

## شبیه سازی تحلیلی- عددی یک جریان دو فاز گاز- مایع

### در یک لوله قائم

پدرام حنفی زاده<sup>۱</sup> و محمد حسن سعیدی<sup>۲</sup>

قطب علمی تبدیل انرژی، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی مکانیک

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۶/۱۰/۰۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۷/۰۷/۲۶)

#### چکیده

در این مقاله، مدلی برای شبیه سازی جریان دو فاز گاز- مایع داخل لوله قائم ارائه شده است. این مدل بر اساس توازن مومنوم بنا شده و در آن با استفاده از روابط تجربی حاکم بر اصطکاک رژیم‌های مختلف جریان دو فاز آب- هوا و همچنین انتگرال‌گیری و حل عددی معادلات حاصل از تعادل مومنوم در هر سلول می‌توان به دبی خروجی فازها و همچنین توزیع فشار در راستای محور لوله دست یافت. این مدل به صورت عملی برای طراحی پمپ ایرلیفت ارائه شده که با استفاده از آن می‌توان نرخ جریان هوا یا آب را برای سیستم ایرلیفت تعیین نمود. همچنین، از این مدل می‌توان برای بهینه‌سازی قطر لوله، دبی جریان و عملکرد پمپ‌های دو فازی استفاده کرد. دقت این مدل از روش جزء حجمی میانگین بیشتر بوده و محدودیت‌های موجود در آن روش را مرتفع ساخته است. نتایج به دست آمده از این تحقیق با نتایج تجربی مورد مقایسه قرار گرفته که نشان می‌دهد پیش بینی‌های حاصل از این روش از دقت مناسب و مطلوبی برخوردار است.

**واژه‌های کلیدی:** جریان دو فاز، حل انتگرالی، کسر حجمی گاز، الگوی جریان دو فاز

## Simulation of a Gas-Liquid Two Phase Flow in a Vertical Pipe: Analytical-Numerical Approach

P. Hanafizadeh

M. H. Saidi

Center of Excellence in Energy Conversion, School of Mech. Eng., Sharif Univ. of Tech.

#### ABSTRACT

In this paper, an integral model, based on momentum balance, is developed for analyzing a gas- liquid two phase flow in a vertical pipe. This model can predict liquid flow rate and pressure distribution, using both empirical correlation governing on specific regime for two phase flow friction and numerical analysis on equation achieved from establishing equilibrium in each cell. The presented model can either predict the water or air flow rate for a given airlift system. Moreover, this method can optimize pipe diameter, volumetric flow rate, and efficiency of airlift pumps. Accuracy of this approach is greater than that of the mean void fraction model and removes some of its limitations. Results were compared with experimental data showing relatively good agreements.

**Key Words:** Two Phase Flow, Integral Solution, Void Fraction, Two Phases Flow Pattern

۱- دانشجوی دکتری

۲- استاد (نویسنده پاسخگو): saman@sharif.edu

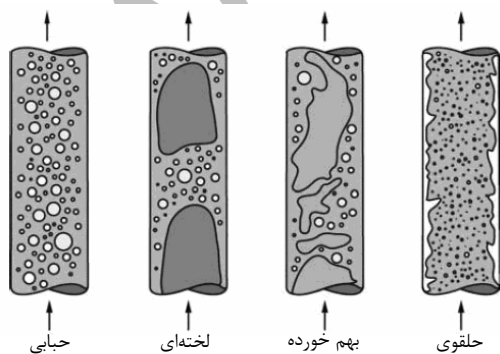
i	فاز اول
j	فاز دوم
m	مقدار متوسط
TP	دو فاز

## بالا نویسی

—	متوسط
---	-------

## ۱- مقدمه

فرآیندهای چند فاز کاربرد گسترده‌ای در فرآیندها و دستگاه‌های تولید قدرت و تبرید دارند. جریان‌های چند فاز می‌توانند بسیار پیچیده بوده و متشکل از فازهای مختلفی باشند، برای مثال می‌توان به جریان‌های جامد- گاز (در توفان‌های شن و یا انتقال پنوماتیک ذرات جامد در صنایع)، جریان‌های مایع- گاز ( باران یا انتقال گاز و نفت در خطوط لوله)، جریان‌های مایع- مایع، جریان‌های مایع- جامد (جریان گل و لای) یا جریان گاز- مایع- جامد اشاره کرد. جریان‌های چند فاز شامل توزیع هندسی متفاوتی از فازها هستند که هر توزیع دارای ویژگی‌های خاصی است. تقسیم جریان‌های چند فاز به رژیم‌های مختلف بسیار معمول است. برای سیستم‌های مایع- گاز این تقسیم‌بندی براساس توزیع فازها در حجم انجام می‌گیرد. جریان دو فاز در لوله قائم عموماً به چهار یا پنج رژیم اصلی تقسیم بندی گردیده که در یک حد رژیم جریان حبابی وجود دارد که در آن حباب‌هایی گاز در مایع پراکنده‌اند، و در سوی دیگر رژیم جریان حلقوی است که در آن ذرات مایع در داخل گاز توزیع شده‌اند [۵-۱]. شکل ۱ الگوهای جریان دو فاز مایع- گاز را داخل لوله قائم نشان می‌دهد.



شکل (۱): الگوی جریان دو فاز در لوله قائم [۶].

## فهرست علائم

a	ضریب
A	سطح مقطع لوله
b	ضریب
D	قطر لوله
f	ضریب افت ورودی لوله
F	نیروی برشی دیواره
g	شتاب گرانش جاذبه
G	سرعت جرمی
H	ارتفاع آب
j	سرعت ظاهری
L	طول لوله
N	تعداد سلول
P	فشار
Q	نرخ حجمی جریان
S	نیروی برشی فصل مشترک
u	سرعت
W	نرخ جرمی جریان
X	کیفیت
Z	راستای محور لوله

## اعداد بی بعد

Fr	عدد فرود
Re	عدد رینولدز
We	عدد وبر

## حروف یونانی

$\alpha$	کسر حجمی گاز
$\nu$	حجم مخصوص
$\mu$	ویسکوزیته
$\rho$	چگالی
$\sigma$	کشش سطحی
$\tau$	تنش برشی
$\Phi$	افزایش دهنده اصطکاک دو فاز
$\Gamma$	نرخ تولید مومنتوم
$\lambda$	ضریب لوکامارتینلی

## زیر نویسی‌ها

f	فاز مایع
g	فاز گاز

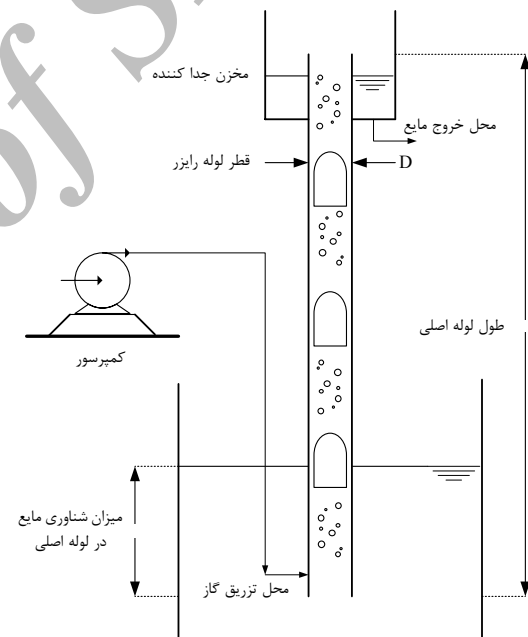
و بیو شیمیایی است. یکی از پارامترهای مهم طراحی این پمپها محاسبه نرخ جریان گاز تزریقی مورد نیاز به منظور دستیابی به دبی مایع پمپ شده مورد نظر و یا برعکس محاسبه دبی مایع پمپ شده بر حسب مقدار گاز تزریقی مشخص است. به دلیل پیچیدگی مدل سازی جریان دو فاز، بیشتر تحقیقات صورت گرفته به منظور دستیابی به مشخصات عملکرد این پمپها، به صورت تجربی بوده است [۹-۷]. در این مقاله هدف ارائه مدلی کارا است که از تلفیقی از روابط تجربی، مدل سازی ریاضی و حل عددی برای مدل سازی جریان دو فاز مایع-گاز استفاده نماید. از این مدل سازی می توان به منظور دستیابی به پارامترهای مهم طراحی مورد استفاده در کاربردهای صنعتی این نوع جریانها، بهره جست. با دانستن این پارامترها می توان به طراحی های پیچیده تر از جمله بهینه سازی عملکرد ایرلیفت پمپها و یا قطر لوله دست یافت.

## ۲- مدل سازی

کاتو و همکاران [۱۰] یک مدل ساده برای شبیه سازی ایرلیفت پیشنهاد کردند که بر اساس تعادل مومنوم در بالا برنده و با استفاده از میانگین جزء حجمی هوا می باشد. مدل میانگین جزء حجمی هوا هم برای سیستم های با مجرای هوای داخلی و هم خارجی صادق است و یک نسخه ساده شده از این مدل برای سیستم های با مجرای هوای خارجی توسط گیوت [۱۱] ارائه شده است. این مدل از نظر کاربرد ساده است اما دو ایراد عمده دارد: اول اینکه این مدل برای لوله هایی با ارتفاع کم و متوسط صادق است، ایراد دوم آنکه این مدل به شدت وابسته به اطلاعات تجربی است که برای محاسبات جزء حجمی هوا و کاهش اصطکاک مورد نیاز است. دقت مدل میانگین جزء حجمی هوا، که در بالا توضیح داده شد، کم است اما می توان با توصیف جریان در راستای لوله با استفاده از مجموعه ای از حجم کنترلها که در هر یک از آنها تعادل مومنوم برقرار است، این عدم دقت را جبران نمود. روابط تجربی تنها برای محاسبه ترم های اصطکاکی به کار می روند. وقتی که امکان وجود چندین نوع رژیم جریان مختلف وجود دارد نوع جریان با استفاده از دیاگرام رژیم جریان مشخص می شود. با استفاده از این ترفند اولاً رژیم جریان را می توان در طول لوله متغیر دانست که این امر می تواند به مدل سازی جریان دو فاز در

جریان های دو فاز گاز-مایع تحت گرانش، دسته خاصی از جریان های چند فاز هستند که همه فعالیت های صورت گرفته در آنها تحت تأثیر نیروی جاذبه قرار دارد. در مقیاس قطر حباب، جاذبه به دلیل به وجود آمدن نیروی شناوری باعث بالا رفتن یک حباب به تنهایی می گردد. در مقیاس های بزرگتر جاذبه روی غیر یکنواختی توزیع حباب های در مخلوط حبابی تأثیر گذار است که این نیروهای حاصل از عدم یکنواختی توزیع می توانند موجب تغییر رژیم جریان شوند.

از جمله کاربردهای صنعتی این نوع جریانها می توان به ستون حباب و ایرلیفت پمپها اشاره کرد. ایرلیفت پمپها از یک لوله قائم و یک کمپرسور هوا مطابق شکل ۲ تشکیل شده اند.



شکل (۲): شماتیک ایرلیفت پمپ.

هوای فشرده از قسمت پایین به داخل لوله تزریق می شود. حباب هایی هوای تزریقی تحت نیروی شناوری ناشی از اختلاف چگالی فازها به سمت بالا حرکت کرده و مقداری مایع را با خود به بالا حمل می کنند. با وجود راندمان کم، این پمپها به دلیل نداشتن قطعات متحرک در آنها بسیار متداول هستند، زیرا که این امر موجب کاهش هزینه نگهداری و همچنین ناچیز شدن نیروهای برشی می گردد که این خود مزیتی مهم بالاخص در کاربردهای بیومکانیک

خواص فیزیکی برای هر دو فاز در سطوح سلول تعریف شده که در این صورت خواص داخل سلول  $k$  ام میانگین خواص سطوح پایینی و بالایی سلول خواهد بود. فشار در خروجی لوله برابر فشار اتمسفر و در ورودی لوله تقریباً برابر فشار ستون مایع همراه با افت اصطکاکی ناشی از ورودی لوله است که به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$p_1 = p_2 + \rho_f gH - f \frac{W_f^2}{2\rho_f A^2}, \quad (1)$$

در معادله فوق  $p_2 = p_{am}$  فشار خروجی،  $\rho_f$  چگالی فاز مایع،  $H$  ارتفاع سطح آب،  $f$  ضریب افت ورودی لوله است که برای لوله تقریباً برابر  $0.5$  در نظر گرفته می‌شود،  $A$  سطح مقطع لوله،  $W_f$  نرخ جریان جرمی مایع در ورودی لوله و  $g$  شتاب گرانش جاذبه است.

## ۲-۲- نقشه الگوی جریان قائم

علیرغم کمبودهای موجود در شناخت الگوی جریان‌های مختلف و گذر از یک الگو به الگوی دیگر، نیاز به داشتن روش‌های ساده‌ای که احتمال وقوع الگوی خاصی را تحت پارامترهای جریان محلی بیان کند، احساس می‌شود. یک روش در ارائه حالت‌های مختلف گذار، نقشه الگوی جریان است. الگوهای مربوطه ممکن است به صورت سطوح روی یک نمودار ارائه شوند که محورهای مختصات آن، سرعت ظاهری فازها ( $j_g$  یا  $j_f$ ) یا پارامترهای کلی شامل این سرعت‌ها می‌باشد. سرعت ظاهری به صورت زیر تعریف می‌شود:

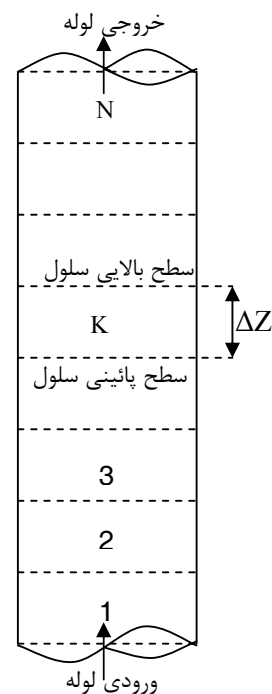
$$j = \frac{Q}{A}, j_g = \frac{Q_g}{A}, j_f = \frac{Q_f}{A}, \quad (2)$$

که در آن،  $Q$  نرخ حجمی جریان است و اندیس‌های  $f$  و  $g$  به ترتیب معرف فاز مایع و گاز هستند. الگوی جریان همچنین تحت تأثیر تعدادی از متغیرهای ثانویه قرار دارد، ولی ارائه اثر آن‌ها روی نمودار دویبعدی امکان پذیر نیست. استفاده از سرعت ظاهری فازها در تعریف نقشه الگوی جریان، کاربرد آن را برای یک حالت خاص محدود می‌کند، در حالی که انتخاب یک پارامتر کلی‌تر ممکن است برای ارائه یک حالت گذرا کافی باشد، اما غیرمحمتمل است که همین پارامتر برای یک حالت گذرای دیگر که نیروهای

لوله‌هایی با هر ارتفاع کمک نماید و ثانیاً با استفاده از این مدل می‌توان خواص را نیز در طول لوله متغیر فرض نمود. خواص تنها داخل یک سلول ثابت در نظر گرفته می‌شود و با خواص سلول مجاور متفاوت است. کاملاً روشن است که با افزایش تعداد سلول‌ها می‌توان به دقت مناسب دست یافت. نوشتن توازن مومنوم برای هر سلول و استفاده از روابط مناسب برای افت اصطکاکی و کسر حجمی گاز در آن سلول و انتگرالگیری از معادلات حاصل از توازن مومنوم در هر سلول، منجر به ایجاد مجموعه معادلات جبری برای کل سلول‌ها خواهد شد. این دستگاه معادلات جبری با دانستن دو شرط مرزی فشار در ورودی و خروجی و با استفاده از روش تکرار حل می‌شود.

## ۲-۱- مشبندی ناحیه حل

شکل ۳ توزیع سلول‌ها را در طول لوله نشان می‌دهد. برای هر سلول دو سطح (پایین و بالا) تعریف شده که سطح پایینی سلول اول بر دهانه ورودی لوله و سطح بالایی سلول آخر نیز بر خروجی لوله منطبق گردیده است. جریان دو فاز در هر سلول از سطح پایینی وارد و از سطح بالایی خارج می‌شود.

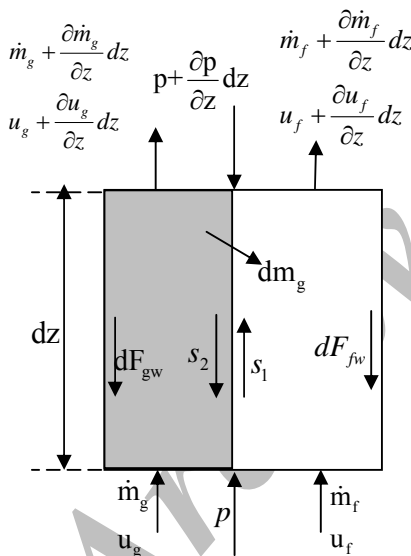


شکل (۳): شماتیک مش بندی لوله در ناحیه دوفاز.

۳-۲- معادلات حاکم

آنالیز تک بعدی جریان دو فاز برای هر سلول در شکل ۵ نشان داده شده است. این شکل یک جریان مجزای چند فاز را در یک لوله قائم تحت شرایط انتقال جرم بین دو فاز نشان می‌دهد. جریان مجزا از این نظر انتخاب شده تا بتوان معادلات را برای حالت کلی تر که هر فاز در تماس با دیوار لوله و همچنین دارای فصل مشترک است به دست آورد. مقادیر متوسط سرعت و چگالی هر فاز در هر مقطع عمود بر جریان ثابت فرض شده است. به علاوه فشار در هر فاز، عمود بر محور لوله ثابت است و مجموع سطوح اشغال شده توسط فازها در هر سطح عمود بر محور لوله برابر با سطح مقطع لوله، A، فرض شده است که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\alpha = \frac{A_g}{A}, (1-\alpha) = \frac{A_f}{A}, \quad (6)$$



شکل (۵): نیروهای وارد بر المان در جریان دو فاز.

نرخ تولید مومنتوم در فاز i در حجم کنترل به علاوه نرخ ورودی مومنتوم معادل است با مجموع نیروهایی که در حجم کنترل بر فاز i اثر می‌گذارند. نرخ ایجاد به علاوه نرخ ورود و خروج مومنتوم برای فاز i در راستای محور کانال عبارت است از:

متفاوتی بر آن حاکم‌اند، مناسب باشد. روش دیگری که بر این مشکل غلبه می‌کند بررسی وضعیت گذرا به تنهایی و تعیین یک معیار معتبر برای آن وضعیت است. شکل ۴ نقشه الگوی جریان را نشان می‌دهد و از مشاهدات جریان آب- هوا در فشار پائین و آب- بخار در فشار بالا در لوله‌های عمودی با قطر کوچک به دست آمده است. محورها به ترتیب شارهای مومنتوم ظاهری فاز مایع ( $\rho_f j_f^2$ ) و فاز بخار ( $\rho_g j_g^2$ ) را نشان می‌دهند. شارهای مومنتوم ظاهری برحسب سرعت جرمی (G) و کیفیت (x) عبارتند از:

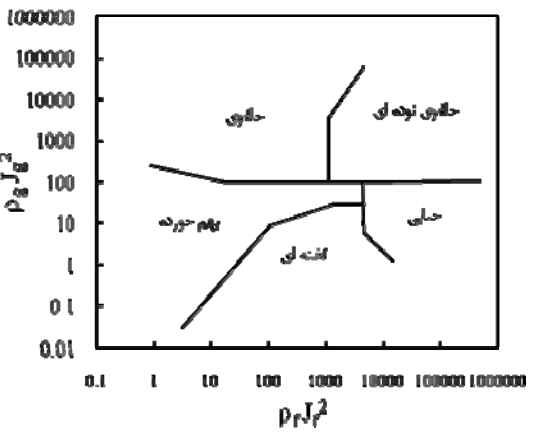
$$\rho_f j_f^2 = \frac{[G(1-x)]^2}{\rho_f}; \rho_g j_g^2 = \frac{[Gx]^2}{\rho_g}, \quad (3)$$

که در آن، سرعت جرمی و کیفیت جرمی به صورت زیر تعریف گردیده‌اند:

$$G = \frac{W}{A} = \rho u = \frac{u}{v}, \quad (4)$$

$$x = \frac{W_g}{W_g + W_f}, (1-x) = \frac{W_f}{W_g + W_f}, \quad (5)$$

که در آن، W، نرخ جرمی جریان است. روابطی که برای محاسبه جزء حجمی گاز و اصطکاک بین فازها با دیواره مورد استفاده قرار می‌گیرند به رژیم‌های مختلف جریان دو فاز حاکم در هر سلول وابسته‌اند. برای به دست آوردن الگوهای جریان از نقشه الگوی جریان نشان داده شده در شکل ۴ استفاده شده است [۱۲]. با تغییر الگوی جریان روابط استفاده شده نیز تغییر می‌کنند.



شکل (۴): نقشه الگوی جریان دو فاز در لوله قائم [۱۲].

و  $f$  به ترتیب برای اندیس‌های  $i$  و  $z$  در معادله ۹ و به کارگیری معادله ۱۰ می‌توان نتیجه گرفت:

$$-Adp - \tau_{gw} P_{gw} dz - \tau_{fw} P_{fw} dz - g(A_f \rho_f + A_g \rho_g) dz = d(W_g u_g + W_f u_f). \quad (11)$$

نکته قابل توجه این که عبارات مربوط به تنش فصل مشترک و عبارات مربوط به تبادل مومنتوم انتقال جرم ظاهر نشده‌اند، زیرا مجموع این عبارات برابر صفر شده است. با تقسیم معادله بر سطح مقطع کل و انتگرال گیری از ترم‌های آن می‌توان به معادله جبری دست یافت. انتگرال ترم فشار به صورت زیر است:

$$\int_{z_k}^{z_{k+1}} -dp = -(p_{k+1} - p_k). \quad (12)$$

با انتگرال گیری از ترم شناوری خواهیم داشت:

$$\int_{z_k}^{z_{k+1}} g \left[ \frac{A_g}{A} \rho_g + \frac{A_f}{A} \rho_f \right] dz = g \left[ \alpha_m \rho_{g,m} + (1 - \alpha_m) \rho_f \right] \Delta z. \quad (13)$$

مقادیر  $\rho_{g,m}$ ،  $\alpha_m$  در هر سلول از مقادیر متوسط سطوح آن به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\alpha_m = 0.5(\alpha_k + \alpha_{k+1}), \quad \rho_{g,m} = 0.5(\rho_{g,k} + \rho_{g,k+1}). \quad (14)$$

برای محاسبه کسر حجمی گاز از رابطه لوکا مارتینلی استفاده می‌گردد که به صورت زیر است [۱۳]:

$$\alpha = (1 + \chi^{0.8})^{-0.378}, \quad (15)$$

$$\chi^2 = \left( \frac{W_l}{W_g} \right)^{1.8} \left( \frac{\rho_g}{\rho_l} \right) \left( \frac{\mu_l}{\mu_g} \right)^{0.2}. \quad (16)$$

انتگرال گیری از ترم شتاب نتیجه می‌دهد:

$$\frac{1}{A} \int_{z_k}^{z_{k+1}} d(W_g u_g + W_f u_f) = \frac{W_{g,k+1}^2}{\rho_{g,k+1} \alpha_{k+1} A^2} + \frac{W_{l,k+1}^2}{\rho_l (1 - \alpha_{k+1}) A^2} - \frac{W_{g,k}^2}{\rho_{g,k} \alpha_k A^2} - \frac{W_{l,k}^2}{\rho_l (1 - \alpha_k) A^2}. \quad (17)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (W_i dz) + (W_i u_i + \frac{\partial}{\partial z} (W_i u_i) dz) - W_i u_i, \quad (7)$$

که با فرض دائم بودن به صورت  $\partial/\partial z (W_i u_i) dz$  ساده می‌گردد. این ترم معادل است با مجموع نیروهایی که در جهت  $Z$  بر فاز  $i$  در المان حجم کنترل اثر می‌کنند به علاوه تولید مومنتوم به دلیل انتقال جرم، که به صورت زیر خواهد بود:

$$\left[ A \alpha_i p - \left( A \alpha_i p + \frac{\partial}{\partial z} (A \alpha_i p) dz \right) \right] - p \left( -\frac{\partial}{\partial z} (A \alpha_i) dz \right) \quad (8)$$

$$-A \alpha_i \rho_i dz g - \tau_{iw} P_{iw} dz + \sum_1^2 \tau_{ij} P_{ij} dz + u_i \Gamma_i.$$

عبارت داخل کروشه، بیانگر نیروهای فشاری وارد بر المان و عبارت دوم بیانگر نیروهای گرانشی است. عبارت سوم، نیروی برشی دیواره ( $dF_i$ ) را نشان می‌دهد که در آن  $\tau_{iw}$  تنش برشی بین فاز  $i$  و دیواره کانال و  $P_{iw}$  محیط تماس بین دیواره و فاز  $i$  است. عبارت چهارم، مجموع نیروهای برشی فصل مشترک ( $S_2, S_1$ ) است که در آن  $\tau_{ij}$  مولفه تنش برشی فصل مشترک فاز  $i$  و فاز  $z$  راستای  $Z$  و  $P_{ij}$  محیط تماسی بین فاز  $i$  و فاز  $z$  است. عبارت آخر نرخ تولید مومنتوم فاز  $i$  به واسطه انتقال جرم است، با این فرض که جرم انتقال یافته از فصل مشترک به اندازه سرعت متوسط فاز دریافت کننده شتاب می‌گیرد. بدیهی است که  $P_{iw}$  یا  $P_{ij}$  بسته به جای گیری فازها، ممکن است صفر باشند. علاوه بر این، تنش برشی فصل مشترک ممکن است متأثر از انتقال جرم فصل مشترک باشد. اگر مجموع نیروهای فاز  $i$  برابر نرخ ایجاد مومنتوم همان فاز قرار گیرد، نتیجه می‌دهد:

$$-A \alpha_i \frac{\partial p}{\partial z} dz - \tau_{iw} P_{iw} dz + \sum_1^n \tau_{ij} P_{ij} dz - A \alpha_i \rho_i dz g + u_i \Gamma_i = \frac{\partial}{\partial t} (W_i dz) + \frac{\partial}{\partial z} (W_i u_i) dz. \quad (9)$$

برای جریان دو فاز گاز-مایع با استفاده از بقای مومنتوم در فصل مشترک دو فاز می‌توان نوشت:

$$\tau_{gf} P_{gf} dz + u_g \Gamma_g = \tau_{fg} P_{fg} dz + u_f \Gamma_f. \quad (10)$$

برای جریان دو فاز پایدار گاز-مایع در کانالی با سطح مقطع ثابت با جمع کردن دو معادله حاصل از قرار دادن  $g$

که در آن،  $-\left(\frac{dp}{dz}\right)_{fo}$  گرادیان فشار اصطکاکی است و از معادله اصطکاک فانینگ قابل محاسبه است [۱۶]. با مایع فرض کردن کل جریان دو فاز مایع- بخار، گرادیان فشار اصطکاکی به صورت زیر خواهد شد:

$$-\left(\frac{dp}{dz}\right)_{fo} = \frac{2f_{fo}G^2v_f}{D} \quad (24)$$

$f_{fo}$  از رابطه بلازیوس [۱۷] محاسبه می گردد که تابعی از رینولدز مایع بوده و به صورت زیر است:

$$f_{fo} = 0.079 \text{Re}^{-0.25}, \quad (25)$$

$$\text{Re} = \frac{GD}{\mu_f} \quad (26)$$

به عنوان افزایش دهنده اصطکاک دو فاز معروف است که در رابطه فریدل به صورت زیر تعریف گردیده است:

$$(\phi_{fo}^2) = a_1 + \frac{3.24a_2a_3}{Fr^{0.045}We^{0.035}} \quad (27)$$

ضرایب  $a_1, a_2, a_3$  و اعداد بی بعد فرود و وبر به صورت زیر تعریف می گردند:

$$a_1 = (1-x)^2 + x^2 \left( \frac{\rho_f f_{go}}{\rho_g f_{fo}} \right), \quad (28)$$

$$a_2 = x^{0.78} (1-x)^{0.224},$$

$$a_3 = \left( \frac{\rho_f}{\rho_g} \right)^{0.91} \left( \frac{\mu_g}{\mu_f} \right)^{0.19} \left( 1 - \frac{\mu_g}{\mu_f} \right)^{0.7},$$

$$Fr = \frac{G^2}{gD\bar{\rho}^2}, We = \frac{G^2D}{\bar{\rho}\sigma}$$

که در آن،  $D$  قطر معادل،  $\sigma$  کشش سطحی و  $\rho$  چگالی همگن است که از معادله زیر محاسبه می شود:

$$\bar{\rho} = \frac{1}{\rho} = [xv_g + (1-x)v_f] \quad (29)$$

برای محاسبه اصطکاک در رژیم های بهم خورده و حلقوی از رابطه پیشنهادی کرن استفاده گردیده که به صورت زیر می باشد [۱۸]:

ترم های اصطکاکی بین فازهای مایع و گاز با دیواره را پس از انتگرال گیری می توان به صورت زیر نشان داد:

$$\int_{z_k}^{z_{k+1}} -\tau_{gw}P_{gw}dz - \tau_{fw}P_{fw}dz = -\left(\frac{dp}{dz}\right)_f \Delta z, \quad (18)$$

که در آن، عبارت  $\left(\frac{dp}{dz}\right)_f$  بیانگر قسمتی از گرادیان فشار استاتیک کل است که برای غلبه بر اصطکاک لازم است. برای محاسبه نیروی اصطکاک از خواص متوسط در سلول و روابط متناسب با آن استفاده می شود. این روابطی از جزء حجمی و چگالی هستند که برای رژیم های مختلف متفاوت اند. با جایگذاری معادلات (۱۸-۱۲) در معادله (۱۱) و ساده سازی می توان به معادله زیر دست یافت:

$$p_k = p_{k+1} + \left(\frac{dp}{dz}\right)_f \Delta z + \frac{W_{g,k+1}^2}{\rho_{g,k+1}\alpha_{k+1}A^2} + \frac{W_{l,k+1}^2}{\rho_l(1-\alpha_{k+1})A^2} - \frac{W_{g,k}^2}{\rho_{g,k}\alpha_k A^2} - \frac{W_{l,k}^2}{\rho_l(1-\alpha_k)A^2} + g[\alpha_m\rho_{g,m} + (1-\alpha_m)\rho_f] \Delta z. \quad (19)$$

#### ۲-۴- روابط اصطکاک

روابط مورد استفاده برای محاسبه افت اصطکاکی در داخل لوله قائم، وابسته به الگوی جریان است. برای جریان حبابی از رابطه گویر استفاده شده، که به صورت زیر است [۱۴]:

$$-\left(\frac{dp}{dz}\right)_f = 2f_{TP} \frac{(u_g + u_l)^2 \rho_l}{D} \quad (20)$$

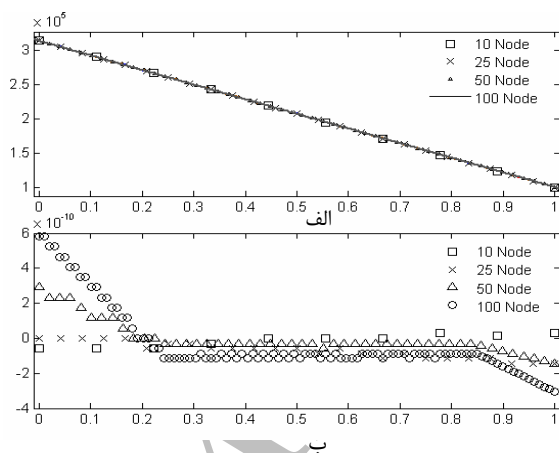
$$f_{TP} = 0.046 \text{Re}_{TP}^{-0.2}, \quad (21)$$

$$\text{Re}_{TP} = \frac{D(u_g + u_l)\rho_l}{\mu_l} \quad (22)$$

رابطه اصطکاک برای جریان لخته ای رابطه پیشنهادی توسط فریدل است [۱۵] که یکی از دقیق ترین روابط افت فشار دو فاز می باشد. این رابطه با بهینه سازی معادله  $\phi_{fo}^2$  و با استفاده از مقادیر داده های اندازه گیری شده افت فشار دو فاز به دست آمده است که به صورت زیر تعریف می شود:

$$-\left(\frac{dp}{dz}\right)_f = -\phi_{fo}^2 \left(\frac{dp}{dz}\right)_{fo}, \quad (23)$$

بیشتری است. از آنجایی که این روش نیمه تحلیلی-نیمه عددی است، لذا نسبت به روش‌های صرفاً عددی که کل میدان جریان را حل می‌کنند ساده‌تر و کاراتر است زیرا در این روش پیچیدگی‌های مربوط به حل CFD جریان دو فاز وجود ندارد. مدل‌سازی‌های صورت گرفته در این مقاله برای جریان آب و هوا در لوله قائم انجام شده است. شکل ۶- الف مقایسه توزیع فشار را در طول لوله برای تعداد نودهای مختلف نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل مشخص است افزایش تعداد نودها از ۵۰ به بالا تأثیر زیادی در افزایش دقت جواب‌ها نخواهد داشت به این معنی که نتایج، وابستگی به تعداد نودها نخواهند داشت. لذا در این مقاله از تعداد ۱۰۰ نود برای محاسبه نتایج استفاده گردیده تا دقت نتایج در حد مطلوب باشد. شکل ۶- ب انحراف توزیع فشار در طول لوله را از توزیع خطی نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است توزیع فشار از توزیع خطی در ورودی و اثرات ورودی و خروجی در لوله دانست.



شکل (۶): الف-توزیع فشار در طول نرمالیزه شده لوله برای نودهای مختلف، ب- انحراف داده‌ها از توزیع خطی.

در شکل ۷ مدل‌سازی صورت گرفته در این مقاله به روش انتگرالی با داده‌های تجربی و همچنین با مدل جزء حجمی میانگین مقایسه گردیده است. این شکل دبی حجمی خروجی فاز مایع را بر حسب طول ناحیه‌ی دو فاز نشان می‌دهد. این داده‌ها برای لوله اصلی با قطر داخلی ۱۰/۱۶ cm و طول ۴۶/۶m و همچنین قطر ورودی هوا

$$-\left(\frac{dp}{dz}\right)_f = -\phi_{fo}^2 \left(\frac{dp}{dz}\right)_{fo}, \quad (30)$$

که در آن،  $\phi_{fo}^2 = a\chi^b$  از رابطه  $\phi_{fo}^2 = a\chi^b$  به دست می‌آید و  $\chi$  پارامتر مارتینلی است که از معادله ۱۶ محاسبه می‌شود. مقادیر  $a$ ،  $b$  برای جریان به هم خورده از رابطه زیر محاسبه می‌شوند [۱۸]:

$$a = \frac{14.2}{\left(\frac{W_l}{1.6404\pi D}\right)^{0.1}}, b = 0.75 \quad (31)$$

این مقادیر برای جریان حلقوی از روابط زیر به دست می‌آیند [۱۸].

$$a = 4.8 - 0.3125 \left(\frac{D}{0.0254}\right) \quad (32)$$

$$b = 0.343 - 0.021 \left(\frac{D}{0.0254}\right)$$

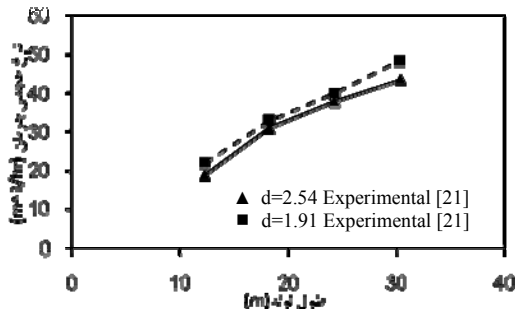
### ۳- الگوریتم حل

با معلوم بودن ارتفاع مایع، دبی هوا و تخمین اولیه‌ای برای دبی جرمی آب، فشار در ورودی لوله با استفاده از معادله (۱) مشخص می‌شود. اگر توزیع فشار در طول لوله را به صورت خطی در نظر بگیریم [۱۹-۲۰] از حل دستگاه معادلات جبری (۱۹) به صورت عددی و با استفاده از روش تقسیم می‌توان مقدار دبی جرمی را در طول لوله محاسبه کرد. با قرار دادن مقدار به دست آمده برای دبی جرمی به عنوان حدس اولیه و تکرار این روند مقدار جدیدی برای دبی جرمی آب محاسبه خواهد شد. مقدار جدید به دست آمده با مقدار به دست آمده از مرحله قبل مقایسه گردیده و در صورتی که میزان خطا از مقدار تolerانس  $\epsilon=10^{-3}$  بزرگتر بود، روند حل تا زمان کوچکتر شدن خطا از تolerانس ادامه می‌یابد. در نهایت مقدار دقیق دبی جرمی آب و توزیع فشار در راستای طولی در لوله محاسبه می‌گردد.

### ۴- نتایج و بحث

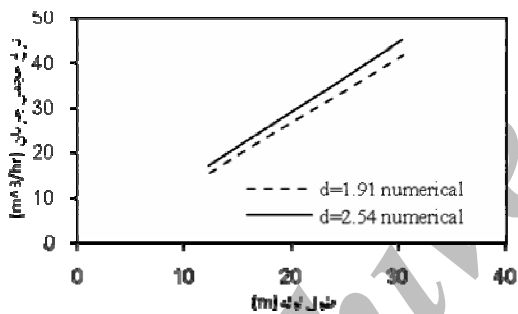
در این مقاله مدلی برای محاسبه دبی خروجی و توزیع فشار در لوله قائم ارائه گردید. این مدل به دلیل قابلیت تشخیص الگوی جریان و استفاده از رابطه‌ی اصطکاکی مناسب با هر الگو، نسبت به روش جزء حجمی میانگین دارای دقت





شکل (۹): دبی حجمی خروجی فاز مایع برحسب طول ناحیه دو فاز برای دو قطر ورودی هوای.

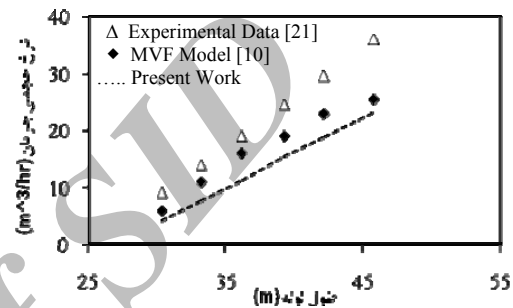
همان طور که مشخص است کوچکتر شدن قطر ورودی هوا باعث کمی افزایش در دبی خروجی شده است، که این امر را می توان ناشی از تأثیر کوچکتر شدن قطر حباب‌هایی تزریق شده (به دلیل کاهش قطر ورودی هوا) در برقرار بودن رژیم لخته‌ای در ناحیه بیشتری از لوله دانست.



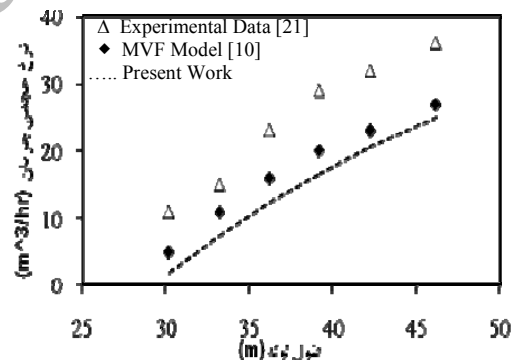
شکل (۱۰): دبی حجمی خروجی فاز مایع برحسب طول ناحیه دو فاز برای قطر ورودی هوای مختلف.

شکل ۱۰ همین مقایسه را برای مدل حاضر نشان می‌دهد. همان طور که از شکل مشاهده می‌شود نتیجه در اینجا کاملاً برعکس نتایج تجربی است. به بیان دیگر در مدل حاضر با کاهش قطر، دبی خروجی نیز کاهش می‌یابد. علت این امر این است که در این مدل تأثیر قطر حباب دیده نمی‌شود. با کوچکتر شدن قطر ورودی هوا، سرعت فاز گاز افزایش یافته و در نتیجه همان طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود رژیم جریان سریع‌تر به سمت رژیم به هم خورده پیش می‌رود. لذا با تغییر رژیم از لخته‌ای به هم خورده دبی خروجی کاهش یافته است که این امر با واقعیت تطابق ندارد. لذا، این مدل قادر به پیش‌بینی درست تأثیر قطر بر

شکل ۸ محاسبه گردیده است. شکل ۸ نیز مقایسه‌ای بین داده‌های تجربی و مدلسازی است که برای قطر ورودی هوای ۱/۹۱cm صورت گرفته است. شکل ۹ دبی حجمی خروجی را برای لوله هوا با قطرهای ۲/۵۴cm و ۱/۹۱cm نشان می‌دهد. در کلیه نتایج کمپرسور، هوا را با دبی  $0.07852 \text{ m}^3 / \text{s}$  در فشار ۱atm و دمای  $40^\circ \text{C}$  تحویل می‌دهد.



شکل (۷): دبی خروجی فاز مایع برحسب طول ناحیه دو فاز.



شکل (۸): دبی خروجی فاز مایع برحسب طول ناحیه دو فاز.

همان طور که از شکل‌های ۷ و ۸ مشخص است نتایج بخوبی روند کلی را پیش بینی نموده‌اند. مقادیر پیش بینی شده برای رژیم‌های لخته‌ای و به هم خورده دقت بهتری را نسبت به رژیم حلقوی نشان می‌دهند که علت این امر را می‌توان در روابط اصطکاکی مورد استفاده در فرمولاسیون دانست. در شکل ۹ نیز مقایسه‌ای بین دبی خروجی برای ورودی هوا با دو قطر مختلف نشان داده شده است.

زیادی را در محاسبه دبی خروجی فاز مایع وارد نمی‌کنند. کاملاً روشن است که با در نظر گرفتن فرضهای دقیق‌تر دقت محاسبات افزایش می‌یابد که این امر خود موجب افزایش هزینه و زمان محاسبات خواهد شد. لذا این مدل برای تخمین دبی فازها و توزیع فشار نسبت به مدل‌هایی که کل معادلات جریان را با روش‌های CFD حل می‌کنند اقتصادی تر و کاربردی‌تر است.

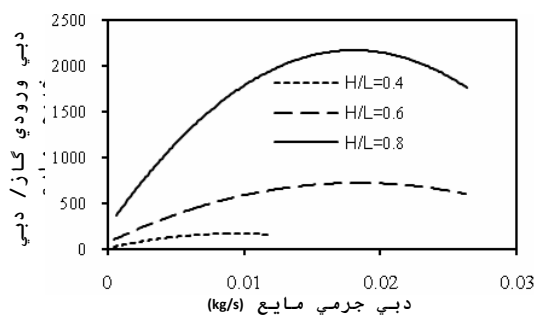
#### ۵- نتیجه گیری

در این تحقیق، جریان دو فاز آب- هوا داخل لوله قائم با استفاده از روش انتگرالی مدلسازی گردید. در این مدلسازی با استفاده از روابط اصطکاکی مناسب برای الگوهای جریان دو فاز در فرمولاسیون و حل عددی معادلات به دست آمده از تعادل مومنتوم در هر سلول، این امکان به وجود آمد که دبی حجمی فاز و همچنین توزیع فشار با دقت مناسب در لوله محاسبه گردد. دقت این روش از روش جزء حجمی بیشتر بوده و محدودیت‌های آن را مرتفع ساخته است. این روش نسبت به روش‌های عددی که کل میدان جریان را حل می‌کنند اقتصادی‌تر و کاربردی‌تر بوده اما دقت آن نسبت به این روش‌ها کمتر است. این روش برای رژیم‌های لخته‌ای و به هم خورده مناسب‌تر از رژیم آنیولار است. با استفاده از فرض‌های دقیق‌تر می‌توان دقت روش را تا حدی بهبود بخشید.

#### مراجع

- Wallis, G.B. "1-D Two-Phase Flow", McGraw-Hill, New York, 1969.
- Ishii, M. "Thermo-fluid Dynamic Theory of Two-Phase Flow", Collection de la Direction des Etudes et Recherches D., electricite de France, Eyrolles, Paris, 1975.
- Taitel, T., Barnea, D., and Dukler, A.E. "Modelling Flow Pattern Transitions for Steady Upward Gas-Liquid Flow in Vertical Tubes", AIChE J., Vol. 26, No. 1, pp. 345-354, 1980.
- Hewitt, G.F., "Flow Regimes", I Hetsroni, G. (Ed.), Handbook of Multiphase Systems. Hemisphere, Washington DC, 1982.
- Mishima, K. and Ishii, M. "Flow Regime Transition Criteria for Upward Two Phase Flow in Vertical Tubes", Int. J. Heat Mass Trans; Vol. 27, No. 2, pp. 723-737, 1984.
- Mudde, R.F. "Gravity-driven Bubbly Flows", Annual Rev. Fluid Mech., Vol. 37, No. 1, pp. 393-423, 2005.

خروجی فاز مایع نیست. یکی از مهمترین پارامترهای مؤثر بر دبی خروجی فاز مایع، میزان شناوری لوله بالابرنده در سیال است (H در شکل ۲). برای بررسی بهتر تأثیر این پارامتر، دبی خروجی و میزان شناوری به صورت بدون بعد تعریف شده است. اگر میزان شناوری لوله در سیال بر طول کل لوله تقسیم گردد، پارامتر بدون بعدی به دست می‌آید که به آن نسبت شناوری گویند (H/L). همچنین اگر دبی خروجی فاز مایع بر دبی فاز گاز تزریق شده در همان حالت تقسیم گردد، دبی بدون بعد به دست خواهد آمد. اکنون می‌توان تأثیر نسبت شناوری را بر میزان این دبی بدون بعد بررسی کرد. همان طور که از شکل ۱۱ مشخص است، برای نسبت شناوری‌های بزرگ، میزان دبی خروجی به مراتب بیشتر است. این نتیجه کاملاً منطقی است، چنانچه نسبت شناوری افزایش یافته و به مقدار حدی ۱ برسد، بدون نیاز به تزریق گاز، بالا بردن فاز مایع انجام‌پذیر خواهد بود. با افزایش نسبت شناوری مقدار کار لازم برای بالا بردن فاز مایع کاهش می‌یابد. همچنین در این حالت طول ناحیه حاوی جریان دو فاز نیز کاهش یافته و تقریب‌های به کار رفته در مدلسازی نیز کاهش می‌یابند.



شکل (۱۱): مقایسه تأثیر نسبت شناوری.

علت اختلاف نتایج به دست آمده با نتایج تجربی را می‌توان در ساده‌سازی‌های صورت گرفته در مدلسازی همچون یک بعدی بودن مدل، یکسان فرض کردن توزیع فشار دو فاز در یک مقطع، ایزوترم بودن جریان و تراکم ناپذیر فرض کردن فاز گاز دانست. با وجود این فرض‌های ساده شده اختلاف نتایج پیش بینی شده با نتایج تجربی در حد قابل قبولی است که این امر حاکی از آن است که این فرض‌ها تقریب

7. Van-Hout, R., Barnea, D., and Shemer, L., "Evolution of Statistical Parameters of Gas- Liquid Slug Flow Along Vertical Pipe", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 27, No. 1, pp. 1579-1602, 2001.
8. Hout, R., Van Barnea, D., and Shemer, L., "Translational Velocities of Elongated Bubbles in Continuous Slug Flow", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 28, No. 1, pp. 1333-1350, 2002.
9. Sousa, R.G., Pinto, A.M.F.R., and Campos, J.B.L.M., "Effect of Gas Expansion on the Velocity of a Taylor Bubble: PIV Measurements", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 32, No. 1, pp. 1182-1190, 2006.
10. Kato, H., Miyazawa, T., Timaya, S., and Iwasaki, T., "A Study of an Airlift Pump For Solid Particles", *Bull. JSME*, Vol. 18, No. 3, pp. 286-294, 1975.
11. Giot, M. "Three Phase Flow", In *Handbook of Multiphase Systems*, G. Hetsroni, Ed., Hemisphere-Mcgraw Hill, Washington DC, p. 7.29, 1982.
12. Hewitt, G.F. and Roberts, D.N., "Study of Two Phase Flow Patterns by Simultaneous X-Ray and Flash Photography", AERE-M2159, HMSO, 1969.
13. Lockhart, R.W. and Martinelli, R.C. "Proposed Correlation of Data for Isothermal Two-Phase, Two Component Flow of Data in Pipes", *Chem. Eng. Prog.*, Vol. 45, No. 1, pp. 39-48, 1949.
14. Govier, G.W. and Aziz, A. "The Flow of Complex Mixtures in Pipes", Van Reinhold Co., 1972.
15. Friedel, L. "Improved Friction Pressure Drop Correlations for Horizontal and Vertical Two-Phase Pipe Flow", *European Two Phase Flow Group Meet.*, Ispra, Italy, 1979.
16. Henstock, W.H. and Hanratty, T.S., "The Interfacial Drag and the Hight of the Wall Layer in Annular Flows", *AIChE J.*, Vol. 22, No. 2, p. 990, 1976.
17. Collier, J.G. and Thome, J.R. "Convection Boiling and Condensation", Claredon Press- Oxford, 1996.
18. Kern, R. "Chemical Engineering", McGraw-Hill, New York, 1975.
19. Darbandi, M., Saidi, M.H., and Hanafizadeh, P., "A Numerical Approach to Simulate Two-Phase Flow in Airlift Pumps", *The Int. Conf. on Computational Methods, ICMM2007*, Hiroshima, Japan, April 5-7, 2007.
20. Kassab, S.Z., Kandil, H.A., Warda, H.A., and Ahmedb, W.H., "Experimental and Analytical Investigations of Airlift Pumps Operating in Three-Phase Flow", *Chemical Eng. J.*, Vol. 131, No. 1, pp. 273-281, 2007.
21. Nenes, A., Assimacopoulos, D., Markatos, N., and Mitsoulis E., "Simulation of Airlift Pumps for Deep Water Wells", *Technika Chronika*, Vol. 14, No. 4, pp. 1-20, 1996.