکت دیواره متحرک قرار می‌گیرد و فقط بسته به مقدار AR، وسعت مساحت منطقه‌ای که گردابه در آن می‌چرخد، تغییر می‌کند ولی از نظر کمیت تفاوتی نخواهد داشت. علت انتخاب AR=5 صرفاً نشان دادن شکل گردابه‌ها با وضوح بیشتر است و این انتخاب در شکل نمودارهای مقایسه‌ای و نتیجه‌گیری از آنها بی‌اثر می‌باشد.

دیواره‌های عمودی محفظه، عایق هستند. دیواره افقی پایین محفظه، داغ و دیواره بالایی سرد در نظر گرفته شده است. دیواره بالایی با گذشت زمان دارای نوسان می‌باشد. می‌خواهیم با حل عددی معادلات پیوستگی، ممنتوم و انرژی سیال، توزیع سرعت و دما و نرخ انتقال حرارت را پیش‌بینی نماییم. با تغییر فرکانس نوسان در دو حالت متفاوت، رفتار سیال درون محفظه را بررسی و مقایسه می‌نماییم و به اثر این تغییر در انتقال حرارت از محفظه پی خواهیم برد.




**شکل(۱)**: تصویر شماتیک محفظه با حرکت نوسانی در دیواره بالایی.

در کلیه بررسی‌های فوق $\Pr = 0.7$ و جریان‌های جابه‌جایی آزاد در قالب عدد گراشف $Gr = 10^4$، ثابت

1-Oztop

است و با تغییر عدد ریچاردسون در محدوده $10^{-3} \le Ri = Gr/\mathrm{Re}^2 \le 10^3$ اثردامنه سرعت دیواره بررسی می‌شود. نتایج در قالب نمودارهای خطوط جریان، خطوط همدما و نرخ انتقال حرارت موضعی و متوسط استخراج و ارائه خواهد شد. سرعت حرکت دیواره بالایی به صورت $u = u_s \cos(2\pi f t)$ در نظر گرفته می‌شود. این سرعت به صورت بدون بعد $U = u/u_s = \cos(2\pi S\tau)$ قابل تعریف است. در این رابطه $S = fH/u_s$ فرکانس نوسان بدون بعد (عدد استروهال) و $f$ فرکانس نوسان است. در این تحقیق به منظور بررسی اثر تغییر فرکانس نوسان دیواره بر رفتار سیال یک بار S=0.01 و بار دیگر S=0.001 در نظر گرفته می‌شود و در هر حالت نتایج مورد تحلیل و مقایسه قرار می‌گیرد.

در انتها، به منظور بررسی میزان قدرت جابه‌جایی آزاد در مقابل حرکت‌های اجباری با افزایش مقدار عدد گراشف $Gr = 10^4, 10^5, 10^6$، قدرت جابه‌جایی آزاد را افزایش داده، با رسم نمودارهای لازم نتایج حاصل را تحلیل خواهیم نمود.

## ۳- معادلات حاکم و روش حل

با اعمال فرض تقریب بوزینسک و با استفاده از معادلات ناویر استوکس، معادلات اساسی حاکم بر جریان سیال را می‌توان به صورت زیر تقسیم بندی کرد:

پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 , \qquad (۱)$$

ممنتوم x:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_m}{\partial x} + \upsilon\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right), \qquad (۲)$$

ممنتوم y:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_m}{\partial y} + \upsilon\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) + g\beta(T - T_0), \qquad (۳)$$

انرژی‌سیال:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right). \qquad (۴)$$

که در آنها، $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$ ضریب پخش حرارتی و $\beta$ ضریب انبساط حجمی حرارتی سیال است.

با اعمال تغییر متغیرهایی به شرح زیر، می‌توان معادلات (۱) تا (۴) را به فرم بدون بعد زیر تبدیل کرد:

مختصات بدون بعد:

$$Y = y/H , X = x/H , \qquad (۵)$$

مؤلفه‌های بدون بعد سرعت:

$$V = v/u_s \text{ و } U = u/u_s , \qquad (۶)$$

دمای بدون بعد:

$$\theta = (T - T_c)/(T_h - T_c) , \qquad (۷)$$

فشار بدون بعد:

$$P = \overline{P} / \rho u_s^2 , \qquad (۸)$$

($\overline{P} = P + \rho g h$ و $p_m = p - p_0$ فشاراصلاح شده)

زمان بدون بعد:

$$\tau = \frac{t u_s}{H} . \qquad (۹)$$

در روابط فوق، $u_s$ دامنه سرعت حرکت دیواره، $Gr = g\beta H^3 (T_h - T_c)/\nu^2$ عدد رینولدز، $\mathrm{Re} = u_s H/\nu$ عدد گراشف، $\mathrm{Pr} = \nu/\alpha$ عدد پرانتل و $Ri = Gr/\mathrm{Re}^2$ عدد ریچاردسون می‌باشد.

اکنون با جاگذاری روابط (۹-۵) در معادلات (۴-۱) معادلات حاکم به شکل بدون بعد زیر در می‌آیند:

پیوستگی:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 , \qquad (۱۰)$$

ممنتوم X:

(۱۱)

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right),$$

ممنتوم Y:

(۱۲)

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U\frac{\partial V}{\partial X} + V\frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right) + \frac{Gr}{\mathrm{Re}^2}\theta,$$

انرژی:

(۱۳)

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau}+U\,\frac{\partial \theta}{\partial X}+V\,\frac{\partial \theta}{\partial Y}=\frac{1}{\mathrm{Re\ Pr}}\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}\right).$$

در خصوص شرایط مرزی هیدرودینامیکی، روی همه دیـوارههـای سـاکن $U=0$ و $V=0$ و روی دیـواره متحرک به صورت $U=\cos(2\pi S\tau)$ و $V=0$ در نظر گرفتـه مـیشـود. در مـورد شـرایط مـرزی حرارتـی، $\partial\theta/\partial X=0$ روی دیوارههای عمودی عـایق و $\theta=0$ روی دیواره افقی سـرد و $\theta=1$ روی دیـواره افقـی گـرم تعریف میشود.

میزان نرخ انتقال حرارت روی هر یک از دیـوارههـای افقی را میتـوان در قالـب عـدد نوسـلت موضـعی روی آن دیواره به صورت ذیل تعریف کرد:

$$Nu_x=\frac{hH}{k}=\frac{[q_s''/(T_h-T_c)]H}{k}\,. \qquad (۱۴)$$

در رابطه فوق، h ضریب انتقال حرارت جابهجایی موضـعی و k ضریب هدایت گرمایی میباشد. از طرفی نـرخ انتقـال حرارت روی دیواه بالایی از قانون فوریه عبارت است از:

$$q_s''=-k\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=H}\,. \qquad (۱۵)$$

با جاگذاری رابطه (۱۵) در (۱۴) و بـا توجـه بـه ایـنکـه: $\partial Y=\frac{1}{H}(\partial y)$ و $\partial\theta=\frac{1}{T_h-T_c}(\partial T)$ مـیتـوان رابطه نوسلت موضعی روی دیواره بالایی را به صـورت زیـر بیان نمود:

(۱۶)

$$Nu_x=-H\frac{1}{T_h-T_c}\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=H}=-H\frac{\partial\theta}{\partial y}\Big|_{y=H}=-\frac{\partial\theta}{\partial Y}\Big|_{Y=1}.$$

با انتگرالگیری از رابطه فوق روی سطح، نوسلت متوسـط، $Nu_m$ بصورت زیر به دست میآید:

(۱۷)

$$Nu_m=\frac{1}{1\times L}\int_0^L Nu_x dx=\frac{1}{AR}\int_0^{AR}\left(-\frac{\partial\theta}{\partial Y}\right)_{Y=1}dX.$$

به منظور ایجاد رابطهای بین خطـوط جریـان و پایـستاری جرم، تابع جریان را به فرم زیر معرفی میکنیم. از ایـن رو در هر حالت، گردابههای ناشـی از تـابع جریـان را پـس از محاسبه مؤلفههای سرعت (با توجه به روابط زیر) می توان رسم کرد:

$$u=\frac{\partial\psi}{\partial y},v=-\frac{\partial\psi}{\partial x}\,. \qquad (۱۸)$$

با رسم خطوط جریان $\psi$ میتوان به نحـوه حرکـت سیال در داخل محفظه پی برد. به منظور بررسی دقیقتـر مقدار عددی این کمیـت و توانـایی جهـت مقایـسه آن در حالتهای متفاوت، پارامتری به عنوان تابع جریان بیـشینه معرفی میشود که بیانکننده بیشینه مقدار قدر مطلق $\psi$ میباشد و میتوان بـا رسـم آن روی نمـودار در حالتهـای متفاوت، به میزان شدت حرکتهای هیدرودینامیکی سیال در درون محفظه در هر حالت پی برد.

برای حـل عـددی معـادلات (۱۰) تـا (۱۳)، از روش عددی اختلاف محـدود مبتنـی بـر حجـم معیـار در یـک شبکهبنـدی متحـول و غیریکنواخـت و الگـوریتم سـیمپل استفاده شده است. برای اجرای الگوریتم فوق نیز برنامهای به زبان فرترن تهیه شده است که معادلات در ایـن برنامـه با استفاده از روش تکرار خط به خط حل شدهاند.

برای انتخاب شبکه مناسب حل، ابتدا با توجه به ابعاد محفظه (AR=5) بررسی روی اثر تعـداد نقـاط شـبکه در پارامترهای جریان انجام گرفت. با توجه به اینکـه در یـک حالت مشخص اعداد نوسلت متوسط و بیشینه تابع جریان به دست آمده با شـبکه $28\times140$ و شـبکه $24\times120$ اختلافی کمتر از 0.7 درصد داشتند که قابل چشم پوشـی است، شبکه غیر یکنواخت $24\times120$ دارای خطای قابـل قبولی جهت اجراهای برنامه شناخته شد.

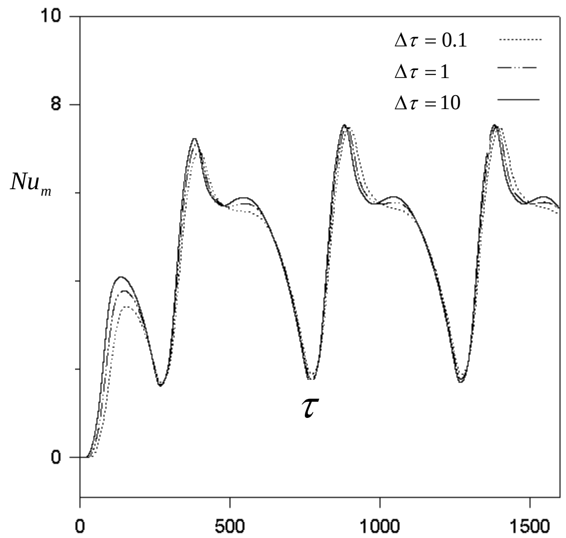
همان طور که پیشتر گفته شد چون حرکت نوسانی دیواره فوقانی وابسته به زمان است، بایستی مسأله به صورت غیردائم حل شود. به همین دلیل باید یک گام زمانی مناسب برای تحلیل مسأله در نظر گرفت. برای انتخاب گام زمانی مناسب $\Delta\tau$، مقدار نوسلت متوسط محفظه روی دیواره بالایی را با گذشت زمان $\tau$ به ازای چند گام زمانی مختلف در Ri=0.001 و S=0.001 در شکل **۲** رسم نموده‌ایم. در این شکل دیده شد که اختلاف بین نمودارهای ترسیم شده بسیار کم می‌باشد.

همچنین، به علت اینکه حساسیت مقدار نوسلت متوسط به تغییر متغیرهای موجود در میدان جریان زیاد نیست، به منظور بررسی استقلال جواب از گام زمانی، مقدار دما در یک نقطه نزدیک به گوشه سمت چپ و پایین محفظه با گذشت زمان به ازای چند گام زمانی متفاوت، در شکل **۳** رسم شده است. در اینجا نیز اختلاف بسیار کمی بین نتایج وجود دارد. بنابراین می‌توان گام زمانی $\Delta\tau = 1$ را انتخاب نمود.

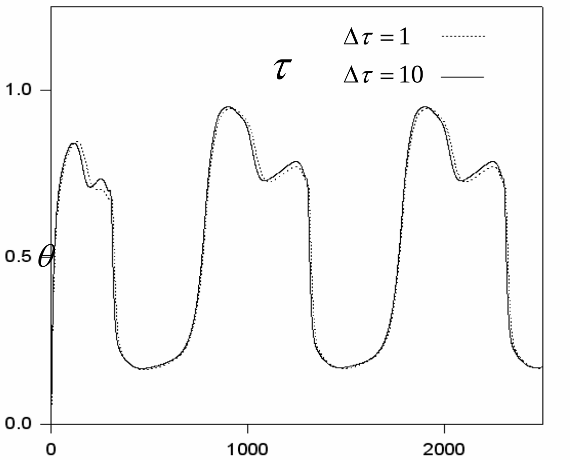
## ۴- نتایج

برای بررسی عملکرد کد کامپیوتری مقایسه‌ای با کار انجام شده توسط اوزتوپ در مرجع [۱۱] صورت گرفته است. شکل **۴** نمونه‌ای از این مقایسه را نشان می دهد که در آن مقدار نوسلت متوسط به ازای اعداد متفاوت ریچاردسون آورده شده است. در این مقاله محفظه‌ای مربعی با دیواره‌های افقی عایق و دیواره‌های عمودی که در دو دمای متفاوت قرار دارند، درنظر گرفته شده است. دیواره سرد سمت چپ به بالا و دیواره گرم سمت راست به طرف پایین می لغزد.

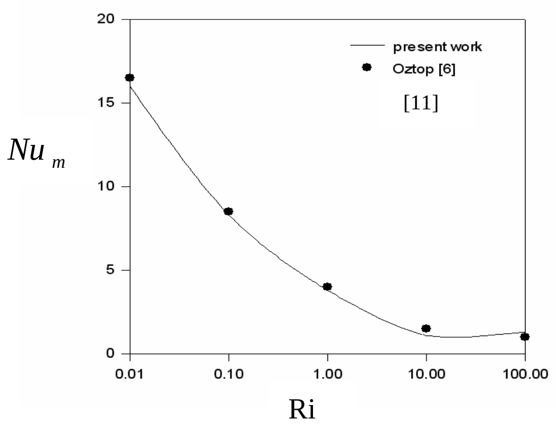
البته واضح است که شرایط مرزی و فیزیکی در مرجع [۱۱] با آنچه در این مقاله قصد بررسی آن را داریم متفاوت است. بنابراین لازم به ذکر است که در این قسمت هدف بررسی صحت عملکرد کد کامپیوتری تهیه شده بوده است. به این ترتیب که در کد نوشته شده مذکور شرایط مرزی و شکل محفظه مطابق با آنچه در مرجع [۱۱] انجام شده است ، قرار داده شد و مشاهده گردید که نتایج حاصل با آنچه در مرجع [۱۱] آورده شده است تفاوت بسیار کمی دارد. بنابراین می توان از این مقایسه به صحت کد نوشته شده پی برد. در ادامه به منظور بررسی مسأله مفروض این مقاله، با تغییر در شکل و شرایط مرزی و نحوه حرکت دیواره متحرک در کد کامپیوتری (که اکنون صحت آن را می دانیم) اجراهای مربوط به این مقاله گرفته و نتیجه گیری خواهد شد.




**شکل(۲)**: نوسلت متوسط محفظه روی دیواره بالایی با گذشت زمان در چند گام زمانی متفاوت در Ri=0.001 و S=0.001.




**شکل(۳)**: دما در نقطه‌ای نزدیک به گوشه سمت چپ و پایین محفظه با گذشت زمان در چند گام زمانی متفاوت در Ri=0.001 و S=0.001.



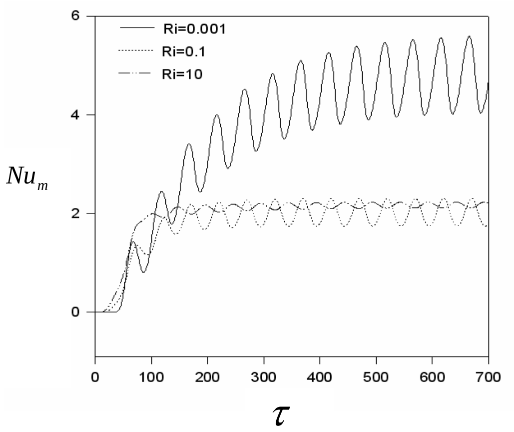

**شکل(۴)**: کنترل عملکرد برنامه از طریق مقایسه با نتایج دیگران برای جابه‌جایی توأم در محفظه با سطوح عمودی متحرک.

پس از اطمینان از عملکرد برنامه اجراهای مختلف انجام گرفت. شایان ذکر است که با توجه به ثابت بودن عدد گراشف، افزایش عدد ریچاردسون به معنی کاهش عدد رینولدز و در نتیجه تضعیف جریانهای جابه‌جایی اجباری در سیال است، عکس این مطلب نیز صادق می باشد.

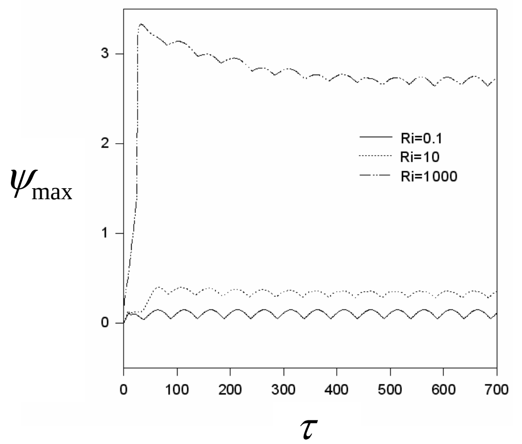
### حالت اول: S=0.01

در این حالت با گذشت زمان رفتار سیال از حالت گذرا عبور کرده و به یک حالت پریودیک دائمی می رسد. در شکل ۵ تغییرات نوسلت متوسط روی دیواره سرد بالایی با زمان در مقادیر متفاوت ریچاردسون آورده شده است. دیده می‌شود که به علت نوسان دیواره فوقانی، مقدار نوسلت متوسط همواره دارای نوسان است. در Ri=10 دامنه نوسان کمیت مذکور بسیار کم است و با کاهش Ri دامنه این نوسانات افزایش می یابد؛ به طوری که در Ri=0.001 علاوه بر افزایش محسوس مقدار نوسلت متوسط (به دلیل تقویت حرکت‌های اجباری)، دامنه نوسانات نیز بسیار افزایش می‌یابد. بنابراین مشخص می‌شود که با کاهش Ri و تقویت اثر نوسان دیواره، علاوه بر افزایش نرخ انتقال حرارت متوسط از محفظه، دامنه نوسان نرخ انتقال حرارت نیز زیاد می‌شود. همچنین، دیده می‌شود که در Ri=0.001 طی شدن حالت گذرا به زمان بیشتری نسبت به حالت Ri=10,0.1 نیاز دارد. بنابراین افزایش قدرت حرکت‌های اجباری در سیال، زمان سپری شدن حالت گذرا را نیز افزایش می‌دهد. علت این امر سرعت بیشتر دیواره در اعداد ریچاردسون پایین‌تر است.

در شکل ۶ تغییرات تابع جریان بیشینه با زمان در مقادیر متفاوت ریچارسون رسم شده است.مفهوم تابع جریان بیشینه در توضیحات معادله (۱۸) گفته شده است.




**شکل(۵)**: تغییرات نوسلت متوسط روی دیواره سرد با زمان در مقادیر متفاوت ریچاردسون در S=0.01.



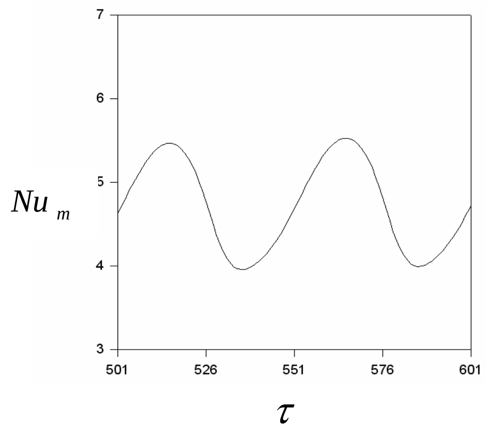

**شکل(۶)**: تغییرات تابع جریان بیشینه با گذشت زمان در مقادیر متفاوت ریچاردسون در S=0.01.

پیشتر گفته شد که پس از طی یک حالت گذرا به یک حالت پریودیک دائمی می‌رسیم، همان طور که در

شکل ۶ دیده می‌شود، در مقادیر زیاد Ri زمان مـورد نیـاز حالت گذرا بسیار بیشتر از زمان مورد نیاز حالـت گـذرا در مقادیر کم Ri خواهد بود. همچنین بـا افـزایش Ri مقـدار تابع جریان بیشینه نیز به طور محـسوسی زیـاد مـی‌شـود. نکته جالبی که در این شکل دیده می‌شود این است که بـا تغییر عدد Ri دامنـه و دوره تنـاوب نوسـان تـابع جریـان بیشینه تفاوت زیادی نمی‌کند.

در شکل **۷** تغییرات نوسلت متوسط روی دیواره سرد در Ri=0.001 در حالت پریودیک دائـم بـرای یـک دوره زمانی رسم شده اسـت. دیـده مـی‌شـود کـه در یـک دوره زمانی، نوسلت متوسط دو نوسان کامل انجام می‌دهد. ایـن امر به این علت است که در یـک دوره زمـانی، مؤلفـه‌هـای سرعت یک نوسان کامل انجـام مـی‌دهنـد و بـه ازای یـک نوسان کامل مؤلفه‌های سرعت، نوسلت متوسط دو نوسـان کامل انجام می‌دهد.

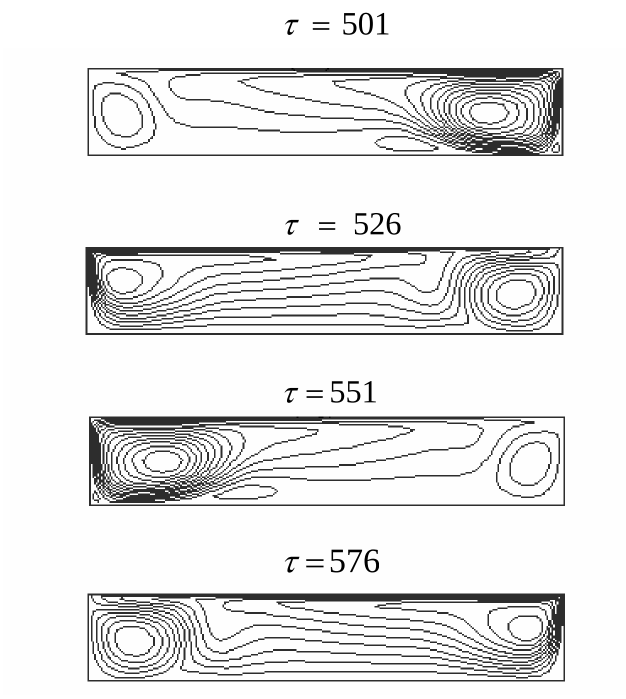
در شکل **۸** گردابه‌های ناشـی از خطـوط جریـان در حالـت پریودیـک دائـم در فواصـل مشخـصی از یـک دوره تناوب در Ri=0.001 ترسیم شـده اسـت. در $\tau = 501$ گردابه‌ای قوی در سـمت راسـت محفظـه تـشکیل شـده و قسمت اعظم محفظه را تحـت پوشـش قـرار مـی‌دهـد. در همین حین گردابه دیگری در سمت چپ محفظه در حـال تشکیل است. با گذشت زمان قدرت گردابه مذکور تقویـت شده تـا ایـن کـه سـرانجام در $\tau = 526$ بـه جـز ناحیـه کوچکی در قسمت راست محفظه، بقیه نواحی، تحت تأثیر گردابه سمت چپ قرار می‌گیرد.




**شکل (۷)**: تغییرات نوسلت متوسط روی دیواره سرد در Ri=0.001 و S=0.01 در حالت پریودیک دائم برای یک پریود زمانی.

با گذشت زمان به علت نوسـان پریودیـک دیـواره، شـرایط محفظـه دقیقـاً معکـوس مـی‌شـود. بـدین ترتیـب کـه در $\tau = 551$ گردابه قوی، در سمت چپ دیـده مـی‌شـود (دقیقاً برعکس حالت $\tau = 501$) و در حالـت $\tau = 576$ گردابه غالب و قوی در سمت راست محفظه تشکیل شده و قسمت‌های اعظم محفظه را در بر می‌گیرد. رفتـار فـوق در نوسان‌های بعدی عیناً تکرار می‌شود.

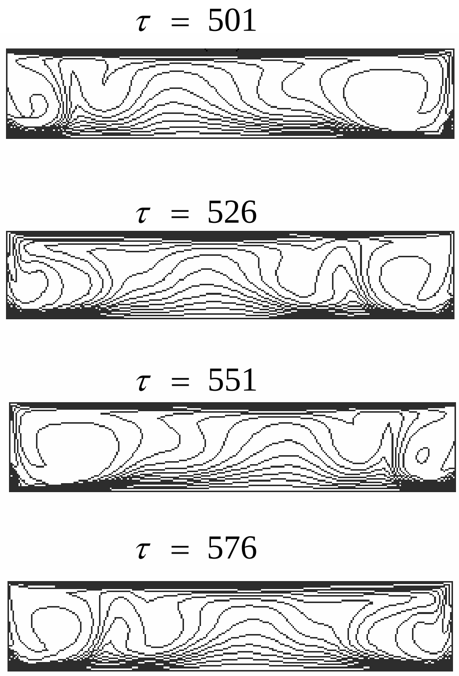
اگر گردابه‌هـای ناشـی از خطـوط جریـان در حالـت پریودیک دائم در فواصل مشخصی از یـک دوره تنـاوب در Ri=10 را نیـز رسـم کنـیم، بـه علـت قـدرت بیـشتر حرکـت‌هـای غوطـه‌وری در ایـن حالـت و کوچـک شـدن سرعت دیواره، تغییـرات زیـادی در خطـوط جریـان دیـده نمی‌شود و قسمت اعظم محفظه تحت تأثیر چندین گردابه مجزا قرار می‌گیرد که در فواصل مـشخص از دوره تنـاوب، فقط محل این گردابه‌هـا بـا یکـدیگر تعـویض مـی‌شـود و تفاوت دیگـری نخواهـد داشـت. لـذا از آوردن شـکل ایـن گردابه‌ها صرف‌نظر شده است.




**شکل (۸)**: خطوط جریان در Ri=0.001 در زمان‌های متفاوت از یک پریود در حالت پریودیک دائم در S=0.01.

نشریه مکانیک و هوا فضا، جلد۳، شماره ۳، آذر ماه ۱۳۸۶

در شکل **۹** خطوط همدما در حالت پریودیک دائم در زمانهای قبلی در $Ri=0.001$ ترسیم شده است.




**شکل (۹)**: خطوط همدما در حالت پریودیک دائم در فواصل مشخصی از یک دوره تناوب در $Ri=0.001$ و $S=0.01$.

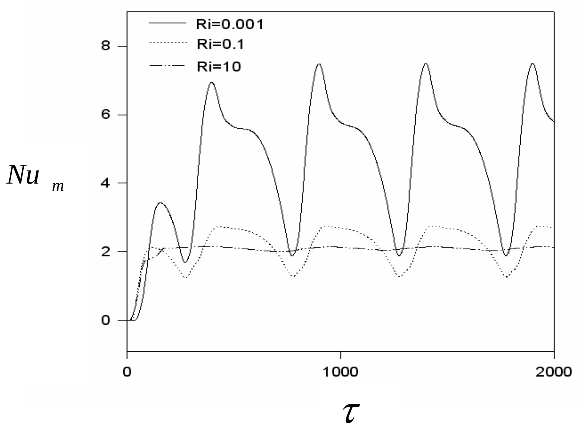
در این شکل دیده می‌شود که در $\tau = 501$ در دو طرف چپ و راست محفظه، خطوط همدما تغییرات زیادی داشته و شکل نامشخصی را به وجود می‌آورند. در قسمت‌های میانی و نزدیک به وجه بدون حرکت پایین، خطوط همدما تقریباً به حالت افقی هستند و هر چه به دیواره بالایی نزدیک شویم تغییراتی در این خطوط دیده می‌شود. با گذشت زمان در $\tau = 526$ تغییرات در خطوط همدما اندکی افزایش می یابد و در مضارب بیشتر دوره تناوب فقط جهت این تغییرات معکوس می‌شود.

### حالت دوم: $S=0.001$

در این قسمت نیز محفظه‌ای مطابق حالت قبل (شکل **۱**) در نظر گرفته می‌شود. به منظور بررسی اثر تغییر فرکانس نوسان، در این حالت $S=0.001$ در نظر گرفته می‌شود.

در شکل **۱۰** تغییرات نوسلت متوسط روی دیواره سرد با زمان در مقادیر متفاوت ریچاردسون آورده شده است. در این شکل دیده می‌شود که در $Ri=10$ مقدار دامنه نوسان نوسلت متوسط بسیار کم است. به این ترتیب که کمیت مذکور با گذشت زمان افزایش می‌یابد تا این که پس از طی حالت گذرا به سمت مقدار تقریباً ثابتی میل کرده، تغییر محسوسی نمی‌کند.

در $Ri=0.1$ زمان مورد نیاز برای طی شدن حالت گذرا افزایش یافته و پس از رسیدن به حالت پریودیک دائم، حالت نوسانی در رفتار نمودار کاملاً مشخص است. اگر باز هم $Ri$ را کاهش دهیم دامنه نوسانات و زمان حالت گذرا به شدت افزایش می‌یابد. در این حالت می‌توان گفت نرخ انتقال حرارت متوسط از محفظه به طور محسوسی زیاد می‌شود. همانطور که در شکل مشخص است با تغییر $Ri$ دوره تناوب نوسانات تفاوتی نمی‌کند.

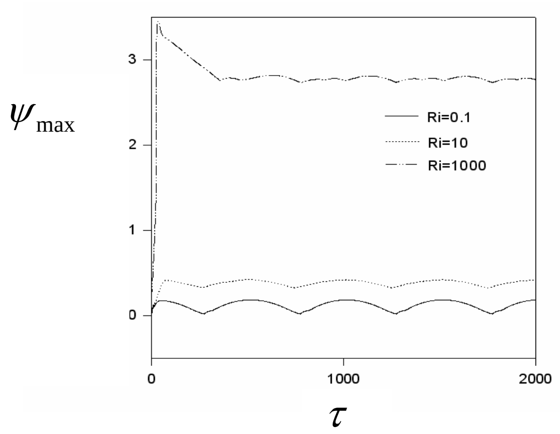



**شکل (۱۰)**: تغییرات نوسلت متوسط روی دیواره سرد بالایی با زمان در مقادیر متفاوت ریچاردسون در $S=0.001$.

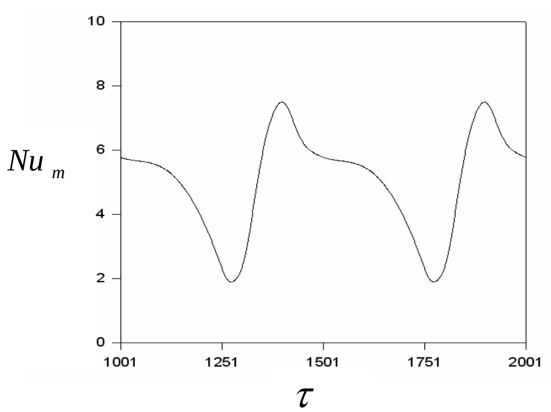
در شکل **۱۱** تغییرات تابع جریان بیشینه با گذشت زمان در مقادیر متفاوت ریچاردسون رسم شده است. در $Ri=0.1$ دامنه نوسانات کم است و با افزایش ریچاردسون در $Ri=1000$ دیده می‌شود که به علت تشکیل گردابه‌های مجزا در این حالت در سیال، مقدار تابع جریان بیشینه به شدت زیاد می‌شود. در این حالت دامنه و دوره تناوب نوسانات کمیت مذکور تفاوت محسوسی نمی‌کند.

در شکل **۱۲** تغییرات نوسلت متوسط روی دیواره سرد در $Ri=0.001$ در حالت پریودیک دائم برای یک

دوره زمانی رسم شده است. در اینجا نیز دیده می‌شود که در یک دوره زمانی، نوسلت متوسط دو نوسان کامل انجام می‌دهد.

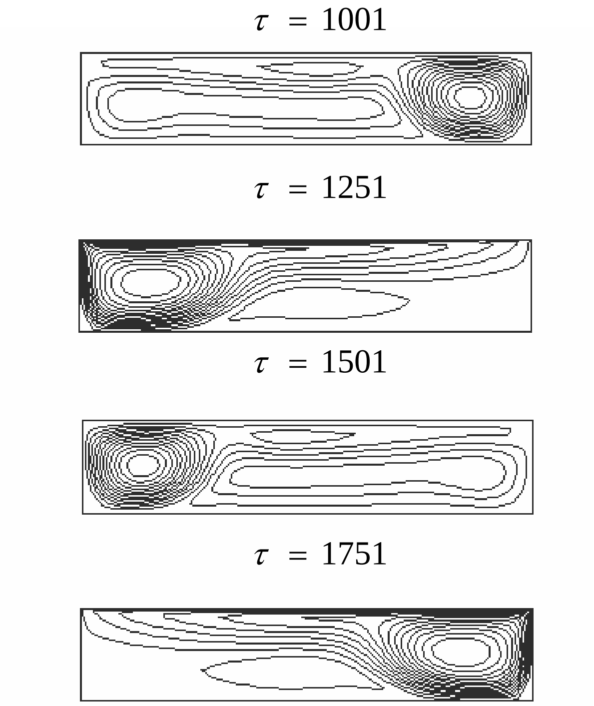



**شکل (۱۱)**: تغییرات تابع جریان بیشینه با گذشت زمان در مقادیر متفاوت ریچارسون در S=0.001.



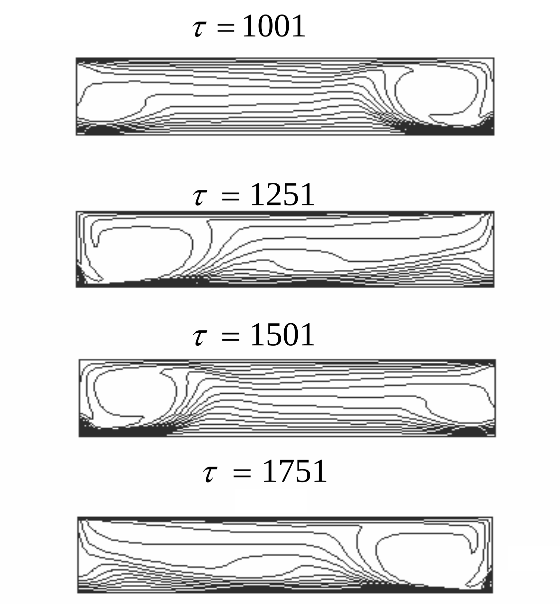

**شکل (۱۲)**: تغییرات نوسلت متوسط روی دیواره سرد در Ri=0.001 و S=0.001
(در حالت پریودیک دائم برای یک پریود زمانی).

در شکل **۱۳** گردابه‌های ناشی از خطوط جریان در حالت پریودیک دائم در فواصل مشخصی از یک دوره تناوب در Ri=0.001 ترسیم شده است. در شکل **۱۳** دیده می‌شود که در $\tau = 1001$ یک گردابه قوی در سمت راست محفظه تشکیل می‌شود که اثر این گردابه در قسمت‌های مجاور دیواره بالایی نیز دیده می‌شود. اما بیشتر سطح محفظه، تحت تأثیر گردابه بزرگتری در سمت چپ قرار دارد. تراکم خطوط این گردابه نیز بسیار کمتر است. در $\tau=1251$ قدرت و تراکم خطوط گردابه سمت چپ تقویت شده و تقریباً کل محفظه را پوشش می‌دهد. با گذشت زمان در $\tau=1501$ شرایط مجدداً شبیه به حالت $\tau=1001$ می‌شود، ولی با توجه به حالت نوسانی پریودیکی که وجود دارد این دو حالت دقیقاً نسبت به محور Y متقارن هستند. در $\tau = 1751$ نیز شرایط نسبت به حالت $\tau=1251$ همین وضع را دارد.




**شکل (۱۳)**: خطوط جریان در حالت پریودیک دائم در فواصل مشخصی از یک دوره تناوب در Ri=0.001 در S=0.001.

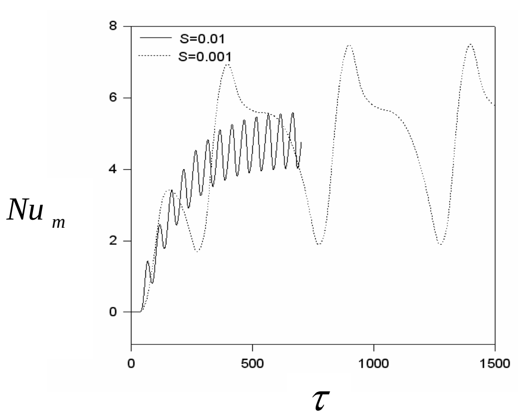
خطوط همدمای حالت فوق در شکل **۱۴** رسم شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که در $\tau=1001$ خطوط همدما در قسمت‌های مرکزی کاملاً افقی است و تنها در دو قسمت چپ و راست محفظه این خطوط دچار انحناهایی می‌شود. در $\tau = 1251$ خطوط همدما در قسمتهای مرکزی نیز از حالت افقی خارج می‌شوند. در $\tau = 1501$ و $\tau=1751$ شرایط برعکس حالت $\tau=1001$ و $\tau=1251$ می‌شود.




**شکل (۱۴)**: خطوط همدما در حالت پریودیک دائم در فواصل مشخصی از یک دوره تناوب در Ri=0.001 و S=0.001.

### مقایسه حالتهای S=0.01 و S=0.001:

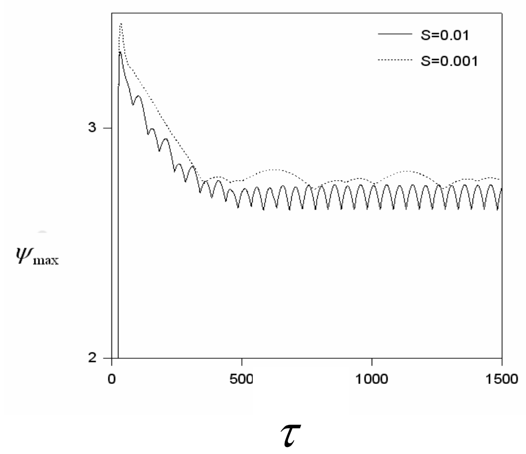
در شکل **۱۵** مقدار نوسلت متوسط دیواره سرد در دو حالت مفروض فوق به ازای Ri=0.001 مقایسه شده است.




**شکل (۱۵)**: مقدار نوسلت متوسط دیواره سرد در دو حالت متفاوت فرکانس نوسان در Ri=0.001.

در حالتی کـه عـدد ریچاردسـون زیـاد باشـد، مقـدار نوسـلت متوسـط در دو حالـت S=0.01 و S=0.001 تفاوت زیادی نخواهد داشت. از ایـن رو در شـکل **۱۵**، ایـن کمیت در مقادیر کم Ri مقایسه شـده اسـت. در نمـودار مربوط به S=0.01، دامنه و دوره تنـاوب نوسـانات بـسیار کمتر از نمودار S=0.001 مـی‌باشـد. بنـابراین، مـی‌تـوان نتیجه گرفت که با کاهش فرکانس نوسان در مـواردی کـه ریچاردسون کم باشد، دامنه و دوره تناوب نوسانات افزایش می‌یابد.

در شکل **۱۶** مقدار تابع جریان بیـشینه در دو حالـت مفروض فوق، به ازای Ri=1000 مقایسه شده است.




**شکل (۱۶)**: مقدار تابع جریان بیشینه در دو حالت متفاوت فرکانس نوسان در Ri=1000.

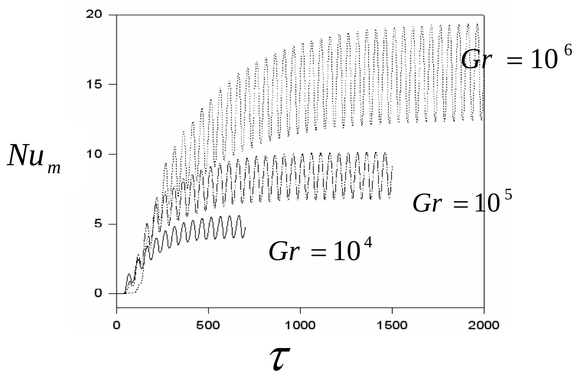
مقـدار تـابع جریـان بیـشینه در مـواردی کـه عـدد ریچاردسون کم باشد با تغییر S تفاوت زیادی نمی‌کنـد. از این رو در شکل **۱۶** مقایـسه در حالـت Ri=1000 انجـام شده است. در این شکل نیز دیده می‌شـود کـه بـا کـاهش فرکانس نوسان، دوره تناوب نوسانات زیاد می‌شود و دامنـه نوسانات کاهش می‌یابد.

### بررسی اثر میزان قدرت جابه‌جایی آزاد:

در این قسمت شدت جابـه‌جـایی آزاد را بـا افـزایش عـدد گراشف، زیاد کرده و اثر این تغییر را بر رفتار سیال بررسی می‌نماییم. در ایـن قـسمت فرکـانس نوسـان بـدون بعـد، همواره به صورت $S = 0.01$ خواهد بود.

در شکل **۱۷** مقدار نوسلت متوسط روی دیواره بالایی به ازای $Ri = 0.001$ ترسیم شده است.

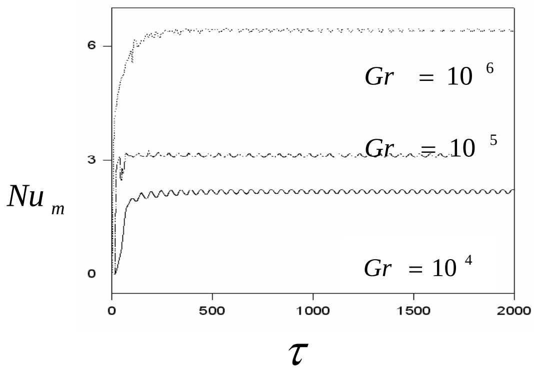
همان گونه که در ایـن شـکل دیـده مـی‌شـود بـا افـزایش عدد گراشف، متوسط نرخ انتقال حرارت از محفظه افزایش




**شکل (۱۷)**: مقدار نوسلت متوسط روی دیواره بالایی به ازای $Ri = 0.001$ و $S = 0.01$.

می‌یابد که این امر به علت افزایش قدرت حرکتهای غوطه‌وری اتفاق می‌افتد. نکته مهم این است که در حالت مفروض فوق عدد ریچاردسون به صورت $Ri = 0.001$ می‌باشد که این به معنی حاکمیت مطلق جابه‌جایی اجباری درون محفظه است، با وجود این، تقویت جابه‌جایی آزاد در این حالت منجر به افزایش انتقال حرارت خواهد شد.

در شکل ۱۸ مقدار نوسلت متوسط روی دیواره بالایی به ازای $Ri = 10$ ترسیم شده است. در این جا نیز با افزایش عدد گراشف، نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد که این افزایش در این حالت با شدت بسیار بیشتری انجام می‌شود، این امر به دلیل قدرت بیشتر حرکت‌های غوطه‌وری نسبت به حرکت‌های اجباری در این حالت است. بنابراین در صورتی که امکان افزایش عدد گراشف را




**شکل (۱۸)**: مقدار نوسلت متوسط روی دیواره بالایی به ازای $Ri = 10$ و $S = 0.01$.

داشته باشیم، به منظور افزایش نرخ انتقال حرارت از محفظه بهتر است در مواردی که ریچاردسون بیشتر از یک باشد، عدد گراشف را زیاد کنیم.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله انتقال حرارت جابجائی توأم در محفظه‌ای با دیواره متحرک نوسانی مورد بررسی قرار گرفته است. دیواره‌های عمودی عایق و دیواره‌های افقی دما ثابت فرض شده‌است. جمع‌بندی مطالعات انجام گرفته در این مقاله بصورت زیر است:

۱) با کاهش عدد ریچاردسون، دامنه نوسانات نرخ انتقال حرارت متوسط محفظه افزایش می‌یابد. این افزایش در مواقعی که جابجائی اجباری قدرت زیادی داشته باشد (Ri<1)، چشمگیرتر است،

۲) با کاهش عدد ریچاردسون، طی شدن زمان حالت گذرای کمیت نرخ انتقال حرارت از محفظه و رسیدن به حالت پریودیک دائم بیشتر می‌شود. این در حالی است که در خصوص تابع جریان بیشینه، با افزایش Ri زمان حالت گذرا زیاد خواهد شد،

۳) در حالتی که عدد ریچاردسون زیاد باشد، مقدار نوسلت متوسط با تغییر فرکانس نوسان تفاوت زیادی نخواهد داشت. ولی، در خصوص تابع جریان بیشینه در اعداد ریچاردسون کم، تغییر فرکانس نوسان تغییر خاصی ایجاد نمی‌کند،

۴) با کاهش فرکانس نوسان، در مواردی که عدد ریچاردسون کم باشد، دامنه و پریود نوسانات نرخ انتقال حرارت از محفظه افزایش می‌یابد،

۵) در اعداد ریچاردسون زیاد، با کاهش فرکانس نوسان دیواره پریود نوسانات تابع جریان بیشینه زیاد خواهد شد و

۶) در حالتی که عدد ریچاردسون از یک بیشتر باشد، با افزایش عدد گراشف می‌توان نرخ انتقال حرارت را با شدت زیادی افزایش داد، ولی در اعداد ریچاردسون کمتر از یک، با افزایش عدد گراشف افزایش انتقال حرارت از محفظه با شدتی کم و افزایش دامنه نوسانات با شدتی زیاد انجام خواهد شد.

## مراجع


1. Nakamura, H. and Asoko, Y. "Heat Transfer by Free Convection Between Two Parallel Flat Plates", J. Num. Heat Transfer, Vol. 5, No. 1, pp. 39-58, 1982.
2. Davis, G. "Numerical Convection of Air in a Square Cavity: A Bench Mark Num. Solution", Int. J. Num. Methods in Fluids, Vol. 3, No. 2, pp. 249-264, 1983.
3. Leonardi, E., Kowalewski, T., Timchenko, V., and Davis, G. "Effects of Finite Wall Conductivity on Flow Structures Natural Convection", Int. J. Heat Transfer, Vol. 4, No. 1, pp. 1-6, 1994.
4. Costa, V.A.F., Oliveira, M.S.A., and Sousa, A.C.M. "Control of Laminar Natural Convection in Differentially Heated Square Enclosures, Using Solid Inserts at the Corners", Int. J. Heat and Mass Transfer ,Vol. 46, No. 3, pp. 3529-3537, 2003.
5. Sarris, I.E., Lekakis, I., and Vlachos, N.S. "Natural Convection in a 2-D Enclosure with Sinusoidal Upper Wall Temperature", Int. J. Num. Heat Transfer, Part A, Vol. 42, No. 1, pp. 513-530, 2002.
6. Corcione, M. "Effect of the Thermal Boundary Conditions at the Sidewalls upon Natural Convection in Rectangular Enclosures Heated from Below and Cooled from Above", Int. J. Thermal Sciences, Vol. 42, No. 1, pp. 199-208, 2003.
7. Sarris, I.E., Lekakis, I., and Vlachos, N.S. "Natural Convection in Rectangular Tanks Heated Locally from Below", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 47, No. 4, pp. 3549-3563, 2004.
8. Braz, J. "Numerical Study on Mixed Convection in a Horizontal Flow Past a Square Porous Cavity, Using UNIFAES Scheme", J. Brazilian Society of Mechanical Sciences, Vol. 22, No. 4, 2000.
9. Safi, M. and Loc, T. "Development of Thermal Stratification in a 2-D Cavity: A Numerical Study", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 37, No. 14, pp. 2017-2024, 1994.
10. Sert, C. and Beskok, A. "Numerical Simulation of Reciprocating Flow-Forced Convection in 2-Dim. Channels", Int. J. Heat Transfer, Vol. 125, No. 1, pp. 403-412, 2003.
11. Oztop, H.F. and Dagtekin, I. "Mixed Convection in Two-sided Lid-driven Differentially Heated Square Cavity", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 47, No. 2, pp. 1761-1769, 2004.