

شبیه سازی عددی جریان کاویتاسیون گسترده و جزئی دوبعدی با استفاده از روش المان مرزی

محمود پسندیده فرد^۱، ایمان رشیدی طرقي^۲ و محمد تولمی^۳

گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۶/۰۴/۰۷؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۷/۰۶/۰۵)

چکیده

در این پژوهش، جریان پتانسیل، همراه با کاویتاسیون گسترده و جزئی، با استفاده از روش المان مرزی بررسی شده است. برای این منظور، توزیع گردابه در مرز جریان مورد استفاده قرار گرفته است. روی سطح خیس شده هیدروفویل - کاویتا شرط نفوذ ناپذیری و روی سطح خیس شده کاویتا شرط سرعت مماسی ثابت و در لبه انتهایی هیدروفویل برای کاویتاسیون جزئی شرط کوتا و برای کاویتاسیون گسترده، شرط پیوستگی سرعت مماسی اعمال شده است. در این روش، طول کاویتا معلوم فرض شده و یک شکل اولیه فرضی برای کاویتا در نظر گرفته شده است. نتایج حل عددی جریان کاویتاسیون جزئی حول هیدروفویل NACA0009 و کاویتاسیون گسترده حول هیدروفویل صفحه تخت و گوه با نتایج تجربی مقایسه شده است. در کاویتاسیون جزئی، نتایج بیانگر صحت این روش عددی تا طول کاویتا کمتر از حدود ۰/۷۵ وتر است که برای تطابق بهتر با نتایج تجربی از روش جدیدی استفاده شده است. در این روش که تأثیر یک گردابه مستقل در خلاف جهت عقربه ساعت که در کاویتاسیون جزئی و در پایین دست جریان شکل می‌گیرد، مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین، تأثیر تغییر نقطه شروع کاویتا بررسی شده که نشان می‌دهد اثر زیادی بر نمودار نسبت ضخامت به طول کاویتا ندارد.

واژه‌های کلیدی: کاویتاسیون گسترده دوبعدی، کاویتاسیون جزئی دوبعدی، جریان پتانسیل، روش المان مرزی، گردابه

Numerical Simulation of 2-D Supercavitation and Partial Cavitation, Using Boundary Element Method

M. Pasandideh Fard, I. Rashidi-Toroghi, and M. Tolami

Mech. Eng. Group, Ferdowsi Univ. of Mashhad

ABSTRACT

In this work, potential flow with supercavitation and partial cavitation has been studied, using boundary element method. For this purpose, vortex distribution is used in the boundary of the flow. The impermeable condition is used on the wetted surface of the hydrofoil-cavity (zero vertical velocity), while constant tangential velocity condition is used on the wetted surface of the cavity; the Kutta condition is also used at the trailing edge of the hydrofoil for partial cavitation and the continuity of tangential velocity condition is used for supercavitation. In this method, the length of the cavity is assumed to be known and an initial guess for the cavity shape is considered. The results of the numerical solution of partial cavitation flow around NACA0009 hydrofoil and supercavitation from over a flat surface and a wedge are compared with the experimental results. The results in partial cavitation show the accuracy of this numerical method for cavity length of less than 75% of the cord. Thus, for better accordance with the experimental results, a new method is used in which this method, the effect of a counter clockwise independent vortex, which is formed downstream of the flow in partial cavitation, has been studied. Furthermore, the effect of changing the cavity starting point has been studied, which shows that it does not have great influence on the ratio of thickness to length of the cavity.

Key Words: 2-D Supercavitation, 2-D Partial Cavitation, Potential Flow, Boundary Integral Method, Vortex

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): fardmp@yahoo.com

۲- دانشجوی دکترا

۳- کارشناس ارشد

۱- مقدمه

کاویتاسیون در بسیاری از پدیده‌های مهندسی و نظامی که همراه حرکت مایعات با سرعت بالاست، اتفاق می‌افتد. این پدیده در بسیاری از موارد مخرب است. در مواردی نیز به علت کاهش نیروی پسا^۱ مطلوب می‌باشد. لذا بررسی این پدیده از دیرباز مورد توجه بوده است. بر طبق رابطه برنولی در جریان مایع روی یک جسم افزایش سرعت باعث کاهش فشار جریان می‌شود. اگر افزایش سرعت به حدی باشد که فشار به فشار بخار کاهش پیدا کند، سیال در آن منطقه به بخار تبدیل می‌شود و اصطلاحاً کاویتاسیون رخ می‌دهد. اگر طول کاویتا کمتر از طول جسم باشد یا اصطلاحاً کاویتا روی جسم بسته شود، کاویتاسیون جزئی نامیده می‌شود. با افزایش بیشتر سرعت جریان آزاد (کاهش عدد کاویتاسیون)، طول کاویتا می‌تواند از طول جسم نیز بیشتر شده و کاویتا خارج از جسم روی جریان مایع بسته می‌شود. به این حالت، کاویتاسیون گسترده یا سوپراکویتاسیون^۲ گفته می‌شود [۱]. کاویتاسیون جزئی به علت این که مایع روی جسم بسته می‌شود، ناپایدار بوده که این ناپایداری همراه با شکل‌گیری و جداسدن حباب‌های بخار آب (ابر کاویتا) می‌باشد و با افزایش طول کاویتا این ناپایداری بیشتر می‌شود. کاویتاسیون گسترده به دلیل بسته شدن مایع در خارج جسم، نسبتاً پایدار می‌باشد [۳-۴].

کاویتا از جنبه دیگر، به دو دسته باز و بسته تقسیم می‌شود. کاویتا بسته، اغلب در سرعت جریان زیاد (اعداد کاویتاسیون کم) و یا زاویه حمله کوچک و یا روی هندسه‌های هموار شکل می‌گیرد و مرز کاویتا در آن واضح می‌باشد. این کاویتا تقریباً پایدار و جریان در انتهای آن آرام است. کاویتا باز اغلب در سرعت جریان کم (اعداد کاویتاسیون زیاد) و یا زاویه حمله بالا و یا روی هندسه‌های ناهموار (مثل گوشه‌ها) شکل می‌گیرد و مرز کاویتا مخصوصاً در انتهای آن واضح نیست. این کاویتا نزدیک نقطه بیشترین ضخامت کاویتا و درون مایع تمام می‌شود و انتهای آن باز است. کاویتا باز ناپایدار بوده و جریان در انتهای آن متلاطم می‌باشد [۵].

با توجه به مشاهدات تجربی [۶] جریان تا قبل از ترکیدن ابر کاویتا اصولاً غیرچرخشی می‌باشد و پس از

ترکیدن آن، جریان در پایین دست کاویتا چرخشی خواهد بود ولی در نقاط دیگر، مرز کاویتا مقدار چرخش بسیار ناچیز است. بنابراین، می‌توان گفت جریان در اطراف کاویتا با تقریب خوبی پتانسیل می‌باشد.

به دلیل اهمیت و کاربرد فراوان پدیده کاویتاسیون، مطالعات فراوانی به صورت تحلیلی روی هندسه‌های دو و سه بعدی صورت گرفته است [۱]. هلمهولتز^۳ در سال ۱۸۶۸ و کیرشوف^۴ در سال ۱۸۶۹ با استفاده از تئوری توابع متغیر مختلط هیدوگراف^۵ جریان کاویتاسیون گسترده حول صفحه تخت را در عدد کاویتاسیون صفر حل نمودند. گورست^۶ در سال ۱۹۵۹ یک تئوری خطی برای پیش‌بینی کاویتاسیون جزئی حول هیدروفویل در عدد کاویتاسیون محدود پایه‌گذاری کرده و در سال بعد آن را برای پیش‌بینی کاویتاسیون گسترده حول هیدروفویل تکمیل نمود [۷]. در سال ۱۹۷۷ جیانگ^۷ تئوری عددی ناپایدار همراه با در نظر گرفتن اثر نیروی برآ^۸ برای جریان‌های کاویتاسیون گسترده حول هیدروفویل‌های سه‌بعدی با استفاده از روش گردابه و چشمه پیشنهاد نمود. برای حل کاویتاسیون گسترده متقارن محوری نیز تاکنون دو مدل جسم نازک و مدل المان مرزی ارائه شده است [۱].

در سال ۱۹۸۷ اهلمن^۹ از روش المان‌های مرزی غیرخطی بر مبنای سرعت (با استفاده از توزیع گردابه در مرز جریان) برای حل جریان کاویتاسیون جزئی روی هیدروفویل استفاده نمود [۸] و دو سال بعد از همان روش برای حل جریان کاویتاسیون گسترده استفاده کرد [۹]. چندی بعد فاین^۱ و کیناس^{۱۱} از توزیع چشمه و دابلت با استفاده از انتگرال سوم (گرین) برای حل مسئله کاویتاسیون جزئی حول هیدروفویل دو بعدی استفاده نمودند [۱۰-۱۱].

در تحقیق حاضر، برای تحلیل کاویتاسیون جزئی و گسترده از توزیع گردابه در مرزهای هیدروفویل و کاویتا

3- Helmholtz

4- Kirchoff

5- Hodograph

6- Geurst

7- Jiang

8- Lift

9- Uhlman

10- Fine

11- Kinnas

1- Drag

2- Supercavitation

عناصر جریان پتانسیل شامل جریان یکنواخت، چشمه، چاه، دابلت و گردابه در معادله (۲) صدق می‌کنند به دلیل خطی بودن معادله (۲) برهم نهی عناصر فوق نیز معادله (۲) را ارضا خواهد نمود. برای حل جریان پتانسیل حول هیدروفویل از برهم نهی جریان یکنواخت و توزیعی از گردابه‌ها روی مرز خیس شده کاوتی و هیدروفویل استفاده شده است. بنابراین داریم:

$$\Phi = \bar{U}_\infty \bar{r} + \phi, \quad (3)$$

که در آن، جمله $\bar{U}_\infty \bar{r}$ پتانسیل ناشی از جریان یکنواخت و جمله ϕ پتانسیل ناشی از توزیع گردابه‌ها است. اگر \bar{Q} سرعت در نقطه‌ای از میدان باشد آنگاه:

$$\bar{Q} = \nabla \Phi, \quad (4)$$

یا طبق رابطه (۳)

$$\bar{Q} = \bar{U}_\infty + \bar{V}, \quad (5)$$

و

$$\bar{V} = \nabla \phi, \quad (6)$$

که در آنها، \bar{V} سرعت ناشی از توزیع گردابه‌ها است. از آنجا که میدان حاصل از برهم نهی جریان یکنواخت و توزیع گردابه‌ها خود به خود معادله لاپلاس را ارضا می‌نماید. بنابراین، برای حل مسئله فقط باید شرایط مرزی ارضا شود.

۲-۱- گردش منفی در پایین دست جریان

طبق قضیه کلون [۱۲] در جریان غیر قابل تراکم و غیرویسکوز حول اجسام تغییر گردش برابر صفر است. به تعبیری، در جریان حول هیدروفویل‌ها علاوه بر گردش در جهت عقربه‌های ساعت که باعث ایجاد نیروی لیفت می‌شود گردش دیگری با همان اندازه و در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت در پایین دست هیدروفویل‌ها خواهیم داشت به نحوی که حاصل جمع دو گردش صفر شود. در پدیده‌هایی که کاوتیسیون نقشی ندارد مثل جریان هوا روی ایرفویل‌ها به دلیل این که این گردش منفی در فاصله نسبتاً دور از ایرفویل شکل می‌گیرد لذا از تأثیر آن روی ایرفویل می‌توان صرف نظر کرد [۱۲]. با توجه به مشاهدات تجربی [۱۳] هنگام شکل‌گیری کاوتیسیون جزئی روی هیدروفویل‌ها یک جریان رو به بالای قوی در پایین دست ناحیه کاوتی شکل می‌گیرد که

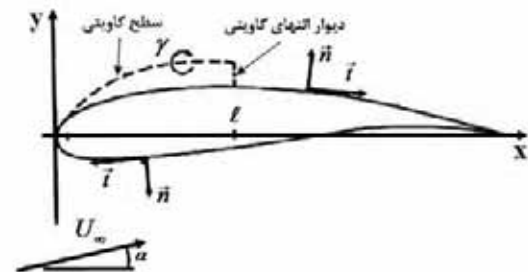
استفاده شده است. کاوتیسیون جزئی حول هیدروفویل NACA0009 و کاوتیسیون گسترده حول هیدروفویل صفحه تخت و گوه مورد بررسی قرار گرفته است. روش‌های معمول تحلیل جریان کاوتیسیون با استفاده از تئوری پتانسیل اثر گردش منفی در پایین دست جریان را در نظر نمی‌گیرد. در این مقاله براساس مشاهدات تجربی و همچنین قضیه کلون، در کاوتیسیون جزئی با افزودن یک گردابه در پایین دست هیدروفویل و با شدتی تقریباً برابر با شدت گردش مثبت ایجاد شده حول هیدروفویل و در خلاف جهت آن به بررسی اثر گردابه منفی بر دقت نتایج پرداخته شده است.

۲- معادلات حاکم

در این پژوهش همه متغیرها بی‌بعد فرض شده و در کاوتیسیون جزئی، زاویه حمله روی جریان سیال (شکل ۱) و در کاوتیسیون گسترده روی هیدروفویل اعمال شده (شکل ۲). بنابراین، داریم:

$$\bar{U}_\infty = I \hat{i}, \quad (1)$$

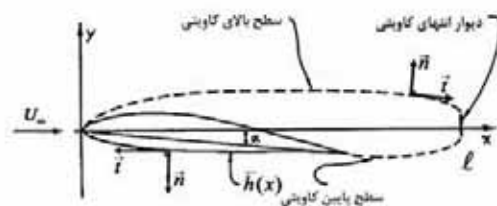
که در آن، \bar{U}_∞ سرعت جریان یکنواخت است.



شکل (۱): جریان کاوتیسیون جزئی حول یک هیدروفویل.

فرض می‌شود جریان پتانسیل باشد. بنابراین تابع پتانسیل Φ در معادله لاپلاس صدق می‌کند:

$$\nabla^2 \Phi = 0. \quad (2)$$



شکل (۲): جریان کاوتیسیون گسترده حول یک هیدروفویل.

$$\sigma = \frac{p_{\infty} - p_c}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2} \quad (10)$$

و با توجه به این که $|U_{\infty}|=1$ می‌باشد شرط مرزی دینامیکی و یا همان صورت بی‌بعد معادله (۹) به صورت زیر در می‌آید:

$$Q_c = U_{\infty} \sqrt{1 + \sigma} = \sqrt{1 + \sigma} \quad (11)$$

این شرط بیان می‌کند که مقدار سرعت روی مرز خیس شده کاویتی ثابت بوده و از رابطه فوق به دست می‌آید.

۳-۳- شرط کوتاه

در حل جریان بدون کاویتاسیون یا جریان کاویتاسیون جزئی حول هیدروفویل به منظور مشخص نمودن یکتایی گردش (سیرکولاسیون) شرط کوتاه در لبه انتهایی هیدروفویل اعمال می‌شود. شرط کوتاه بیان‌های مختلفی دارد. در اینجا از این بیان استفاده می‌کنیم که سرعت‌های مماسی در بالا و پایین لبه انتهایی هیدروفویل باید برابر باشند، یعنی:

$$\lim_{A \rightarrow T.E.} \vec{T}_A \cdot \vec{Q}_A = - \lim_{B \rightarrow T.E.} \vec{T}_B \cdot \vec{Q}_B \quad (12)$$

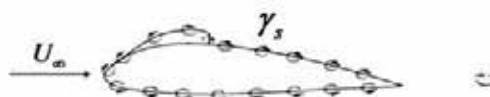
که در آن \vec{T} بردار واحد مماس بر سطح در جهت حرکت عقربه‌های ساعت و A نقطه مجاور لبه انتهایی فویل روی سطح بالایی و B نقطه مجاور لبه انتهایی هیدروفویل روی سطح پایینی می‌باشد. بنابراین روی سطح بالایی هیدرو فویل \vec{T} و \vec{Q} هم جهت و در سطح پایینی هیدروفویل \vec{T} و \vec{Q} خلاف جهت یکدیگر هستند. علامت منفی به همین خاطر است.

شرط پیوستگی سرعت مماسی در لبه انتهایی هیدروفویل در کاویتاسیون گسترده سطح بالایی هیدروفویل با آب در تماس نیست و نمی‌توان شرط کوتاه، را اعمال نمود (شکل ۲). بنابراین به جای شرط کوتاه شرط پیوستگی سرعت مماسی در لبه انتهایی هیدروفویل اعمال می‌شود. که به صورت رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\lim_{A \rightarrow T.E.} \vec{T}_A \cdot \vec{Q}_A = \lim_{B \rightarrow T.E.} \vec{T}_B \cdot \vec{Q}_B \quad (13)$$

که در آن \vec{T} بردار مماس بر سطح در جهت حرکت عقربه‌های ساعت (شکل ۲) و A نقطه‌ای روی سطح پایینی هیدروفویل و در مجاورت لبه انتهایی آن و B نقطه‌ای روی سطح پایینی کاویتی و در مجاورت لبه

به علت فاصله نزدیکی که نسبت به هیدروفویل دارد می‌تواند تأثیر قابل توجهی بر روی نیروهای وارد بر هیدروفویل داشته باشد. در این مقاله برای بررسی اثر این گرادیان شدید سرعت از یک گردش منفی (خلاف جهت عقربه ساعت) در پایین دست هیدروفویل استفاده شده است (شکل ۳). شدت این گردش منفی برابر با شدت گردش مثبت ایجاد شده حول هیدروفویل می‌باشد تا قضیه کلوین ارضا شده و حاصل جمع دو گردش حول هیدروفویل صفر شود. موقعیت مکانی آن نیز در این کار به اندازه یک طول وتر در پایین دست هیدروفویل فرض شده است.



شکل (۳): در نظر گرفتن اثر گردابه منفی بر حل جریان.

۳- شرایط مرزی

در این بخش شرایط مرزی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۳-۱- شرط مرزی سینماتیکی

این شرط بیان می‌کند که مؤلفه عمودی سرعت در مرز جریان (مرز خیس شده هیدروفویل-کاویتی) باید برابر صفر باشد. بنابراین روی این مرز داریم:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \quad (7)$$

یا به صورت عبارتی برحسب سرعت:

$$\vec{n} \cdot \vec{V} = -\vec{n} \cdot \vec{U}_{\infty} \quad \text{or} \quad \vec{n} \cdot \vec{Q} = 0 \quad (8)$$

که در آن \vec{n} بردار واحد عمود بر سطح به طرف خارج است.

۳-۲- شرط مرزی دینامیکی

این شرط فقط روی مرز خیس شده کاویتی اعمال می‌شود. با فرض فشار کاویتی ثابت و اعمال معادله برنولی بین یک نقطه جریان آزاد و نقطه‌ای روی مرز خیس شده کاویتی داریم:

$$p_{\infty} + \frac{1}{2} \rho |U_{\infty}|^2 = p_c + \frac{1}{2} \rho Q_c^2 \quad (9)$$

که در آن p_{∞} فشار جریان آزاد، p_c فشار داخل کاویتی (که ثابت فرض می‌شود) و Q_c سرعت جریان روی مرز کاویتی و ρ چگالی آب می‌باشد. با تعریف عدد بی‌بعد کاویتاسیون σ به صورت زیر است:

از طرفی، اگر $y(x)$ بیانگر منحنی C باشد، از هندسه مسئله داریم:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{n_x}{n_y} \quad (19)$$

بنابراین، با توجه به (۱۸) داریم:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Q_y}{Q_x} \quad (20)$$

این رابطه بیان می‌کند که به منظور ارضای شرط سرعت عمودی صفر در مرز C باید شیب منحنی C با شیب بردار سرعت روی آن برابر باشد.

۳-۵- صورت دیگر شرط دینامیکی

با توجه به رابطه (۵) مقدار Q_c را می‌توان بر حسب مؤلفه‌های مماسی و عمودی سرعت روی سطح کاویتی به صورت زیر نوشت:

$$Q_c = \sqrt{[\vec{t} \cdot (\vec{U}_\infty + \vec{V})]^2 + [\vec{n} \cdot (\vec{U}_\infty + \vec{V})]^2} \quad (21)$$

طبق شرط سینماتیکی (۸) داریم $\vec{n} \cdot (\vec{U}_\infty + \vec{V}) = 0$ بنابراین خواهیم داشت:

$$Q_c = \sqrt{[\vec{t} \cdot (\vec{U}_\infty + \vec{V})]^2} \quad (22)$$

با جایگزینی آن در شرط مرزی دینامیکی رابطه (۱۱) خواهیم داشت:

$$\sqrt{[\vec{t} \cdot (\vec{U}_\infty + \vec{V})]^2} = \sqrt{(1 + \sigma)}, \quad (23)$$

و یا،

$$\pm \vec{t} \cdot (\vec{U}_\infty + \vec{V}) = \sqrt{(1 + \sigma)} \quad (24)$$

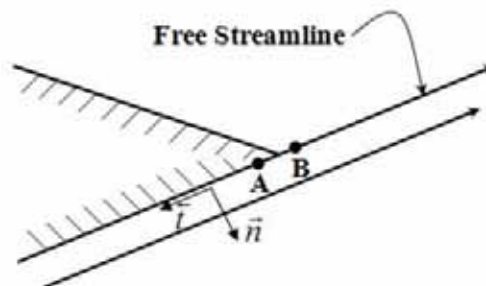
با مرتب کردن رابطه اخیر داریم:

$$\vec{t} \cdot \vec{V} \mp \sqrt{(1 + \sigma)} = -\vec{t} \cdot \vec{U}_\infty \quad (25)$$

که در آن، برای سطح بالایی کاویتی \vec{t} در جهت جریان است از علامت (-) و برای سطح پایینی کاویتی که \vec{t} در خلاف جهت جریان است از علامت (+) رابطه فوق استفاده می‌شود. رابطه (۲۵) صورت دیگری از شرط دینامیکی است که روی مرز خیس شده کاویتی به کار می‌رود. معادلات نهایی که برای حل مسئله استفاده شده است روابط (۱۴)، (۱۵)، (۲۰) و (۲۵) هستند. در این روابط

انتهایی هیدروفویل (بعد از هیدروفویل) می‌باشد (شکل ۴). با جایگذاری رابطه (۵) در رابطه (۱۳) و پس از مرتب کردن رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\lim_{A \rightarrow T.E.} \vec{t}_A \cdot \vec{V}_A - \lim_{B \rightarrow T.E.} \vec{t}_B \cdot \vec{V}_B = \lim_{A, B \rightarrow T.E.} (\vec{t}_B - \vec{t}_A) \cdot \vec{U}_\infty \quad (14)$$



شکل (۴): جریان کاویتاسیون گسترده در لبه انتهایی هیدروفویل.

۳-۴- صورت دیگر شرط سینماتیکی

شرط سینماتیکی رابطه (۸) برای حل عددی رابطه مناسبی نیست، زیرا پس از اعمال آن روی انتگرال مرزی ماتریس ضرایبی تشکیل می‌شود که دارای عناصر صفر روی قطر اصلی و غیر غالب است. به جای آن می‌توان از رابطه زیر که معادل (۸) است استفاده کرد:

$$\vec{t} \cdot \vec{V}^- = -\vec{t} \cdot \vec{U}_\infty \quad (15)$$

که در آن، بالانویس (-) بیانگر نقطه داخلی مرز هیدروفویل- کاویتی است. در این صورت ماتریس ضرایب با عناصر قطر اصلی غالب تشکیل می‌شود.

صورت دیگری از شرط سینماتیکی وجود دارد که برای اعمال روی مرز کاویتی مناسب است. با توجه به این که:

$$\vec{n} = n_x \vec{i} + n_y \vec{j} \quad (16)$$

و

$$\vec{Q} = Q_x \vec{i} + Q_y \vec{j} \quad (17)$$

که در آن، زیرنویس x و y به ترتیب بیانگر مؤلفه‌های بردار مربوطه در راستای x و y است. می‌توانیم رابطه (۸) را به صورت زیر بازنویسی کنیم،

$$n_x Q_x = -n_y Q_y \quad (18)$$

مقادیر معلوم در سمت راست و مقادیر مجهول در سمت چپ قرار گرفته‌اند.

۴- حل عددی معادلات حاکم

همان گونه که بیان شد میدان حاصل از برهم نهی جریان یکنواخت و توزیع گردابه‌ها، خود به خود معادله لاپلاس را ارضا می‌نماید. بنابراین، برای حل مسئله فقط باید شرایط مرزی را ارضا کرد. با توجه به اینکه مدل پتانسیل نمی‌تواند نقطه شروع و انتهای کاویتا را مشخص نماید. بنابراین باید این نقاط به عنوان ورودی مسئله معلوم باشند. در حالی که تا چندی پیش تصور می‌شد نقطه آغاز کاویتاسیون در پایین دست نقطه جدایش قرار دارد، اما بررسی‌های واشیو^۱ و همکاران برای جریان نفت در لوله نشان داد که کاویتا دقیقاً در نقطه جدایش شروع می‌شود. نقطه جدایش در پایین دست نقطه حداقل فشار قرار دارد اما از آنجا که پیدا کردن دقیق نقطه جدایش با مشکل همراه می‌باشد، معمول است که در کاویتاسیون گسترده و جزئی اگر هیدروفویل دارای شکستگی باشد محل شکستگی و اگر هموار باشد، نقطه مینیمم فشار را به عنوان نقطه شروع کاویتاسیون در نظر می‌گیرند [۱۳]. با وجود این در کاویتاسیون جزئی، اثر تغییر موقعیت نقطه شروع کاویتاسیون نیز بررسی شده است. در کاویتاسیون جزئی نقطه انتهای کاویتا روی سطح جسم در نظر گرفته می‌شود (شکل ۱) و در کاویتاسیون گسترده فرض می‌شود که سطح پایینی کاویتا از لبه انتهایی هیدروفویل آغاز شود. طول کاویتا هم معلوم فرض می‌شود (شکل ۲).

برای شروع حل یک شکل فرضی برای کاویتا در نظر گرفته می‌شود. سپس منحنی هیدروفویل - کاویتا به n جزء (المان) تقسیم می‌گردد. n_{wet} جزء روی مرز خیس شده هیدروفویل، n_{cav} المان روی مرز خیس شده کاویتا و n_{wall} جزء روی قسمت انتهایی کاویتا (دیواره) که به صورت یک خط راست عمودی است قرار می‌گیرد، به طوری که $n_{wet} + n_{cav} + n_{wall} = n$. درخصوص قسمت انتهایی کاویتا (دیواره) در انتهای همین بخش بحث مفصل‌تری ارائه خواهد شد.

روی هر المان توزیعی از گردابه‌ها قرار داده می‌شود. شدت گردابه‌ها روی هر المان ثابت و از هر المان به المان دیگر

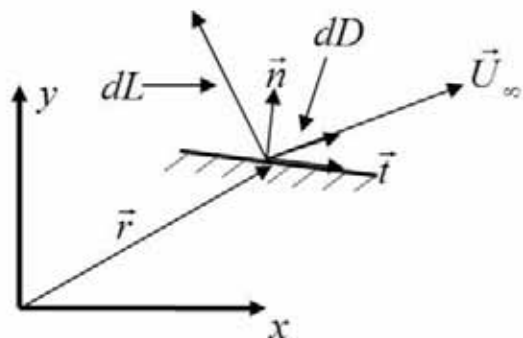
تغییر می‌کند. شرایط مرزی روی یک نقطه از هر المان ارضا می‌شود. در این تحقیق این نقطه، نقطه وسط المان در نظر گرفته شده است. چون طول کاویتا معلوم فرض می‌شود، مجهولات مسئله شامل n شدت گردابه روی جزء‌ها، ۱ عدد کاویتاسیون و همچنین شکل کاویتا شامل n_{cav} مجهول γ می‌باشد. بدین ترتیب تعداد کل مجهولات $n + n_{cav} + 1$ می‌باشد. معادلات مسئله شامل $n_{wet} + n_{wall}$ شرط سینماتیکی (۱۵) روی مرز خیس شده هیدروفویل و دیواره، n_{cav} شرط سینماتیکی مندرج در رابطه (۲۰) روی مرز خیس شده کاویتا، n_{cav} شرط دینامیکی مندرج در رابطه (۲۵) روی مرز خیس شده کاویتا و یک معادله که شرط کوتا یا شرط پیوستگی سرعت مماسی در لبه انتهایی هیدروفویل است و جمعاً $n + n_{cav} + 1$ معادله می‌شود. بنابراین، تعداد مجهولات با معادلات برابر و مسئله جواب یکتا خواهد داشت.

در مرحله اول $n+1$ مجهول شامل n شدت گردابه و یک عدد کاویتاسیون حل می‌شود. معادلاتی که برای این منظور حل می‌گردد n_{cav} معادله شرط دینامیکی روی مرز فرضی کاویتا، $n_{wet} + n_{wall}$ معادله شرط سینماتیکی روی مرز خیس شده هیدروفویل و دیواره و ۱ شرط کوتا یا پیوستگی سرعت مماسی در لبه انتهایی هیدروفویل هستند. در معادلات فوق متغیرهای \vec{U}_∞ ، \vec{V} ، \vec{T} و σ به کار رفته است. مقدار $\vec{T} \cdot \vec{U}_\infty$ که در سمت راست روابط فوق قرار دارد معلوم می‌باشد، زیرا مقدار \vec{U}_∞ از رابطه (۱) به دست می‌آید و مقدار بردار مماس \vec{T} با توجه به شکل معلوم هیدروفویل و شکل مفروض کاویتا روی تمام المان‌ها قابل محاسبه است. مقدار $\vec{T} \cdot \vec{V}$ که در هر سه رابطه فوق به کار رفته مجهول است و مقدار آن در روی هر المان توسط یک رابطه خطی بر حسب شدت توزیع گردابه‌ها بیان می‌شود که جزئیات استخراج آن در مرجع [۱] ارائه شده است. مقدار $\sqrt{1+\sigma}$ که در رابطه (۲۵) به کار رفته، مجهول است. بنابراین، با اعمال معادلات فوق روی المان‌ها، یک دستگاه خطی با $n+1$ معادله و $n+1$ مجهول به دست می‌آید که با استفاده از روش‌های ماتریسی حل می‌شود.

در مرحله دوم با توجه به n شدت گردابه که در مرحله اول محاسبه شد و با اعمال شرط سینماتیکی مندرج در رابطه

1- Washio

dD در راستای جریان یکنواخت و dL عمود بر جریان یکنواخت است. برای محاسبه مقدار این نیروها باید مؤلفه بردار یکه \vec{n} را در این دو راستا محاسبه کرد. با توجه به اینکه \vec{U}_∞ بردار واحد است، بنابراین مؤلفه \vec{n} در راستای \vec{U}_∞ مقدار $\vec{n} \cdot \vec{U}_\infty$ و در راستای عمود بر آن مقدار $-\vec{t} \cdot \vec{U}_\infty$ است (شکل ۵).



شکل (۵): نیروهای وارد بر یک المان.

بنابراین داریم:

$$dL = -p \vec{t} \cdot \vec{U}_\infty ds, \quad (27)$$

و

$$dD = -p \vec{n} \cdot \vec{U}_\infty ds. \quad (28)$$

با انتگرال‌گیری روابط فوق حول سطح هیدروفویل داریم:

$$L = \oint_{C_B} -p \vec{t} \cdot \vec{U}_\infty ds, \quad (29)$$

و

$$D = \oint_{C_B} -p \vec{n} \cdot \vec{U}_\infty ds, \quad (30)$$

که در آن L نیروی برآ و D نیروی پسا و C_B مرز هیدروفویل (دقت کنید که نه مرز هیدروفویل-کاوتی) است. ضرایب برآ c_l و پسا c_d به صورت زیر هستند:

$$c_l = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2}, \quad c_d = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2}, \quad (31)$$

و از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$c_l = \oint_{C_B} -C_p \vec{t} \cdot \vec{U}_\infty ds, \quad c_d = \oint_{C_B} -C_p \vec{n} \cdot \vec{U}_\infty ds, \quad (32)$$

(۱۹) روی سطح فرضی بالایی و پایینی کاوتی، تعداد n_{cov} مقدار dy/dx روی کاوتی به دست خواهد آمد. به عنوان شرط اولیه فرض می‌کنیم نقطه شروع سطح بالایی کاوتی روی هیدروفویل باقی بماند. با داشتن مقادیر dy/dx شکل جدید کاوتی محاسبه شده و مجدداً فرایند از مرحله اول تکرار می‌شود تا شکل همگرای کاوتی به دست آید.

برای داشتن یک مرز بسته کاوتی و هیدروفویل باید یک مدل بستن کاوتی در انتهای آن اعمال شود. این مدل نحوه بستن کاوتی را مشخص می‌کند. یک مدل ساده مدل ریوشینسکی^۱ اصلاح شده یا دیواره است. در این مدل در کاوتاسیون جزئی نقطه انتهای کاوتی به نقطه تحتانی آن روی هیدروفویل (شکل ۱) و در کاوتاسیون گسترده نقطه انتهایی سطح بالایی و پایینی کاوتی به صورت یک پاره خط مستقیم (دیواره) به یکدیگر متصل می‌گردند (شکل ۲). این دیواره به عنوان قسمتی از هیدروفویل مد نظر قرار می‌گیرد بنابراین فقط شرط سینماتیکی روی آن ارضا می‌شود. مدل واقعی‌تر، مدل جت بازگشتی^۲ است. در این مدل، مایع در انتهای کاوتی به دو بخش تقسیم می‌شود. بخشی در جهت جریان یکنواخت به سمت پایین دست حرکت می‌کند و بخش دیگر به سمت داخل کاوتی برمی‌گردد. هر چند استفاده از مدل جت بازگشتی در جریان کاوتاسیون جزئی می‌تواند به بهتر شدن نتایج کمک کند، ولی به نظر می‌رسد این مدل تأثیر زیادی در بهبودی نتایج جریان کاوتاسیون گسترده نداشته باشد. در این مقاله از مدل ریوشینسکی اصلاح شده استفاده شده است.

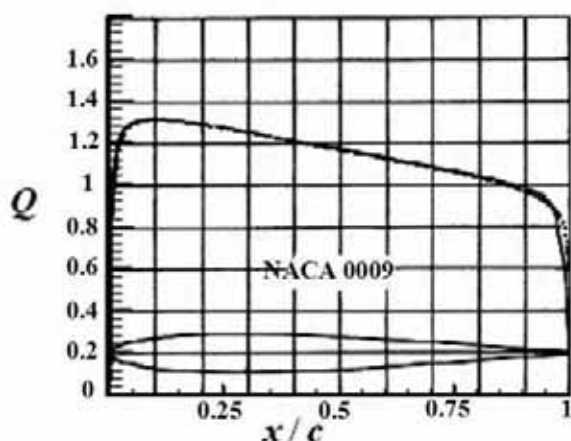
پس از حل مسئله می‌توان ضرایب برآ و پسا را محاسبه کرد. روش معمول محاسبه این ضرایب، انتگرال‌گیری مناسب از توزیع فشار حول سطح هیدروفویل است. نیروی وارد بر یک المان عبارت است از:

$$dF = p ds, \quad (26)$$

که در آن F نیرو، p فشار و s طول منحنی الخط مرز خیس شده هیدروفویل- کاوتی است. مقدار p با توجه به سرعت جریان و از روی رابطه برنولی محاسبه می‌شود. نیرو dF عمود بر المان و در جهت $-\vec{n}$ می‌باشد. این نیرو دارای دو مؤلفه

1- Riabouchinsky

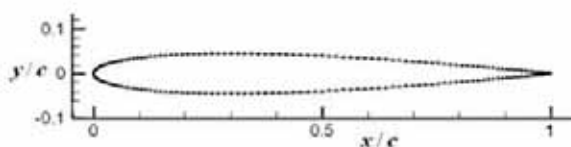
2- Reentrant Jet



شکل (۶): توزیع سرعت بی‌بعد حول هیدروفویل NACA0009 در حالت غیر کاویتاسیون برای $\alpha = 0$ ،
 _____ تئوری، مرجع [۱۲]،
 ----- تئوری، تحقیق حاضر.

۶- بررسی تعداد گره‌ها بر روی نتایج

تعداد گره به کار رفته ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰ و ۲۰۰ گره بوده است. (شکل ۷) معیار همگرایی محاسبات برنامه کاویتا این خط کوتاه‌تر از بقیه خطوط است $error_{max} \leq eps$ در بیشتر نمودارها مقدار eps برابر 0.0001 فرض شده است. $error_{max}$ بیشترین تغییر ارتفاع کاویتا از یک تکرار به تکرار بعدی است.



شکل (۷): هیدروفویل NACA0009 و ۲۰۰ گره به کار رفته روی آن.

شکل‌های ۸ و ۹ به ترتیب تأثیر تعداد تکرار و نیز تعداد گره روی فویل را بر همگرایی عدد کاویتاسیون و حجم بی‌بعد کاویتا نشان می‌دهد. در تمامی این حل‌ها، مسئله با تعداد ۱۲ تا ۱۰ تکرار همگرا شده است. همچنین، مشاهده می‌شود که با افزایش گره‌ها، حل به سمت همگرایی پیش می‌رود.

که در آن، C_p ضریب فشار است و با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} \quad (33)$$

چون $U_\infty = U_\infty \hat{i}$ و $\vec{n} = -t_y \hat{i} + t_x \hat{j}$ که t_x و t_y به ترتیب مؤلفه‌های x و y بردار \vec{T} هستند بنابراین داریم:

$$\vec{T} \cdot \vec{U}_\infty = t_x U_\infty \quad (34)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{U}_\infty = n_x U_\infty = -t_y U_\infty$$

و رابطه (۳۲) به صورت نهایی زیر در می‌آید:

$$c_l = \int_{C_B} -C_p t_x ds, \quad c_d = \int_{C_B} C_p t_y ds \quad (35)$$

با توجه به روابط (۱۰) و (۳۳)، ملاحظه می‌شود که روی مرز کاویتا ضریب فشار قرینه عدد کاویتاسیون است، یعنی:

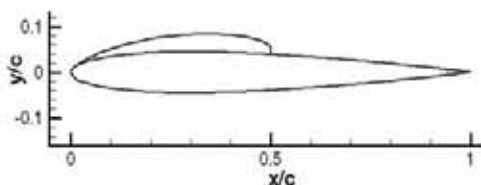
$$\sigma = -C_p \quad (36)$$

۵- نتایج جریان بدون کاویتاسیون

برنامه‌ای با استفاده از روش المان مرزی بدون کاویتاسیون نوشته شده است. در این حالت فقط شرط مرزی سینماتیکی و شرط کوتا روی هیدروفویل ارضا می‌شود و شرط مرزی دینامیکی ارضا نمی‌شود. نتایج توزیع سرعت با استفاده از این کد حول هیدروفویل NACA0009 (شکل ۶) مطابق نتایج ارائه شده در منابع می‌باشد [۱۴].

تنها داده تجربی در دسترس مؤلفان برای کاویتاسیون دوبعدی روی هیدروفویل‌های NACA، نمودار ضخامت نسبی کاویتا در برابر طول نسبی کاویتا روی هیدروفویل NACA0009 است که در مرجع [۱۵] ارائه شده است. با حل جریان پتانسیل روی هیدروفویل NACA0009 در حالت غیر کاویتاسیون برای زاویه حمله ۵ درجه، موقعیت نقطه حداقل فشار در $\frac{x}{c} = 2.22 * 10^{-3}$ به دست می‌آید که c طول وتر هیدروفویل است.

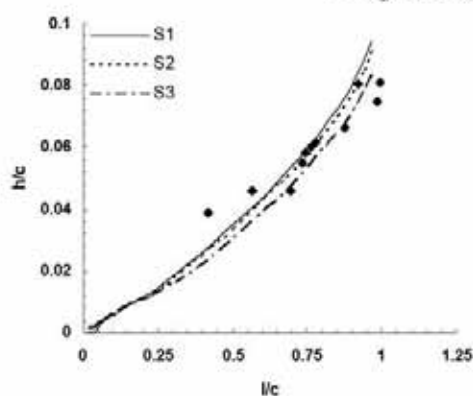
هیدروفویل نازک و تقریباً نوک تیز است، این سه نقطه نزدیک هم هستند. مشاهده می‌شود که تغییر نقطه شروع کاویتاسیون اثر زیادی روی نمودار نسبت ضخامت به طول کاویتی ندارد. برای بقیه شکل‌ها (شکل‌های ۱۰ و ۱۷-۱۲) کاویتی از نقطه S₂ شروع می‌شود.



شکل (۱۰): هیدروفویل NACA0009 و کاویتی اطراف

$$\text{آن، برای } \alpha = 5 \text{ و } \frac{l}{c} \cong 0.5$$

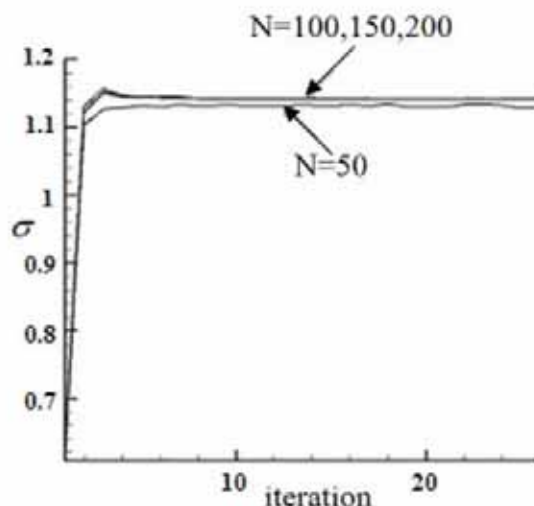
توزیع فشار حول هیدروفویل برای شرایط جریان مشابه شکل ۱۰ در شکل ۱۲-الف رسم شده است. در شکل ۱۲-ب مقدار ضریب لیفت C_l برای طول کاویتی‌های مختلف نشان داده شده است. با افزایش طول کاویتی، ضریب لیفت نیز افزایش می‌یابد. علت افزایش ضریب لیفت افزایش طول ناحیه کم فشار کاویتی در سطح بالایی هیدروفویل است. در شکل ۱۲-ب همچنین مقدار C_l برای حالت هیدروفویل بدون کاویتاسیون در $\alpha = 5$ ارائه شده است که در حقیقت مقدار حدی ضریب لیفت روی هیدروفویل می‌باشد.



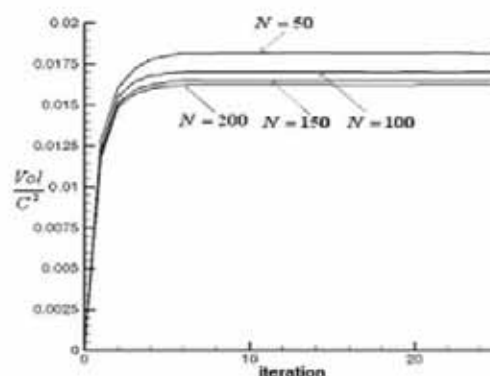
شکل (۱۱): نتایج تجربی [۵] و تئوری ضخامت نسبی در برابر طول نسبی کاویتی برای $\alpha = 5$ و سه نقطه شروع کاویتی

$$S1: \frac{x_s}{c} = 2.22 \times 10^{-3}, S2: \frac{x_s}{c} = 8.86 \times 10^{-3},$$

$$S3: \frac{x_s}{c} = 2 \times 10^{-2}$$



شکل (۸): تأثیر تعداد تکرار و تعداد گره‌ها بر همگرایی عدد کاویتاسیون.

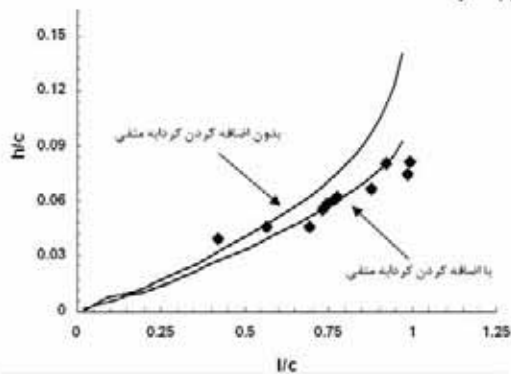


شکل (۹): تأثیر تعداد تکرار و تعداد گره‌ها بر همگرایی حجم کاویتاسیون.

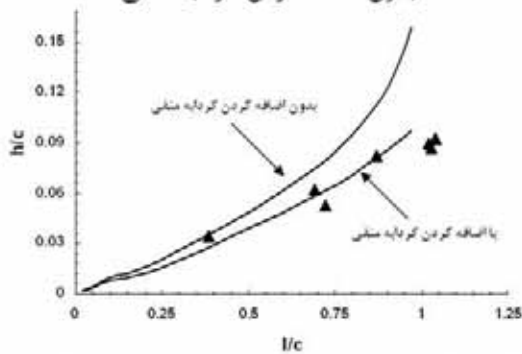
۷- نتایج کاویتاسیون جزئی

در شکل ۱۰ هندسه کاویتی برای زاویه حمله $\alpha = 5$ درجه و طول نسبی کاویتی $\frac{l}{c} \cong 0.5$ ارائه شده است. که L طول کاویتی و برابر واحد است. نتایج طول نسبی به ضخامت نسبی کاویتی (بدون اضافه کردن گردابه منفی) در همین زاویه حمله برای سه نقطه شروع کاویتی با نتایج تجربی مقایسه شده است. نقطه S₁ با $\frac{x_s}{c} = 2.22 \times 10^{-3}$ ، نقطه S₂ با $\frac{x_s}{c} = 8.86 \times 10^{-3}$ و نقطه S₃ با $\frac{x_s}{c} = 2 \times 10^{-2}$ (شکل ۱۱) که طول نقطه شروع کاویتی است. نقطه S₁ به عنوان نقطه حداقل فشار، S₂ در حوالی نقطه جدایش و S₃ نقطه‌ای در پایین دست نقطه جدایش می‌باشد. چون

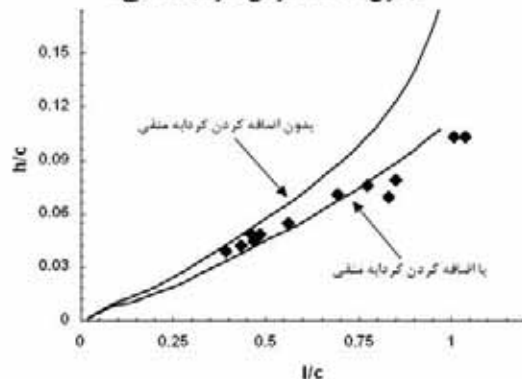
کاویتاسیون در برابر طول کاویتی تا عددهای کاویتاسیون کوچکتر شده است.



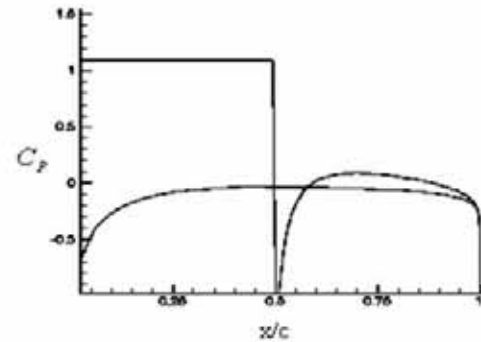
شکل (۱۳): ضخامت نسبی در برابر طول نسبی کاویتی بر روی هیدروفویل NACA0009 با $\alpha = 5^\circ$ نتایج تجربی و نتایج تئوری در دو حالت با اضافه کردن گردابه منفی و بدون اضافه کردن گردابه منفی.



شکل (۱۴): ضخامت نسبی در برابر طول نسبی کاویتی بر روی هیدروفویل NACA0009 با $\alpha = 6^\circ$ نتایج تجربی و نتایج تئوری در دو حالت با اضافه کردن گردابه منفی و بدون اضافه کردن گردابه منفی.

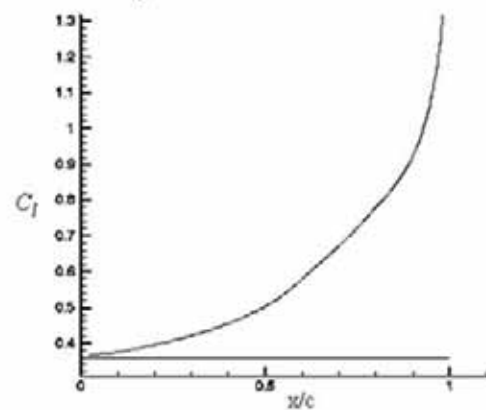


شکل (۱۵): ضخامت نسبی در برابر طول نسبی کاویتی بر روی هیدروفویل NACA0009 با $\alpha = 7^\circ$ نتایج تجربی و نتایج تئوری در دو حالت با اضافه کردن گردابه منفی و بدون اضافه کردن گردابه منفی.



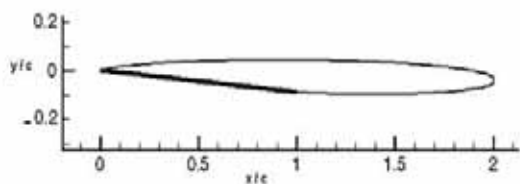
شکل (۱۲-الف): ضریب فشار اطراف هیدروفویل

برای $\alpha = 5^\circ$ و $\frac{l}{c} \cong 0.5$

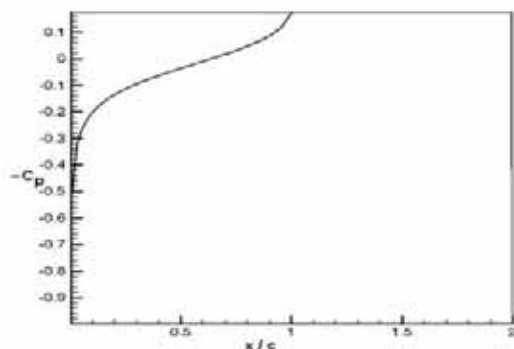


شکل (۱۲-ب): ضریب لیفت بر حسب طول کاویتی، برای $\alpha = 5^\circ$

۷-۱- بررسی اثر گردش منفی در پایین دست جریان شکل‌های ۱۶-۱۳ نتایج تجربی و تئوری ضخامت نسبی در برابر طول نسبی کاویتی را بر روی هیدروفویل NACA0009 در زاویای حمله ۵-۸ درجه نشان می‌دهد. نتایج تئوری در دو حالت با اضافه کردن گردابه منفی و بدون اضافه کردن گردابه منفی در پایین دست جریان رسم شده است. مشاهده می‌شود اضافه کردن گردابه منفی باعث اصلاح نتایج تئوری و تطابق بهتر آن با نتایج تجربی گردیده است. شکل ۱۷ تغییرات عدد کاویتاسیون در برابر طول کاویتی را در دو حالت با اضافه کردن گردابه منفی و بدون اضافه کردن گردابه منفی نشان می‌دهد. واضح است که افزایش طول کاویتی باعث کاهش عدد کاویتاسیون می‌شود. مشاهده می‌شود اضافه کردن گردابه منفی باعث منطقی‌تر شدن رفتار تغییرات عدد



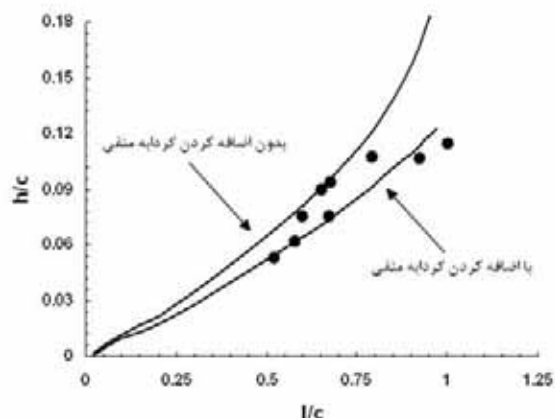
شکل (۱۸): جریان کاویتاسیون گسترده حول هیدروفویل صفحه تخت در شرایط $\alpha = 5^\circ$ و $l/c = 2$ و $\sigma = 0.17$.



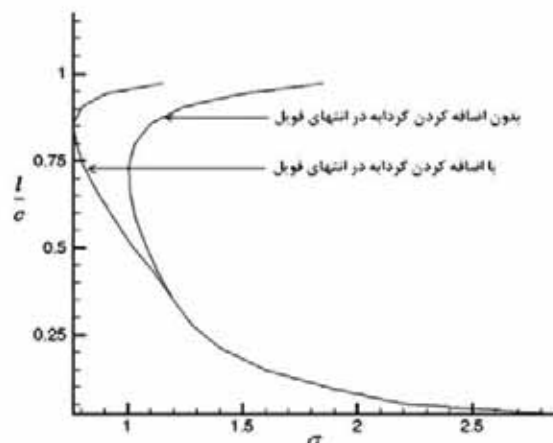
شکل (۱۹): توزیع فشار جریان کاویتاسیون گسترده حول هیدروفویل صفحه تخت در شرایط $\alpha = 5^\circ$ و $l/c = 2$ و $\sigma = 0.17$.

در شکل‌های ۲۰-۲۱ به ترتیب نمودارهای l/c و $c_1/(\pi\alpha/2)$ در برابر α/σ برای جریان کاویتاسیون گسترده حول هیدروفویل صفحه تخت برای نتایج تنوری و تجربی رسم شده است. نتایج تنوری در زوایای حمله $\alpha = 4^\circ$ و $\alpha = 7^\circ$ ارائه گردیده است. مشاهده می‌شود که دقت حل عددی مخصوصاً در پیش‌بینی ضریب برآ بسیار عالی است. نتایج تجربی بیانگر این است که متغیرهای l/c و $c_1/(\pi\alpha/2)$ تابعی از α/σ و مستقل از زاویه حمله هستند [۸]. نتایج تنوری شکل‌های ۲۰-۲۱ نیز این مسئله را به درستی پیش‌بینی می‌کند. همچنین، همان‌گونه که انتظار می‌رود و در شکل ۲۰ ملاحظه می‌شود کاهش عدد کاویتاسیون باعث افزایش طول کاویتی می‌گردد.

در شکل ۲۲ هندسه کاویتی برای جریان کاویتاسیون گسترده حول صفحه تخت عمودی رسم شده است. در این حالت نسبت به شرایط شکل ۱۸ انحراف خطوط جریان بیشتر می‌باشد، بنابراین در سرعت‌های کم هم افت فشار کافی برای تشکیل کاویتاسیون وجود خواهد داشت و هم



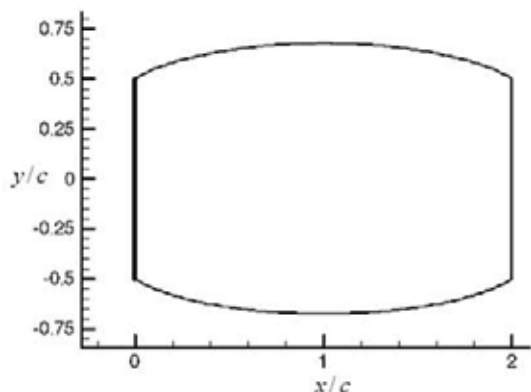
شکل (۱۶): ضخامت نسبی در برابر طول نسبی کاویتی بر روی هیدروفویل NACA0009 با $\alpha = 8^\circ$ نتایج تجربی و نتایج تنوری در دو حالت با اضافه کردن گردابه منفی و بدون اضافه کردن گردابه منفی.



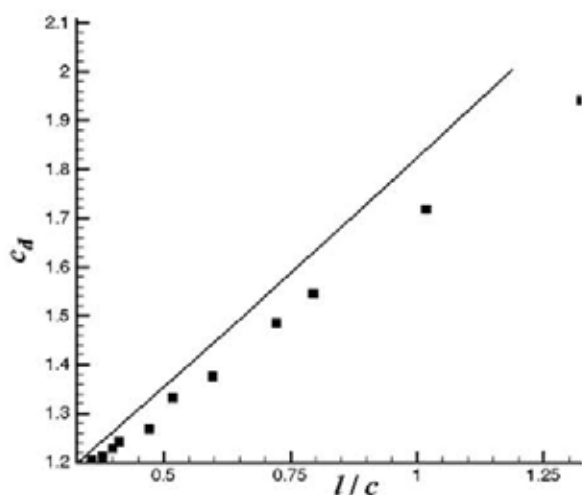
شکل (۱۷): طول نسبی کاویتی در برابر عدد کاویتاسیون بر روی هیدروفویل NACA0009 با $\alpha = 5^\circ$ نتایج تجربی و نتایج تنوری در دو حالت با اضافه کردن گردابه منفی و بدون اضافه کردن گردابه منفی.

۸- نتایج کاویتاسیون گسترده

در شکل ۱۸ جریان کاویتاسیون گسترده حول هیدروفویل صفحه تخت با زاویه حمله $\alpha = 5^\circ$ و $l/c = 2$ و $\sigma = 0.17$ نشان داده شده است. که l طول کاویتی و c طول هیدروفویل می‌باشد. توزیع فشار این جریان در شکل ۱۹ ارائه شده است. مشاهده می‌شود که مطابق انتظار فشار روی مرز بالا و پایین کاویتی ثابت است.

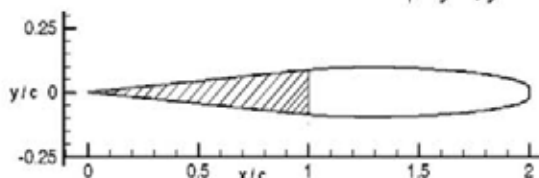


شکل (۲۲): جریان کاویتاسیون گسترده حول صفحه تخت عمود با $\sigma = 0.183$.



شکل (۲۳): نتایج تئوری و تجربی ضریب پسا در برابر طول کاویتا برای جریان کاویتاسیون گسترده حول صفحه تخت عمود.

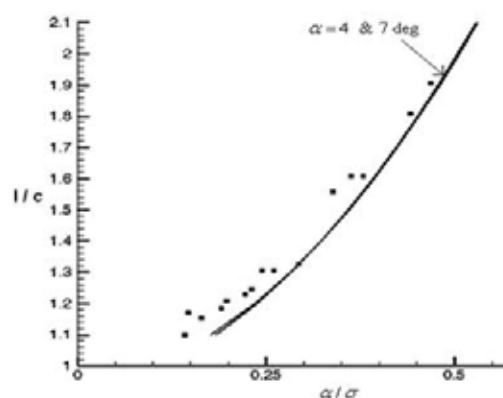
در شکل های ۲۴-۲۷ هندسه کاویتا و توزیع فشار جریان کاویتاسیون گسترده حول گوه هایی با زاویه رأس ۱۰، ۳۰ و ۴۵ درجه رسم شده است.



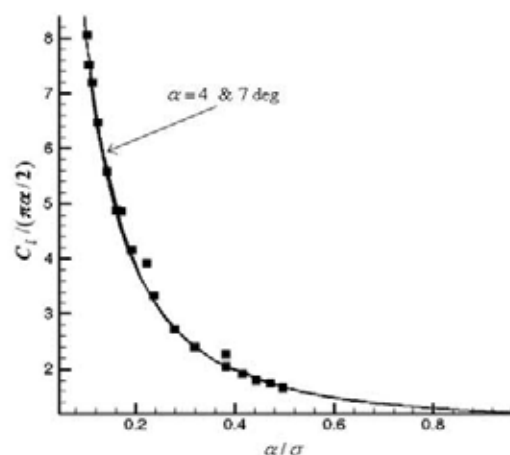
شکل (۲۴): جریان کاویتاسیون گسترده حول یک گوه با زاویه رأس ۱۰ درجه و $\sigma = 0.26$.

عدد کاویتاسیون افزایش می یابد. همچنین انتهای کاویتا دارای ضخامت زیاد بوده و به تعبیری کاویتا در این قسمت باز می باشد و شرایط از کاویتا بسته به کاویتا باز تغییر پیدا کرده است.

اختلاف فشار بین منطقه پرفشار جلوی صفحه تخت و منطقه کم فشار کاویتا در پشت صفحه تخت عامل نیروی پسا می باشد. بنابراین می توان نیروی پسا صفحه تخت عمودی در حالت کاویتاسیون گسترده را با دقت خوبی محاسبه کرد. نتایج تئوری و تجربی نیروی پسا در این حالت در شکل ۲۰ رسم شده است که بیانگر دقت مطلوب روش عددی است.

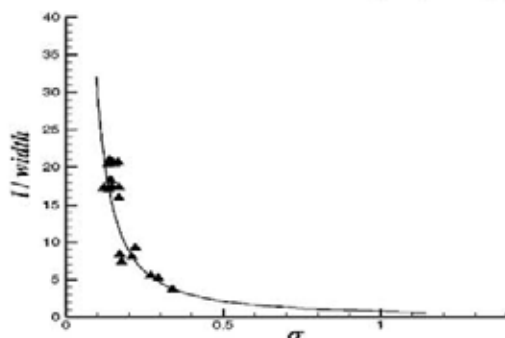


شکل (۲۰): نتایج تئوری و تجربی l/c در برابر α/σ جریان کاویتاسیون گسترده حول هیدروفویل صفحه تخت.

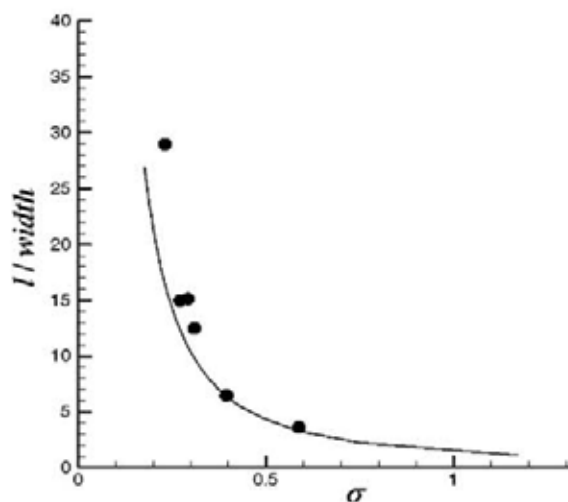


شکل (۲۱): نتایج تئوری و تجربی $c_l / (\pi \alpha / 2)$ در برابر α/σ جریان کاویتاسیون گسترده حول هیدروفویل صفحه تخت [۸].

در شکل‌های ۲۸-۲۹ طول بی‌بعد کاویتی در برابر عدد کاویتاسیون برای گوه‌هایی با زاویه رأس ۱۰ و ۳۰ درجه رسم شده است. مشاهده می‌شود که تطابق تئوری با نتایج تجربی بسیار عالی است.



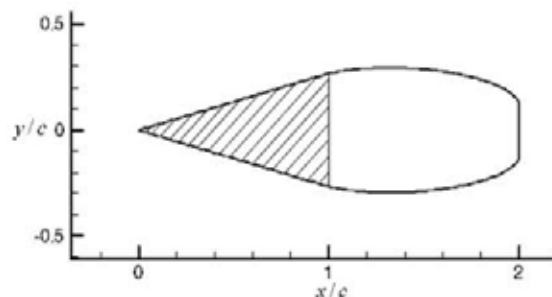
شکل (۲۸): نتایج تئوری و تجربی طول نسبی کاویتی در برابر عدد کاویتاسیون برای جریان کاویتاسیون گسترده حول گوه با زاویه رأس ۱۰ درجه.



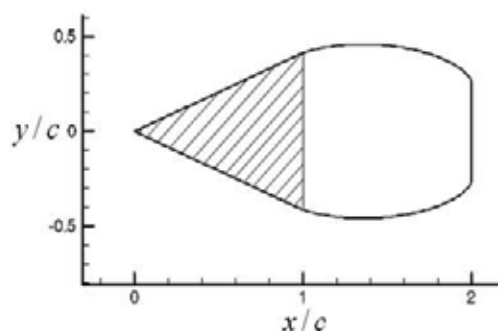
شکل (۲۹): نتایج تئوری و تجربی طول نسبی کاویتی در برابر عدد کاویتاسیون برای جریان کاویتاسیون گسترده حول گوه با زاویه رأس ۳۰ درجه.

۹- جمع بندی

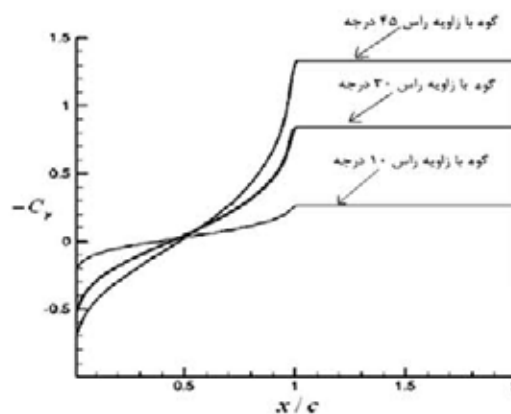
در روش عددی موجود با استفاده از خواص جریان پتانسیلی، جریان همراه با کاویتاسیون جزئی و گسترده حول هیدروفویل‌ها بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که این روش عددی در کاویتاسیون جزئی تا طول نسبی کاویتی کمتر از حدود ۰/۷۵ نسبتاً خوبی ارائه می‌دهد. مشاهده می‌شود که در l/c ‌های بزرگتر اضافه کردن گردابه در خلاف جهت عقربه ساعت در پایین دست



شکل (۲۵): جریان کاویتاسیون گسترده حول یک گوه با زاویه رأس ۳۰ درجه و $\sigma = 0/84$.



شکل (۲۶): جریان کاویتاسیون گسترده حول یک گوه با زاویه رأس ۴۵ درجه و $\sigma = 1/33$.



شکل (۲۷): توزیع فشار جریان کاویتاسیون گسترده حول گوه با زاویه رأس ۱۰ و ۳۰ و ۴۵ درجه.

با افزایش زاویه رأس گوه، شکستگی خطوط جریان بیشتر شده و منطبقه جدایش جریان افزایش یافته و ضخامت انتهای کاویتی بیشتر شده و کاویتاسیون زودتر (در سرعت‌های پایین‌تر) به وقوع می‌پیوندد. بنابراین عدد کاویتاسیون افزایش یافته و شرایط از کاویتی بسته به کاویتی باز تغییر پیدا می‌کند.

8. Uhlman, J.S. "The Surface Singularity Method Applied to Partially Cavitating Hydrofoils", *J. Ship Research*, Vol. 31, No. 2, pp. 107-124, 1987.
9. Uhlman, J.S. "The Surface Singularity or Boundary Integral Method Applied to Supercavitating Hydrofoils", *J. Ship Research*, Vol. 33, No. 1, pp. 16-20, 1989.
10. Kinnas, S.A. and Fine, N.E. "Non-linear Analysis of the Flow around Partially or Supercavitating Hydrofoils by a Potential Based Panel Method", *The IABEM-90 Symp. of the Int. Association for Boundary Element Methods*, Rome, Italy, 1990.
11. Fine, N.E. and Kinnas, S.A. "A Boundary Element Method for the Analysis of the Flow around 3-D Cavitating Hydrofoils", *J. Ship Research*, Vol. 37, No. 1, pp. 71-85, 1993.
12. Anderson, J.D., "Fundamentals of Aerodynamics", McGraw-Hill, New York, 2001.
13. Washio, S., Takahashi, S., and Yoshimori, S. "Study on Cavitation Starting at the Point of Separation on a Smooth wall in Hydraulic Oil Flow", *J. Mech. Eng. Science*, Vol. 217, No. 6, pp. 619-630, 2003.
14. Abbot, H. "Theory of Wing Sections", Dover, New York, 1959.

هیدروفویل می تواند تأثیر قابل توجهی روی نتایج داشته و در بهبود نتایج عددی حاصل بسیار مؤثر باشد و موضوع کارهای بعدی خواهد بود. همچنین دیده می شود که تغییر نقطه شروع کاویتی بر نمودار نسبت ضخامت به طول کاویتی تأثیر چندانی ندارد.

این روش عددی در کاویتاسیون گسترده هندسه کاویتی را در زاویه رأس گوه و یا زاویه حمله هیدروفویل کم به خوبی پیش بینی می کند. همچنین ضریب پسا را در زاویه رأس گوه و یا زاویه حمله هیدروفویل زیاد و ضریب برآ را در همه زوایا یا دقت مطلوب محاسبه می نماید. به بیان دیگر، با افزایش زاویه رأس گوه یا زاویه حمله هیدروفویل، دقت پیش بینی هندسه کاویتی کاهش و دقت پیش بینی ضریب پسا افزایش می یابد. علت افزایش خطا در پیش بینی هندسه کاویتی، تبدیل کاویتی از کاویتی بسته به کاویتی باز و ناپایداری شدن کاویتی می باشد. علت دقیق تر شدن پیش بینی ضریب پسا، کم شدن نقش ضریب پسای اصطکاکی و افزایش تأثیر ضریب پسای فشاری در ضریب پسا کل است.

مراجع

۱. تولمی، م. "تحلیل جریان ایده آل همراه با کاویتاسیون". پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، ۱۳۸۵.
2. Wang, G., Senocak, I., Shyy, W., Ikohagi, T., and Cao, S. "Dynamics of Attached Turbulent Cavitating Flows", *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 37, No. 3, pp. 551-581, 2001.
3. Leroux, J.B. and Astolfi, J.A. "An Experimental Study of Unsteady Partial Cavitation", *J. Fluids Eng.*, Vol. 126, No. 1, pp. 94-101, 2004.
4. Sato, K., Tanada, M., Monden, S., and Tsujimoto, Y. "Observations of Oscillating Cavitation on a Flat Plate Hydrofoil", *The Fourth Int. Symp. on Cavitation*, California Institute of Technology, Pasadena, CA USA, 2001.
5. Labertaux, K.R. and Ceccio, S.L. "Partial Cavity Flows, Part 1. Cavities Forming on Models without Spanwise Variation", *J. Fluid Mech.*, Vol. 431, No. 2, pp. 1-41, 2001.
6. Kubota, A., Kato, H., Yamaguchi, H., and Maeda M. "Unsteady Structure Measurement of Cloud Cavitation on a Foil Section, Using Conditional Sampling Technique", *Transactions of the ASME, J. Fluids Eng.*, Vol. 111, No. 2, pp. 204-210, 1989.
7. Geurst, J.A. "Linearized Theory for Fully Cavitating Hydrofoils", *Int. Shipbuilding Progress*, Vol. 7, No. 65, pp. 48-54, 1960.