

# مطالعه تحلیلی و تجربی ناپایداری در فرآیند فرزکاری و بررسی چگونگی تأثیر پارامترهای برشی و سختی ابزار

محمد مهدی ابوترابی زارچی<sup>۱</sup> و محمد رضا رازفر<sup>۲</sup>

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۸/۰۵/۰۵؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۹/۰۲/۰۳)

## چکیده

در این مقاله، به کمک معادلات ارتعاشی ابزار در دو جهت  $x$  و  $y$ ، پدیده چتر در فرآیند فرزکاری مدل‌سازی شده است. برای حل این معادلات، ویژگی‌های ساختاری ابزار برشی، نظریه فرکانس طبیعی اصلی، ضریب میرایی و سختی آن در جهت‌های  $x$  و  $y$  باید معلوم باشد. برای تعیین این ویژگی‌ها، "آزمایش مودال" انجام شده و نتایج آن مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. مدل تحلیلی ارائه شده برای پدیده چتر، در عمق‌های برش محوری مختلف مورد بررسی تجزیه و تحلیل قرار گرفته و درستی آن تأیید شده است. میزان عمق برش بحرانی در فرآیند شیارتراسی آلیاژ تیتانیوم Ti6Al4V با ابزار کاربایدی بصورت‌های تجربی و تحلیلی در حدود ۵ میلیمتر بدست آمده است. پس از اطمینان از صحت مدل ارائه شده برای پایداری سیستم برشی شبیه‌سازی شده است. با افزایش سرعت برشی، سیستم بین حالت‌های پایدار و ناپایدار چند بار سوئیچ می‌کند. دلیل این رفتار شکل خاص نمودار دالان‌های پایداری (SLD) است. افزایش سختی ابزار برشی و کاهش میزان درگیری شعاعی ابزار با قطعه کار فرآیند را پایدارتر می‌سازد.

**واژه‌های کلیدی:** فرزکاری، چتر، آلیاژ تیتانیوم Ti6Al4V، آزمایش مودال، مدل‌سازی نیروی برشی

## Analytical and Experimental Investigations of Instability in Milling Process and Studying the Effect of Cutting Parameters and Tool Stiffness

M.M. Abootorabi Zarchi and M.R. Razfar

Mech. Eng. Dep't., AmirKabir Univ. of Tech.

## ABSTRACT

Using cutting tool vibration equations in  $x$  and  $y$  directions, the chatter phenomenon in milling process is modeled. To solve these equations, cutting tool structural characteristics, such as natural frequency, damping ratio, and its stiffness in  $x$  and  $y$  directions must be known. For finding these properties, "Modal Test" is performed and its results are analyzed. The suggested analytical model for chatter phenomenon is tested experimentally in different axial depth of cut and its correctness is proved. The critical depth of cut in slotting Titanium alloy Ti6Al4V with Carbide tool is achieved both experimentally and analytically about 5 mm. After validation the suggested model for predicting chatter, the effect of cutting speed, endmill stiffness, and radial depth of cut on cutting system stability are simulated. Increasing the cutting speed causes system switches between stable and unstable conditions for several times. This is because of the special shape of the Stability Lobe Diagram (SLD). Increasing the endmill stiffness and decreasing the radial depth of the cut or tool-workpiece engagement make the process more stable.

**Keywords:** Milling, Chatter, Titanium Alloy Ti6Al4V, Modal Test, Cutting Force Modeling

۱- دانشجوی دکترا (نویسنده پاسخگو): abootorabi@aut.ac.ir

۲- استادیار: razfar@aut.ac.ir

محدوده پایدار باشد. بدست آوردن حداکثر عمق برشی که می‌توان در آن بصورت پایدار عملیات شیارتراشی را با یک ابزار فرز مشخص انجام داد، از اهمیت خاصی در صنعت برخوردار است.

در این مقاله، به کمک معادلات دینامیکی ارتعاش ابزار در جهت‌های  $x$  و  $y$ ، مدلی برای پیش‌بینی وقوع پدیده چتیر در فرآیند فرزکاری ارائه شده است. برای حل معادلات ارتعاشی باید ویژگی‌های ساختاری ابزار برشی نظیر فرکانس طبیعی اصلی، ضریب میرایی و سختی آن معلوم باشد. برای تعیین این ویژگی‌ها، "آزمایش مودال" انجام شده و نتایج حاصل از آن، مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. به کمک روابط تحلیلی و داده‌های تجربی حاصل از آزمایش مودال، وقوع یا عدم وقوع پدیده چتیر در فرآیند شیارتراشی بر روی قطعه‌کاری از جنس آلیاژ تیتانیوم  $Ti_6Al_4V$  در حالت‌های مختلفی از عمق برش محوری، پیش‌بینی و مورد بررسی تجربی واقع شده است. قطعه‌کار استفاده شده در آزمایش‌ها یعنی آلیاژ تیتانیوم  $Ti_6Al_4V$  از مواد پرکاربرد در صنعت است که در مقالات موجود کمتر به ویژگی‌های ماشینکاری آن توجه شده است. در انتها، تأثیر پارامترهای سرعت برشی، سختی ابزار فرز انجشتی و عمق برش شعاعی بر پایداری سیستم برشی، شبیه‌سازی شده است.

## ۲- مدل نیرو

برای شبیه‌سازی تحلیلی پدیده چتیر در فرآیند فرزکاری ابتدا باید مدل نیروی استفاده شده در آن معرفی گردد. شکل ۱ موقعیت هندسی ابزار و قطعه‌کار در حین فرآیند فرزکاری با تیغ‌فرز انجشتی را نشان می‌دهد. با دوران فرز انجشتی، ضخامت براده تغییر می‌کند. ضخامت براده در زوایه چرخش  $\phi$ ، بصورت زیر نشان داده می‌شود:

$$h(\phi) = f_t \sin\phi, \quad (1)$$

که در آن،  $f_t$  پیش‌روی بهازی هر دندانه و  $\phi$  زوایه فاز آنی لبه ابزار است.

## ۱- مقدمه

امروزه فرآیند فرزکاری بطور گسترده‌ای در ساخت قطعات صنعتی مختلف بکار می‌رود [۱]. از مزیت‌های فرآیند فرزکاری می‌توان به دقت بالا، هزینه کم، کاربرد آسان و قابلیت مناسب در تولید قطعاتی با اشکال متنوع و پیچیده اشاره کرد. همچنین بسیاری از قطعات حساس و دقیق صنعتی با استفاده از این روش تولید می‌شوند که از این میان می‌توان به مواردی چون پره‌های توربیوشارژها و کمپرسورهای گریز از مرکز، پروانه‌های موتور جت، توربین‌های مولد برق، قالب‌های فلزی و قطعات پیچیده هواضما اشاره کرد [۲]. ملاحظات مربوط به قیمت تمام‌شده قطعات، به میزان زیادی به نرخ براده‌برداری و کیفیت سطح ایجاد شده در فرآیند ماشینکاری بستگی دارد. هم نرخ براده‌برداری و هم کیفیت سطح، دارای محدودیت‌هایی هستند که بعلت وجود پدیده چتیر، ایجاد می‌شوند [۳]. ارتعاشات نسبی بین یک ابزار برشی و قطعه‌کار باعث می‌شود که در حین ماشینکاری، ضخامت براده‌های بوجود آمده نسبت به زمان متغیر باشد. از آنجاکه نیروهای برشی تقریباً متناسب با مساحت سطح مقطع براده تغییر شکل نیافته هستند، تغییرات ضخامت براده باعث بوجود آمدن نیروهای برشی دینامیکی می‌شود که ممکن است مُدهای ساختاری ماشین ابزار - ماشین ابزار را تحریک کنند و ارتعاشات ناپایداری را بوجود آورند که چتیر نامیده می‌شود [۴]. تاریخچه چتیر در ماشین ابزار به حدود صد سال قبل بر می‌گردد که تیلور از چتیر در ماشین ابزار به عنوان "ناشناخته‌ترین و حساس‌ترین مشکل پیش روی یک اپراتور" نام برد [۵].

در فرآیند فرزکاری، چتیر در ترکیبات خاصی از عمق برش محوری و سرعت اسپیندل، اتفاق می‌افتد. پیش‌بینی مزدهای پایداری با توجه به پارامترهای مؤثر بر فرآیند یعنی سرعت اسپیندل و عمق برش که هر دو بر نرخ براده‌برداری و کیفیت سطح ایجاد شده تأثیر می‌گذارند، به روش‌های مختلفی انجام شده است و مدل‌های تحلیلی زیادی برای آن وجود دارد [۶-۹]. برای جلوگیری از چتیر در ماشینکاری، باید با مدل کردن و شبیه‌سازی تحلیلی پدیده چتیر، پارامترهای ماشینکاری بهینه را انتخاب نمود و براده‌برداری را بگونه‌ای انجام داد که ماشینکاری در

بترتیب ضرایب نیروی لبه‌ای مخصوص در هر یک از جهت‌های مماسی، شعاعی و محوری هستند.  
نیروهای برشی سه‌گانه در جهت محورهای  $X$  و  $Y$  و  $Z$  توسط رابطه زیر به‌شکل ماتریسی قابل نمایش هستند:

$$\begin{Bmatrix} F_x(\phi) \\ F_y(\phi) \\ F_z(\phi) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\phi & -\sin\phi & 0 \\ +\sin\phi & -\cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_t(\phi) \\ F_r(\phi) \\ F_a(\phi) \end{Bmatrix}, \quad (۳)$$

نیروی برشی در زاویه فاز  $\phi$  هر لبه برشی که  $\phi_{st} < \phi < \phi_{ex}$ , ظاهر می‌شود و ممکن است مثبت یا منفی باشد.  $\phi_{ex}, \phi_{st}$  به‌ترتیب نشان‌دهنده زاویه ورود به قطعه کار و زاویه خروج از آن می‌باشند(شکل ۱).

آزمایشات تجربی بر روی قطعه‌ای از جنس آلیاژ تیتانیوم  $Ti_6Al_4V$  انجام شده‌است. برای بدست آوردن  $K_{ae}, K_{re}, K_{te}, K_{ac}, K_{rc}$ ، نیروهای تحلیلی، باید ضرایب  $K_{tc}$  برای این آلیاژ مشخص باشد. این ضرایب به‌کمک روش آلتینتاش [۱۱] یعنی رگرسیون خطی میانگین نیروهای برشی در پیشروی‌های مختلف و به‌کمک داده‌های متعامد مربوط به آلیاژ تیتانیوم  $Ti_6Al_4V$  [۱۴، ۱۳]، محاسبه شده‌اند(جدول ۱).

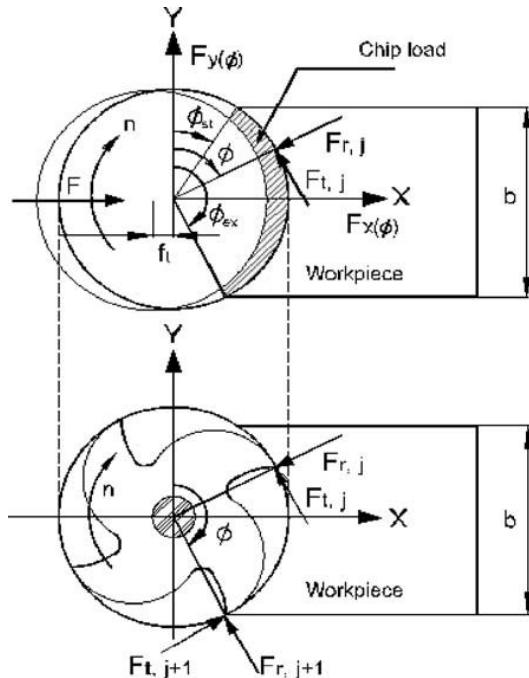
جدول (۱): ضرایب نیروی برشی محاسبه شده برای آلیاژ تیتانیوم  $.Ti_6Al_4V$ .

$K_{ae}$	$K_{re}$	$K_{te}$	$K_{ac}$	$K_{rc}$	$K_{tc}$	و
-۳	۴۳	۲۴	۱۱۱۹	۵۱۳	۱۸۴۴	۰

با محاسبه ضرایب نیروی برشی، می‌توان از مدل نیروی ذکر شده در مدل‌سازی پدیده چتیر استفاده نمود.

### ۳- مدل ریاضی چتیر

در یک فرآیند ماشینکاری تحت شرایط دینامیکی، ابزار برشی و قطعه کار و ماشین ابزار در جهت‌های مختلفی می‌توانند خمش و پیچش داشته باشند و حالت‌های مختلف ارتعاش را بوجود آورند؛ یعنی قطعه کار تقریباً در



شکل (۱): موقعیت هندسی ابزار و قطعه کار در حین فرآیند فرزکاری [۱۰].

مدل نیروی بکاررفته در این مقاله توسط آلتینتاش [۱۱] ارائه شده است:

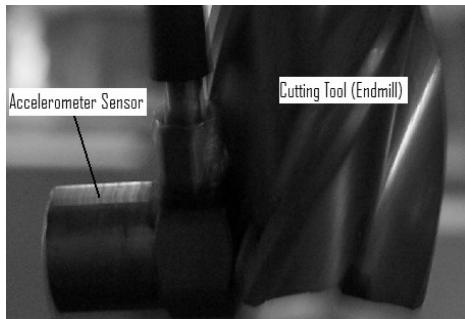
$$\begin{aligned} F_t(\phi) &= K_{tc} ah(\phi) + K_{te} a, \\ F_r(\phi) &= K_{rc} ah(\phi) + K_{re} a, \\ F_a(\phi) &= K_{ac} ah(\phi) + K_{ae} a. \end{aligned} \quad (۲)$$

این مدل علاوه بر اینکه نیروهای برشی را متناسب با مساحت سطح مقطع برآده تغییرشکل نیافته فرض می‌کند، نیروهای شخم (لبه‌ای) را نیز در نظر گرفته و فرض می‌کند که متناسب با عرض در گیری برش باشند. در فرآیند واقعی برش، لبه برنده بطور کامل تیز نیست و در اثر ساییدگی ابزار شعاع کوچکی پیدا می‌کند؛ بنابراین، تماس بین ابزار و قطعه کار در یک سطح انجام می‌گیرد، نه در یک خط. در نتیجه، به لبه برنده علاوه بر نیروی برشی، نیروی دیگری به‌نام نیروی لبه‌ای نیز وارد می‌شود [۱۲]. اگر عمق تماس در جهت محور ابزار  $a$  باشد، آنگاه مساحت سطح مقطع برآده تغییرشکل نیافته به‌اندازه  $ah(\phi)$  خواهد بود. ضرایب  $K_{ac}, K_{rc}, K_{tc}$  به‌ترتیب  $K_{ae}, K_{re}, K_{te}$  نیروی برشی مخصوص در هر یک از جهت‌های مماسی، شعاعی و محوری و ضرایب

فرکانس طبیعی، ضربه میرایی، شکل مودها و غیره. در این تحقیق از انجام آزمایش مودال به همراه رابطه تئوری (۶) جهت به دست آوردن ضرایب مورد نیاز در تحلیل ریاضی، استفاده شده است.

### ۱-۳ - آزمایش مودال

نحوه انجام آزمایش مودال بدین ترتیب است که سیستم مورد آزمایش در صورت امکان با قیود مکانیکی طبیعی خود و در غیر اینصورت با ساپورتهایی که مدل فرضی سیستم و پارامترهای مودال آنرا مغلوش نکند، مهار شده و یک سنسور برای سنجش شتاب با توجه به نیازمندی آزمایش در قسمت مشخصی از آن نصب می‌گردد. طریقه نصب سنسور شتابسنج بر روی ابزار فرز انگشتی در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل (۲): نصب سنسور شتابسنج بر روی ابزار برشی در آزمایش مودال.

تحریک سیستم معمولاً بوسیله لرزاننده<sup>۱</sup> یا ضربه‌ای با یک چکش خاص انجام می‌شود. سیگنال تحریک و سیگنال پاسخ بصورت همزمان توسط دستگاه تحلیل گر<sup>۲</sup> دریافت می‌گردد. نحوه تنظیم دستگاه و تجهیزات آزمایش مودال در شکل ۳ نشان داده شده است.

معمولًا نسبت جابجایی به تحریک (X/F) در دامنه فرکانسی، مونیتور می‌گردد که دارای مفهوم فیزیکی پُرکاربردی است. این نسبت جابجایی به تحریک، تابع پاسخ فرکانسی سیستم<sup>۳</sup> نامیده می‌شود. با انجام آزمایش مودال، نمودار پاسخ فرکانسی نشان داده شده در شکل ۴

هر جهتی نسبت به ابزار می‌تواند حرکت کند. بنابراین تحت شرایط برشی، در پارامترهای سرعت برشی، پیشروی، عمق برشی و زوایای سطوح ابزار نسبت به قطعه کار ممکن است تغییراتی بوجود آید. هر یک از این تغییرات در فرآیند برش باعث افزایش تغییرات در نیروهای وارد بر ابزار می‌شوند. بسته به جهت این تغییرات نسبت به حرکت ارتعاشی، این تغییرات ممکن است ارتعاش را دمپ کنند یا افزایش دهند. بطور طبیعی اگر سیستم تحت چند نیروی ضربه‌ای ناگهانی قوار گیرد، ارتعاش بوجود می‌آید ولی خصوصیات دمپینگ ماشین بعد از چند ارتعاش، آن را از بین می‌برد. اگر تغییرات نیروی برشی بزرگ باشد و در جهت خلاف اثرات دمپینگ عمل کند، دامنه ارتعاش رشد می‌کند (حتی اگر نیروهای تحریک کننده و دمپینگ در تعادل باشند). به این ارتعاش، یک ارتعاش خود برانگیخته یا چتیر گویند.

معادله دینامیکی ارتعاش ابزار در فرآیند فرزکاری در دو جهت x و y بصورت زیر است:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx &= F_x, \\ m\ddot{y} + c\dot{y} + ky &= F_y, \end{aligned} \quad (4)$$

که در آن، M جرم، C استهلاک و k سختی ابزار است. با استفاده از روش انتگرال گیری اویلر می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_n &= (F_x - c_x \dot{x} - k_x x) / m, \\ \ddot{x}_{n+1} &= \ddot{x}_n + \ddot{x}_n dt, \\ x_{n+1} &= x_n + \dot{x}_{n+1} dt. \end{aligned} \quad (5)$$

معادلات (۵) در جهت y نیز به همین صورت نوشته می‌شود. با استفاده از روابط دینامیکی زیر می‌توان از معادله (۵) در پیش‌بینی پدیده چتیر استفاده نمود:

$$m = \frac{k}{(2\pi f)^2}, \quad C = 2\eta \sqrt{k \cdot m}, \quad (6)$$

که در آن، f فرکانس طبیعی اصلی سیستم و η نسبت میرایی است. مشاهده می‌شود که برای پیش‌بینی پدیده چتیر (بکمک رسم نمودار نیرو یا جابجایی نسبت به زمان)، مشخصه‌های دینامیکی ابزار برشی باید معلوم باشند. آزمایش مودال روشی است برای بدست آوردن پارامترهای دینامیکی ساختارهای مختلف. این پارامترها عبارتند از:

1-Shaker  
2-Analyzer  
3-Frequency Response Function FRF

#### ۴- بررسی تجربی مدل تحلیلی چتیر

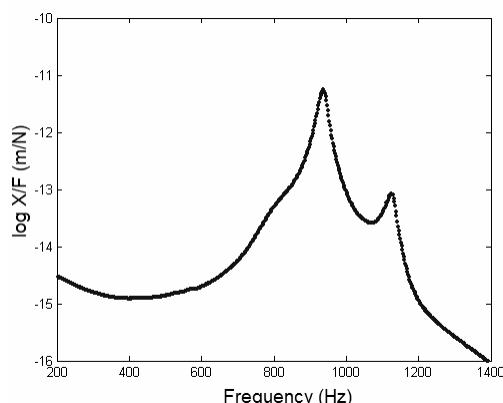
آزمایشات شیارتراسی بر روی قطعه‌ای از آلیاژ  $Ti_6Al_4V$  با ابعاد  $140 \times 70 \times 10$  و با ابزار فرز انگشتی کاربایدی چهار لبه به قطر ۸ میلیمتر توسط یک ماشین‌ابزار فرز عمودی  $N=1,200 \text{ rpm}$  انجام شده است. مقدار سرعت اسپیندل Kistler 9255B استفاده شده است.

یکی از راه‌های تشخیص پدیده چتیر در فرآیندهای ماشینکاری، اندازه‌گیری نیروی برشی در حین فرآیند است. خروجی دینامومتر استفاده شده در آزمایش‌های تجربی، نمودارهایی مشابه شکل‌های ۵ و ۷ و ۹ است و مقادیر  $F_x$  و  $F_y$  را بصورت یک عدد متوسط نشان نمی‌دهد. برای مقایسه داده‌های تجربی با نتایج تحلیلی، از مقادیر حداکثر نیروی تجربی در یک بازه زمانی میانگین گرفته شده است و این میانگین نیرو در جهت‌های  $x$  و  $y$  بترتیب  $F_x$  و  $F_y$  تجربی منظور شده‌اند.

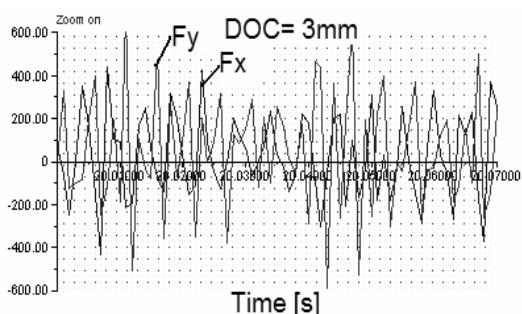
شبیه‌سازی‌ها و آزمایشات در سه عمق برش مختلف ۳ و ۵ و ۸ میلیمتر انجام شده‌اند. شکل ۵ نشان دهنده نیروی برشی تجربی در حالت  $DOC=3\text{mm}$  است.



شکل (۳): تنظیم تجربی آزمایش مودال.



شکل (۴): نمودار پاسخ فرکانسی ابزار برشی که از آزمایش مودال بدست آمده است.



شکل (۵): نیروی برشی تجربی در حالت  $DOC=3\text{mm}$

در حالت تحلیلی میزان نیروی برشی از رابطه زیر محاسبه گردیده است:

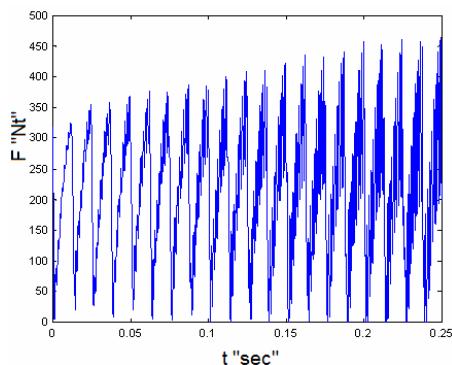
$$F = (F_x^2 + F_y^2)^{0.5}, \quad (7)$$

که در آن،  $F_x$  و  $F_y$  از رابطه (۳) جایگزین شده‌اند. نمودار نیروی شبیه‌سازی شده بر حسب زمان در حالت  $DOC=3\text{mm}$  در شکل ۶ نشان داده شده است.

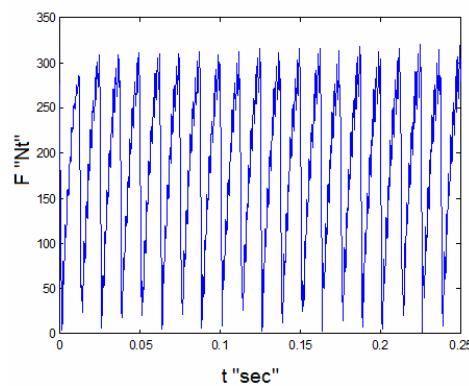
بدست می‌آید. این نمودار نشان می‌دهد که فرکانس طبیعی اصلی سیستم، ۹۳۴ هرتز است. ویژگی‌های ساختاری ابزار فرز انگشتی که از آزمایش مودال بدست آمده، در جدول ۲ ذکر شده است. با استفاده از روابط ریاضی و داده‌های تجربی بدست آمده، می‌توان نمودار نیروی برشی بر حسب زمان را رسم نمود. روند افزایشی در نمودار نیروی برشی نسبت به زمان، نشان دهنده وقوع پدیده چتیر در فرآیند فرزکاری است.

جدول (۲): ویژگی‌های ساختاری ابزار برشی.

جهت	فرکانس (Hz)	سختی (N/m)	نسبت میرایی (η)
x	۹۳۴	$2 \times 10^7$	۰/۰۵
y	۹۳۴	$2 \times 10^7$	۰/۰۵

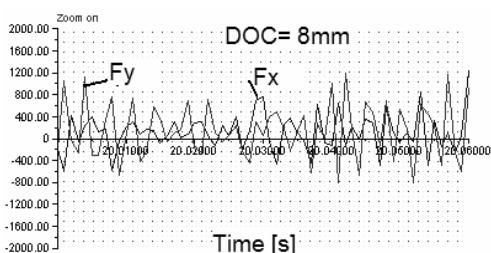


شکل(۸): نیروی برشی شبیه‌سازی شده در حالت  
DOC=5mm



شکل(۶): نیروی برشی شبیه‌سازی شده در حالت  
DOC=3mm

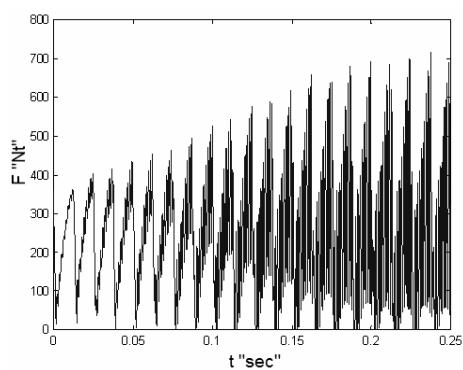
مقادیر  $F_x$  و  $F_y$  تجربی در شکل ۷ بترتیب برابر است با ۳۲۰ N و ۳۰۰ N که برآیند آنها ۴۳۹ N است. میزان متوسط برآیند نیروهای شبیه‌سازی شده در این حالت ۳۹۵ N است که خطای ۱۰٪ را نشان می‌دهد. نیروی برشی تجربی و شبیه‌سازی شده در حالت DOC=8mm بترتیب در شکل‌های ۹ - ۱۰ آمده است. مقادیر  $F_x$  و  $F_y$  تجربی بترتیب ۴۲۰ N و ۵۹۰ N و برآیند آنها ۷۲۴ N است. در این حالت، متوسط برآیند نیروهای شبیه‌سازی شده ۶۱۰N و میزان خطای ۱۶٪ است.



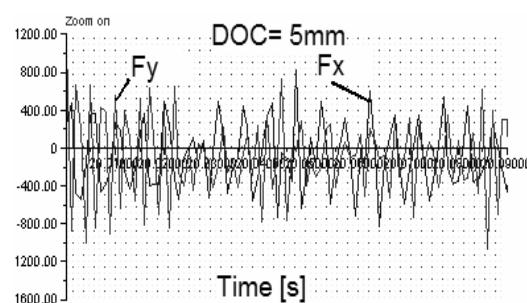
شکل(۹): نیروی برشی تجربی در حالت  
DOC=8mm

هر دو نمودار تجربی و تحلیلی در شیارتراشی با DOC=3mm نشان دهنده حالت بدون چتیر است. مقادیر  $F_x$  و  $F_y$  تجربی در این حالت بترتیب ۲۱۰ N و ۳۱۵ N برآیند آنها ۳۷۸ N است. میزان متوسط برآیند نیروهای شبیه‌سازی شده در DOC=3mm برابر با ۳۱۲ N است که خطای ۱۷٪ را نسبت به نتیجه تجربی نشان می‌دهد.

شکل‌های ۷ و ۸ بترتیب نتایج تجربی و تحلیلی نیروی برشی در حالت DOC=5mm را نشان می‌دهند. نیروی برشی تجربی در حالت DOC=5mm به مقادیر بحرانی نزدیک شده است. نیروی شبیه‌سازی شده در این حالت نشان دهنده یک روند صعودی ملایم است. به‌نظر می‌رسد که عمق برش ۵ mm در مرز میان پایداری و ناپایداری قرار دارد. لازم بهذکر است که نمودار نیروی شبیه‌سازی شده، از زمان  $t=0$  ثانیه شروع می‌شود در حالیکه نمودار نیروی تجربی نشان دهنده مقادیر نیرو در زمان بین ۱۰/۱ و ۱۰/۱ ثانیه است.

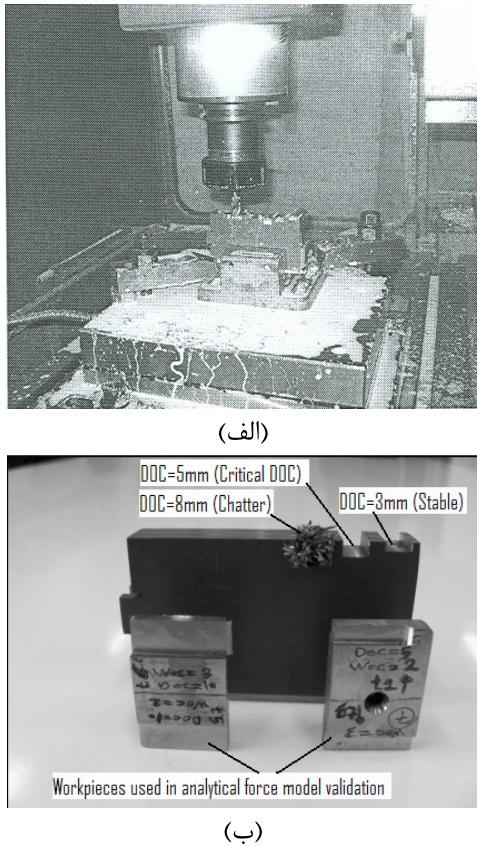


شکل(۱۰): نیروی برشی شبیه‌سازی شده در حالت  
DOC=8mm



شکل(۷): نیروی برشی تجربی در حالت  
DOC=5mm

یک روش برای پیش‌بینی مرزهای پایداری در کاربردهای مختلف صنعتی و آزمایشگاهی است.



شکل(11): (الف) یک قطعه‌کار در حال ماشینکاری؛ (ب) قطعه‌کارهای حاصل از آزمایشات تجربی.

##### ۵- تأثیر پارامترهای مختلف بر پایداری سیستم برشی

مقایسه نتایج تجربی و تحلیلی نشان‌دهنده تطابق خوب آنها در پیش‌بینی وقوع پدیده چتیر است. پس از تأیید شبیه‌سازی تحلیلی با داده‌های تجربی، در ادامه تأثیر پارامترهای مختلف بر پایداری سیستم برشی شبیه‌سازی شده است.

##### ۱-۵- تأثیر سرعت اسپیندل بر پایداری سیستم برشی

نمودار رسم شده در شکل ۱۰ یک حالت ناپایدار را نشان می‌دهد و همانطور که قبلًا اشاره شد، مقدار سرعت اسپیندل در آن،  $N=1,200 \text{ rpm}$  است. اگر در شرایط

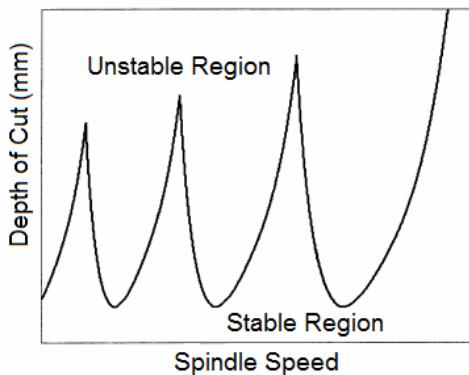
در حالت  $\text{DOC}=8\text{mm}$ ، نتیجه تجربی نشان می‌دهد که نیرو به مقدار زیادی افزایش یافته و برش بسختی انجام می‌شود. در این حالت، برآدها به سطح قطعه کار جوش خورده و کیفیت سطح را خراب می‌کند. شکل ۱۱ قطعه‌کارهای به دست آمده از آزمایش‌ها و یک قطعه کار در حال ماشینکاری که روی دینامومتر قرار گرفته است را نشان می‌دهد. برآدهای جوش خورده به سطح قطعه در حالت  $\text{DOC}=8\text{mm}$  نشان دهنده شرایط بسیار بد ماشینکاری و وقوع پدیده چتیر است.

در حالت  $\text{DOC}=8\text{mm}$ ، نمودار نیروی شبیه‌سازی شده دارای یک روند صعودی است و بخوبی وقوع پدیده چتیر را پیش‌بینی می‌کند. در این حالت، نتیجه حاصل از شبیه‌سازی در پیش‌بینی وقوع چتیر بخوبی با نتیجه تجربی مطابقت دارد.

یکی از مهمترین مشکلاتی که در راه تحقیق پیرامون پدیده چتیر وجود دارد آن است که اگر یک آزمایش با پارامترهای برشی خاص و با ابزار برشی معین بر روی قطعه‌ای صورت پذیرد و فرآیند پایدار باشد، نمی‌توان بطور ۱۰۰٪ بیان کرد که آزمایش مشابه آزمایش پایدار فوق در یک آزمایشگاه یا مکان دیگر حتماً پایدار است. دلیل این رفتار آن است که شرایط دینامیکی ماشین ابزار و کل سیستم برش در دو مکان مختلف نمی‌تواند کاملاً بر هم منطبق باشد و حتماً تفاوت‌هایی در ویژگی‌های ارتعاشی سیستم "ماشین ابزار / قطعه کار / ابزار برشی" در دو مکان مختلف وجود خواهد داشت. به همین دلیل است که مقایسه نتایج تجربی بدست آمده در مورد پایداری یک آزمایش برشی با نتایج مشابه دیگر از نظر تئوری صحیح نمی‌باشد و در مقالات هم این موضوع کمتر دیده می‌شود. اهمیت این مقاله و مقالاتی مشابه آن در این است که یک پروسه جهت بررسی پایداری فرآیند را معرفی می‌کند و هر کس در حالت خاص و شرایط عملی خود می‌تواند ویژگی‌های موجود در سیستم خود را درون پروسه معرفی شده قرار دهد و پایداری یا عدم پایداری فرآیند مورد نظر را پیش‌بینی کند. به عبارت دیگر در این مقاله، نتایج تجربی به دست آمده نظیر یافتن عمق برش بحرانی  $\text{DOC}=5 \text{ mm}$  برای ابزار کارپایدار و قطعه کار آلیاژ تیتانیوم  $\text{Ti}_6\text{Al}_4\text{V}$  دارای اهمیت ثانویه است و موضوع مهم، ارائه

اگر باز هم سرعت اسپیندل افزایش یابد و به  $N=5,200$  rpm برسد، نمودارهای موجود در شکل ۱۳ به دست می‌آید که یک روند افزایشی را نشان می‌دهد و سیستم مجدداً ناپایدار می‌شود.

یکی از مفاهیم مهم در بررسی پایداری فرآیند فرزکاری، مفهوم "نمودار دالان‌های پایداری" است. شکل کلی نمودار دالان‌های پایداری (SLD) در شکل ۱۴ نشان داده شده است. نواحی زیر منحنی، پایدار و نواحی بالای آن، ناپایدار هستند.



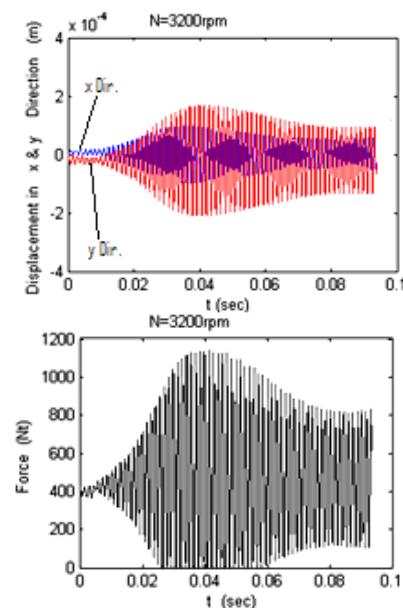
شکل (۱۴): شکل کلی نمودار دالان‌های پایداری.

در نمودار دالان‌های پایداری، برای یک عمق برش محوری خاص، با افزایش سرعت اسپیندل، ممکن است سیستم بین حالت پایدار و حالت ناپایدار چندین بار سوئیچ کند که این موضوع با خاطر شکل خاص نمودار دالان‌های پایداری است. این رفتار را می‌توان اینگونه توضیح داد که با تغییر سرعت برشی در یک عمق برش ثابت، رفتار اصطکاکی سیستم برشی تغییر کرده و باعث تغییراتی در مقادیر جابجایی‌ها و نیروی برشی وارد بر ابزار می‌گردد.

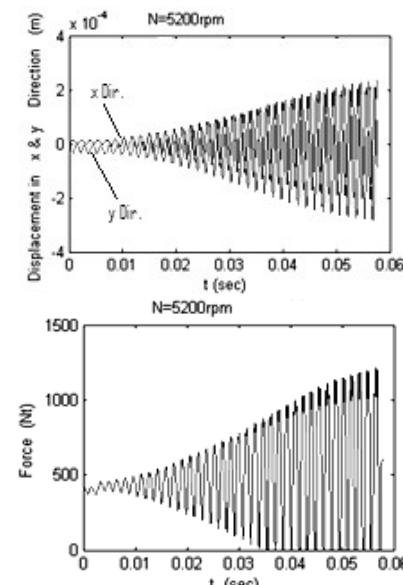
## ۵-۲- تأثیر سختی ابزار در جهت‌های $x$ و $y$ بر پایداری سیستم برشی

در شکل ۱۰ که یک حالت ناپایدار را نشان می‌دهد، مقدار سختی ابزار در هر یک از جهت‌های  $x$  و  $y$  به اندازه  $K=2 \times 10^7$  N/m است. اگر همهٔ پارامترهای مؤثر بر برش ثابت باشد و فقط سختی ابزار در هر دو جهت به  $K=4 \times 10^7$  N/m رسانده شود، سیستم برشی پایدار می‌شود.

مشابه فقط سرعت اسپیندل به  $N=3,200$  rpm افزایش یابد، نتایج نشان داده شده در شکل ۱۲ به دست می‌آید که یک حالت پایدار را نشان می‌دهد؛ یعنی در این حالت خاص، فقط با افزایش سرعت اسپیندل می‌توان از وقوع پدیدهٔ چتر در فرآیند فرزکاری جلوگیری نمود.

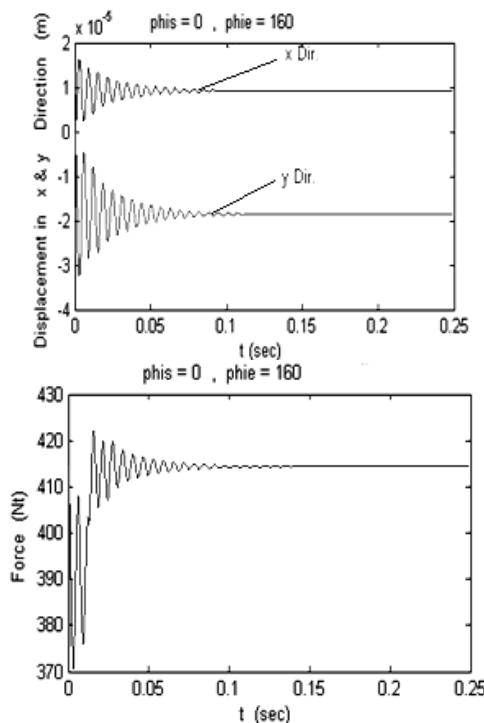


شکل (۱۲): نتایج شبیه‌سازی شده برای عمق برش محوری  $a=8\text{mm}$  و سرعت اسپیندل  $N=3,200\text{rpm}$ .



شکل (۱۳): نتایج شبیه‌سازی شده برای عمق برش محوری  $a=8\text{mm}$  و سرعت اسپیندل  $N=5,200\text{rpm}$ .

همانطور که در شکل ۱۶ دیده می‌شود، کاملاً پایدار می‌گردد. بنابراین، برای یک جفت ابزار و قطعه‌کار با پارامترهای برشی مشخص، ممکن است بتوان با اندکی تغییر در میزان درگیری شعاعی ابزار با قطعه‌کار، سیستم را از حالت ناپایدار به حالت پایدار تبدیل نمود.



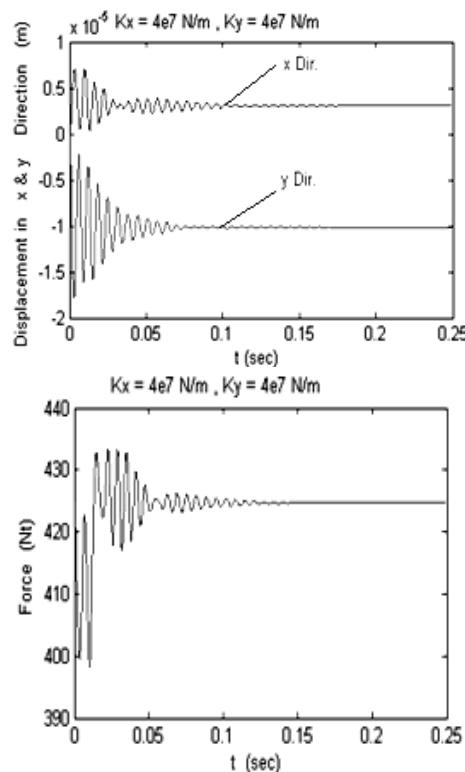
شکل (۱۶): نتایج شبیه‌سازی شده برای حالت  $\phi_{ex} = 160^\circ$ ،  $\phi_{st} = 0^\circ$  و  $a = 8\text{mm}$

واضح است که با افزایش میزان درگیری شعاعی ابزار با قطعه‌کار، میزان نیروی وارد بر ابزار برشی و همچنین مقادیر جابجایی‌های ابزار افزایش می‌یابد و این افزایش، بسته به میزان آن، ممکن است به وقوع پدیده چتر کمک نماید.

#### ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، شبیه‌سازی تحلیلی پدیده چتر به کمک معادلات ارتعاشی ابزار انجام شده و مدل نیروی بکار رفته در آن مورد بررسی تجربی قرار گرفته است. هدف اصلی، تهیه یک پروسه جهت پیش‌بینی پایداری یا عدم پایداری یک فرآیند فرزکاری است که بتواند در فرآیندهای فرزکاری دیگر با ابزارها و قطعه‌کارهای مختلف نیز مورد

نمودارهای مربوط به این حالت جدید را می‌توان در شکل ۱۵ مشاهده نمود.



شکل (۱۵): نتایج شبیه‌سازی شده وقتی که سختی ابزار در دو جهت x و y به اندازه  $K = 4 \times 10^7 \text{ N/m}$  است ( $a = 8\text{mm}$ )

با افزایش سختی ابزار، میزان صلابت آن افزایش یافته و ابزار ارتعاشات کم‌دامنه‌تری را انجام می‌دهد. افزایش سختی ابزار در دو جهت x و y باعث می‌شود که مقادیر عمق برش بحرانی در نمودار دالان‌های پایداری افزایش یابد و سیستم پایدارتر شود.

#### ۳- ۵ - تأثیر عمق برش شعاعی (درگیری ابزار و قطعه‌کار) بر پایداری سیستم برشی

در شکل ۱۰ زاویه ورود ابزار به قطعه‌کار  $\phi_{st} = 0^\circ$  و زاویه خروج ابزار از آن  $\phi_{ex} = 180^\circ$  فرض شده و سیستم کاملاً ناپایدار است. اگر تمام پارامترهای برشی مربوط به شکل ۱۰ ثابت نگه داشته شوند و فقط زاویه خروج ابزار از قطعه‌کار به  $\phi_{ex} = 160^\circ$  کاهش یابد، سیستم برشی

- مجله مکانیک و هوا فضا (ساخت و تولید)، جلد ۵، شماره ۳، پاییز ۱۳۸۸
3. Van de Wou, N., Fassen,R.P.H, Oosterling, J.A.J., and Nijmeijer, H., "Modelling of High Speed Milling for Prediction of Regenerative Chatter", *Int. J. Machine Tools & Manufacture* Vol. 43, No. 14, pp. 321-339, 2003
  4. Mann, B.P., Bayly, P.V., Davies, M.A., and Halley, J.E., "Limit Cycles Bifurcations and Accuracy of the Milling Process", *J. Sound and Vibration*, Vol. 277, No. 1, pp. 31-48, 2004
  5. Insperger,T., Mann,B.P., Stepan,G., and Bayly, P.V., "Stability of Up-milling and Down-milling, Part 1: Alternative Analytical Methods", *Int. J. Machine Tools & Manufacture* Vol. 43, No. 3, pp. 25-34, 2003
  6. Altintas, Y. and Budak, E., "Analytical Prediction of Stability Lobes in Milling", *Annals of the CIRP*, Vol. 44, No. 1, pp. 357-362, 1995
  7. Budak, E. and Altintas, Y., "Analytical Prediction of Stability Lobes in Milling, Part I: General Formulation", *J. Dynamic Systems Measurement and Control*, Vol. 120, No. 2, pp. 22-30, 1998
  8. Tian, J. and Hutton,S.G., "Chatter Instability in Milling Systems with Flexible Rotating Spindles New Theoretical Approach", *J. Manufacturing Science and Eng.* Vol. 123, No. 1, pp. 1-9, 2001.
  9. Davies, M.A., Pratt, J.R., Dutterer, B., and Burns, T.J., "Stability Prediction for Low Radial Immersion Milling", *J. Manufacturing Science and Eng.*, Vol. 124, No. 2, pp. 217-225, 2002
  10. Yoon, M.C. and Kim, Y.G., "Cutting Dynamic Force Modeling of End-milling Operation", *Int. J. Materials Processing Tech.*, Vol's. 155-156, pp. 1383-1389, 2004
  11. Altintas, Y., "Manufacturing Automation—metal Cutting Mechanics. Machine Tool Vibrations, and CNC Design", Cambridge Univ. PressLondon,2000
  ۱۲. یوسفی، ر. و حامدی، م، "ارائه یک مدل تحلیلی به منظور پیش‌بینی نیروهای ماشینکاری وارد بر فرزن کروی"، مجله مکانیک و هوا فضا، جلد ۳، شماره ۲، ۱۳۸۵، ص. ۵۷-۶۵.
  13. Budak, E., Altintas, Y., and Armarego,E.J.A, "Prediction of Milling Force Coefficients from Orthogonal Cutting Data", *ASME J. Manufacturing Science and Eng*Vol. 118, No. 2, pp.216-224, 1996
  14. Altintas, Y. and Lee, P., "Mechanics and Dynamics of Ball Endmilling", *ASME J. Manufacturing Science and Eng*Vol. 120, No. 4, pp.684-692, 1998

استفاده قرار گیرد. برای حل معادلات مربوط به ناپایداری در فرآیند فرزکاری، مشخصه‌های ساختاری ابزار برشی نظری فرکانس طبیعی اصلی، ضریب میرایی و سختی آن از طریق انجام آزمایش مودال تعیین شده است. نوآوری این مقاله از نظر تئوری در آن است که معادلات ارتعاش ساختاری ابزار برشی را همزمان با معادلات نیرویی در نظر گرفته است و برای یافتن کلیه ضرایب استفاده شده اعمّ از ضرایب نیروی برشی و ویژگی‌های ساختاری ابزار برشی، آزمایش‌های تجربی انجام شده است. چون در معادلات ارتعاشی از نیرو استفاده می‌شود، بدست آوردن ضرایب برشی اهمیت خاصی دارد و مستقیماً بر روی شرایط ارتعاشی ابزار تأثیر می‌گذارد. در ضمن، پیش‌بینی تئوری حدود پایداری به کمک روابط ریاضی اکنون نیز در تحقیقات مورد بررسی قرار می‌گیرد و از نظر صنعتی حائز اهمیت است.

بررسی تجربی مدل ارائه شده برای پیش‌بینی پدیده چتر نشان‌دهنده دقت قابل قبول آن است. میزان عمق برش بحرانی به دست آمده در شبیه‌سازی فرآیند شیارتراشی آلیاژ تیتانیوم Ti<sub>6</sub>Al<sub>4</sub>V با ابزار کاربایدی با نتایج تجربی مطابقت دارد. پس از تأیید تجربی مدل سازی انجام شده، تأثیر فاکتورهای سرعت برشی، سختی ابزار فرز انگشتی و میزان درگیری شعاعی ابزار و قطعه کار بر پایداری سیستم برشی، شبیه‌سازی شده است.

در شبیه‌سازی‌های انجام شده، علاوه بر رسم نمودار نیروی برشی بر حسب زمان، نمودار جابجایی ابزار در هر یک از جهت‌های X و Y بر حسب زمان نیز رسم شده که بوضوح وجود یا عدم وجود پدیده چتر را نمایان می‌سازد. بطور کلی، شبیه‌سازی‌های ارائه شده در این مقاله با دقت قابل قبولی پایداری یا عدم پایداری آزمایش‌های انجام شده را پیش‌بینی کرده‌اند. برای افزایش میزان دقت شبیه‌سازی‌های انجام شده باید در تحقیقات آتی از مدل‌های نیرویی مناسب‌تر و دقیق‌تر استفاده نمود.

## مراجع

1. Tlusty, J., "Manufacturing Processes and Equipment", Prentice Hall, New Jersey 2000
۲. کاظمی نصرآبادی، م، معتقد ایمانی، ب. و صادقی، م.ح، "شبیه‌سازی فرآیند فرزکاری با بار جانبی کم و پیش‌بینی نواحی پایداری"، مجله مکانیک و هوا فضا، جلد ۴، شماره ۱، ۱۳۸۷، ص. ۵۵-۶۴.