

شبیه سازی عددی جریان‌های آشفته مافوق صوت حول اجسام متقارن با استفاده از یک شبکه چند بلوکی و ترکیب معادلات PNS و TLNS

محمد طیبی رهنی^۲

دانشکده مهندسی هوافضا
دانشگاه صنعتی شریف

محمد رضا حیدری^۱

مرکز آموزشی و تحقیقاتی فضایی
مجتمع دانشگاهی هوافضا
دانشگاه صنعتی مالک اشتر

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۵/۱۱/۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۶/۱۲/۱۵)

چکیده

برنامه تولید شبکه با سازمان چند بلوکی MBLNS برای شبیه‌سازی جریان پایای فراصوتی آشفته حول اجسام مدور (به انضمام ناحیه پشت) تدوین شده است [۱]. در این مقاله، این برنامه با الحاق روش استفاده مرکب از حل معادلات لایه‌نازک و سهموی ناویر-استوکس توسعه یافته است. شبکه مرزی بین بلوک‌ها از نوع وصله‌ای انطباقی است. حل عددی معادلات به روش ضمنی تفاضل محدود و مرکزی بیم-وارمینگ صورت گرفته و آشفتگی جریان با استفاده از مدل جبری دولایه‌ای بالدوین-لومکس مدل‌سازی شده است. الگوریتم حل جامع میدان جریان ساده و روان و سریع است. جریان در بلوک اول (بالادست دماغه) با استفاده از معادلات TLNS و سپس در بلوک مستقر در ناحیه طویل بدنه با حل معادلات PNS و در سایر بلوک‌های انتهایی بدنه تا پشت جسم مجدداً با حل معادلات TLNS به طور مکرر جاروب می‌شود. نتایج و سرعت محاسبات نرم‌افزار جدید (MBPTLNS) با سایر نتایج عددی و نیز با آزمایش‌های تجربی مقایسه شده که نشانگر دقت و سرعت مطلوب است.

کلید واژه‌ها: شبکه با سازمان، شبکه چندبلوکی، جریان پشت، جریان مافوق صوت آشفته، معادلات لایه‌نازک ناویر-استوکس (TLNS)، معادلات سهموی ناویر-استوکس (PNS)

Computational Simulation of Turbulent Supersonic Flows around Axisymmetric Bodies Using a PNS/TLNS Multi-block Approach

M.R. Heidari

Space Training and Research Center
School of Aerospace Eng.,
Malek-Ashtar Univ. of Tech.

M. Taeibi-Rahni

Aerospace Eng. Dep't., Sharif Univ. of Tech.

ABSTRACT

In this work, turbulent supersonic flows over axisymmetric bodies, including the base, are investigated, using multi-block grid to solve the Navier-Stokes equations. Patched method has been used near the interfaces. Our numerical scheme was implicit Beam-Warming central differencing, while Baldwin-Lomax turbulence modeling was used to close the Reynolds averaged Navier-Stokes equations. In order to take advantage of structured grids, multi-block grid has been used widely in the past for complex geometries. On the other hand, different parts of such flow may require different forms of the governing equations. For supersonic flows over missile geometries, the thin layer Navier-Stokes equations (TLNS) are usually used. But, the easiest and the fastest approach would be the use of parabolized Navier-Stokes equations (PNS) everywhere. Note, for regions such as the missile's blunt nose, near fins, and the base flow, we do not have to use the PNS equations. Therefore, this leads to the use of both TLNS and PNS equations with multi-block solution approaches. The results of this new version of our code (MBPTLNS), which is an extension of our original code (MBLNS) [1], were compared with both computational and experimental benchmark data and showed close agreements.

Key Words: Structured Multi-block Grid, Base Flow, Supersonic Turbulent Flow, Thin-layer Navier-Stokes (TLNS) Equations, Parabolized Navier-Stokes (PNS) Equations

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): mrezahaidari@yahoo.com

۲- دانشیار taeibi@sharif.edu

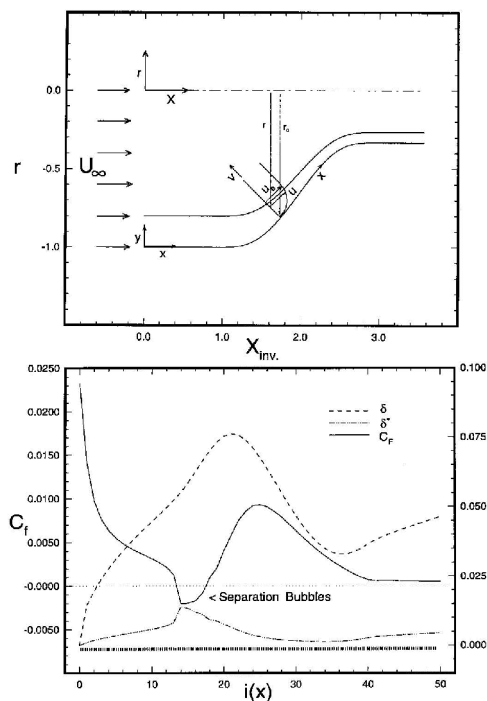
۱- مقدمه

برای شبیه‌سازی یک جریان آیرودینامیکی، ابتدا ویژگی‌های طبیعی جریان مورد مطالعه و شناسایی قرار می‌گیرد. سپس حتی‌الامکان ساده‌ترین و سریع‌ترین نوع معادلات حاکم و روش‌های عددی برای شبیه‌سازی مناسب جریان با دقتی مطلوب به کار گرفته می‌شود. انتخاب نوع مدل‌سازی، شدیداً به طبیعت جریان و هندسه جسم و نوع شبکه‌بندی و سایر محدودیت‌ها نظیر حافظه رایانه بستگی دارد. حتی اگر تمام این موارد مشخص شود، به دلیل تفاوت‌های فیزیک جریان در نواحی مختلف میدان، بهترین روش عددی و معادلات حاکم برای تمام قسمت‌های میدان یکسان نخواهد بود. بنابراین با تفکیک میدان به نواحی مختلف با پدیده‌ها و ویژگی‌های متفاوت می‌توان از روش‌های متناسب برای حل هر ناحیه به طور جداگانه استفاده نمود. این کار مستلزم ترکیب مناسب روش‌های حل و تعریف دقیق روابط و تبادل کم خطای اطلاعات از مرزهای بین نواحی مختلف با روش‌های حل متفاوت است.

شبیه‌سازی یک جریان جدا شده پایای لزج تراکم‌پذیر مادون صوت یا تحت صوت روی یک هواپیما (یا یک ایرفویل)، نیازمند حل معادلات کامل ناویر-استوکس روی تمام دامنه محاسباتی است حتی اگر تنها بخش خیلی کوچکی از جریان احتیاج واقعی به این سطح از مدل‌سازی داشته باشد. با وجود پیشرفت‌های اخیر در زمینه‌های مدل‌سازی جریان، روش‌های عددی، تولید شبکه و توانمندی‌های رایانه، هنوز انجام این گونه محاسبات مستلزم صرف وقت بسیار زیاد است. اساس ایده روش ناحیه‌ای^۱ عبارت از سازگار کردن و وفق دادن مدل‌سازی ریاضی با شرایط و ویژگی‌های محلی جریان است. این ایده روشی را برای تجزیه دامنه بازگو می‌کند که شامل کاستن یک مسئله روی دامنه D به مجموعه‌ای زیر مسئله مستقل روی زیردامنه‌های D_i است [۲]. سپس روش ناحیه‌ای به تشریح نحوه حل کردن هر زیر دامنه با استفاده از ساده‌ترین مدل ریاضی وابسته به فیزیک جریان داخل آن زیردامنه می‌پردازد. این نظریه به طور گسترده مورد مطالعه و بررسی در دو دهه اخیر قرار گرفته است [۳ و ۴].

در سال ۱۹۹۵ اصفهانیان و حیدری [۵] جریان پتانسیل تراکم‌ناپذیر درون شیپوره همگرای ورودی تونل‌های باد را به

انضمام لایه مرزی شبیه‌سازی کردند. مطابق شکل ۱، میدان جریان به دو ناحیه لزج و غیرلزج تقسیم‌بندی شده و برای حل جریان غیرلزج درون شیپوره از معادلات استوکس-بلترامی و برای حل مجزای لایه مرزی روی سطح شیپوره از روش تفاضل محدود سبسی و اسمیت (CS) و نیز برای گذر از نواحی احتمالی پیدایش حباب‌های جدایی جریان از روش تخمین فلر^۲ استفاده شده است. تبادل داده‌ها و تداخل بین جریان غیرلزج و جریان لایه مرزی از نوع اندرکنش ضعیف است. در هر دور از این روش حل، پس از محاسبه جریان غیرلزج و تعیین توزیع سرعت روی دیواره، جریان درون لایه مرزی حل می‌شود. سپس مقادیر تابع جریان روی دیواره محاسبه می‌شود و به عنوان شرط مرزی جدید، برای حل جریان غیرلزج در دور بعد مورد استفاده قرار می‌گیرد. تنها با چند دور رفت و برگشت بین جریان غیرلزج و لزج، نتایج اصلاح یافته خوبی با دقت مناسب برای طراحی شیپوره همگرا به دست می‌آید.

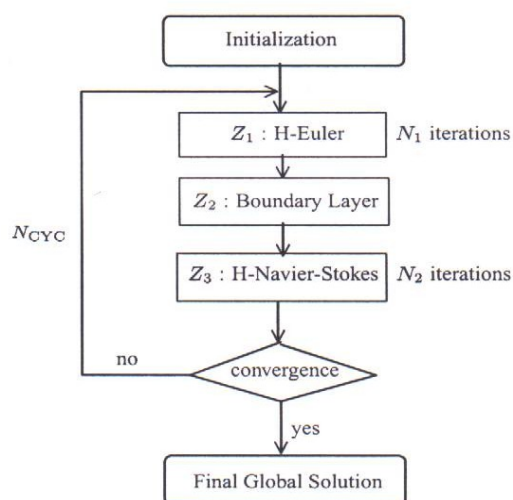
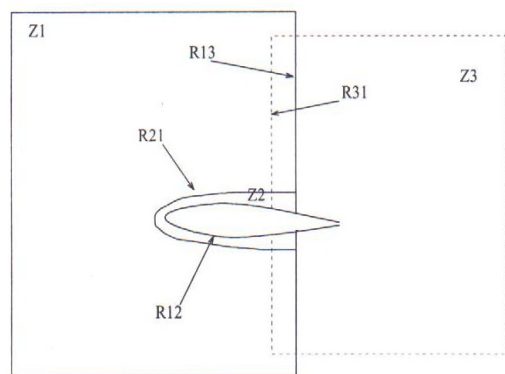


شکل (۱): ناحیه‌بندی میدان درون شیپوره همگرا و توزیع ضخامت لایه مرزی، ضخامت جابه‌جایی و ضریب اصطکاک محلی متأثر از کوتاه‌سازی شیپوره.

2- Flar Approx.

1-Z-Method

اساس نتایج اولین دور، در موقعیت ۰/۷۵ طول وتر قرار گرفته است.



شکل (۲): شکل شماتیک روش ناحیه ای و تفکیک فرایند ناحیه ای.

علیشاهی و همکارانش [۹] در سال ۲۰۰۲، یک استراتژی دو برنامه ای TLNS-PNS را برای شبیه سازی جریان های فراصوت ارائه کردند. آنها دو نرم افزار موجود PNS و TLNS را با هم ترکیب کرده، سپس یک زیربرنامه درون یابی برای اخذ داده های نرم افزار TLNS و آماده سازی صفحه داده های اولیه مورد نیاز برای حل نرم افزار PNS را به آن افزودند. همچنین، برای شبیه سازی جریانی با ماخ ۳ روی یک اوجیواستوانه، ناحیه کوچکی روی دماغه را با معادلات TLNS (نرم افزار LAURA) و بقیه میدان روی جسم

پروئیل و همکارش [۶] در سال ۱۹۹۶، دامنه محاسباتی حول یک ایرفویل را طبق شکل ۲ به سه ناحیه تقسیم کرد. در ناحیه تداخل ضعیف لزج (مثلاً بخش بالادست دامنه)، تئوری پیوستگی ضعیف لزج/غیرلزج، تا جایی که هیچ گونه جدایی رخ ندهد، صادق است. میدان جریان در ناحیه Z1 به کمک معادلات اوپلر (با انتالیپی کل ثابت) محاسبه می شود و متناسب با آن معادلات لایه مرزی در نزدیکی دیواره ناحیه Z2 (که قسمتی از ناحیه Z1 است) حل می شود. در ناحیه پایین دست دامنه، Z3، که به دلیل اثرات جدایی و دنباله، پدیده اندرکنش قوی لزج رخ می دهد معادلات ناویر-استوکس با فرض انتالیپی کل ثابت با استفاده از نرم افزار NS2D محاسبه می شود که برای جریان های مادون صوت و معتدل تحت صوت معتبر است. این نرم افزار شبه ناپایا بر اساس فرمول بندی حجم محدود گردابه سلولی، روشی مرکزی با لزجت مصنوعی برای شارهای جابه جایی، روشی مرکزی برای شارهای لزجت و یک روش رانج کوتای چهار قدمی کار می کند [۷]. در ناحیه Z2، معادلات پرانتل با یک مدل طول اختلاط به کمک نرم افزار 3C3D انتگرال گیری می شود [۸]. به علت انتقال اطلاعات به بالادست در جریان های زیرصوت و تحت صوت، حل ناحیه های Z1 و Z3 کاملاً به هم وابسته است.

برای اجرای روش ناحیه ای باید شرایط به هم پیوستن ناحیه ها را به گونه ای تعریف کرد که اطلاعات و نتایج در هر تکرار عمومی (روی کل دامنه) به طور فعال تازه شود. فرایند هر دور از تکرار عمومی شامل مراحل زیر است: ۱) کسب همگرایی نسبی در حل اوپلر روی ناحیه Z1 (با N1 تکرار)، ۲) محاسبه لایه مرزی مرتبط با نتایج حل ناحیه قبل، ۳) کسب همگرایی نسبی در حل ناویر-استوکس روی ناحیه Z3 (با N2 تکرار). این عملیات تا همگرایی نتایج عمومی و حل جامع میدان تکرار می شود (شکل ۲). در کاربرد قواعد این فرایند، چهار عمل مرتب صورت می گیرد: ۱) تفکیک دامنه و تولید شبکه متناسب با روش ناحیه ای، ۲) شروع فرایند حل جامع میدان، ۳) استخراج نتایج نهایی عمومی، ۴) شرایط درگیری بین نواحی مختلف، که به طور مفصل بیان شده است. نتایج برای حل جریان روی ایرفویل AS240 با ماخ ۰/۱۵ و رینولدز ۲,۰۰۰,۰۰۰ و زاویه حمله ۳ درجه، با ۲۵ تکرار عمومی به دست آمده است. در هر دور، N1=۱۰۰ و N2=۱۰۰۰ بوده و مرز بین Z1 و Z3 بر

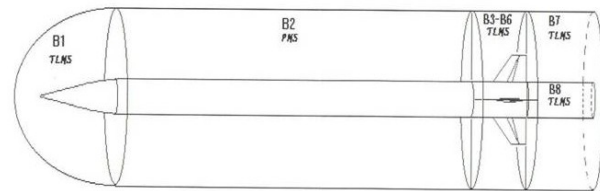
۲- تولید شبکه و بلوک‌بندی میدان جریان

از مهم‌ترین مسائل در بلوک‌بندی نواحی مختلف جریان، انتخاب محل مناسب برای استقرار مرزهای بلوکی تفکیک‌کننده ناحیه‌هاست. در این تحقیق، میدان جریان متناسب با اطلاعات اولیه از فیزیک جریان و هندسه جسم، در راستای جریان تقسیم‌بندی می‌شود. رعایت برخی اصول در تعیین و استقرار مرزهای بین‌بلوکی بسیار ضروری بوده و در حل همگرا و پردقت میدان جریان بسیار مؤثر است [۱۱].

به‌کارگیری معادلات کامل ناویر-استوکس و یا معادلات با تقریب لایه‌نازک ناویر-استوکس برای شبیه‌سازی جریان فراصوت، که با پیشروی اطلاعات در زمان مجازی حل می‌شوند، نیازمند زمان محاسباتی و حافظه کامپیوتری بسیار زیاد است. اما استفاده از معادلات سهموی شده ناویر-استوکس برای حل جریان‌های فراصوت دائم لزج با اعداد رینولدز نسبتاً بالا، بسیار مناسب بوده و موجب کاهش قابل توجه زمان محاسبات و حافظه مورد نیاز کامپیوتر می‌شود. معادلات PNS، مشابه با معادلات لایه‌مرزی، در جهت جریان سهموی بوده و با پیشروی از یک صفحه اطلاعات اولیه در فضا، به سمت پایین دست جریان حل می‌شوند. این معادلات، برخلاف معادلات لایه‌مرزی، برای تمام بخش‌های لزج و غیرلزج جریان معتبر بوده، لذا برای جریان‌هایی که دارای اندرکنش قوی بین این دو بخش هستند بسیار مناسب است. عیب عمده معادلات PNS، عدم امکان محاسبه جدایی در جهت جریان است. مرز بالادست یا صفحه اطلاعات اولیه، برای پیشروی حل عددی در جهت جریان، باید در جایی واقع گردد که مؤلفه سرعت عمود بر این صفحه در خارج لایه مرزی، فراصوت باشد. همچنین پیشروی پایدار در جهت جریان در بخش زیرصوت لایه‌مرزی، به دلیل وجود اثرات بیضوی، تنها با تصحیح عبارت گرادیان فشار در معادله مومنتوم که عامل انتشار اطلاعات از پایین دست به بالادست است، میسر خواهد شد. با این حال محدودیت دیگری روی حداقل و حداکثر گام پایدار، برای اجتناب از انحراف حل ناشی از رشد نمایی محاسبات در

را با معادلات PNS حل کردند. نرم‌افزار LAURA قادر به حل معادلات لایه‌نازک ناویر-استوکس به روش ضمنی حجم محدود با تسخیر شوک و روش بالادست رو و مدل آشفستگی اصلاح‌یافته بالدوین-لومکس است. زمان محاسبات نرم‌افزار دوگانه، حدود یک دهم نرم‌افزار TLNS گردید. برخی مطالعات دیگر نیز به استفاده مرکب از انواع معادلات سهموی شده ناویر-استوکس پرداخته‌اند [۱۰].

در تمام مراجع و روش‌های بالا، میدان جریان بدون احتساب ناحیه پشت جسم شبیه‌سازی شده است. با استفاده از شبکه‌های چند بلوکی می‌توان تمام میدان را به‌طور مناسب بلوک‌بندی نمود و با تکرار دور زدن بین بلوک‌ها به حل همگرای جریان پرداخت. مدت محاسبات در این شبکه‌ها تقریباً به اندازه شبکه‌های چند ناحیه‌ای است که در آن‌ها کل بلوک‌های میدان جریان فقط یکبار جاروب می‌شود، اما تحلیل نواحی پشت جسم و گرده‌های جریان را امکان‌پذیر می‌سازد.



شکل (۳): ایده تفکیک دامنه محاسباتی حول یک موشک به روش چندبلوکی و استفاده مرکب از معادلات مختلف.

این تحقیق، با تدوین کد بومی MBTLNS و استفاده از روش چند بلوکی و کاربرد مرکب حل معادلات PNS و TLNS امکان تحلیل هندسه‌های پیچیده و طویل در کمترین زمان ممکن و با دقت مناسب را فراهم می‌نماید. میدان جریان پیرامون شکل ۳ با استفاده از این ایده به هشت بلوک تقسیم‌بندی شده است. بلوک‌های B1 و B3 تا B8 حول دماغه و چهار بالک انتهایی و پشت جسم که حاوی جریان‌های مرکب زیرصوت و بالای صوت هستند با استفاده از معادلات TLNS حل می‌شوند. ولی جریان فراصوت ناحیه طویل B2 به کمک معادلات PNS سریعاً قابل حل است.

$$\Delta t = \frac{CFL}{\lambda_{\max}}, \quad (1)$$

که در آن، مقدار CFL بین ۰/۱ و ۵ انتخاب می شود. پارامتر λ_{\max} ماکزیمم مقدار ویژه بردار ژاکوبین شارهای غیرلزج است که در هر نقطه و یا در تمام دامنه محاسبه می شود و بر اساس آن یک گام زمانی ثابت و یا متغیر (برای نقاط دامنه) بدست می آید. در روش چندبلوکی، با وجود پایداری و همگرایی حل جریان در تک تک بلوکها، ممکن است حل جامع میدان جریان واگرا شود. این موضوع اهمیت مدیریت اجرای حل چندبلوکی و نحوه دور زدن بین زنجیره بلوکها را مشخص می سازد. روند حل جامع میدان روی بلوکها و فرایند شروع و دور زدن و تکرار تا ختم حل جریان باید نسبتاً ساده و روان باشد. مهمترین ویژگی در این فرایند رعایت هموزنی و هماهنگی متغیرهای وابسته است. چنانچه در هر سیکل مایل به تکرار حل جریان در هر بلوک تا تعداد دلخواه یا رسیدن به دقتی معین باشیم، لازم است سطح پیشرفت حل در هر بلوک همگام با بلوکهای همسایه و سایر بلوکهای میدان جریان تنظیم شود. این مسئله کار دشواری است و عدم رعایت آن موجب عدم توازن و هماهنگی بین متغیرهای وابسته بلوکها و تأخیر یا کاهش سرعت همگرایی و وقوع واگرایی احتمالی در حل جامع میدان خواهد شد.

به طور کلی، در تحلیل میدان جریان چندبلوکی، برای حفظ همگرایی و افزایش سرعت حل جریان باید عوامل مختلفی مورد بررسی و ارزیابی قرار گیرد که برخی از آنها عبارتند از: تعداد و تراکم نقاط درون هر بلوک، ضرایب کنترل پایداری (CFL) در بلوکها، تغییر موقعیت و نوع مرزهای بین بلوکی، حدس اولیه و گام زمانی، ضرایب اتلاف مصنوعی بلوکها و تعیین مناسب پایین ترین نقطه حل جریان، به طوری که گردابه بزرگ پشت جسم کاملاً داخل بلوک آخر قرار گرفته و هیچ نقطه‌ای از مرز خروجی دارای برگشت جریان نباشد.

۴- معادلات PNS و پیشروی حل پایدار

در روش چندناحیه‌ای، میدان جریان به شکل مناسب به چند ناحیه تقسیم بندی می شود. سپس به ترتیب از

مجاورت دیواره و نیز کنترل پایداری عددی در مرز برآزش شوک، باید رعایت شود.

با توجه به توضیحات فوق، بهترین گزینه برای حل جریان فراصوت استفاده از معادلات PNS است. در سایر ناحیه‌ها مانند نوک دماغه، روی بالکها و نقاط پرشیب، ناحیه انتهای بدنه و نیز پشت جسم به ناچار باید از معادلات TLNS استفاده نمود. در نتیجه با تقسیم بندی میدان جریان بر اساس این دو اصل، بخش‌هایی طولانی از میدان جریان روی بدنه که کاملاً فراصوت است، با استفاده از معادلات PNS و روش چند بلوکی سریعاً قابل حل خواهد بود.

پس از ناحیه بندی میدان و چیدمان بلوکها، شناسنامه هر بلوک مشخص می شود. این شناسنامه معرف شماره بلوک، شماره و نوع مرزها، موقعیت هندسی گوشه‌های بلوک و شماره و نوع مرزهای مشترک بلوکهای همسایه است. همچنین، سایر اطلاعات داخلی نظیر تعداد و تراکم نقاط شبکه (و اندازه گام پیشروی)، ضرایب CFL و ضرایب اتلاف مصنوعی، باید قبل از تولید شبکه و شروع حل میدان برای تمام بلوکها مشخص شود.

۳- روش چندبلوکی و همگرایی حل عددی

همان طور که در قسمت‌های قبل گفته شد، در روش چندبلوکی، میدان برحسب نیاز به چند بلوک تقسیم بندی می شود. سپس زنجیره بلوکها در هر سیکل از حل میدان به طور کامل جاروب می گردد و این جاروب تا رسیدن به پاسخ همگرایی کل میدان تکرار می شود. به عبارت دیگر، شرایط در هر بلوک از زنجیره بلوکها به شرایط در تمام بلوکها (چه قبل و چه پس از آن) وابسته است. لذا باید از روشهای تکراری که قادر به حل جریانهای بیضوی-هذلولوی هستند بهره گرفت. در این تحقیق، در حل اکثر بلوکها از معادلات لایه‌نازک ناویر-استوکس، TLNS، و روش عددی بیم-وارمینگ استفاده شده است. بنابراین حل هر نقطه از جریان در هر بلوک، ابتدا وابسته به تمام نقاط داخل آن بلوک و سپس وابسته به سایر نقاط در سایر بلوکها خواهد بود.

برای همگرایی در حل معادلات لایه‌نازک ناویر-استوکس، علاوه بر جملات اتلاف مصنوعی، به یک گام زمانی معین و مناسب نیاز است. این گام زمانی بر اساس عدد کورانت از رابطه زیر قابل محاسبه است:

دائم به دست می‌آید [۱۳]. بنابراین، برای پیشروی پایدار حل عددی، حداکثر اندازه گام از طریق رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$\Delta \xi < \frac{CFL_{\eta} \Delta \eta}{|\lambda_{\eta}|_{\max}}, \quad (3)$$

که در آن، $|\lambda_{\eta}|_{\max}$ ، ماکزیمم مقدار ویژه ماتریس ضرایب در مرز شوک است. همچنین CFL_{η} عدد کورانت بوده و برای پایداری محاسبات عددی در مسائل غیرخطی، بین ۰/۹-۰/۲ انتخاب می‌شود. با وجود محدودیت گام پایدار، با یک اندازه گام ثابت و مناسب که در محدوده گام پایدار باشد می‌توان پیشروی پایدار حل عددی معادلات PNS را تضمین کرد. در این تحقیق، اندازه گام پیشروی، بر اساس محدوده گام پایدار، ثابت در نظر گرفته شده است.

۵- بلوک بندی میدان متناسب با فیزیک و روش حل جریان

معادلات PNS مورد استفاده برای حل جریان فراصوت رفتاری هذلولوی-سهموی دارند، به طوری که جریان خارج از لایه مرزی تماماً فراصوت بوده و مؤلفه‌های سرعت در همه جا بزرگتر از صفر است. بنابراین، با استفاده از الگوریتم‌های پیشروی مکانی سریعاً قابل حل می‌باشند و با حل صفحه به صفحه میدان، میزان نیاز به حافظه رایانه به شدت کاهش می‌یابد. اما این معادلات برای حل جریان‌های فراصوت دو محدودیت دارند. یکی لزوم کوچک بودن تغییرات فشار در جهت جریان و دیگری نیاز به یک صفحه داده اولیه برای شروع محاسبات. همچنین، گرادیان فشار در جهت جریان زیرصوت درون لایه مرزی برای ممانعت از انتشار اطلاعات به بالادست باید به نحو مناسب مدل سازی شود، که بدین منظور از تقریب ویگنرون استفاده شده است. بدیهی است که معادلات PNS برای حل محل‌هایی چون دماغه پخ و تقاطع بال-بدنه و سایر جریان‌های زیرصوت یا دارای جدایی در جهت جریان، مناسب نیستند.

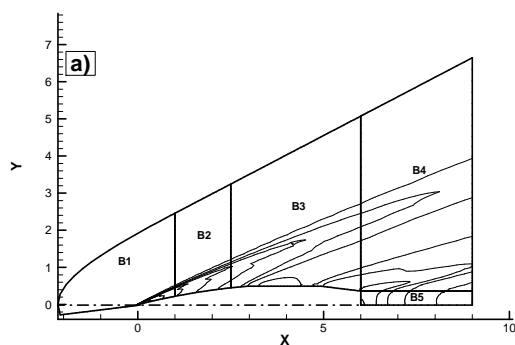
اولین ناحیه واقع در بالادست‌ترین نقطه جریان (مرز ورودی اصلی)، به حل مستقل و ناحیه به ناحیه میدان (تنها یک دور) پرداخته می‌شود، به طوری که حل هر ناحیه تنها به طور مستقیم وابسته به ناحیه قبلی آن بوده و به هیچ وجه متأثر از شرایط جریان در ناحیه‌های پایین دست آن نمی‌باشد. لذا در هر ناحیه، برحسب احراز شرایط می‌توان از حل معادلات سهموی شده نایر-استوکس، PNS، بهره گرفت. اما اگر ناحیه‌ای حاوی اثرات بر بالادست در درون خود باشد، برای حل آن ناحیه از معادلات TLNS استفاده می‌شود. در این تحقیق، تمام زنجیره بلوک‌های میدان جریان، با به کارگیری مناسب و مرتب معادلات PNS و TLNS، به طور مکرر جاروب می‌شود. این روش الزام می‌کند که مرز بین بلوک حل شونده با معادلات PNS و بلوک قبلی آن، برای کنترل همگرایی و صحت محاسبات، در محل مناسبی مستقر شود که جریان خارج از لایه مرزی کاملاً فراصوت باشد.

در حل معادلات PNS، به دلیل وجود اندرکنش فشار بین قسمت‌های فراصوت و زیرصوت جریان، محدودیتی روی اندازه گام پایدار وجود خواهد داشت. با استفاده از تئوری پایداری خطی، برای پیشروی پایدار حل عددی، حداقل اندازه گام از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۲]:

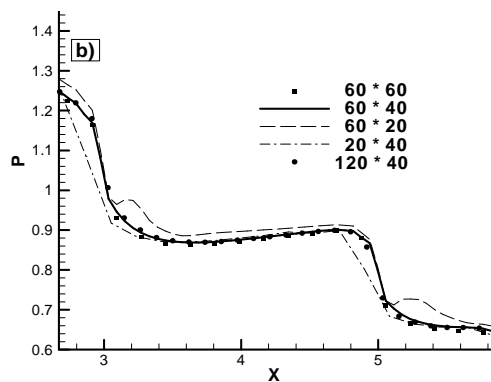
$$\Delta \xi > \frac{2}{\pi} \delta_{\xi}, \quad (2)$$

که در آن، δ_{ξ} ضخامت لایه صوتی است. اگر اندازه گام پیشروی از محدوده گام پایدار کمتر شود، بردار حل در مجاورت سطح جسم نوسان خواهد کرد. همچنین در صورت استفاده از روش برازش شوک، حداکثر اندازه گام پیشروی، بر اساس شرط مرزی شوک تعیین می‌شود. باتوجه به اینکه الگوریتم ضمنی حل عددی معادلات PNS، با یک روش انتگرالی صریح برای پیشروی شوک کمانی توأم است یک محدودیت پایداری صریح روی برون یابی مرز شوک ایجاد خواهد شد. اگر اندازه گام پیشروی از محدوده گام پایدار بیشتر شود بردار حل در مجاورت مرز شوک، نوسان خواهد نمود. در نتیجه، در الگوریتم برازش شوک، پیشروی حل معادلات PNS ناپایدار می‌شود. محدوده پایدار گام پیشروی توسط شرط CFL در طول مرز شوک محاسبه می‌شود. این شرط از روی مقادیر ویژه ماتریس مربوط به بردار شار غیر لزج، G، در شکل خطی شده معادلات اویلر

نتایج این تحقیق مطالعه شبکه صورت گرفته و ابعاد هندسی برحسب قطر اصلی جسم بی بعد شده اند. شکل ۴ نمونه ای از این مطالعات را که از اجرای نرم افزار اولیه این تحقیق، MBTLNS، بدست آمده نشان می دهد. تعداد بهینه گره ها برای شبکه بلوک ها معین شده و بلوک سوم با ۶۰ گره در جهت طولی و ۴۰ گره در جهت عرضی کمترین گره را برای محاسبه فشار روی بدنه، با دقتی مناسب داراست (خط پر). خطای شبکه منتخب کمتر از یک درصد است.



(a)



(b)

شکل (۴): جریان روی هندسه SOCBT، عدد ماخ ۳ و عدد رینولدز ۱۲۷,۸۰۰ (بر اساس طول جسم)،

(a) مرزهای بلوکی و خطوط همتراز فشار و

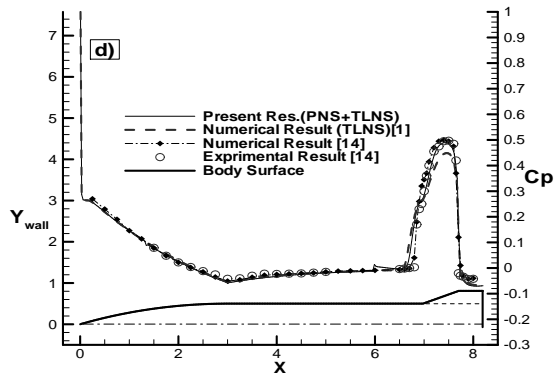
(b) توزیع فشار روی بدنه در بلوک سوم با انواع تعداد نقاط شبکه.

روش چندبلوکی، با ایجاد زمینه برای استفاده مرکب از معادلات PNS و TLNS، امکان بهره گیری از مزایای هر دو نوع معادلات را فراهم می سازد. به طوری که با به کارگیری معادلات PNS برای بخش های طولانی از میدان که جریان فراصوت است، سرعت محاسبات افزایش و حافظه مورد نیاز کاهش می یابد و در عین حال با به کارگیری معادلات TLNS در سایر بخش های میدان، که فاقد شرایط استفاده از معادلات PNS است، امکان تحلیل هندسه های پیچیده و جریان پشت جسم نیز فراهم می شود.

الگوریتم بلوک بندی میدان جریان در این تحقیق به گونه ای است که عمده ناحیه روی بدنه که جریان خارج لایه مرزی تماماً فراصوت است، سریعاً با معادلات PNS حل می شود. ابتدا محاسبات در اولین بلوک روی دماغه، تا رسیدن به دقتی مناسب (برای شروع حل در بلوک بعد)، با حل معادلات TLNS صورت می گیرد. بعد، یک دور تمام بلوک های میدان از بلوک اول روی دماغه تا بلوک آخر در پشت جسم، با استفاده مناسب از معادلات TLNS و PNS، جاروب و حل می شود. تکرار حل معادلات TLNS در هر بلوک محدود و متناسب با فیزیک جریان در آن ناحیه است. سپس زنجیره حل این معادلات و جاروب مکرر بلوک های کل میدان تا رسیدن به دقت لازم در مجموعه بلوک ها ادامه می یابد. یکی از مزایای روش چندبلوکی مرکب در این تحقیق آن است که بلوک هایی که بخش عمده میدان را در بر می گیرند و با استفاده از معادلات PNS حل می شوند، نیاز به تکرار حل در هر سیکل از جاروب میدان نداشته و کافی است در هر چندصد دور از حل مکرر سایر بلوک ها، تنها یک مرتبه حل و اصلاح گردند. مزیت دیگر روش چندبلوکی حاضر آن است که محاسبات در بلوک های انتها و پشت جسم، که نیاز به زمان و تکرار بیشتر برای حل معادلات TLNS دارند، مجزای از نواحی روی بدنه، که سریع تر و با تکرار نسبتاً کمتر حل معادلات TLNS به دقت مورد نظر می رسند، صورت می گیرد و این نیز به نوبه خود موجب صرفه جویی بیشتر در وقت خواهد شد.

۶- نتایج حل عددی جریان

برای شبیه سازی میدان جریان به روش مطرح شده در این تحقیق، چند مدل مناسب و متفاوت انتخاب شده است که در اعداد ماخ ۱/۶ تا ۳ و اعداد رینولدز بالا تحلیل می شوند. در کلیه

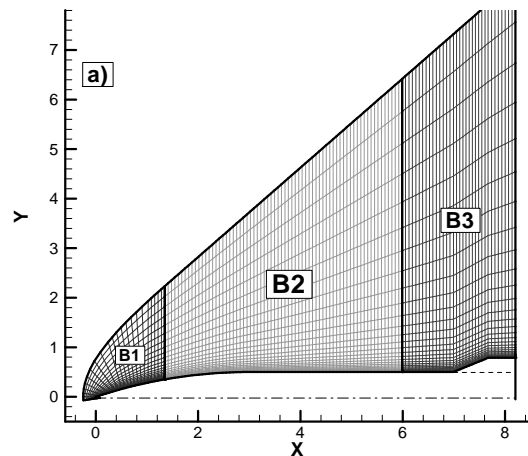


(d)

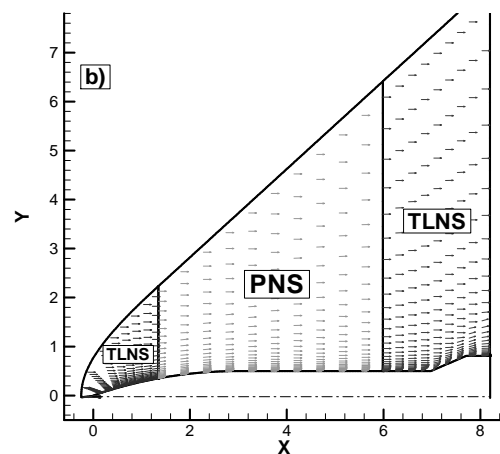
شکل (۵): جریان روی مدل اجیو- استوانه و توپی ۲۳ درجه، با اعداد ماخ ۲ و رینولدز 1.142×10^7 (بر واحد طول):

- (a) بلوک‌بندی و تولید شبکه،
- (b) توزیع سرعت حاصله از حل معادلات حاکم مختلف،
- (c) خطوط همتراز چگالی و دسته امواج تراکمی و انبساطی و
- (d) نتایج عددی و تجربی توزیع ضریب فشار روی بدنه.

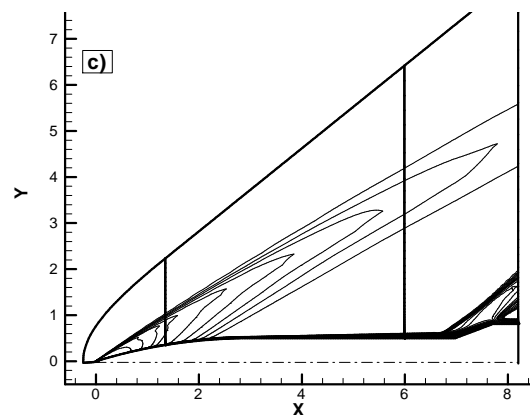
شکل ۵ نتایج اجرای نرم‌افزار تدوین شده در این تحقیق، MBPTLNS، را برای شبیه‌سازی جریانی با عدد ماخ ۲ و رینولدز 1.142×10^7 (بر واحد طول) روی بدنه یک مدل اجیو- استوانه، با توپی بالکوار مستقر در انتهای بدنه، نشان می‌دهد. زاویه توپی ۲۳ درجه است و میدان محاسباتی به سه بلوک روی دماغه، در طول بدنه و در بخش انتهایی مدل تقسیم‌بندی شده است. با تغییر روش حل در بلوک دوم (میانی) از حل معادلات TLNS به PNS، که بیش از ۵۵ درصد طول بدنه را در بر گرفته و تمام جریان در آن نسبتاً فراصوت است، ابعاد ماتریس ضرایب معادلات از 70×140 به 70×3 کاهش یافته و پس از ۶۰۰۰ بار تکرار، خطای نتایج عددی از 5×10^{-5} به 1×10^{-5} کاهش می‌یابد. ضریب پسای موجی نیز از 0.285 به 0.309 تغییر یافته است. شکل ۵-د نشان می‌دهد که نتایج حل با استفاده مرکب از معادلات مختلف ناویر-استوکس، در مطابقت با سایر نتایج، از دقت بیشتری برخوردار است. نتایج تجربی از مرجع [۱۴] گرفته شده است. نتایج عددی این مرجع



(a)



(b)

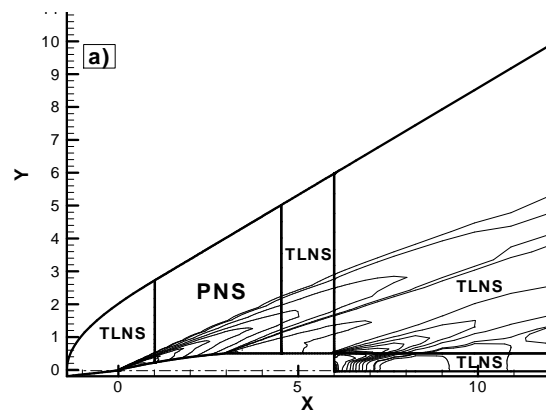


(c)

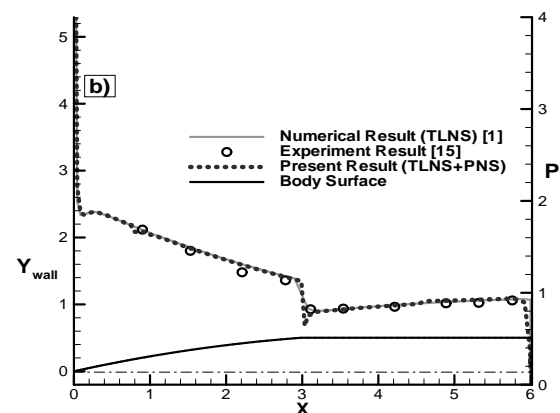
بلوک‌ها، به دلیل وجود گردابه یا بخش‌های جریان زیرصوت، امکان‌ناپذیر است. خطوط همتراز فشار و چگالی روی این شکل‌ها نشانگر پیوستگی نتایج در مرزهای بین بلوک‌هایی است که با دو نوع معادلات مختلف ناویر-استوکس حل شده‌اند. همچنین، نتایج توزیع فشار روی بدنه با سایر نتایج عددی و تجربی مقایسه شده‌اند. اختلاف نتایج در نقطه اتصال اجایو به استوانه، که محل یک دسته امواج انبساطی است، ناشی از ماهیت سهموی معادلات PNS و انتشار اطلاعات فقط از بالادست به پایین دست جریان است. با این حال، نتایج در بلوک سوم با یکدیگر تطبیق می‌نماید. نتایج تجربی از مرجع [۱۵] گرفته شده است.

در شکل ۷ میدان جریان حول مدل اجایو-استوانه طولی این تحقیق، به انضمام ناحیه پشت، به پنج بلوک تقسیم‌بندی شده است. جریان در بلوک دوم که دو سوم از طول بدنه را در بر گرفته است فراصوت می‌باشد، لذا استفاده از معادلات PNS در این بلوک بسیار مناسب و مقرون به صرفه است. یادآوری می‌شود که عدد ماخ جریان آزاد $1/6$ و عدد رینولدز $10^7 \times 1/36$ است. پیوستگی خطوط همتراز عدد ماخ در مرزهای بین بلوک دوم با بلوک‌های همسایه نشانگر همسازگی نتایج حل عددی حاصل از معادلات مختلف ناویر-استوکس است. ناپیوستگی و خطای کوچک توزیع فشار روی بدنه در بخش بالادست بلوک سوم به علت عدم امکان انتقال اطلاعات از لایه مرزی این بلوک، که با معادلات TLNS حل شده است، به بالادست جریان یعنی همجوار با بلوک دوم، که با معادلات PNS حل شده، می‌باشد. نتایج این تحقیق با سایر نتایج عددی [۱] و تجربی [۱۶] توزیع فشار روی بدنه به نحو مطلوب مطابقت نموده است. جدول ۱ نتایج مختلف حل عددی را با یکدیگر مقایسه نموده و نشان می‌دهد که به کارگیری مناسب معادلات PNS در بلوک دوم موجب دستیابی به نتایج دقیق‌تر در مدت زمان بسیار کمتر است. توجه شود که در حالات اول و دوم این جدول، شبکه نقاط در تمام بلوک‌ها، به ویژه بلوک دوم، کاملاً یکسان و مشابه با یکدیگر بوده است.

نیز از حل معادلات PNS روی دماغه و بدنه و حل معادلات TLNS روی بخش انتهایی جسم، به طور جداگانه، به دست آمده است.



(a)



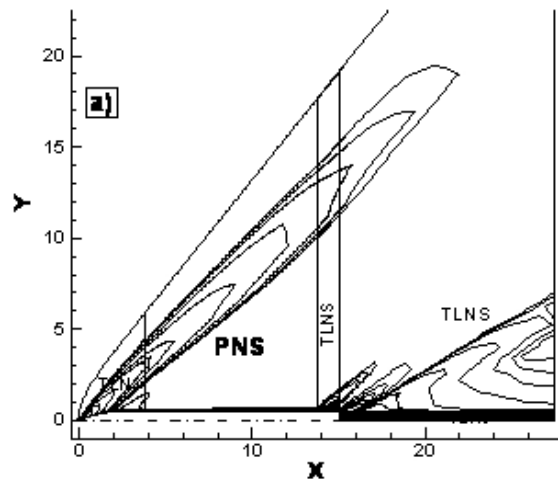
(b)

شکل (۶): جریان روی مدل اجایو-استوانه، SOC، با اعداد ماخ ۳ و رینولدز $10^7 \times 1/9$ (بر واحد طول)،
(a) خطوط همتراز فشار داخل میدان و
(b) نتایج عددی و تجربی توزیع فشار بی‌بعد روی بدنه.

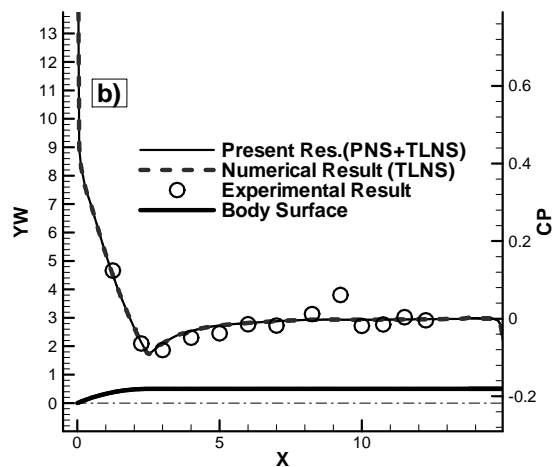
شکل ۶ نتایج حل جریان حول مدل استاندارد SOC با عدد ماخ ۳ و عدد رینولدز $10^7 \times 1/9$ (بر واحد طول) را به انضمام ناحیه پشت نشان می‌دهد. در بلوک دوم روی بدنه از معادلات PNS و در سایر بلوک‌ها از معادلات TLNS استفاده شده است. استفاده از معادلات سهموی شده ناویر-استوکس در سایر

جدول (۱): نتایج اجرای برنامه روی مدل شکل ۷.

زمان اجرا (دقیقه)	خطای نتایج عددی (Accuracy)	تعداد تکرار (جاروب کل میدان)	نوع معادلات بلوک دوم	ردیف
۵۷	$2/94 \times 10^{-4}$	۷۵۳۰	TLNS	اول
۱۳	$2/94 \times 10^{-4}$	۳۲۴۸	PNS	دوم
۱۷	$1/00 \times 10^{-4}$	۴۲۷۷	PNS با اصلاح شبکه	سوم



(a)



(b)

شکل (۷): جریان روی مدل اجایو- استوانه طویل، با اعداد ماخ ۱/۶ و رینولدز $1/36 \times 10^7$ (بر واحد طول):

(a) خطوط همتراز عدد ماخ داخل میدان و

(b) مقایسه توزیع ضریب فشار روی بدنه با سایر نتایج عددی و تجربی [۱ و ۱۶].

۷- نتیجه گیری

در این تحقیق، جریان فراصوت آشفته روی انواع اجسام تقارن محوری، با استفاده از شبکه‌های با سازمان چندبلوکی و ترکیب معادلات لایه‌نازک و معادلات سهموی شده ناور-استوکس، با بکارگیری مدل آشفتگی بالودین-لومکس و احتساب جریان پشت جسم، به نحو مطلوب شبیه‌سازی گردید. روش ضمنی تفاضل محدود و مرکزی بیم-وارمینگ در حل معادلات حاکم و نیز مرزهای وصله‌ای انطباقی در شبکه‌های مرزی بین بلوک‌ها مورد استفاده قرار گرفته و جواب مناسب داده است. نتایج به دست آمده نشانگر دقت حل و عدم بروز هرگونه ناپیوستگی در صفحات مرزی بین بلوک‌ها و ناحیه‌هاست. همچنین، گردابه بزرگ و دیگر خصوصیات صحیح جریان در پشت جسم به خوبی آشکار شده و توزیعات سرعت پیوسته است. نتایج حاصله روی جسم، با سایر نتایج عددی و تجربی، با دقت مناسب تطبیق می‌نماید. حل چندبلوکی با استفاده مرکب از معادلات TLNS و PNS، نسبت به حل چندبلوکی کل جریان با استفاده از معادلات TLNS، به زمان و حافظه کمتری نیاز دارد. نرم‌افزار تدوین شده MBTLNS در این تحقیق، اولین نرم‌افزار بومی چندبلوکی کاربردی است که قادر به تحلیل روان، سریع و پردقت هندسه‌های پیچیده تقارن محوری است.

- Eng. Conf. of ISME, pp. 509-523, Tabriz Univ., Tabriz, 1997.
14. Hung, C.M. and Chussee, D.S., "Computation of Supersonic Turbulent Flows over an Inclined Ogive-Cylinder-Flare", AIAA J., Vol. 19, No. 9, pp. 1139- 1144, 1981.
15. Schiff, L.B. and Sturek, W.B., "Numerical Simulation of Steady Supersonic Flow over an Ogive Cylinder Boattail Body," U.S. Army Ballistic Research Laboratory, Report 2263, 1981.
۱۶. حیدری، م. "شبیه سازی جریان فراصوت آشفتنه حول اجسام مدور طویل با استفاده از شبکه چندبلوکی و حل معادلات PNS و TLNS"، رساله دکتری، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۴.

مراجع

۱. حیدری، م. طیبی رهنی، م. و عظیمی، ع.، "شبیه سازی جریان فراصوت آشفتنه حول اجسام مدور به انضمام ناحیه پشت با استفاده از شبکه چندبلوکی و مرز بلوکی غیرانطباقی"، نشریه علمی-پژوهشی مکانیک و هوافضا، جلد ۱، شماره ۱، ۱۳۸۴.
2. Lions, P.L., The 1st Int. Symposium on Domain Decomposition Method for Partial Differential Equations, SIAM, 1966.
3. Chan, T.F., Glowinski, R., Periaux, J., and Widlund, O.B., The 2nd Int. Symp. on Domain Decomposition Methods, 1989.
4. Cockrell, Ch.E., Huebner, L.D., and Finley, D.B., "Aerodynamic Performance and Flow-field Characteristics of Two Waverider-Derived Hypersonic Cruise Configurations", NASA Langley Research Center, AIAA, 1995.
5. Esfahanian, V. and Heidari, M.R., "Design and Analysis of Contraction in Low-speed Wind Tunnels", The Second Int. Mech. Eng. Conf., pp. 139-150, Shiraz, 1995.
6. Pruilh, M.L. and Thivet, F., "Conception of a Zonal Method for the Computation of Viscous Separated Flows", The 15th Int. Conf. on Num. Methods in Fluid Dyn., California, 1996.
7. Cambier, L., Couaillier, V., and Veuillot, J.P., La Recherche Aerospatiale, Vol. 2, No.1, pp. 23-42, 1988.
8. Houdeville, R., The 5th Symp. on Num. and Physical Aspects of Aerodynamical Flows, Long Beach, 1992.
9. Alishahi, M.M., Emdad, H., and Abouali, O., "Dual-Code TLNS-PNS Strategy for Supersonic Flows", The 9th Asian Con. of Fluid Mech., Isfahan, Iran, 2002.
10. Miller, J.H., Tannehill, J.C., and Lawrence, S.L., "Parabolized Navier-Stokes Algorithm for Solving Supersonic Flows with Upstream Influences", AIAA J., Vol. 38, No. 10, pp.1837-1845, 2000.
11. Esfahanian, V., Taeibi-Rahni, M., Azimi, A., and Heidari, M.R., "Using Multi-block Grid for Numerical Simulation of Supersonic Turbulent Flow over Bodies of Revolution, Including the Base Flow", The 4th Conf. of the Iranian Aerospace Society, Tehran, pp. 650-662, 2003.
12. Vigneron, Y.C., Rakich, J.V., and Tannehill, J.C., "Calculation of Supersonic Viscous Flow over Delta Wings with Sharp Subsonic Leading Edges," AIAA paper, No. 78-1137, 1978.
13. Esfahanian, V. and Hejranfar, K. "Numerical Simulation of Three-dimensional Steady Supersonic Laminar Viscous Flow, Using Parabolized Navier-Stokes Equations (PNS)", The 5th Annual Mech.