

مدلسازی عددی صدای حاصل از یک جت آشفته با استفاده از آنالوژی آکوستیکی

ناصر سراج مهدیزاده^۳

دانشکده مهندسی هوافضا
دانشگاه صنعتی امیرکبیر
و قطب علمی مهندسی هوافضای محاسباتی

رضا ابراهیمی^۲

دانشکده مهندسی هوافضا
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مهاذین زاهد^۱

گروه مهندسی مکانیک
پژوهشگاه نیرو

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۶/۸/۱۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۶/۱۲/۲۶)

چکیده

در این بررسی، تولید و انتشار امواج صوتی در اعداد ماخ پایین (مادون صوت) به صورت عددی تحلیل شده است. از آنجایی که یکی از مسائل مهم در طراحی موتورهای هواپیما، کاهش میزان آلودگی صوتی آنهاست، پیش‌بینی دقیق رفتار صوتی وسایل پرنده از اهمیت بالایی برخوردار است. هدف از تحلیل انجام شده، مدلسازی صدای حاصل از یک نشتی (که به صورت جت آزاد در نظر گرفته شده است) می‌باشد. اساس کار بر پایه روش هیبرید است که بدین منظور از مدل آشفته‌گی تنش‌های رینولدز برای حل میدان جریان و از آنالوژی لایت هیل به منظور شبیه سازی میدان آکوستیکی استفاده شده است. به منظور محاسبه مقادیر سرعت‌های لحظه‌ای در معادله لایت هیل، روش C.F.W.N^۴ به کار گرفته شده است. در نهایت، پروفیل‌های سطح فشار صوت در راستاهای محوری و عرضی میدان جریان برای مقایسه ترسیم شده است. مقایسه نتایج با مقادیر عددی موجود در مراجع معتبر دیگر تطابق خوبی را نشان می‌دهد.

کلید واژه‌ها: ایروآکوستیک، منبع صوتی، معادله لایت هیل، سطح فشار صوت

Computational Simulation of a Turbulent Jet Noise, Using the Acoustic Analogy

M. Zahed

Mech. Eng. Dep't.
Niroo Research Institute

R. Ebrahimi

Aerospace Eng. Dep't.
K.N.Toosi Univ. of Tech.

N. Seraj Mehdizadeh

Aerospace Eng. Dep't.
Amir-Kabir Univ. of Tech.

ABSTRACT

In the present study the generation and the propagation of sound wave in low Mach number flows are numerically studied. Since one of the major problems in aeroengine design is the reduction of noise pollution, the exact prediction of sonic behavior is of special importance. The target of this study is to simulate a leakage, as a free jet. The basis of this study is the hybrid method for which benchmark Reynolds stress turbulence model is applied in solving the flow field and the Lighthill analogy is used for acoustic field analysis. Meanwhile, the continuous filter white noise is applied for solving the instantaneous velocity. Accordingly, the sound pressure level profiles for axial and transverse directions are plotted. Comparison of our results with existing benchmark data is satisfactory.

Key Words: Aeroacoustic, Sound Field, Lighthill Equation, Sound Pressure Level

۱- کارشناس ارشد (نویسنده پاسخگو): mzahed@nri.ac.ir

۲- استادیار

۳- استادیار

4-Continuous Filter White Noise

فهرست علائم

h	آنتالپی
K	انرژی جنبشی
L	مقیاس طولی آشفستگی
P	فشار کل
R	ثابت گاز
ρ	دانسیته
t	زمان
T	دما
u	بردار سرعت
V	سرعت
x	مختصات فضایی
C_p	گرمای ویژه در فشار ثابت
C_v	گرمای ویژه در حجم ثابت
e_0	انرژی کل
L_m	طول اختلاط پرانتل
P_r	عدد پرانتل
S_{ij}	تانسور نرخ کرنش
T_{ij}	تانسور تنش لایت هیل
τ_{ij}	تانسور تنش ویسکوز
σ_{ij}	تانسور تنش لزج
μ'	ضریب بالک لزجت
ε	نرخ آشفستگی
μ	ویسکوزیته
-	متوسط گیری زمانی
~	متوسط گیری زمانی فاور ^۱
°	نوسانات مربوط به متوسط گیری زمانی فاور
ˆ	نوسانات مربوط به متوسط گیری زمانی

۱- مقدمه

مدلسازی صدای جت، اولین بار در حدود دهه ۵۰ توسط محققان ایروآکوستیک مورد توجه قرار گرفت. آنها دریافتند که انواع جدید موتورهای جت هواپیماها آلودگی صوتی فراوانی دارند. هدف از طراحی اولین موتورهای توربوجت (که برای کاربردهای نظامی تولید می‌شد) به دست آوردن تراست بیشتر بود. زمانی که این موتورهای توربوجت برای مقاصد دیگری از قبیل حمل و نقل و ... مورد استفاده قرار گرفت، موضوع آلودگی صوتی آنها بیشتر نمایان گشت. همراه با پیشرفت فناوری تولید موتورهای جت، میزان آلودگی صوتی این موتورها نیز بیشتر شده است. در این میان، شناخت منبع صوتی و کاهش آلودگی صوتی ناشی از آن از مسائل مهم ایروآکوستیک کاربردی می‌باشد که فهم و پیش‌بینی این موضوع قسمت مهمی از مطالعه جریان‌های آشفته^۲ و علم آکوستیک را به خود اختصاص می‌دهد. اولین تحقیقات در زمینه تولید صدای جت در سال ۱۹۵۲ صورت گرفت، زمانی که لایت‌هیل اولین قسمت از مقاله خود درباره تولید صدای آیرودینامیکی را ارائه کرد. وی در سال ۱۹۵۴ و در پی ارائه دومین قسمت از مقاله خود، سعی کرد که منبع صوتی در جریان آشفته را پیدا کند [۱ و ۲]. این کار با ارائه یک آنالوژی آکوستیکی به صورت زیر انجام گرفت:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + C_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (1)$$

$$T_{ij} = \rho v_i v_j + (P - \rho C_0^2) \delta_{ij} - \sigma_{ij}.$$

سمت چپ معادله ۱، معادله موج خطی مرتبه دوم را در یک محیط همگن در حال سکون نشان می‌دهد و سمت راست توزیع منبع چهار قطبی آشفته را مشخص می‌کند. T_{ij} تانسور تنش لایت هیل نامیده می‌شود. سپس لایت هیل جواب انتگرالی معادله خود را با استفاده از تابع گرین به دست آورد. تام و اورپالم [۳] میدان جریان را براساس رهیافت^۳ RANS حل کردند. آنها منابع صدا را براساس یک تابع تصحیح زمانی- مکانی مدل می‌کنند و

2 -Turbulent

3 - Reynolds Averaged Navier-Stokes

1 -Favre

داده به نتایج خوبی برای میدان جریان و میدان صدا رسیده‌اند. همچنین گوتمارک و همکارانش [۲۳] در سال ۲۰۰۷ و فراست و همکارانش [۲۲] نیز در سال ۲۰۰۵ از روش هیبرید برای مطالعه صدای جت استفاده نموده‌اند.

در مطالعه و مدلسازی نشتی، عموماً نشتی به صورت یک جت آزاد در نظر گرفته می‌شود، جت آزاد مثالی از انواع جریان‌های برشی آزاد است که گرادیان‌های جریان متوسط در غیاب مرزهای جامد رشد می‌نماید. در این گونه جریان‌ها، اندازه سرعت در جهت جریان اصلی (محوری) بسیار بزرگتر از اندازه آن در جهت‌های عرضی می‌باشد. در واقع جت آزاد جریان سیال اطراف را به داخل خود می‌کشد. این مکش جریان موجب گسترش جت در جهت عرضی می‌شود و همچنین باعث می‌شود که جت هیچ‌گاه حالت همگن پیدا نکند تا زمانی که جریان جت آشفته باشد، به دلیل بزرگ شدن ابعاد جت، محدوده مقیاس‌های موجود نیز افزایش می‌یابد. شکل ۶ نحوه تشکیل جت آزاد را نشان می‌دهد. هنگامی که جریان نازل را ترک می‌کند در ابتدا یک ناحیه مرکزی^۷، سپس ناحیه انتقالی^۸ و در نهایت جریان کاملاً توسعه یافته^۹ به وجود می‌آید. لایه‌های برشی بین سیال با سرعت بالا و محیط به وجود می‌آید. ضخامت این لایه‌ها، به ضخامت لایه مرزی در خروجی نازل بستگی دارد. همچنین در اثر تداخل جت با اطراف لایه‌های برشی در پایین دست جریان بزرگتر می‌شوند، که همزمان ناحیه مرکزی جت شروع به کوچکتر شدن و از بین رفتن می‌کند و در نهایت جریان کاملاً توسعه یافته آشفته به وجود می‌آید. صدای ناشی از آشفستگی در سیالات همان صدای ایرودینامیکی است که معادله لایت‌هیل (معادله ۱) نشان دهنده منبع صوتی و تولید آن است. در حالت کلی دو نوع جت وجود دارد: جت دایروی^{۱۰} و جت صفحه‌ای^{۱۱}. در تحقیق حاضر، بررسی روی جت صفحه‌ای معطوف گردیده و جریان جت دو بعدی فرض شده است.

در مطالعه حاضر به منظور بررسی صدای حاصل از یک نشتی الگوریتمی تهیه شده است که حرکت امواج

سپس برای انتشار صدا از معادلات اولر خطی شده استفاده می‌نمایند. فروند و همکارانش [۴] از روش DNS^۴ برای محاسبه جت مافوق صوت آشفته در عدد ماخ ۱/۹۲ و عدد رینولدز ۲۰۰۰ استفاده کرده‌اند. سطح فشار صوت محاسبه شده تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی در شرایط مشابه داشته است. فروند [۵] همچنین یک جت آشفته با عدد ماخ ۰/۹ و عدد رینولدز ۳۶۰۰ را با روش DNS مورد بررسی قرار داده است که نتایج تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی صورت گرفته توسط استرومبرگ و همکاران [۶] داشته است. لایرنیز و اوزان [۷] در سال ۲۰۰۱ از روش انتگرالی ویلیامز و هاوکینز برای محاسبه صدای جت آشفته سه بعدی استفاده کرده‌اند. هدف از این تحقیق، کاهش آلودگی آکوستیکی موتورهای جت بیان شده است. آن‌ها برای محاسبه ترم صدای تولیدی از روش DNS استفاده کرده‌اند. شیزسکی و لانگ [۸]، نیز روی یک جت مربعی فرا صوت مطالعه کردند و صدای دوردست را از روش کرشلف محاسبه نمودند. برهما و لیلی [۹] نیز از روش LES^۵ برای بررسی جت با عدد ماخ ۰/۹ و عدد رینولدز ۳۶۰۰ استفاده کردند. کنستانتین و لیلی [۱۰]، به بررسی یک جت با عدد ماخ ۰/۹ و اعداد رینولدز ۳۶۰۰ و ۷۲۰۰۰ پرداختند. آنها از روش LES برای محاسبه میدان صدای نزدیک دست استفاده کردند. بدنی و لیلی [۱۱]، یک جت آشفته با عدد ماخ ۰/۹ و عدد رینولدز ۷۲۰۰۰ را با روش LES مطالعه کردند. ژائو و همکارانش [۱۲] از LES برای یک جت با عدد ماخ ۰/۹ و عدد رینولدز ۳۶۰۰ استفاده کردند و سپس جواب‌های خود را با جواب‌های روش DNS فروند و نتایج آزمایشگاهی مورد مقایسه قرار دادند. سطح فشار صوت تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی داشت. از روش‌های دیگر برای تخمین زدن صدای صوت می‌توان به روش SNGR^۶ که توسط بچار و همکارانش [۱۸]، بیلی و همکارانش [۱۹] و بیلی و جاو [۲۰] ارائه شده است اشاره کرد. مبنای این روش براساس تخمین آماری از آشفستگی برای مدل کردن منبع غیردائم می‌باشد. بگی و بیلی [۲۱] نیز جتی را با عدد ماخ ۰/۹ و عدد رینولدز ۴۰۰۰۰۰ با روش LES مورد مطالعه قرار

7-Core

8-Transition

9-Fully Developed

10-Round Jet

11-Plane Jet

4-Direct Numerical Simulation

5-Large Eddy Simulation

6-Stochastic Noise Generation and Radiation

که در آن، در رابطه با R ثابت گازی می‌باشد. همچنین، از فرض گاز کامل بودن روابط زیر نتیجه می‌شود:

$$de = C_V dT, \quad (۸)$$

$$dh = C_p dT,$$

$$C_V = C_p - R,$$

که در آن، E انرژی درونی، h آنتالپی، C_p ، C_V به ترتیب گرمای ویژه در فشار ثابت و حجم ثابت می‌باشند، که پس از متوسط‌گیری، معادلات پیوستگی و اندازه حرکت برای جریان تراکم‌پذیر به صورت زیر درمی‌آیند [۱۳]:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial x_i} = 0, \quad (۹)$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{u}_i)}{\partial x_j} = \quad (۱۰)$$

$$-\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \left(\frac{\partial}{\partial x_j} \right) \left[\mu \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \right. \right.$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{\rho u_i'' u_j''}).$$

مدل جریان مغشوش استفاده شده به منظور مدل نمودن عبارت تنش رینولدزی مدل RSM^{۱۱} می‌باشد. مدل RSM، معادلات ناویر-استوکس را به همراه یک سری معادلات اضافی برای تنش‌های رینولدزی و یک معادله نیز برای ε حل می‌نماید. شکل تانسوری معادله انتقالی تنش‌های رینولدز برای جریان تراکم‌پذیر به صورت زیر است [۱۳]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho \tau_{ik}}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{u}_j \overline{\rho \tau_{ik}}) &= -\overline{\rho \tau_{ik}} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_j} \\ -\overline{\rho \tau_{kj}} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho \tau_{ik} u_j''}) - \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{P u_k''}) & \\ -\frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{P u_i''}) + P \left(\frac{\partial u_k''}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i''}{\partial x_k} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\sigma_{ij} u_k''}) & \\ + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\sigma_{kj} u_i''}) - \sigma_{ij} \frac{\partial u_k''}{\partial x_j} - \sigma_{kj} \frac{\partial u_i''}{\partial x_j}, & \end{aligned} \quad (۱۱)$$

صوتی یک جت دو بعدی تراکم‌پذیر مادون صوت را با استفاده از نتایج حل میدان جریان و در نظر گرفتن شرایط مرزی آکوستیکی تحلیل می‌کند. به همین منظور معادلات حاکم بر میدان جریان و میدان آکوستیکی استخراج شده است، سپس این معادلات به صورت عددی با استفاده از ترتیب روش‌های حجم محدود و تفاضل محدود ارائه شده و در نهایت روش فوق برای دو جت مختلف به کار گرفته شده و در یک مورد با نتایج گذشته مقایسه شده است.

۲- معادلات حاکم بر میدان جریان

معادلات حاکم بر میدان جریان، شکل تراکم‌پذیر معادلات ناویر-استوکس است که این معادلات در شکل تانسوری به صورت زیر است:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0, \quad (۲)$$

$$\frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, \quad (۳)$$

$$\frac{\partial (\rho e_0)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho e_0 u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p u_j}{\partial x_j} + \quad (۴)$$

$$c_p \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\frac{\mu}{p_r} \right) \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i \sigma_{ij}).$$

σ_{ij} تانسور تنش لزوج و S_{ij} تانسور نرخ کرنش است که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\sigma_{ij} = \mu \left(2s_{ij} - \frac{2}{3} s_{mm} \delta_{ij} \right), \quad (۵)$$

$$s_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (۶)$$

برای حل معادلات ناویر-استوکس تراکم‌پذیر به یک معادله کمکی احتیاج می‌باشد که آن همان معادله حالت گاز کامل به صورت زیر است:

$$P = \rho RT, \quad (۷)$$

$$\frac{du_i}{dt} = -\frac{u_i - \bar{u}_i}{T_I} + \left(\frac{2\bar{u}_i'^2}{T_I}\right)^{1/2} \zeta_i(t), \quad (15)$$

که در آن، $\bar{u}_i'^2$ متوسط مجموع مربعات i - امین سرعت نوسانی است و قرارداد جمع روی اندیسی که دارای خط زیر است (\bar{i}) نباید به کار رود. T_I زمان انتگرالی ذره^{۱۵} می‌باشد که زمان متوسط سپری شده در گردابه‌های جریان آشفته، در مسیر ذره است که به صورت زیر بیان می‌شود [۱۴]:

$$T_I = 0.3 \frac{k}{\varepsilon}. \quad (16)$$

همچنین در رابطه (۱۵)، $\zeta_i(t)$ بردار اتفاقی گوسی^{۱۶} است که در هر قدم زمانی به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۴]:

$$\zeta_i(t) = \frac{G_i}{\sqrt{\Delta t}}, \quad (17)$$

که در آن، G_i یک عدد اتفاقی گوسی با متوسط صفر و واریانس یک و Δt قدم زمانی است.

۴- معادله حاکم بر میدان آکوستیکی

معادله حاکم بر میدان آکوستیکی، معادله موج لایت‌هیل است که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + C_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (18)$$

که در آن، ترم چشمه آکوستیکی از دو قسمت زیر تشکیل شده: (عبارت تنش‌های رینولدزی^{۱۷} و عبارت آنتروپی^{۱۸}):

$$T_{total} = T_R + T_E \Leftrightarrow \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial^2 (\rho v_i v_j)}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial^2 [(P - \rho C_0^2) \delta_{ij}]}{\partial x_i \partial x_j}. \quad (19)$$

15 - Particle Integral Time

16 - Gaussian Random Vector

17 - Reynolds Stress Term (T_R)

18 - Entropy Term (T_E)

که در آن، $\tau_{ij} = u_i'' u_j''$

$$\lambda = \mu' - \frac{2}{3} \mu, \sigma_{ij} = \lambda \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

و μ' ضریب بالک لزجت^{۱۳} می‌باشد. همچنین، معادله نرخ ε و k به ترتیب به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} &= c_{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{k}{\varepsilon} \tau_{kl} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_L} \right) \\ &+ c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon p}{k} - c_{\varepsilon 2} f_{\varepsilon}(R_T) \frac{\varepsilon}{k} \left[\varepsilon - 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial n} \right)^2 \right] \\ &+ \nu c_{\varepsilon 3} \tau_{ij} \frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial^2 \bar{u}_k}{\partial x_i \partial x_L} \frac{\partial^2 \bar{u}_k}{\partial x_j \partial x_L} + \nu \nabla^2 \varepsilon, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} &= P - \varepsilon \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \nu \nabla^2 k, \end{aligned} \quad (13)$$

که در آن، $c_{\varepsilon 1} = 1.44$ ، $c_{\varepsilon 2} = 1.92$ ، $c_{\varepsilon 3} = 2$ ،

$$f_{\varepsilon}(R_T) = 1 - \frac{2}{9} \exp\left(-\frac{R_T^2}{36}\right), \quad c_{\varepsilon 3} = 2,$$

و $R_T = \frac{k^2}{\nu \varepsilon}$ می‌باشد. در نهایت، لزجت آشفتگی نیز از

رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\mu_t = \rho c_{\mu} \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (14)$$

که در آن، $c_{\mu} = 0.09$ است.

۳- نحوه محاسبه میدان سرعت لحظه‌ای

اغتشاشات آشفته، توابع تصادفی از مکان و زمان هستند، بنابراین برای به دست آوردن میدان سرعت لحظه‌ای آشفته که مجموع سرعت‌های نوسانی و سرعت‌های متوسط است، از مدل تصادفی CFWN^{۱۳} استفاده شده است. از این مدل که در شبیه‌سازی رسوب ذرات روی دیواره‌ها در جریان مغشوش بهره گرفته شده است، سرعت نوسانی سیال رابطه زیر را ارضا می‌کند [۱۴]:

13 - Bulk Coefficient of Viscosity

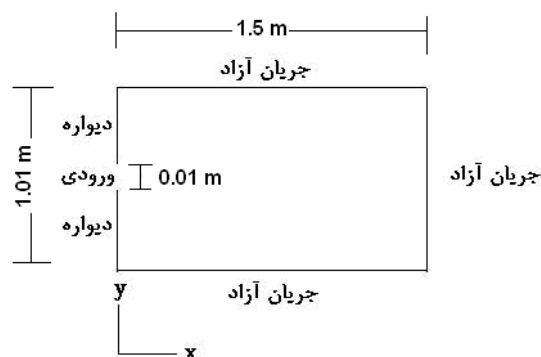
14 - Continuous Filter White Noise

میدان محاسباتی در نظر گرفته شده در شکل ۱ نشان داده شده است.

شرایط مرزی حاکم بدین صورت است که در دوردست مقادیر فشار و دما معادل فشار و دمای اتمسفریک و مقادیر سرعت بسیار کم در نظر گرفته شده است (شرایط جریان آزاد). همچنین، برای دو دیواره احاطه کننده نازل شرایط مرزی، عدم لغزش و دما ثابت در نظر گرفته شده است. همچنین برای محاسبه مقدار انرژی آشفته‌گی و نرخ استهلاک آشفته‌گی در ورودی جت به محیط، از روابط زیر استفاده گردیده است:

$$k_{inlet} = (\gamma W_{inlet})^2, \quad (24)$$

$$\varepsilon_{inlet} = \frac{k_{inlet}^{1.5}}{L}, \quad (25)$$



شکل (۱): هندسه میدان محاسباتی.

که در آن، γ شدت آشفته‌گی است و معمولاً بین ۰/۰۱ تا ۰/۱ انتخاب می‌شود. L مقیاس طولی آشفته‌گی می‌باشد و برحسب طول اختلاط پرانتل L_m به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۳]:

$$L = C_{\mu}^{-0.75} L_m, \quad (26)$$

که در آن، C_{μ} ثابتی است که برابر ۰/۰۹ در نظر گرفته می‌شود. برای به دست آوردن مقادیر تنش‌های رینولدز در ورودی جت به محیط، از فرض ایزوتروپیک بودن آشفته‌گی در ورودی کمک گرفته شده است. در نتیجه داریم:

$$\overline{u_i^2} = \frac{2}{3} k_{inlet}, \quad (27)$$

معادله لایتهیل یک معادله هذلولی است که برای گسسته سازی این معادله از روش تفاضل محدود لاکس-وندرف^{۱۹} [۱۵ و ۱۷] و به منظور تقریب زدن مشتق متغیرهای وابسته از بسط سری تیلور به شکل زیر استفاده شده است:

$$\rho'_{i,j}{}^{n+1} = \rho'_{i,j}{}^n + \frac{\partial \rho'_{i,j}}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial^2 \rho'_{i,j}}{\partial t^2} \frac{\Delta t^2}{2l_o} + \frac{\partial^3 \rho'_{i,j}}{\partial t^3} \frac{\Delta t^3}{3l_o} + \dots, \quad (20)$$

$$\rho'_{i,j}{}^{n-1} = \rho'_{i,j}{}^n - \frac{\partial \rho'_{i,j}}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial^2 \rho'_{i,j}}{\partial t^2} \frac{\Delta t^2}{2l_o} - \frac{\partial^3 \rho'_{i,j}}{\partial t^3} \frac{\Delta t^3}{3l_o} + \dots. \quad (21)$$

از جمع کردن دو معادله فوق، معادله زیر به دست می‌آید:

$$\rho'_{i,j}{}^{n+1} = 2\rho'_{i,j}{}^n - \rho'_{i,j}{}^{n-1} + (\Delta t)^2 \frac{\partial^2 \rho'_{i,j}}{\partial t^2} + \dots. \quad (22)$$

با جاگذاری $\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2}$ از معادله (۱۸) در معادله (۲۲)، معادله زیر به دست می‌آید:

$$\rho'_{i,j}{}^{n+1} = 2\rho'_{i,j}{}^n - \rho'_{i,j}{}^{n-1} - c_0^2 (\Delta t)^2 \frac{\partial^2 \rho'_{i,j}}{\partial x_i \partial x_i} + (\Delta t)^2 \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}. \quad (23)$$

معادله اخیر شکل صریح لاکس-وندرف معادله لایتهیل است. که از مرتبه $[(\Delta t)^2, (\Delta x)^2]$ می‌باشد.

۵- معرفی مسئله

به منظور ارزیابی مسئله، جریان هوای خروجی از یک نازل با قطر ۰/۰۱ m، دمای ۴۰۰ K، فشار ۱/۵ bar و $Re = 2 \times 10^5$ را که به جریان هوای محیط با شرایط دما و فشار اتمسفریک تخلیه می‌شود، به حالت جریان دو بعدی و تراکم پذیر، مدل گردیده است. شماتیک هندسی



شکل (۳): شرط مرزی جذبی برای موج آکوستیکی [۱۵].

۶- غیر وابستگی حل به شبکه

به منظور بررسی عدم وابستگی مشخصات جریان به تعداد نقاط شبکه، از چهار شبکه محاسباتی که به ترتیب دارای می‌باشد، استفاده شده است (گفتنی است که ۲۰۳ نقطه در راستای عرضی میدان محاسباتی توزیع شده است). سپس منحنی پروفیل سرعت متوسط میدان جریان در سه مقطع عرضی مشخص برای شبکه‌های ذکر شده، ترسیم گردید (شکل‌های ۴ و ۵). مشاهده شد که برای تعداد نقاط ۲۰۳×۳۵۰ و ۲۰۳×۳۰۰ پروفیل سرعت در مقاطع مختلف یکسان است. این موضوع مستقل بودن حل را از تعداد نقاط شبکه برای دو شبکه ۲۰۳×۳۵۰ و ۲۰۳×۳۰۰ نشان می‌دهد. بنابراین، نتایج حل میدان در شبکه محاسباتی ۲۰۳×۳۰۰ به عنوان حل مستقل از شبکه در نظر گرفته شده است.

۷- تحلیل نتایج

در بررسی صورت گرفته در مرحله اول، میدان جریان تراکم‌پذیر مغشوش با استفاده از روش متوسط‌گیری رینولدز^{۲۱} و مدل آشفتگی RSM^{۲۲} از نرم افزار فلونت استفاده شده است. در مرحله دوم، میدان سرعت‌های

$$\overline{u'_i u'_j} = 0. \quad (28)$$

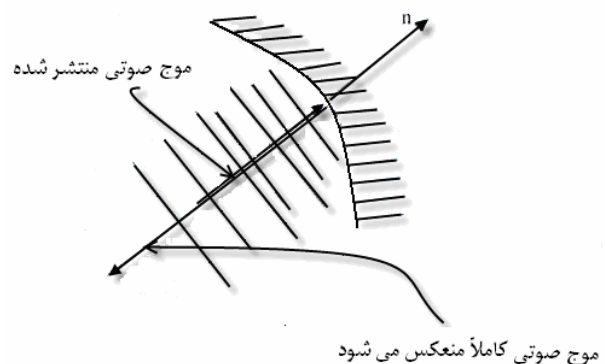
دو نوع شرط مرزی برای میدان آکوستیکی استفاده شده است:

الف) شرط مرزی دیواره: در این نوع شرط مرزی که شماتیک آن در شکل ۲ نشان داده شده است، انعکاس نوسانات آکوستیکی روی دیواره (در جهت عمود بر آن)، به طور کامل به داخل میدان می‌باشد. بنابراین داریم:

$$\nabla \rho' \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \rho'}{\partial n} = 0. \quad (29)$$

ب) شرط مرزی جذبی: در این نوع شرط مرزی، اطلاعاتی که به مرزها می‌رسد بدون آن که به داخل میدان منعکس شود، به بیرون می‌رود. در نتیجه از معادله موج صفحه‌ای و با کمک علامت سرعت مشخصه C می‌توان جهت انتشار اطلاعات را در مرز به صورت زیر مشخص نمود (شکل ۳):

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + C \frac{\partial \rho'}{\partial n} = 0. \quad (30)$$



شکل (۲): شرط مرزی دیواره برای موج آکوستیکی [۱۵].

در مرز با استفاده از روش تفاضل محدود یک‌طرفه^{۲۰} به داخل میدان حل، عبارت زیر برای نوسانات آکوستیکی در زمان $n+1$ به دست می‌آید:

$$\rho'_{i,j}^{n+1} = \rho'_{i,j}^n - c \cdot \Delta t \frac{\rho'_{i,j}^n - \rho'_{i-1,j}^n}{\Delta x}, \quad (31)$$

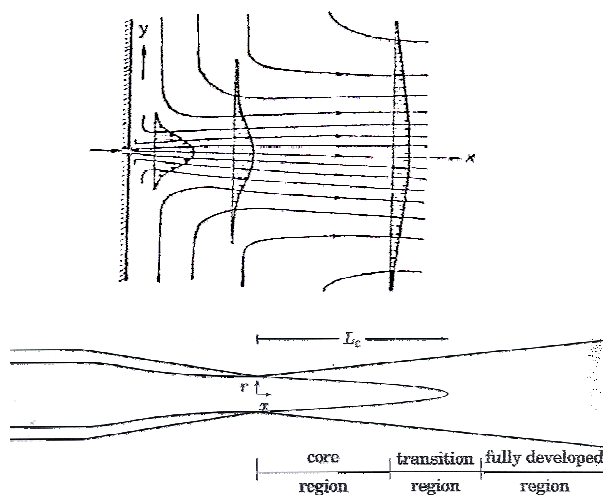
که در آن، Δx متغیر مکانی در جهت عمود بر مرز است.

21- Reynolds Averaged Navier-Stokes
22- Reynolds Stress Model

20 - Upwind

میدان سرعت حاصل از یک جت از سه ناحیه کاملاً مشخص تشکیل شده است: ناحیه اول هسته جریان است که پروفیل سرعت در این ناحیه مخروطی شکل می‌باشد (شکل ۶). نواحی دوم و سوم به ترتیب نواحی انتقالی و کاملاً توسعه یافته نامیده می‌شود که پروفیل سرعت در قسمت انتقالی جریان نزدیک به سهموی و در قسمت توسعه یافته جریان کاملاً سهموی شکل می‌گردد [۱۵ و ۱۶].

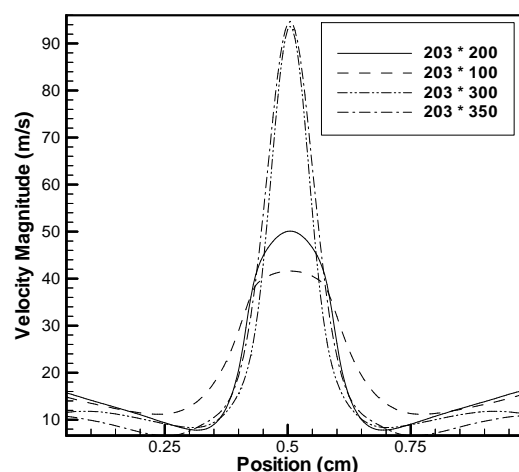
شکل ۷ نمودارهای سرعت جت در فواصل محوری ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۳۰ و ۳۵ سانتیمتری از دهانه جت را نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشخص است مقادیر سرعت در این نواحی بزرگ می‌باشد و با افزایش فاصله از دهانه جت (محور تقارن جت روی نقطه ۰/۵ متری از محور افقی مطابق می‌باشد) مقدار سرعت کاهش می‌یابد. همچنین، با توجه به این نمودار مشاهده می‌شود که در فاصله محوری حدود ۱۰ تا ۱۵ سانتیمتری پروفیل سرعت از حالت مخروطی شکل به سهموی نزدیک می‌گردد و جت در ناحیه انتقالی قرار گرفته است و از فاصله محوری ۳۰ سانتیمتری به بعد وارد ناحیه توسعه یافته شده است.



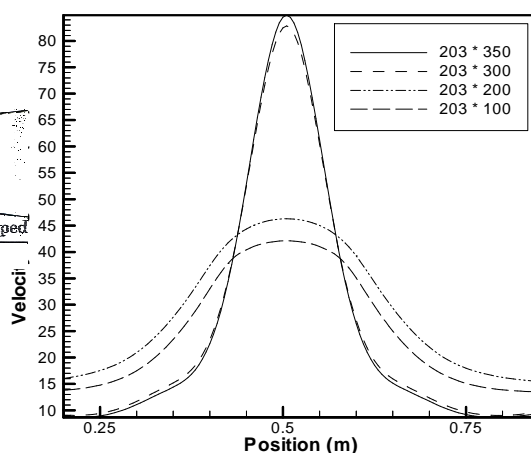
شکل (۶): نواحی تشکیل شده جریان برای جت توسعه یافته [۱۵].

شکل ۸ نمودارهای پروفیل سرعت را در فواصل محوری ۴۰ تا ۸۰ سانتیمتری نشان می‌دهد. با بررسی این نمودارها مشخص می‌شود که جت در فاصله محوری حدود ۴۰ سانتیمتری وارد ناحیه کاملاً توسعه یافته می‌شود و

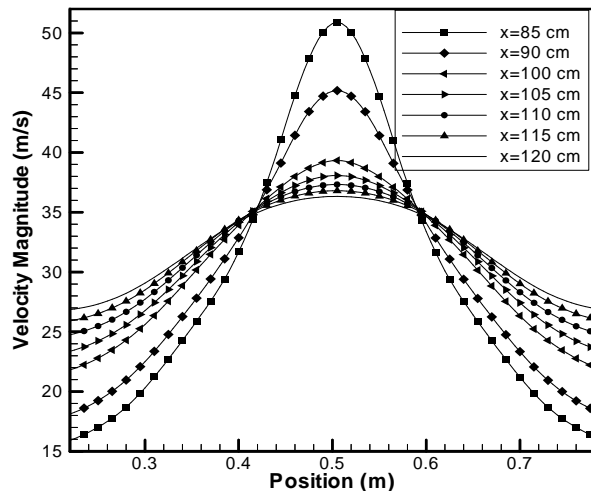
مطلق با همان مقدار انرژی جنبشی آشفته که حل متوسط‌گیری رینولدز تولید کرده با استفاده از مدل تصادفی CFWN محاسبه می‌گردد. در نهایت با استفاده از آنالوژی آکوستیکی لایت‌هیل معادله هذلولی دو بعدی لایت‌هیل که به روش تفاضل محدود لاکس- وندرف گسسته سازی گشته روی یک شبکه محاسباتی، مستقل از شبکه محاسباتی میدان جریان حل شده است. مقادیر عددی برای متغیرهای ترم چشمه از شبکه محاسباتی میدان جریان به شبکه آکوستیکی در هر قدم زمانی انتقال داده می‌شود و اطلاعات مرحله دوم برای عبارتهای منبع معادله لایت‌هیل، میدان آکوستیکی محاسبه می‌شود.



شکل (۴): پروفیل سرعت برای چهار شبکه متفاوت در مقطع $x = 60$ cm.



شکل (۵): پروفیل سرعت برای چهار شبکه متفاوت در مقطع $x = 70$ cm.

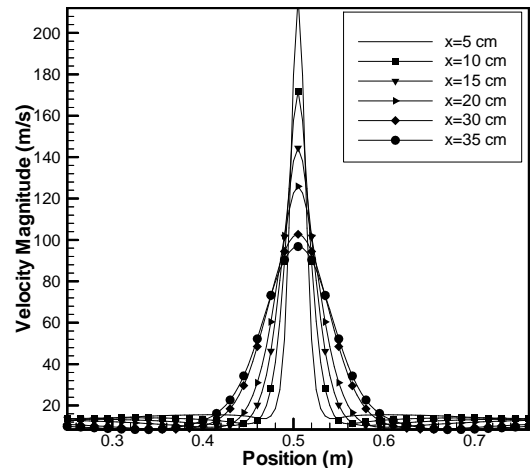


شکل (۹): پروفیل سرعت مقاطع مختلف عرضی میدان جریان (ناحیه کاملاً توسعه یافته).

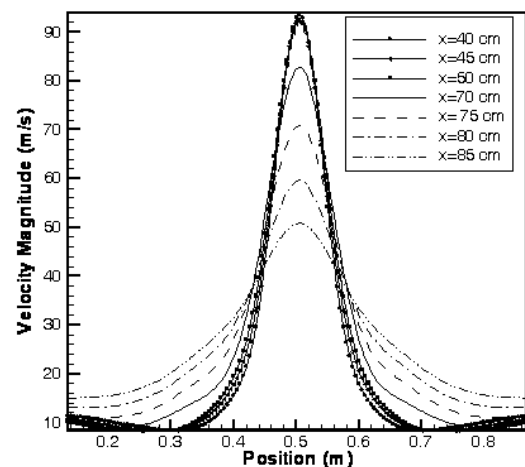
قبل از بررسی دیگر نتایج به دست آمده، لازم است که دو عامل سرعت خط مرکزی و پهنای نصف شده مطابق با مفاهیم ارائه شده در مرجع [۱۶] تعریف گردند. سرعت خط مرکزی به سرعت متوسط محوری جت در امتداد خط تقارن دهانه جت گفته می‌شود و به شکل $U_0(x)$ نمایش داده می‌شود. پارامتر پهنای نصف شده نیز در واقع شعاعی است در میدان جریان اطراف جت که در آن سرعت به دست آمده، نصف سرعت خط مرکزی جت است و به شکل $Y_{1/2}(x)$ نشان داده می‌شود.

یکی از عوامل مشخصه جت، خود تشابهی^{۲۳} شدن کمیت‌های متوسط جریان از قبیل سرعت در ناحیه توسعه یافته می‌باشد [۱۶]. بدین صورت که اگر سرعت‌های متوسط محوری و عرضی میدان جریان بر حسب سرعت خط مرکزی و همچنین مختصات عرضی هر نقطه از میدان جریان نیز بر حسب پهنای نصف شده بی‌بعد گردد و این دو عدد بی‌بعد بر حسب همدیگر رسم گردند، در تمامی مقاطع شکل پروفیل فوق باید بر هم منطبق باشد و نمودارهای به دست آمده نیز مطابق با نمودارهای مرجع [۱۶] در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ باشند. گفتنی است که این نمودارها برای ناحیه کاملاً توسعه یافته جریان صادق می‌باشد.

پروفیل آن سهموی کامل می‌گردد. همچنین کاهش سرعت در ناحیه انتقالی و توسعه یافته نسبت به ناحیه هسته شکل ۷ در این نمودارها نیز مشاهده می‌شود.



شکل (۷): پروفیل سرعت مقاطع مختلف عرضی میدان جریان (ناحیه هسته و انتقالی).



شکل (۸): پروفیل سرعت مقاطع مختلف عرضی میدان جریان (ناحیه توسعه یافته).

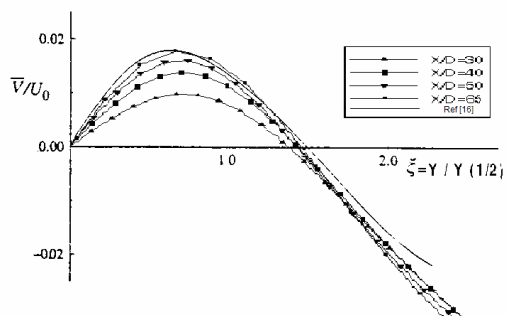
در نهایت شکل ۹ پروفیل سرعت را در فواصل محوری نزدیک به مرز انتهایی میدان محاسباتی نشان می‌دهد. با توجه به نمودارهای به دست آمده، مشخص است که در فواصل به اندازه کافی دور از ورودی، سرعت جت کاهش می‌یابد و پروفیل سرعت آن تخت می‌شود و در اصطلاح جت شروع به از بین رفتن می‌کند.

دقت نتایج به دست آمده برای سرعت بی‌بعد شده بین نتایج مرجع [۱۶] و تحلیل صورت گرفته در شکل ۱۰ در $y/y_{1/2} = 1$ برابر صفر و در $y/y_{1/2} = 2$ نیز برابر با ۲۰٪ است که نتایج قابل قبولی را نشان می‌دهد.

در شکل ۱۱ نیز پروفیل‌های سرعت متوسط عرضی بی‌بعد شده در فواصل محوری مختلف برای بررسی خاصیت خود تشابهی رسم شده است و با نتایج تجربی ارائه شده توسط مرجع [۱۶] مقایسه گردیده است. همان طور که از نمودارها نیز مشهود است میدان جریان از نسبت X/D حدود ۴۰ به حالت خود تشابهی می‌رسد که تأیید کننده نتایج به دست آمده می‌باشد. نتایج تحلیل صورت گرفته با دقت ۱۵٪ منطبق با نمودار مرجع شکل ۱۱ در نقطه $y/y_{1/2} = 1$ است.

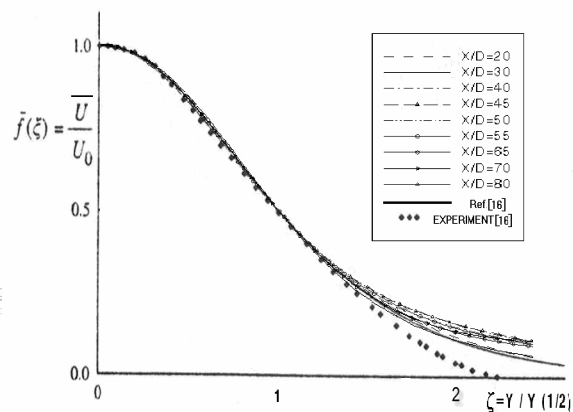
همچنین در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ به ترتیب پروفیل نسبت تنش‌های رینولدزی عمودی و عرضی به مجذور سرعت متوسط محوری بی‌بعد شده‌اند، بر حسب پهنای بی‌بعد شده ترسیم گشته و با نمودار مرجع که در شکل‌ها ارائه گردیده، مورد مقایسه قرار گرفته است.

در شکل ۱۲ ماکزیمم انحراف از داده‌های مرجع در نسبت $y/y_{1/2} = 0.3$ دیده می‌شود که میزان انحراف در این نقطه برابر ۲۳٪ است، همچنین میزان ماکزیمم انحراف از داده‌های مرجع در شکل ۱۳ در نسبت $y/y_{1/2} = 0.5$ دیده می‌شود که مقدار انحراف در این نقطه نیز برابر ۲۲٪ است که در مجموع توافق خوبی را بین نتایج مرجع و نتایج حاصل از این تحقیق نشان می‌دهد.



شکل (۱۱): پروفیل سرعت متوسط عرضی در جت صفحه‌ای خود تشابه.

لازم به توضیح است که عبارت ζ در نمودار شکل‌های ۱۰ و ۱۱ همان نسبت $y/y_{1/2}(x)$ می‌باشد و همچنین نقاط توپر در شکل ۱۰ از نتایج آزمایشگاهی [۱۶] و نموداری که با خط کشیده شده است از حل عددی به دست آمده است.



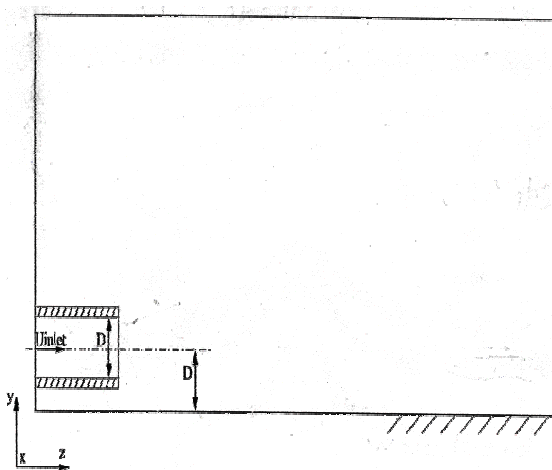
شکل (۱۰): پروفیل سرعت متوسط محوری در جت صفحه‌ای خود تشابه ۲۴.

همان طور که در نمودار شکل ۱۰ دیده می‌شود، پروفیل سرعت محوری بی‌بعد شده (سرعت متوسط محوری هر نقطه از میدان جریان نسبت به سرعت خط مرکزی $\langle U \rangle / U_0$) بر حسب پهنای بی‌بعد شده (شعاع هر نقطه از میدان جریان نسبت به پهنای نصف شده $y/y_{1/2}(x)$) برای نسبت‌های طول محوری به قطر دهانه جت (X/D) برابر ۲۰، ۳۰ و ... رسم شده است. این پروفیل‌ها به جز پروفیل‌های مربوط به مقادیر $X/D = 20, X/D = 30$ کاملاً بر هم منطبق هستند که نشان می‌دهد جریان در ناحیه توسعه یافته به حالت خود تشابهی رسیده است و برای دو نسبت فوق، چون این دو پروفیل در ناحیه هسته میدان جریان قرار می‌گیرند از نمودارهای خود تشابهی فاصله گرفته‌اند که همین طور نیز انتظار می‌رفت زیرا که نمودارهای خود تشابهی طبق مرجع [۱۶] برای یک جت صفحه‌ای از نسبت X/D حول و حوش ۴۰ به بالا به دست می‌آید. این موضوع به طور واضح در شکل‌های ۷ و ۸ قابل مشاهده است.

تحقیق حاضر، رفتار جت در دو حالت مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. در حالت اول، به منظور مقایسه با مرجع [۱۷] روی مرز پایینی که شرایط جریان آزاد حاکم است، از شرط مرزی دیواره برای موج آکوستیکی و روی بقیه مرزها از شرط مرزی جذبی همراه با انتخاب مناسب علامت سرعت مشخصه استفاده شده است، شکل ۱.

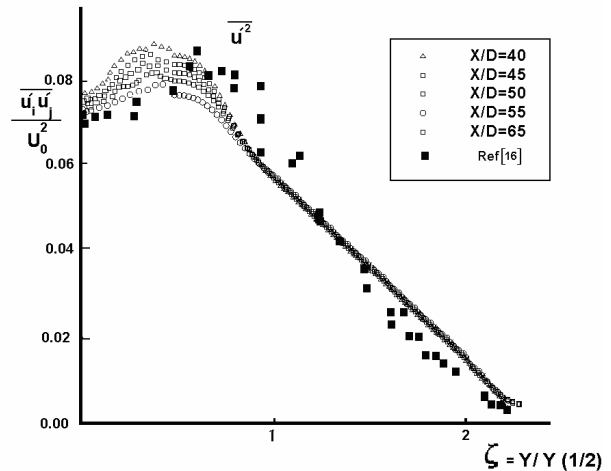
در حالت دوم روی دیواره ها از شرط مرزی آکوستیکی دیواره استفاده شده است. در ورودی و همچنین در مرزهایی که شرایط آزاد حاکم است از شرط مرزی جذبی همراه با انتخاب مناسب علامت سرعت مشخصه استفاده شده است.

در حالت کلی از مقایسه شکل‌های ۱۵ و ۱۶ با شکل ۱۷ می‌توان بیان کرد که می‌نیم مقدار نسبی سطح فشار صوت، مربوط به ناحیه ورودی جریان جت به میدان جریان یعنی در واقع در جایی که نشتی وجود دارد، می‌باشد. ماکزیمم مقدار سطح فشار صوت نیز در شکل ۱۷ در انتهای ناحیه هسته میدان جریان یعنی در فاصله محوری حدود ۸ برابر قطر دهانه جت دیده شده است [۱۷].



شکل (۱۴): شماتیک میدان محاسباتی [۱۷].

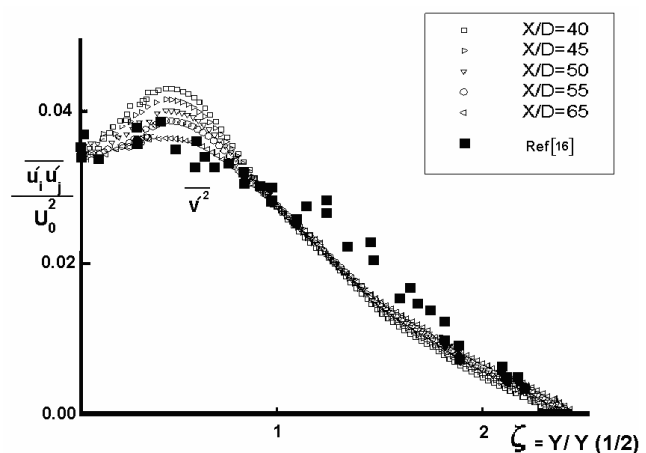
گفتنی است که شرط مرزی استفاده شده در حالت دوم با شرایط مرجع [۱۷] کاملاً متفاوت است ولی این حالت به منظور بررسی صحت و سقم روش پیدا کردن مکان ماکزیمم و می‌نیم سطح فشار صوت و مکان نشتی زمانی



شکل (۱۲): پروفیل تنش رینولدز نرمال محوری در جت صفحه‌ای خود تشابه.

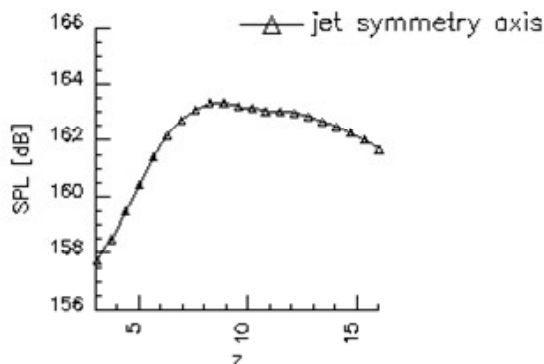
به منظور بررسی عملکرد منبع صوتی و میدان صوتی ناشی از آن، پروفیل‌های سطح فشار صوت (SPL) مطابق تعریف زیر در راستای محوری و عرضی میدان جریان ترسیم گردیده است:

$$SPL = 20 \log_{10} \left(\frac{P'_{rms}}{2 \times 10^{-5}} \right) \text{ و } P'_{rms} = \sqrt{P'^2} \quad (32)$$



شکل (۱۳): پروفیل تنش رینولدز نرمال عرضی در جت صفحه‌ای خود تشابه.

شکل ۱۴ شماتیک میدان جریان برای بررسی عملکرد میدان صوتی مرجع [۱۷] است. در این مرجع روی مرز پایینی از شرط مرزی دیواره و روی بقیه مرزها از شرط مرزی جذبی برای موج آکوستیکی استفاده شده است. در



شکل (۱۷): پروفیل SPL در راستای محور جت برای حالت اول [۱۷].

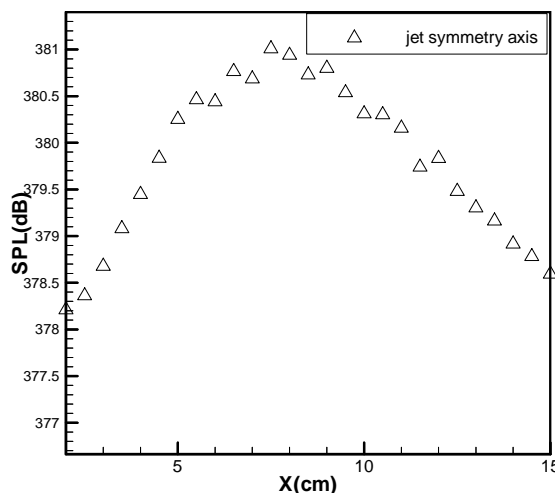
همان طور که در بررسی نتایج تحلیل از شکل ۷ نشان داده شد، ناحیه هسته میدان جریان تا مقدار $X/D=20$ به دست آمد، بنابراین دو نسبت $X/D=8$ و $X/D=10$ در ۱۵ و ۱۶ در همان ناحیه انتهایی هسته جریان می‌باشد که نشان دهنده توافق خوب نتایج با مطالب ارائه شده مرجع [۱۷] دارد.

در مجموع می‌توان این گونه بیان کرد که نقطه ماکزیمم سطح فشار صوت در راستای محوری میدان جریان و در انتهای ناحیه هسته میدان جریان (حدود ۸ تا ۱۰ برابر قطر دهانه جت) مشاهده می‌شود و بعد از آن سطح فشار صوت شروع به کم شدن می‌نماید. همچنین پروفیل سطح فشار صوت در راستای محوری از یک نقطه می‌نیمم نسبی شروع شده، سپس یک مقدار ماکزیمم می‌رسد و در نهایت بلافاصله گرفتن از دهانه جت شروع به کاهش می‌کنند که این نقطه می‌نیمم نسبی همان محل نشی است.

جمع بندی

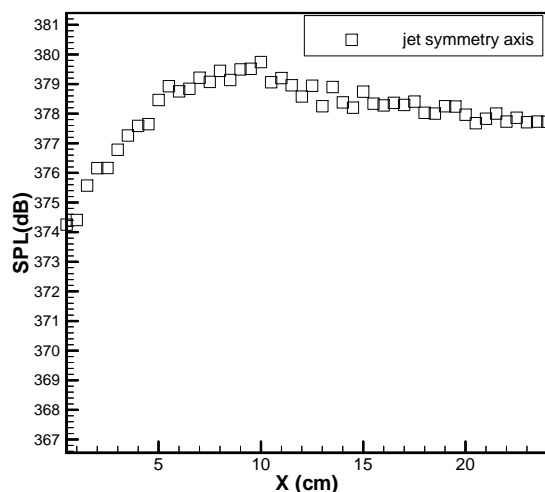
در این بررسی، میدان صوتی حاصل از یک نشی به صورت عددی شبیه سازی شده است. مطالعه مقایسه‌ای با تحقیقات صورت گرفته قبلی به منظور بررسی درستی نتایج، صورت گرفته است. استفاده از روش هیبرید به علت در اختیار نداشتن امکانات پردازش موازی بهترین روش پیشنهادی است. با توجه به نتایج به دست آمده برای میدان جریان، مدل RSM برای پیش بینی رفتار جت مناسب می‌باشد و جواب‌های قابل قبولی را ارائه می‌نماید.

که از شرایط مرزی متفاوتی استفاده شود، مورد ارزیابی قرار گرفته است.



شکل (۱۵): پروفیل SPL به دست آمده در راستای محور جت برای حالت اول.

با بررسی شکل ۱۵ مقدار ماکزیمم سطح فشار صوت در نقطه $X = 8\text{ cm}$ مشاهده می‌شود که با توجه به مقدار قطر دهانه جت $D = 1\text{ cm}$ نسبت $X/D = 8$ به دست می‌آید.



شکل (۱۶): پروفیل SPL به دست آمده در راستای محور جت برای حالت دوم.

در شکل ۱۶ نیز مقدار ماکزیمم سطح فشار صوت در نقطه $X = 10\text{ cm}$ مشاهده شده که در این حالت نیز نسبت $X/D = 10$ حاصل می‌شود.

10. Contantinescu, G.S. and Lele, S.K., "Large Eddy Simulation of a Near Sonic Turbulent Jet and Its Radiated Noise", AIAA Paper, No. 2001- 0376, 2001.
11. Bodony, D.J. and Lele, S.K., "Influence of Inlet Conditions on the Radiated Noise of High Speed Turbulent Jets", Int. Workshop on LES for Acoustics, DLR Gottingen, Germany, 2002.
12. Zhao, W., Frankel, S.H., and Mangeau, L., "Large Eddy Simulations of Sound Radiation from Subsonic Turbulent Jets", AIAA J., Vol. 39, No.8, pp. 1469- 1477, 2001.
13. Warsi, Z.U.A., "Fluid Dynamics, Theoretical and Computational Approaches", CRC Press, 2000.
14. Ahmadi, G., "Particle Deposition in a Nearly Developed Turbulent Duct Flow With Electrophoresis", J. Aerosol Science, Vol. 30, No. 1, pp. 739-758, 1999.
15. Andersson, N., "A Study of Mach 0.75 Jets and their Radiated Sound, Using Large-Eddy Simulation", Ph.D. Dissertation, Institutional for Termo-och Fluiddynamic, Chalmers Tekniska Hogskola, Goteborg, Sweden, 2003.
16. Pope, S.B., "Turbulent Flows", Cambridge Univ. Press, Manchester, 2000.
17. Fuchs, L. and Mihaescu, M., "Evaluation of the Sound Generated by an Unsteady Flow Field, Using a Hybrid Method", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, New York, pp. 169-178, 2003.
18. Bechara, W., Bailly, C., Lafon, P., and Candel, S.M., "Stochastic Approach to Noise Modeling for Free Turbulent Flows", AIAA J., Vol. 32, No. 3, pp. 455-463, 1994.
19. Bailly, C., Lafon, P., and Candel, S.,M., "A Stochastic Approach to Compute Noise Generation and Radiation of Free Turbulent Flows", AIAA Paper, No. 95-092, 1995.
20. Bailly, C. and Juve, D., "A Stochastic Approach to Compute Subsonic Noise, Using Linearized Euler's Equations", AIAA Paper, No. 99-1872, 1999.
21. Bogey, C. and Bailly, C., "Direct Computation of the Sound Radiated by a High Reynolds Number Subsonic Round Jet", Laboratoire de Mecanique des Fluides et d'Acoustique Ecole Center de Lyon, UMR CNRS 5509, France, 2002.
22. Farassat, F., Doty, M.J., and Hunter, C.A., "The Acoustic Analogy—A Powerful Tool in Aero acoustics with Emphasis on Jet Noise Prediction", NASA Langley Research Center, Hampton, VA, 23681, 2005.
23. Gutmark, E.J., Khosla, S., Mihaescu, M., Scherer, R., and Fuchs, L., "Flow and Acoustics Simulations Based on LES and an Acoustic Analogy, an Application to Laryngeal Airflow", AIAA Paper, No. 2007-0919, 2007.

از مزیت‌های مدل RSM نسبت به مدل‌های آشفتگی دیگر می‌توان به دقت عددی بالای این روش، مناسب بودن برای تحلیل جریان‌های با رفتار غیر ایزوتروپیک مثل جت و محاسبه مستقیم تنش‌های رینولوزی اشاره کرد. میدان صوتی به وجود آمده با استفاده از آنالورژی لایت-هیل تحلیل شده و نمودارهای سطح فشار صوت برای میدان آکوستیکی ترسیم شده است. با استفاده از این نمودارها نقطه ماکزیمم سطح فشار صوت در راستای محوری در انتهای ناحیه هسته میدان جریان مشاهده می‌شود و پس از آن سطح فشار صوت شروع به کم شدن می‌نماید. همچنین، این نمودارها در راستای محوری از یک نقطه می‌نیمم نسبی شروع شده، سپس به مقدار ماکزیمم می‌رسد و در نهایت با فاصله گرفتن از دهانه جت، شروع به کاهش می‌کنند که این نقطه می‌نیمم نسبی همان نشی است.

مراجع

1. Lighthill, M.J., "On Sound Generated Aerodynamically", I. General Theory, Proc. Roy. Soc., No. 211, pp. 564-587, 1952.
2. Lighthill, M.J., "On Sound Generated Aerodynamically", II. Turbulence as a Source of Sound, Proc. Roy. Soc., No. 222, pp. 1-32, 1954.
3. Tam, C.K.W. and Auriaultm, L., "Jet Mixing Noise from Fine-scale Turbulence", AIAA J., Vol. 37, No. 2, pp. 145-153, 1999.
4. Freund, J.B., Lele, S.K., and Moin, P., "Direct Numerical Simulation of a Mach 1.92 Turbulent Jet and its Sound Field", AIAA J., Vol. 38, No. 11, pp. 2023-2031, 2000.
5. Freund, J.B., "Noise Sources in a Low-Reynolds-Number Turbulent Jet at Mach 0.9", Int. J. Fluid Mech., Vol. 438, No. 2, pp. 277-305, 2001.
6. Stromberg, J.L., McLaughlin, D.K., and Troutt, T.R., "Flow Field and Acoustic Properties of a Mach Number 0.9 Jet at a Low Reynolds Number", Int. J. Sound and Vibration, Vol. 72, No. 2, pp. 159-176, 1980.
7. Lyrintzis, A.S. and Uzun, A., "Integral Techniques for Aeroacoustics Calculations", AIAA Paper, No. 2001-2253, 2001.
8. Chyczewski, T.S. and Long, L.N., "Numerical Prediction of the Noise Produced by a Perfectly Expanded Rectangular Jet", AIAA Paper, No. 96-1730, 1996.
9. Boersma, B.J. and Lele, S.K., "Large Eddy Simulation of a Mach 0.9 Turbulent Jet", AIAA Paper, No. 99- 1874, 1999.