Archive of SID

بررسی رفتار شکست در مواد هدفمند اپوکسی-آلومین به روش اجزاء محدود برای مقاوم سازی اتصالات

عبدالحسین فریدون[۱]، سید ایمان احمدی حسینی[۲] و علی محی الدّین[۳]
گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه سمنان

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۷/۰۵/۲۹؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۸/۰۹/۲۸)

چکیده

استفاده از مواد مرکب هدفمند در اتصال دو ماده با خواص الاستیکِ بسیار متفاوت، منجر به از بین رفتن اثرات زیان‌آور نیروهای بین وجهی ناپیوسته که به‌واسطهٔ چسبندگی ضعیف ناشی از میل ترکیبی شیمیایی پایین و اثرات تمرکز تنش بالا بوجود آمده‌اند، در سطح مشترک دو ماده می‌شود. بنابراین، طراحی بهینهٔ این مواد، احتمال گسیختگی‌های ناشی از رشد ناپایدار ترک را به حداقل می‌رساند. هنگامی که ترک در جهت عمود بر شیب تغییرات قرار می‌گیرد، میدان تنش نامتقارن بوجود آمده در نوک ترک مُد ترکیبی ایجاد می‌کند و موجب انحراف ترک می‌شود. در این تحقیق، برای ترکی که تحت بارگذاری خمشی قرار دارد، در دو حالت (گرادیان پیوسته و گرادیان لایه‌ای) ضرایب شدت تنش و زاویهٔ فاز بارگذاری به روش اجزاء محدود محاسبه شده است. به منظور بهینه کردن پارامترهای شکست در جلوگیری از رشد ناپایدار ترک، تأثیر متغیرهایی نظیر شکل و پهنای ناحیهٔ گرادیان، موقعیت و طول ترک و تنش‌های پسماند بر ضریب شدت تنش و زاویه فاز بررسی شده است. کمترین مقدار ضریب شدت تنش مختلط به ازای توان پروفیل ۲/۲۵ و پهنای گرادیان ۹ میلیمتر بدست آمده است.

واژه‌های کلیدی: مواد هدفمند، روش اجزاء محدود، ضریب شدت تنش، انتگرال جی، مُد ترکیبی

Modeling of Alumina-Epoxy Joints Reinforced by Functionally Graded Materials, Using Finite Element Method

A. Fereidoon, S.A. Ahmadi Hoseini, and A. Mohyeddin
Mech. Eng. Group, School of Eng., Semnan Univ.

ABSTRACT

Application of functionally graded materials (FGM's) to join materials with extremely different thermo-mechanical properties can reduce sharp interface stresses caused by weak chemical affinity and high residual stress concentration. So, if the functionality of gradient regions be designed properly, it can minimize the failure probability due to unstable crack propagation. It has been shown that if the material gradient is parallel to the crack, the asymmetric stress field results in mixed-mode fracture and crack deviation for its initial direction. Mixed-mode stress intensity factors (SIF's) and phase angle are computed by finite element method for a four-point-bending problem assuming functionally and multi-layered gradient regions. In order to obtain an optimum design, the effect of slope and breadth of gradient region, crack geometry, and residual stress field on fracture parameters (including SIF's and phase angle) are studied. Minimum value of complex stress intensity factor is obtained per 2.25 for profile power and 9 mm for width of gradient region.

Keywords: Functionally Graded Materials, Finite Element Method, Stress Intensity Factor, J-integral, Mixed-Mode

۱- دانشیار (نویسندهٔ پاسخگو): AB.Fereidoon@gmail.com
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد: AhmadiEaman@gmail.com
۳- دانشجوی دکتری: Mohyeddin.Ali@gmail.com

www.SID.ir

Archive of SID

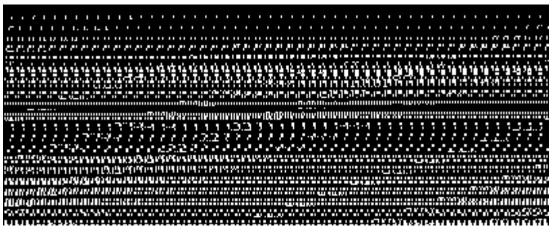
.[10-11]

[1]

[2]

[6-7]

[8-9]



2- J-integral

1- Functionally Graded Material (FGM)

www.SID.ir

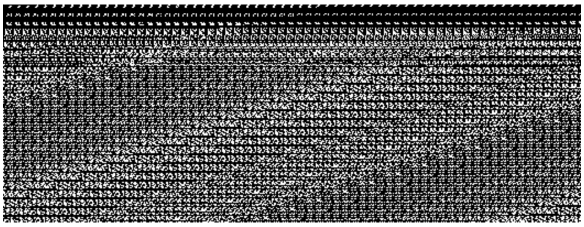
Archive of SID

[12]

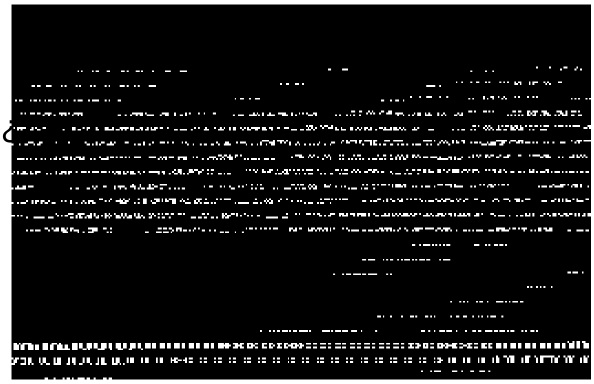
$$E = E_0 \exp(\alpha x + \beta y) \quad (1)$$

$$V_{ij}(r,\theta) = e^{[r(\alpha\cos\theta + \beta\sin\theta)]}\left[\frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} f_{1ij}^{T}(\theta) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi}} f_{2ij}(\theta)\right] \quad (2)$$

[13]



NiAl/Al_2O_3



(2)

1- Scale
2- Shape
3- Stress Singularity

www.SID.ir

Archive of SID

[14-15]

$$\frac{1}{E_0}\frac{\partial^2 E}{\partial x \partial y} ... \frac{1}{r^2}, \quad \frac{1}{E_0}\frac{\partial E}{\partial x} ... \quad (3)$$

$$|K| = \sqrt{K_I^2 + K_{II}^2}, \qquad \tan\theta = \frac{K_{II}}{K_I} \quad (4)$$

[16-17]

$$U = \oint W d\Gamma ... V_{ij} u_j d ... \quad (5)$$

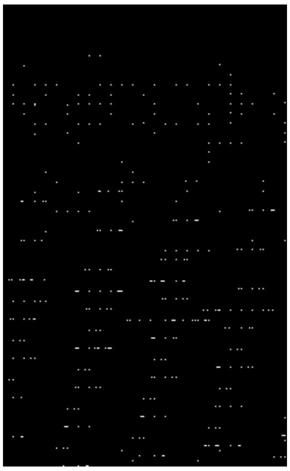
[18]

$$J_{gr} = G = \frac{U_{post} - U_{pre}}{\Delta a}, \quad (6)$$

[18]

$$\frac{K_I^2 + K_{II}^2}{E_{tip}}(1-\nu^2) = J_{gr},$$

$$K_{II} = RK_I, \quad R = \lim_{r \to 0}\frac{u_2^{right} - u_2^{left}}{u_1^{right} - u_1^{left}}, \quad (7)$$



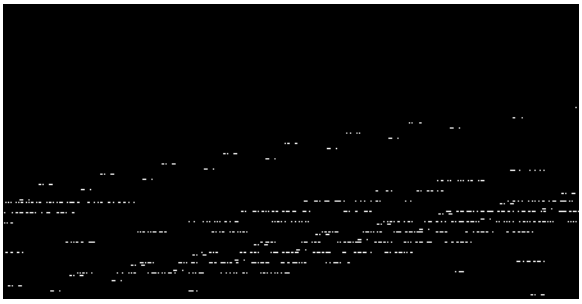
(4)

1- Virtual Crack Extension

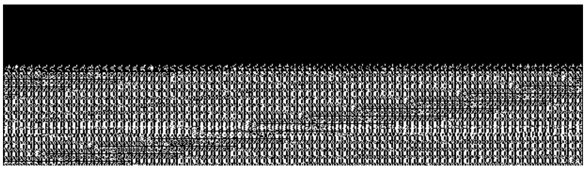
www.SID.ir

Archive of SID

d ˆ ° ‹Š ¿ € (%)	MPa/$\sqrt{m}$	½ Â ‡	(GPa)	• Z §
1>	4	0/23	397	¾ Ì » Â · M
4	0/8	0/35	3/4	Ê ˆ ¯ Â a Y



(5)



(6)

$$E(\ ) = E_1 + (E_2 - E_1)K^n, \quad x/w \tag{8}$$

$x = 1/5$

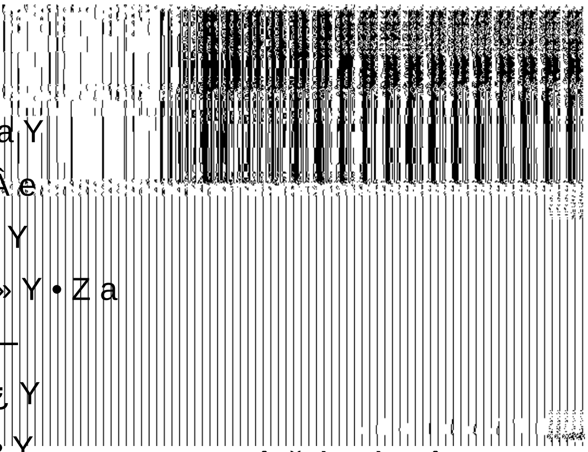
$x = 1$

$x = 1/5$

$= 0/25$

1- Gaussian Quadrature

www.SID.ir



½ • Z d ·Æ ɱ { Ã • Y Â € ½ d | Å • . { Â Ë ¼ • Â] € Ã » | ‹
• Z d § ¼ Ä Â | f ¾ » © Z (Ê e ¸ Y Š À e ½ ¯) Z ½ Ì » |
Š Ë Y , Ä § Y Å Ê » ½ Z 2 Œ µ ¿ Á | m À Ê » d ¯ € Ë ˆ ¯ Â a Y
Á Š À e | ‹ \ Ë “ Š Å Z \ ¯ ^ ‡ , \ Ì ‹ ¶ Ì § Á € ½ a Y Â e
É Á Z Å ¤ € » d i P , e Ä » • Y { . { Ä Ë » • Z Ä § Ã Y Š • Ë Y , § Y
Ê ‡ • (€) Z Ë Ã Y Š À e | ‹ \ Ë Y) € d ˆ ° ‹ É Z Å € f » Y • Z a
É | Ì ¸ ¯ É Z Ì Å € » . Z €] Y À ¼ § Y Å Ë Ì Ä Ë { u Y Å —
µ Á | ɱ { Ä ¸ X € Å { Ã | Ã { Z ¨ € ‡ Z Y { Â Ë » Z n ¿ Y
\ Ì ‹) d · Z Á u { … Z €] Y ¿ Z ^ ‡ . Z d ‡ » Ã | ‹ Ä W 3 Y • Y
. { Â Ë » Z (n É ¿ Ä Y Ë Ô Á Ä f ‡ a Â

• Y d · Z Á u ‡ { - € e Â § À ½ e Ì » • Â f . (7) Z ¶ ° ‹
. Ê ˜ (k) , Ê ¼ Ë Z ( ]) , Ê ¿ (Y) Â Y e Ì ‹ ¶ ° ‹

- € e Ì i P 1e5

• { - € e d Ì « Â Ì » P , e Ä · 3 Z Ë Y • { Ã | Ê ‡ • (€) » É Y €] ¸
Ê ‡ • € Ä] ¿ Z c Y Â Á n] € e µ Â € Ì i Á ½ e Z Y € Ì u Z ¿
. d ‡ Ã | ‹

2 µ Á | ɱ { d · Z Á u ‡ € Å É Y €] ° ‹ É Z Å € f » Y Y • Z a
Z Ë Â Š À É Z Á » 3 Z Ë Y { Â Æ È Œ » Œ d ‡ Ã | ‹ Ä W Y • Y
Š À e Â Ë » Ê Ì ¯ € | » { Z Ë Ä ^ ‡ Ä ¯ d ‡ Z ¿ Æ Ã • Z ¬ f » Z ¿
µ Á | ½ Z Y € Ë ‹ Z € e Â ¥ Y € { Ã Y L Z Ê ‹ € Y]
µ Z ½ Y Z É ¬ f Y ~ Ä 3 Â d Z ‡ Y € e Â ¿ { Ä Ì f Ì f ‡ Ó Y

. { Á | v Ì » · Y µ . M Z € d Y ˆ ° ‹ É Z Å € f Y (2) µ Á | m

$\lvert K\rvert = \sqrt{K_I^2 + K_{II}^2}$	θ [deg]	K_{II} (MPa$\sqrt{m}$)	K_I (MPa$\sqrt{m}$)	J_{gr} (Nm^{-1})	n \ Ì ‹ ¶ Ì § Á ½ € a Â e
4/03	16/6	1/15132046	3/8620399	73/82223	0/5
3/47	20/9	1/23788084	3/2416895	107/63476	1
2/76	21/7	1/02050015	2/5644058	131/78734	1/5

. d · Z € u Å { • Z Ë Ã Y Š À e | ‹ \ Ë Y € È ^ ‡ É Y €] » c Z Ÿ : (3) µ Á | m

Z Å € Ì ¤ f »	Ä ¸ X c ˆ Z » Ÿ Ô — Y
- € e µ Â —	$n = 1, \zeta = 0.5, E_2/E_1 = 117, w = 15$ mm, $N_{step} = 5$
- € e d Ì « Â »	$n = 1, a/h = 0.3, E_2/E_1 = 117, w = 15$ mm, $N_{step} = 5$
\ Ì ‹ Ê ´ f ‡ Â Ì a	$n = 1, \zeta = 0.5, a/h = 0.3, E_2/E_1 = 117, w = 15$mm
½ Z Ë { Z Ä Æ a	$n = 1, \zeta = 0.5, a/h = 0.3, E_2/E_1 = 117, N_{step} = 5$
\ Ì ‹ ¶ Ì § Á € a	$\kappa = 0.5, a/h = 0.3, E_2/E_1 = 117, w = 15$mm
	¿ Z É ¼ Z Æ Œ Â e	$\kappa = 0.5, a/h = 0.3, E_2/E_1 = 117, w = 15$mm

Archive of SID

www.SID.ir

Archive of SID

-€ eµ Â €Ìi P 1-1-5

É € È {Ê ¿ Z•°Z] ˜ ‡ÄY, Á Æ]³ •,€ µ Â € ³ Y ,{ ÂÊ ‹»Ä] €n]e Z•Z µ Z ¼d Ÿ ¥ € e Â ¿ {Ä ¯ •{Ä ¯ Â½ Z.{ÂÅ] Å Y Êf ³ •,Š]À e | ‹ \ ÈE “ ÁÊ ¿ Z½ÈZY]€ ,d ‡ YÃ | ‹Ã { ¥½{Z€Œ¶ ¿ ‹ Ä ¶Ì» • ZÈ Y Z »{ ÂÊ »Ã | Å Æ ŒZ Á ZÄ¨ fe‡aÂ ª ¼ Ÿ e€ eµ Â Š ÈY ,Z Yq €Á { Y Yª | ¸ ¿ Š ÈY , § Y Ê Ì¿ Z•°Z]i PÊe³ • Ä] ˜ ‡ÄY{ÄÂÊ »{ Ê0/5 Ê ^ ˆ ¿ • Y | ¾ÈY - € µ Â € f ÌŠ ÈY ,Z]Š À½ Ì»É Á • Ç • YÄ | ¿ ZÈ YÄ •] Å Ê »½ Z Œ] ¿ »Š Å Z ¯ • ZÈ YÄÌ h¿ {{ • Ê { ´ f ˆ Ä] ¿ Â{ ¿ €] Z Æ Œ À e a/h= 0/5 { Á | •u{- € eÊ ^ ˆ µ Â ÈY ÄY Ì ÂÈ] 8 ¶ ° ‹ • {Ä ¿ Z ¢ Y Â n] Á Áµ Á| 9.{ Â|]Å Y Â y c | ‹ \ ÈE “ € f Ì Š ÈY ,§ Ÿ ¿ Z ¯ Ã | ‹Ã { ¥½{Z Œ ¿ .d ‡ YÁ |{9Ä d ^ ˆ µ Á|9Š À e

-€ ed Ì « ÂÌ»P 2-1-5

¶ v » {Z ®Ë , ¿ € eÄ ¯ Ê » Z 9 Ä ¶ Å ‹Ä Ä m Â]e Ê] ÁcZ YÂ e Ê ¿ Z Z\Å a É Y,d ‡ZÄ Ó µ Z • Y Ä d ^ ˆ ¿ € eÄ] ÂÊ »Ã | Å Z ¼ Ê »¼{Å Y{Â m Á Á • ZÈ Y{ • Y•{Y €½ÈY €Ìu Z ¶ y YÄ{ ¯ Ê f · Z u • Ê ‹ ZÄ ¿] ÀÊ »Ä] €Y É € e Š À Z | ‹ \ ÈE “ Ê f z ‡Ä q €d ¥ Ê u Y ¾ÈY ¿{ • Y Â] ‹ €Ì ¤ e Ä] € eÄ ¯ Ê » Z ´ dÁ ‡Ä Ê ˆ ¯ Â € YÌ ¾Ì» ÂÃ {Z » \ ÈE “ • {Ê ¸ Š Å Z{ ÂÊ »® Ë , ¿¼ » ÂÃ {Z € — ¥ Ô f ¾ YÄ Y • Y{ m ÈY Á • ¸ f z Š À e | ‹ .{ ÂÊ »Ã { dY{ (dE/dx) µ Á |½ Z ËÄ{ Y € ³

\ Ì ‹ • Z f y €Ìi P 2-5

, d ^ ° • Z f•§Ã { Z ¼] ½ÈZY €Ìi PÊ ‡ • €] Y €] € Ë € Ã { Z‡ ¿ Z ¢ Y Â n]¤ f Á ¾ f § € ³ • € œ ¿ :| ‡ Ê »

Ì½ÈZY € ³ Z Àx Æ a

c • Z ^ {Ÿ ½ Yc Â e ÂÄ • Ä) ¯ • Y Â¶Ì§ Á€°a x

Á{ ÂÊ »} ÈE Ê ¿ ½ Â e Z «

.\ Ì ‹ Ê´ f ‡Ì Âx

½ÈZY € ³ Z À€ÌÆ P a 2-5

\ Ì ‹ É | À,e ¼ÈZY € ³ Z ÀŠ ÈY a, $0 ¶ ° ‹ ª] Z ˜ » \ ÈE “Š Å Z ¯ m ÂÁ } Å Ê »Š Å Z YÊ f z ¢ Y Ì e • Ê ¼ Š Z »]{ ÂÊ » € e ¥ Y € ÈZ ¿ Y Š À e | ‹ ½ Z Æ { ÂÊ » Â] € Á [9 Ä Ê Ì ¯ €| c Y Ì e Ä d ^ ˆ Ê € e Â « Â Ã] d ^ ° ‹ ¹ Á |{9 Ä] Å Ê » .{ €³ Ê » Y • € Y« Â ¼ÈZY € ³ ‹ €Ìi P d e v | µ Á |9 Y

\ Ì ‹ ¶Ì§ Á ¶€°a ‹€Ìi P 1-2-5

Š Å Z ¯ m Â-» € e ¶ v »{Ã { Ê f z § Å Z Ó ¯ Â ¼ » - € e Z ÈY Š ÈY ,\ § ‡ † ° Y] Š À e | ‹ \ ÈE “ | ‹ • Ê — € e ¥ Y € ÈZ ¿ Y Š•ÈY , § ½ Z] › Z Ä f » Ä ¯ { ÂÊ »ÄÌ ÂÈ] Ê » Z Š À e | ‹ \ ÈE “.{ ÂÊ » ½ • Z Ë » € e ¥ Y € • Y Ä ½ÈZY € ³ ^ ˆ ¿ Ê Â e , d ‡ÄY f §• €Y ¾ € 0/5 dÌ « Â {Ä ¯ Ê ¯ € Y.|€]Z] ¶Ì§ Á ¼€ ÂY Z] Ì ‹ É Y €] f z Š À e | ‹ \ ÈE “ Ä ¯ d ‡ ¥ • Ó ¸ ˜ » ¾ ÈE Y.]{ ÂÊ » º ¼Ë ¯ Z 1/75 ¾ Ì » ¶Â » Z M Z ËÄ{ Y u € Z ³ Ê ¼ Â n dÊ É | ud · Z u Ê ^ ¯ Â]a Y ½ÈZY € Ì u Z ¿ Z ½ Ê Â n dÊ f Ád ‡ Y ,Ìe- € f Œ ˜ » ‡ • Y Ä ¸ • ³ ZÈ § f Ì Ê € e ½ Â Ád ‡ Y { Â y Y | ¾ÈY f ¼Ä] Š À e | ‹ \ ÈE “, { • Ã { Z } \ ÈE “, {Ì €] • Y € ‹ É ZÌÆ f Â {• € e ¥ | ‡ Ê » | Å Y Â ‡ y | ¢ Á Z É Z ¼ Å É YÄ ¶ ¼ Ë ¯ Z »Š À e | ‹ d ^ ° ‹ ¹ Á { Á µ Á |9 €] ½ÈZY € ¶Ì§ Á € Ì a P. |e » M Z.]d ‡ YÃ | ‹Ã { ¥½{Z1 € ¶ ¿ ‹ • {Ä ¿ Z ¢ Y Â n] \ Ìe €Ä e] Á Áµ Á |9 Š À e | ‹ \ ÈY € ‚ Š ÈY , § Y .| ¿{•Š Y ÈY ,Á Š YÅ ZÄ ¶Ë Z ¼ e

\ Ì ‹ Ê ´ f ‡Ì Â€Ìi P 3-2-5

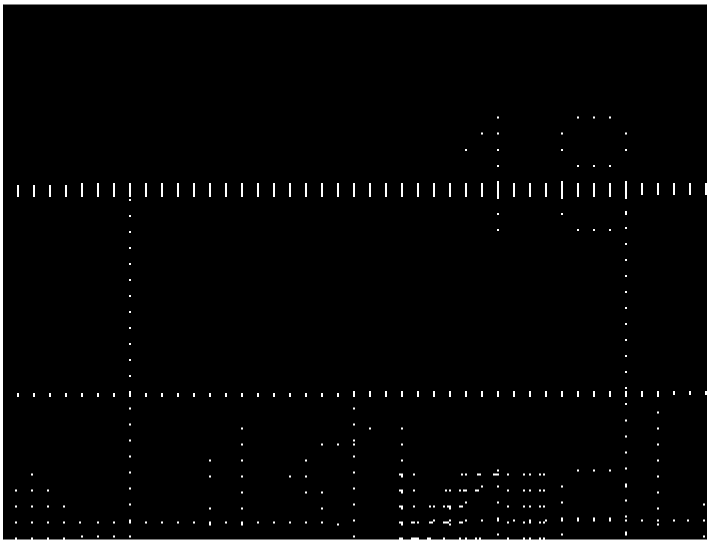
,{ Â Ê » € §½ Z Ë ° • ÂÄ • d · Z ¾ ÈY • {{ Y Â Ì ¯ € e .{ ÂÊ »Ã {\ • ÈE - c e Á Z É Z ÄÓ { Y | Z € Ì ¤ e ÈY Z » Y - € f Œ ˜ » ‡ • {Ä Y Ê ¯ € ê ° ‹É Z Å € 1/2 ¶ Y • Z a ¶ y YÄ{ Ê ¯ € ê ° ‹ É Z Å € Z »] Y • Y Æ ÄÓ \ Ìe €Ä e]Á | ÀÊ »Ä Z ¬ , d ‡ Y « ¥½ÈZY € Ì u Z ¿ Z] • ZÈ YÄ Š À e | ‹ \ ÈE “ Š ÈY , Š Å Z ¯ É Á €] Y Â ¼ÈZY € ³ i P ˜ e ‡ ÄYZ ÄÓ { Y | Š ÈY , § Y | ÀÊ » Ž z Œ » Y Ì e ¼ÈY | Å Ê »½ Z Š À ¿ ½ Ì» |

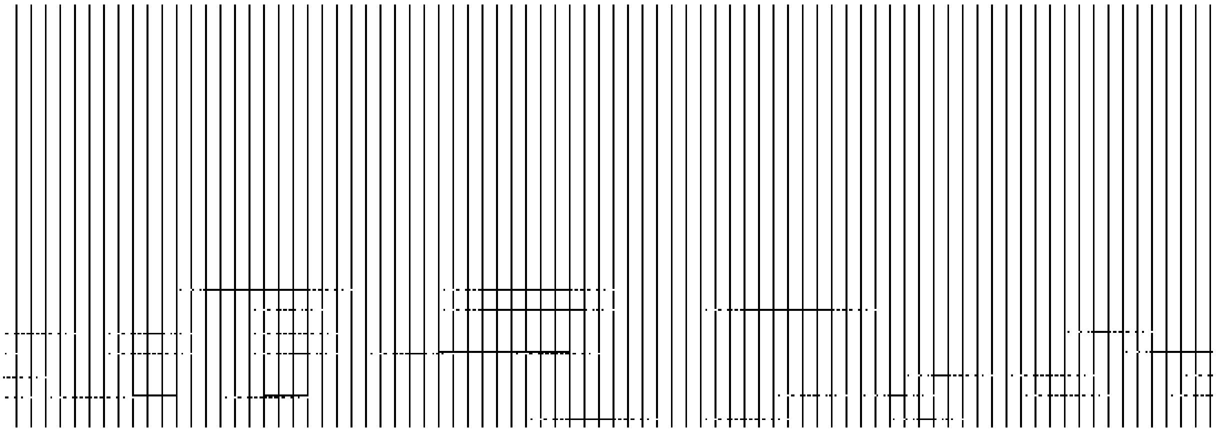
www.SID.ir

Archive of SID

Ä u Z • ¿ { c Z ¿ Z c ‡ Â ¸ Z Ä Ö { Y | Š e Y , Z Ä ¯ . { Â Ê » ® Ê , Ä f ‡ a ½ Ê Z Y € ³ Z u

Ä] d ˆ ° ‹ É Z Å Y € • f Z » Ä f Ê Š Z Å Z Ê ¿ Z ½ Ê Z Y € ³

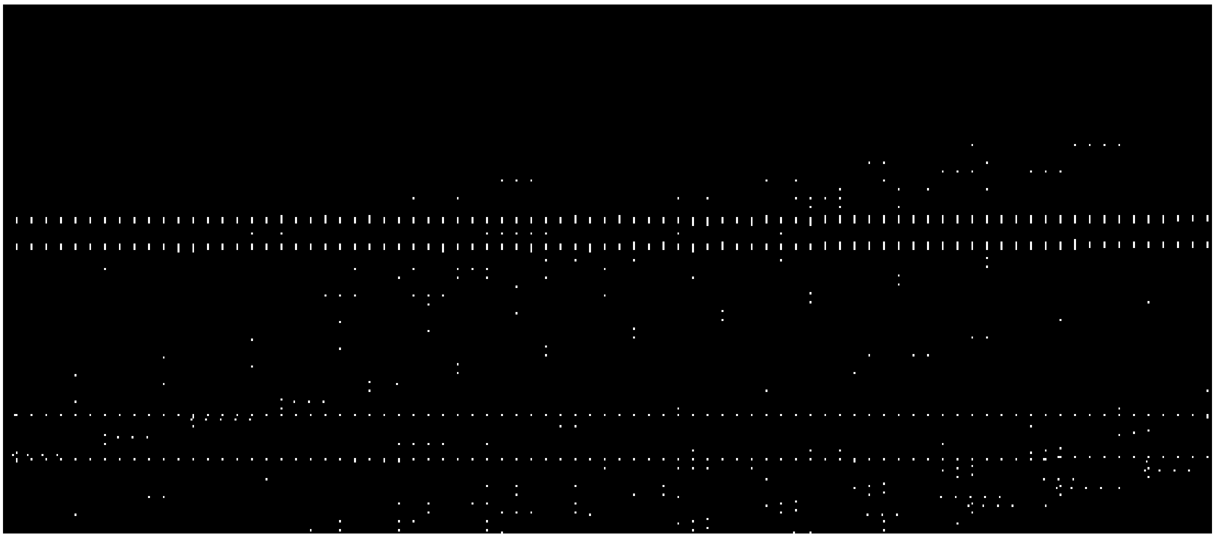




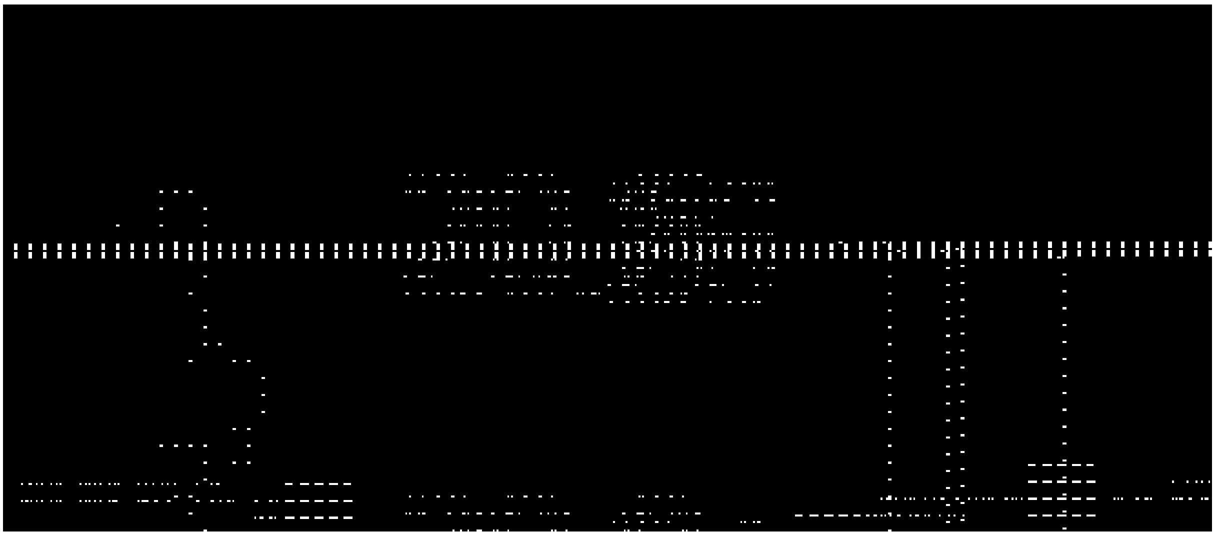
. • Z È Ê Á Š À œ | ‹ \ Ë Y € “ } € µ Â € ‡ Ì (8) e ¶ ° ‹

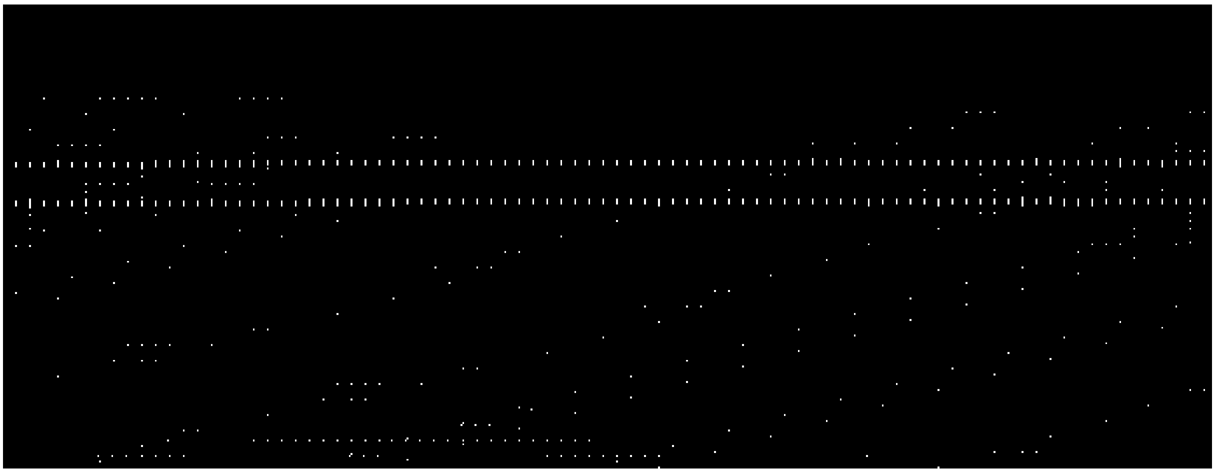
. • Z È Ê Á Š À œ | ‹ \ Ë Y € “ } € d Ì « Â Ì » (9) ¶ ° ‹

www.SID.ir



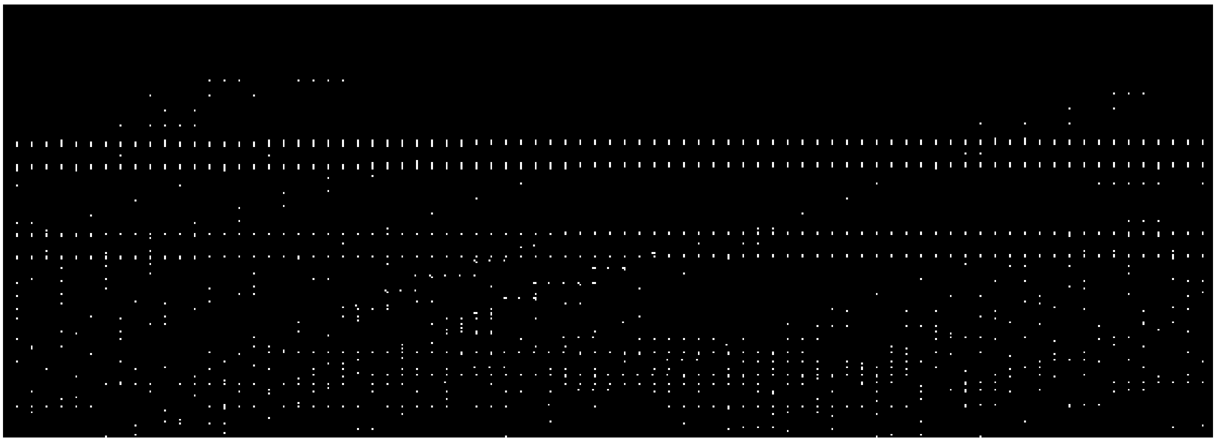
.• ZÈŠÄ ÝÁŠ Àœ| ‹ \ ËÝ €€“½ËZY ÉZ ÀÈ€4ÈP(10) ¶ ° ‹





.• ZÈŠÄ ÝÁŠ Àœ| ‹ \ ËÝ €€“½ËZY ¶Ì§€Áái P(11) ¶ ° ‹

Archive of SID



.• ZÈ§Ã ÝŠ À e | ‹ \ Ë Ÿ €"]Z ÅÔ{ Y | Ì i P(12) ¶ ° ‹

Ê Ž Åw• €µ¿ { ZÉ › € ŽŸÁ | ‹ Zº]Å YÃ € §Z » Á Ž]¬ »
Ê ´ » € É ¬ Y[€] y ZÄ ¯{ Â º ˆ m• { Ê ¿ YÉ€ ›v€ ¿ Y
Ž y Z ¾Ÿ d ‡ (Y d ˆ ° ‹ ¶] Z • { Ã { d » Ã Z{ Y • Ã »
Á d ‡ Y¥ € eº ˆ m Ê ‡ | À [Z Á Ã Y • Y• ¶ ¿ ¬ Y f ˆ »
Ä ‖ À ¼ § Y Å { • YÃ { { Z Y» Â Ä y º Ì ¬ f ˆ Ê ´ f ˆ] Y Á
| ‹ • É Y¹€]Ó Ë Ÿ € ZÅÔ - € f Œ ³ ‡ { Â m¶ Á {
• Y É € Ì ³ Æ ¸ Y m€] Y { Â m Á Á ˜ Ê ´ f Ì ž ³ Á - € e
Ä » • Y{ ZÈ§Ã Y d ˆ ° ‹¹ Á [9Š Ë Ÿ ,Z§]Ÿ Z d ˆ ° ‹
É €³ Â ¸ ½ m M ¬ f ˆ Ë ˆ » • { Z ¶ v ¾Ÿ • { - € e ‹ •
É Y¾€ Ÿ € .] [Z Â À d]Ÿ | Å Á ZÈ Ô d ¼ Ä] Y ½ M
Y ¥ | Å Á { Ë Z Ë u YÉ€ Z ¹ Å € » d ˆ ° • Z fµ§ e f À ¯
: | À À ¾ » P e
Š À e | ‹ \ Ë € " Š Å Z Ã { Ê ´ » € ½ { € Ó] Z]
Á - € e ‹ • • É €³ Â ¸ Á m € e Â ¿
(ž Ë €)‡ • Y Ž] a Z • ¿ É €³ Â ¸ Á m ZÈ§Ã Y Š • Ÿ , § Y
.- € e
€ i P ¶ » Y Š Ã Y e | ‹ \ Ë € " Š Å Z Ã ¯ ZÈ§Ã Y Š • Ÿ , § Y
½ • Y Ä Â Ì ¿ É • Z Ì Ä Æ Z] » | Y À f µ Å » É • Z ¹ Å Z • { »
Á ½ • Y ¼ Ê f Æ Ê] ½ Ì ‡ • É Y ¾€ Ÿ € .] Z Y Ä {|³⁄Ÿ ¾ Ì]
.d ‹ Y Ã [Ê Ä m € Ë e Z ° Ä ¿] Ë Z Ó Z ¥] Y | Å Z " • Y
Y • € e Â ¥ Y € Ë Ä Z Y Ó Z] ZÈ§Ã Y { Â m Á { € ³ Y
• { Ê · Z • Z Š] Å Z • Ã d § € » ¾Ÿ Á | Å Ê » Š Ë Ÿ , § Y
Z Ê { Y • Ã { » Ì ¿ Z ³⁄Ÿ Z » d Y ‡ Y [Â ¸ ˜ » € e Â ¿
Š Ë Ÿ , Y § • € e ‹ • ½ Z Ä »] Å Ê » w • ¾ Ì Ë Ê a ´ » € ¬ q
{ ZÈ h Y Ž Z] ZÈ§Ã Y u • Y Š Ì] Š Ë Ÿ ,Ã § Á Ä Ô | Y Å Ê »
d Ì ¸] Ž ‹ Å Z Á Š À ½ Ì » | Ê ¼ Ê € e ,Ó Ž] À e ¯ € ¼ e

| ¿ Z ½ É ˜ Z a Æ € Œ Ë P À e 5
Ó É] Z Å d Z v » € [Ì · Â | Å Ë Y € § Ä ¯ À ¼ § ¯ Å { » Y Â »
¶] Z | « ¿ Z ½ Š ˆ À e É Z ¹ Å Ì » | Ó Â ¼ | ¿ » € Ê » • Y € «
\ Ë € " ¥ Ô f y • Y Ê ‹ Z Ä ¿ | À Ê » Ä] € Y Ê Æ m Â e
ž Ë Â Á e Ã • Y d | ‡ ¿ Y | À ¶ Å º { Œ L e Y Ê m Ž Y € Z ˆ ˆ ¿ Y
Á Z À ,Æ Y e Â Ì » ‡ Ó • Y Â Ä] ¿ Z ½ Š ˆ À e ½ Ì » |
d · Z ¾Ÿ • { . { • Y [´ f ˆ ¢ Y Ì € e ½ Ž Y € ¶ Ì § Á € a
É Ä ¿ Z d Ì] Á m { - € e Â ® Ë , ¿ ¿ Z ½ Z a Æ Œ À e
µ Z ½ Z] Ÿ Y Œ ¾Ÿ | e ¿ Å € » ¶ Ì ¸ v Ê · Z É Z Ÿ Y Œ Y À e
¹ Z ½ € € ¯ € ‡ b ‡ Á Z Å € Ä ³ ¼ • Å ₁ Ä · Á É Y Z » {
Š Å Z Ê Ì P e | Å Ë Ê » d ‡ | ¶ ₂ É Z Z ½ Z " Ë Â µ] | »
,d ‡ Y ½ Ž Y €] ‹ Š Ë ,Z § Y › Z Ä f » Ì ‹ É Z À Æ a
µ Á | § | ¿ Z ½ À e | ‹ \ Ë € " Ç • Y Š | Ÿ ,Y § • Y Ä •]
• { Ä ¯ Â ½ Z .½ ¼ Ä Ì | Ã { ½ Z 1 Œ ¶ ¿ ‹ • { ¹ Á Å
,Ì ¿ c Y Ì € e ½ Ž Y € ¶ Ì § Á ,€ Â Ê » Ã | Å Z 4 Œ ³ ‹
¾Ÿ { • Y | ¿ Z ½ À e | ‹ \ Ë € " É Á Ê ³ • € Ì i P e
c | ‹ (n > 1) € ¥ e Z ¶ Ì § Á Ä ¯ a Å Ê » ½ Z • Œ Y ¿ Â ¼ ¿
.| Å Ê » Š Å Z Y] • ¿ Z ½ À e

c Y Ì € ¤ ½ Ž Y € ³ • Z Ä ‡ Ä Æ þ
\ Ì ‹ ¶ Ì § Á ¶ € ª ‹ (w) c Y Ì € ½ Ž Y € Â µ Z É ¿ Z À Æ a
Ä ¯ À f ˆ Ê u YÉ€ Z ¹ Å € » ¿ Z ½ Â ½ Ž Y Á (n)
.| Å Ê » º Å Y € § ˆ ° ‹ É Z Å € fµ » € Y f Å Z Z ° » Y
, - € e ‹ • É Y €] d ‡ Ê » Z d Å º ‹ d · Z ¾Ÿ f Æ]
.| ‹ Z •] Y Ž] a € e ‹ • ¾ Ì À r ¼ Á | Å Z ¹] • Œ { Z Ê Â €
Ä ˆ Ê Ÿ ¹€] Œ f € ¿] Y € Y © Z Ê e Y Z - € e Å ‹ •

www.SID.ir

Archive of SID

c | ‹ \ Ë “ Ê · Á€‡¿(¦ ·)Y15 ¶ ° ‹Ä Ä m Â]e
|ÈÉ »d ‡ | ¶ ¼ ¯ Ä »˜ • ¥ f ³ É Z n Á É YÄ • Ÿ À e
ÄÌÁÈ]Y ÂÇm { Á | • {Ó Z ZÈÈ Ä Ý • ˜ ‡ÄY ¿Ë »Ä e¯
.(n t 1/75) { È]• Y € «
• Y¶ • Z ¶ ¯ Š À e | ‹ \ Ë “ ¾È f ¼ ¾ Y €] Z À]
1/75 dn d3 ‘ € § Z | Ë | ¿ Z ¼ Á Ê a Z Š¼ Ä Y e Y
• {Y¶ ¯ Š À e | ‹ \ Ë “([ ) 15 ¶ ° ‹{ Â Ä ^ ‡ Z v »
º ¼ ¯ Z Ì Z » Y Ä { Z Z f | Á Ê » ½ Z • Œ ¯ ¿ Ç {»Á | v »
θ_m - € e Y € ÈÄ ¿ Y • Ê Â - € e Â ¿{Ê ‡ Z Š ¼ À »e
Ä YK$_e$ | ¿ Z Š¼ Â e Ê ‹ Z ¿ Z Š » À e | ‹ \ Ë “ Á
:[19] { € Ä ^ ‡ Z Ë » Â •

$$\tan(\theta_m/2)=\frac{2\pm2\sqrt{1+8\tan^2\phi}}{8\tan\phi},\qquad (9)$$

$$K_e=K_I\,Cos^3(\theta_m/2)-3K_{II}\,Cos^2(\theta_m/2)\,Sin\,\theta_m/2$$

, Ä Á]½ { • d Á ‡ M | { Ó Z k ¶ Ì · Ä Ã { Á | ¾ » {
Á-K ~Ê · Z Š¼ Ä Y e Ê ‹ Z ¿ ¸ f Z Š » À e | ‹ \ Ë “
É YÄ • Y | • ¿ Z Š¼ Â e Ê ‹ Z ¿ { Z Š » À e | ‹ \ Ë “
YK$_e$ Á-K ~• Â ¼ ¾ Ë f ¼ Ã { € ¯ u É € f] É Z Å
:º Ì Á Ê » { Z z € ¿ Y • Â Ä Á Ì ÁÈ]Y Â ½ m Y Ä À Ÿ

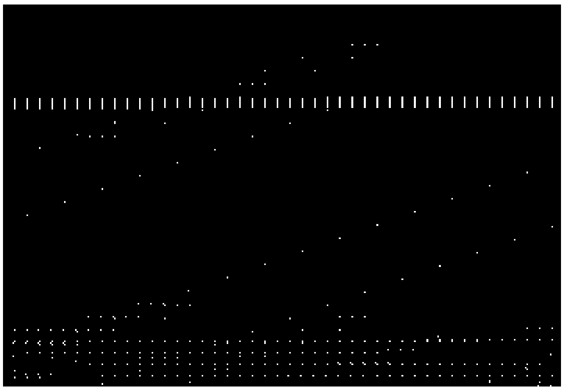
$$k=\min(|k|\geq k_e)\ \ \text{ÄÌÁÈ]}\qquad (10)$$

:• Y À e Ä Ì Á È] ˜ e Z • z Œ »

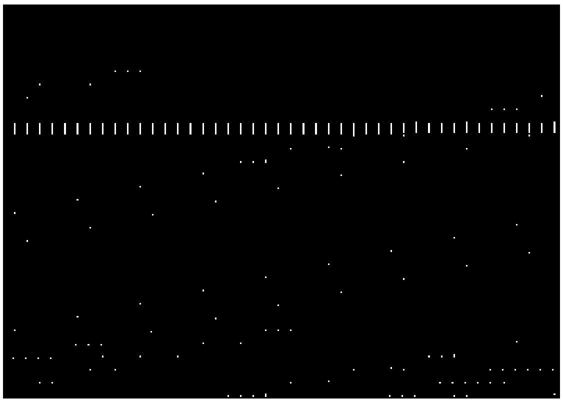
K = û / ü MPa/$\sqrt{m}$,
n =2/25,
3= ú / º.

c | ‹ \ Ë “ €]Y ½ ËY € u Z É ¿ Z À € Ä P 16 ¶ ° ‹
¾ Ë É Z Š Ä Y a Z § | Á Ê » ½ Z n Œ Ì Á •]Y | • { Š À e
• Z È Ä Y • { Ä Ê »º ¯ Š À e | ‹ \ Ë “ Ä q € Ä u Y Z ¿
t ˜ ‡ • {Y • € e | ‹ • µ Z ¼ f ¾ Y ‡] Ë Ê » Š Å Z Ì ¿
Ä] € e d ¯ € • u Y ¿ Á | Å Ê » Š Ë , Z Ä Ó - € f Œ »
È u Z É ¿ Z Ä ¾ Ë f a Ä Ë € .][Z Â]• Á Z Ä Ó d ¼ ‡
\ Ì ‹ ¶ Ì § Á • € Ä Ì Á •] Z È Ä Y • Y Ä ½ Ê Ä Y e ½ ËY € ³
¾ Ë Y Ä m. Â ‡ 9mm €] Y Ë] Ä e ¯ { • Á d M ‡ |]
É | À € e • Â È u Z É ¿ Z Š Ä Z Ä d ‡ Y • Ó ¸ ˜ »
µ Z ¼ Á Ã u {Y Š Ë , -Š € Y e Y € • { Y Y Â ½ ËY € ³
.{ • Ê ‡ º Å Y € Ë § Z Å • { Y • € e | ‹ •

Ã | » d M | § À ½ Ì » Ä Ä m Z Ä | e Ê » Ã Z ‡ ½ Ì ¼ À — Y
€ e Ó Z È Ä Y • Y Ë ¼ Ê e]¿{ Á | L Y ‰ m Á Y • ‡ Â e
• Y Ì ‹ ¶ ° ‹Ä ¯ Ê Ë n Z É Y.€ ‡ Y Â Æ Ä Œ n 21{ • Y
,| È É » {Ê ½ Ë f Z Á Ê ˜ y c • Â Ä • Ä k • Z Ê y ¿ Y Â Z e u
d ¸ Y | Z » d Y ‡ Y Ì Ë Š À e | ‹ \ Ë “Ä ª Y Ä Â m Z Ä
, ¾ Ë • a Z È Ä Y µ Á Ê » ¿ Z Š Ä Y ª Z § ¿ Y ¯ Â a | Y • {
É Y | f •]{Ê ´ » € { Ë ½ Ë Z Y € Ä ³ Ó Z | ¿ Z ½ Š ˆ À a e
Z Ä Ó - € f Œ ‡ » ‡ • {ž Ë ‡ d ˆ ° ‹ µ Z ¼ , f ¶ § Á € a
.{ • Y Ä m Á



Š À e | ‹ \ Ë € “ ½ Ë Y € ³ ‹ € i P(13) ¶ ° ‹
.| ¿ Z ¼ ˆ a

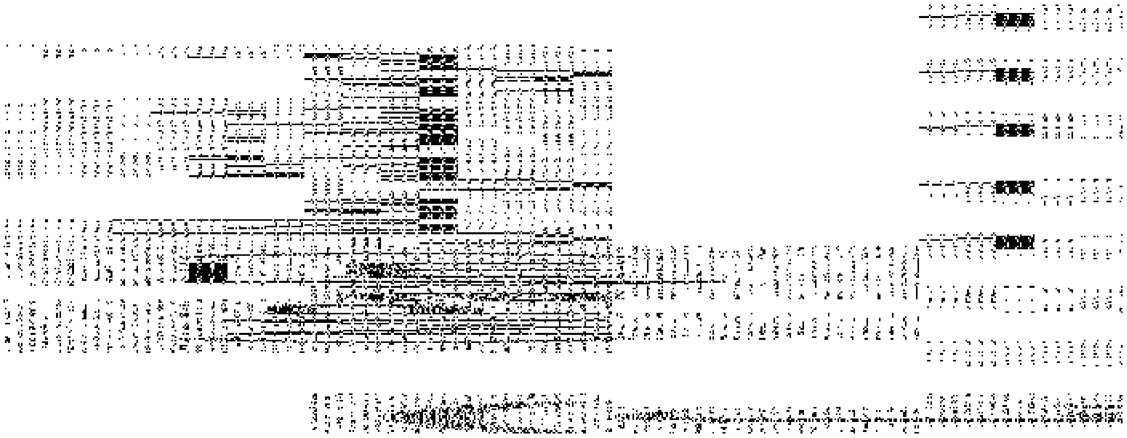


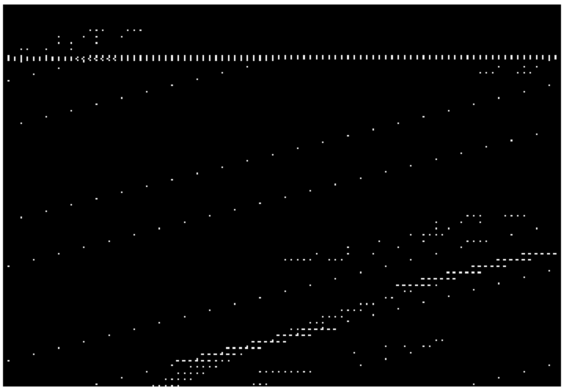
Š À e | ‹ \ Ë € “ ½ Ë Y ¶ Ì § Á € e a(14) ¶ ° ‹
.| ¿ Z ¼ ˆ a

Y € Ë { Ä ‹ | Ë Z É • Ä Ì Á È Ä] ¸ X ¾ Ë ¶ u É Y,€ Ë €] Z À]
:{ € µ Z ¼ Ÿ Y
(3 d21) | ‹ Z Ä m21 { • Y € f ¼ | Ë Z] Z È Ä Y K •
:{ Â Ê »Ä Ì f ¿ ¦ ·)Y15 ¶ ° ‹Ä Ä m Z Ä e Ë Y €] Z À]
n d3

www.SID.ir

Archive of SID





1. Reddy, J.N., “Analysis of Functionally Graded Plates”, Int. J. Num. Meth. Eng., Vol. 47, No. 1-3, pp. 663-684, 2000.
2. Hirano, T., Teraki, J., and Yamada, T., “On the Design of Functionally Gradient Materials”, Proceedings of the First Int. Symp. on Functionally Gradient Materials, pp. 5–10, 1990.
3. Gu, P. and Asaro, R.J., “Crack Deflection in Functionally Graded Materials”, Int. J. Solids Struct., Vol. 34, No. 24, pp. 3085-3098, 1997.
4. Marur, P.R. and Tippur, H.V., “Numerical Analysis of Crack-tip Fields in Functionally Graded Materials with a Crack Normal to the Elastic Gradient”, Int. J. Solids Struct., Vol. 37, No. 38, pp. 5353-5370, 2000.
5. Fett, T. and Munz, D.A., “Stress Intensity Factors and Weight Functions”, Comp. Mech. Pub., Southampton, 1997.

www.SID.ir

Archive of SID

6. Gu, P. and Asaro, R.J., "Cracks in Functionally Graded Materials", Int. J. Solids Struct., Vol. 34, No. 1, pp. 1-17, 1997.
7. Rousseau, C.E. and Tippur, H.V., "Evaluation of Crack-tip Fields and Stress Intensity Factors in Functionally Graded Materials: Cracks Parallel to Elastic Gradient", Int. J. Fract., Vol. 114, No. 1, pp. 87-112, 2002.
8. Gu, P., Dao, M., and Asaro, R.J., "A Simplified Method for Calculating the Crack-tip Field of Functionally Graded Materials, Using the Domain Integral", J. Appl. Mech., Vol. 66, No. 1, pp. 101-108, 1999.
9. Zou, Z.Z., Wu, S.X., and Li, C.Y., "On the Multiple Isoparametric Finite Element Method and Computation of Stress Intensity Factor for Cracks in FGM's", Key Eng. Mater., Vol. 511, No. 6., pp. 183-187, 2000.
10. Wu, C.C., He, P., and Li, Z., "Extension of J-Integral to Dynamic Fracture of Functional Graded Material and Numerical Analysis", Compos. Struct., Vol. 80, No. 5-6, pp. 411-416, 2002.
11. Kim, J.H. and Paulino, G., "Finite Element Evaluation of Mixed Mode Stress Intensity Factors in Functionally Graded Materials", Int. J. Num. Meth. Eng., Vol. 53, No. 8, pp. 1903-1935, 2002.
12. Rousseau, C.E. and Tippur, H.V., "Compositionally Graded Materials with Cracks Normal to the Elastic Gradient", Acta Mater.,Vol. 48, No. 16, pp. 4021-4033, 2000.
13. Konda, N. and Erdogan, F., "The Mixed Mode Crack Problem in a Non-homogeneous Elastic Medium", Eng. Fract. Mech., Vol. 47, No. 4, pp. 533-545, 1994.
14. Mortensen, A. and Suresh, S., "Functionally Graded Materials and Metal-Ceramic Composites: Part I. Processing", Int. Mater. Rev., Vol. 40, No. 6, pp. 239-265, 1995.
15. Ayhan, A., "Stress Intensity Factors for Three-dimensional Cracks in Functionally Graded Materials, Using Enriched Finite Elements", Int. J. Solids Struct., Vol. 44, No. 25-26, pp. 8579-8599, 2007.
16. Dolbow, J.E. and Nadeau, J.C., "On the Use of Effective Properties for the Fracture Analysis of Microstructured Materials", Eng. Fract. Mech., Vol. 69, No. 14-16, pp. 1607-1634, 2002.
17. Cho, J.R. and Ha, D.Y., "Dual-phase Functionally Graded Composite Materials: Overall and Discrete Analysis Models", Key Eng. Mater.,Vol. 373, No. 8, pp. 183-187, 2000.
18. Irwin, G.R., "Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate", ASME J. App. Mech., Vol. 24, No. 3, pp. 361-364, 1957.
19. Erdogan, F. and Sih, G.C., "On the Crack Extension in Plates Under Plane Loading and Transverse Shear", ASME J. Basic Eng., Vol. 85, No. 4, pp. 519–527, 1963.

www.SID.ir