بهینه‌سازی توان مصرفی و گشتاور مورد نیاز ربات موازی دلتا با استفاده از الگوریتم ژنتیک

داود نادری[۱] و رسول صالحی[۲]
گروه مهندسی مکانیک
دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان
(تاریخ دریافت: ۸۸/۶/۲۳ تاریخ پذیرش: ۸۹/۱۰/۲۸)

چکیده
در این مقاله، به بهینه‌سازی مسیر حرکت ربات موازی دلتا در جابه‌جایی بین دو نقطه در فضا پرداخته شده است. سینماتیک معکوس ربات به روش حل تحلیلی استخراج شده و سپس مدل‌سازی دینامیکی ربات دلتا با استفاده از دینامیک کین انجام گرفته است. همچنین با استفاده از معادلات به‌دست آمده، توابع تغییر زوایای مفصلی عملگرهای ربات برای جابه‌جایی بین دو نقطه و با شرط بهینه‌سازی توان مصرفی و گشتاور مورد نیاز تعیین شده‌اند. تعیین پارامترهای بهینه این توابع، که به‌صورت منحنی‌های اسپیلاین می‌باشند، توسط الگوریتم ژنتیک انجام گرفته است. نتایج شبیه‌سازی، عملکرد مناسب الگوریتم بهینه‌سازی پیشنهاد شده برای بهبود عملکرد ربات به‌ویژه در کاهش توان مصرفی در جابه‌جایی بین دو نقطه را نشان می‌دهد. همچنین، مقایسه نتایج روابط دینامیکی تحلیلی حاصله با شبیه‌سازی عددی در نرم‌افزار ADAMS تطابق مطلوب مدل‌سازی دینامیکی را نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: ربات موازی دلتا، بهینه‌سازی مسیر حرکت، دینامیک کین، الگوریتم ژنتیک، نرم‌افزار ADAMS

Optimization of Power Usage and Required Torque for Delta Robot, Using Genetic Algorithm

D. Naderi and R. Salehi
Mech. Eng. Dep't.
Bu Ali Sina Univ., Hamedan
(Received: 14 Sep. 2009, Accepted: 18 Jan. 2011)

ABSTRACT
In this paper, path optimization for delta robot in traveling between two arbitrary points is presented. Using the dynamic model, joint trajectories of delta robot are optimized considering the required power and torque in traveling between two points. To detect optimal parameters for joint trajectories, spline functions are optimized via genetic algorithm. Results of simulation indicate good performance of suggested algorithm (specifically in the case of reducing the power usage) for robot movement from one point to another in a 3-D space. Also, solution to dynamic modeling of the robot, using Kane dynamics reveals good matching results as are compared to an ADMAS numerical simulation.

Keywords: Delta Parallel Robot, Path Optimization, Kane Dynamics, Genetic Algorithm, ADAMS Software

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو) : d-naderi@basu.ac.ir
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد: r_salehi@mech.sharif.ir

۱- مقدمه

مزایای قابل توجه ربات‌های موازی همچون صلبیت بالا، قرار گرفتن عملگرها بر روی پایه ثابت و عدم نیاز به حرکت دادن آن‌ها، شتاب و سرعت بالای این نوع از ربات‌ها باعث شده‌اند که توجه خاصی از طرف محققان به این دسته از ربات‌ها معطوف گردد. با برنامه‌ریزی مسیر حرکت برای بهینه‌سازی عواملی همچون توان مصرفی، زمان طی مسیر، عدم برخورد با مانع و مواردی از این قبیل می‌توان کارآیی این نوع از ربات‌ها را افزایش داد.

مسئله برنامه‌ریزی مسیر ربات‌ها در طول دهه‌های اخیر به‌طور وسیع مورد بررسی قرار گرفته است. وظیفه اصلی ربات پیدا کردن مسیری است که دارای یک یا چند مورد از شرایط زیر باشد:

۱- نقاط ابتدایی و انتهایی مسیر مورد نظر را در بر گیرد،

۲- در صورت وجود مانع، با تشخیص آن از برخورد با مانع جلوگیری شود و

۳- مسیری که در آن معیار ارزیابی (توان مصرف شده، زمان و ...) بهینه شود.

گستره وسیعی از روش‌های مسیریابی برای تعیین مسیر بهینه در ربات‌ها استفاده شده‌اند. به‌کارگیری روش‌هایی مانند تعیین مسیر تحت یک مسئله کنترل بهینه[۱] و یا استفاده از سیستم‌های هوشمند همچون شبکه عصبی و یا سیستم‌های فازی برای مسیریابی ربات[۳-۲]، نشان‌دهنده گستره این محدوده وسیع در مسیریابی می‌باشند.

از جمله روش‌های تعیین مسیر بهینه استفاده از الگوریتم ژنتیک برای تعیین پارامترهای مسیر می‌باشد. این روش به‌دلیل دارا بودن مزایایی چون سادگی کاربرد، انعطاف‌پذیری بالا در تابع ورودی و قابلیت اعتماد بالا از جایگاه ویژه‌ای در سال‌های اخیر برخوردار شده است.

تودو و یانو[۱] [۴] با استفاده از الگوریتم ژنتیک مکان و حرکت عملگر نهایی روی بازوی یک ربات دو مفصلی را به‌دست آوردند. آن‌ها تابع هدف را در هر دوی فضای مفصلی و کاری تعریف کردند و سپس با ترکیب آن‌ها مسیر حرکت ربات را بهینه کردند. شینتاکو[۲] [۵] یک روش ساده بر اساس الگوریتم ژنتیک پیشنهاد کرد که در آن یک چند جمله‌ای تابع زمانی حرکت در فضای مفصلی را مشخص می‌کند. الگوریتم ژنتیک پارامترهای این چند جمله‌ای را تعیین می‌کند به‌طوری که تابع ارزیابی کمینه شود.

1- Toodo and Yano
2- Shintaku

تیان و کولینس[۳] [۶] برنامه‌ریزی مسیر حرکت ربات با دو درجه آزادی را انجام دادند که در فضای کاری موانع نقطه‌ای وجود دارد. آن‌ها با استفاده از منحنی‌های مرتبه سه و الگوریتم ژنتیک نقاط میانی در جابه‌جایی ربات بین دو نقطه ابتدایی و انتهایی با شرط بهینه کردن تابع ارزیابی را تعیین کردند.

لاریبی و رومدهان[۴] [۷] با استفاده از الگوریتم ژنتیک به پیدا کردن کوچکترین فضای کاری ربات دلتا می‌پردازند که در آن ربات دلتا بتواند به تمام نقاط مورد نظر که از قبل تعیین شده‌اند دسترسی پیدا کند. همچنین شیمینگ[۵] و همکارانش [۸] با استفاده از الگوریتم ژنتیک پارامترهای هندسی بهینه در طراحی یک ربات دلتا را تعیین کردند.

در این مقاله، با استفاده از الگوریتم ژنتیک به تعیین چگونگی تغییر زوایای عملگرهای دورانی در قالب توابع اسپیلاین مرتبه سه پرداخته می‌شود. به این دلیل از اسپیلاین‌های مرتبه سه برای تشکیل مسیر حرکت مفاصل استفاده شده است که کنترل مشتق-تناسبی (PD) در ربات‌های صنعتی معمول است و توابع درجه ۳ برای ارضای قیود کنترل PD مفید می‌باشند[۹]. برای نیل به این هدف، ابتدا در قسمت دوم به مدل‌سازی سینماتیک ربات پرداخته می‌شود. قسمت سوم به بحث در مورد مدل‌سازی دینامیکی ربات با استفاده از دینامیک کین می‌پردازد. در بخش چهارم مسیریابی ربات دلتا و تعیین چگونگی تغییر زوایای مفصلی و بهینه‌سازی توابع ارزیابی به وسیله الگوریتم ژنتیک شرح داده می‌شود. در نهایت جمع‌بندی نتایج به دست آمده در بخش پنجم ارائه می‌گردد.

۲- مدل‌سازی سینماتیکی ربات دلتا

مدل‌سازی سینماتیکی ربات دلتا در دو بخش ارائه می‌گردد.

3-Tian and Collins
4- Laribi and Romdhane
5- Shiming

ابتدا تحلیل سینماتیکی ربات و سپس ماتریس ژاکوبین تعیین می‌شود.

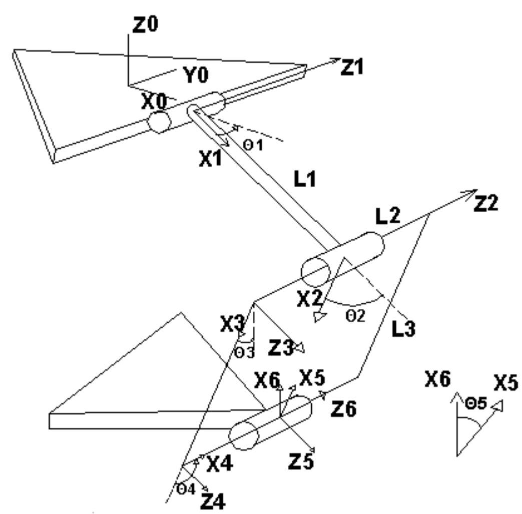
۲-۱- تحلیل سینماتیکی ربات دلتا

برای تحلیل سینماتیکی، ساختار ربات به سه زنجیره مشابه شکسته شده (شکل **۱**) و برای هر زنجیره، روابط تبدیل همگن استخراج می‌گردد. سپس با اعمال قیود هندسی معادلات سینماتیک معکوس حل می‌شوند. تبدیل همگن نهایی هر زنجیره به فرم زیر خواهد بود:

$$T=\begin{bmatrix} Cos(\theta_5)A_2-A_3Sin(\theta_5) & Sin(\theta_5)A_2+Cos(\theta_5)A_3 & A_1 & A_1l_2+A_4 \\ Cos(\theta_5)B_2 & Sin(\theta_5)B_1 & B_1 & B_1l_2+B_4 \\ Cos(\theta_5)C_2-Sin(\theta_5)C_3 & Sin(\theta_5)C_2+Cos(\theta_5)C_3 & C_1 & C_1l_2+C_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (۱)$$

که در آن،

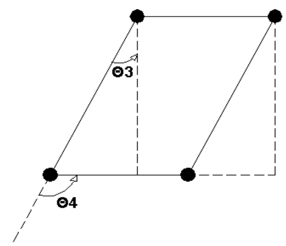
$$\begin{aligned}
A_1 &= \cos(\theta_3+\theta_4)\cos(\theta_1+\theta_2),\\
A_2 &= -\sin(\theta_3+\theta_4)\cos(\theta_1+\theta_2),\\
A_3 &= \sin(\theta_1+\theta_2),\\
A_4 &= \cos(\theta_1+\theta_2)\cos(\theta_3)l_3+\cos(\theta_1)l_1+H,\\
B_1 &= \sin(\theta_3+\theta_4),\\
B_2 &= \cos(\theta_3+\theta_4),\\
B_3 &= 0,\\
B_4 &= \sin(\theta_3)l_3-l_2,\\
C_1 &= -\cos(\theta_3+\theta_4)\sin(\theta_1+\theta_2),\\
C_2 &= \sin(\theta_3+\theta_4)\sin(\theta_1+\theta_2),\\
C_3 &= \cos(\theta_1+\theta_2),\\
C_4 &= -\sin(\theta_1+\theta_2)\cos(\theta_3)l_3-l_1\sin(\theta_1).
\end{aligned}$$



شکل(۱): زنجیره ربات دلتا و دستگاه‌های اختصاص یافته.

قیود هندسی ربات دلتا با توجه به ساختار آن از دیدگاه‌های مختلف به دست می‌آیند. اولین قید با استفاده از خاصیت موجود در ساختار متوازی الاضلاع تعیین می‌شود (شکل**۲**). با دقت در ساختار متوازی الاضلاع می‌توان مشاهده کرد که بین دو زاویه θ_3 و θ_4 همواره رابطه (۲) برقرار است.

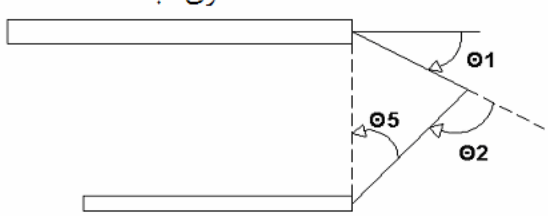
$$\theta_4=\frac{\pi}{2}+\theta_3 \;,\; -\frac{\pi}{2}\prec\theta_3\prec\frac{\pi}{2} \;,\; 0\prec\theta_4\prec\pi \qquad (۲)$$
$$|\dot{\theta}_4|=|\dot{\theta}_3|$$



شکل(۲): رابطه بین دو زاویه در ساختار یک متوازی الاضلاع.

بنابراین، با داشتن یکی از زوایای θ_3 یا θ_4 می‌توان دیگری را محاسبه نمود.

قید هندسی دوم رابطه بین (θ_1 و θ_2) و θ_5 است که با دید از جانب یک ربات دلتا به‌دست می‌آید (شکل **۳**).



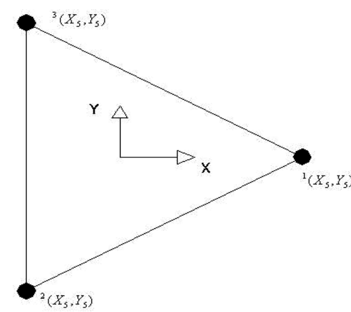
شکل(۳): نمایش رابطه بین زاویه‌های ربات دلتا از دید جانبی.

با استفاده از روابط بین زاویه‌های چند ضلعی می‌توان نوشت:

$$^{i}\theta_5={}^{i}(\theta_1+\theta_2)-\frac{\pi}{2}, \qquad (۳)$$
$$^{i}\dot{\theta}_5={}^{i}(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2), \qquad i=1,2,3.$$

قید هندسی سوم با توجه به حرکت افقی سکوی متحرک به‌دست می‌آید. این قید روابط زیر را بین مختصات انتهای هر یک از لینک‌های سه گانه به‌وجود می‌آورد (شکل **۴**):

$$
\begin{aligned}
&{}^1Z_5 = {}^2Z_5 \;\Rightarrow {}^1P_Z = {}^2P_Z \;, \\
&{}^3Z_5 = {}^2Z_5 \;\Rightarrow {}^3P_Z = {}^2P_Z \;, \\
&{}^3X_5 = {}^2X_5 = {}^1X_5 - l\cos 30 \,, \\
&{}^2Y_5 = {}^1X_5 - l\sin 30 \;, \\
&{}^3Y_5 = {}^1X_5 + l\sin 30 \,.
\end{aligned}
\qquad (۴)
$$



شکل(۴): نمایش رابطه بین نقاط مختلف سکوی متحرک در حرکت افقی آن.

این روابط بیانگر شرط وجود فاصله ثابت بین مفاصل روی سکوی متحرک می‌باشند. با اعمال قیود هندسی در روابط (۳-۲) برای هر زنجیره و قید هندسی رابطه (۴) که سه زنجیره ربات را به یکدیگر متصل می‌کند، می‌توان به حل سینماتیک معکوس ربات رسید.

۲-۲- به‌دست آوردن ماتریس ژاکوبین

در ربات‌های زنجیره‌ای به‌دست آوردن ماتریس ژاکوبین با استفاده از روش‌های اشاعه سرعت‌ها، تحلیل استاتیکی نیروها و اشاعه نیروها و یا مشتق‌گیری از ماتریس تبدیل انجام می‌گیرد. در ربات‌های موازی یکی از روش‌های معمول استفاده از قیود هندسی حاکم بر مکانیزم است. این کاری است که کدوری[1] [۱۰] در تحقیق خود برای تعیین ماتریس ژاکوبین انجام داده است. او با استفاده از رابطه برداری ثابت بودن طول ضلع ربات (DE در شکل **۵**) به نتیجه زیر رسید:

1- Codourey

$$
\dot{X}_n = J\dot{q} \;,
$$

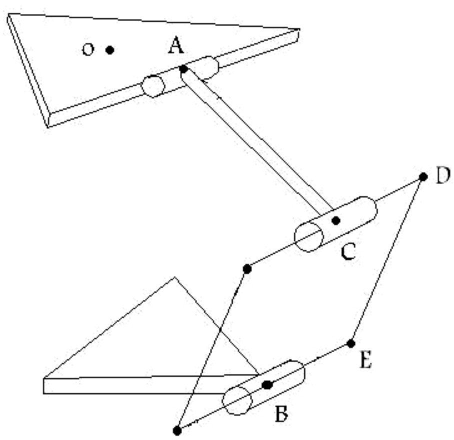
$$
J = -\begin{bmatrix} S_1^T \\ S_2^T \\ S_3^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} S_1^T b_1 & 0 & 0 \\ 0 & S^T{}_2 b_2 & 0 \\ 0 & 0 & S_3^T b_3 \end{bmatrix} . \qquad (۵)
$$

که در آن:

$$
S_i = O_iB_i - (O_iA_i + A_iC_i) \quad . \qquad (۶)
$$

$$
\dot{S}_i = \begin{bmatrix} \dot{x}_n \\ \dot{y}_n \\ \dot{z}_n \end{bmatrix} + {}_i^R R \begin{bmatrix} L_A \sin q_i \\ 0 \\ -L_A \cos q_i \end{bmatrix} \dot{q}_i = \dot{X}_i + b_i\,\dot{q}_i \;,
$$

$$
b_i = {}_i^R R \begin{bmatrix} L_A \sin q_i \\ 0 \\ L_A \cos q_i \end{bmatrix} \qquad i = 1,2,3 \;. \qquad (۷)
$$



شکل(۵): نمایش نقاط تعریف شده در تعیین ماتریس ژاکوبین.

۳- تحلیل دینامیکی ربات دلتا

در دهه‌های اخیر، ارائه مدل دینامیکی یک ربات، موضوع تحقیقات بسیاری قرار گرفته است. مشکل اساسی این است که مدل باید علاوه بر داشتن کارائی در ارائه یک فرمولاسیون برای رفتار واقعی یک ربات، قابلیت ساده بودن برای حل آنی حین کنترل ربات را نیز داشته باشد. معمولاً به‌دلیل وجود وابستگی متغیرهای فضای مفصلی به یکدیگر، ساختارهای موازی نسبت به ساختارهای سری پیچیده‌تر هستند.

روشی که اخیراً استفاده می‌شود این است که مکانیزم از محل مفاصل غیر فعال[2] جدا شده و به صورت سه مکانیزم

2- Passive Joint

جداگانه مورد بررسی قرار می‌گیرند. سپس شرایط بسته بودن مکانیزم با استفاده از ماتریس ژاکوبین[۱۱] یا ضرایب لاگرانژ ارضاء می‌شوند. برای مکانیزم‌های موازی ویژه‌ای، روش نیوتن-اویلر نیز استفاده شده است[۱۳-۱۲]. همچنین استفاده از این روش در بعضی از مقالات [۱۵-۱۴] برای ربات دلتا نیز بررسی شده است.

بیشتر محققان بر این باورند که یک مدل کامل که جرم و اینرسی تمامی لینک‌ها را در برگیرد باعث پیچیدگی زیادی در حل نهایی خواهد شد. بنابراین برای کنترل ربات فرضیات ساده‌سازی معقولی باید اعمال گردد. فرضیات زیر در مدل‌سازی دینامیکی در نظر گرفته شده و سپس مدل دینامیکی با استفاده از دینامیک کین استخراج شده است.

۳-۱- فرضیات ساده‌سازی مدل دینامیکی

برای ربات دلتا پیچیدگی مدل بیشتر به خاطر حرکت ساختار متوازی الاضلاع است. بنابراین اگر از اینرسی دورانی اجزاء این ساختار صرف‌نظر شود (تنها از اینرسی دورانی دو لینک عمودی که در ربات هستند صرف‌نظر شود)، تحلیل دینامیکی بسیار ساده‌تر خواهد بود. با توجه به استفاده از مواد کامپوزیتی در ساخت این بازوها این فرضیه می‌تواند تأثیر کمی در حل مسئله داشته باشد[۱۰]. با این فرض، جرم لینک‌های حذف شده بایستی به بازوهای متحرک و سکوی متحرک انتقال داده شود. با توجه به اینکه اینرسی دورانی میله حول انتهای آن $\frac{1}{3}ml^2$ می‌باشد، دو سوم از جرم این لینک‌ها به بازوی متحرک و یک سوم جرم به سکوی متحرک منتقل می‌شود. بنابراین توزیع جرم‌ها به این صورت خواهد بود:

$$m_{li} = m_1 + m_2 + 2\times\frac{2}{3}\times m_3 \ ,$$
$$m_{pfinal} = m_p + 3\times m_2 + 3\times\frac{1}{3}\times m_3 \ , \qquad (۸)$$

که در آن،

m_{li}: جرم اصلاح شده بازوی محرک،

m_1: جرم اولیه بازوی محرک،

m_2: جرم لینک افقی ساختار متوازی الاضلاع،

m_3: جرم لینک عمودی ساختار متوازی الاضلاع،

m_{pfinal}: جرم اصلاح شده سکوی متحرک و

m_p: جرم اولیه سکوی متحرک.

همچنین، اینرسی دورانی بازوهای متحرک (I_c) و مرکز جرم جدید (r_c) آن‌ها به صورت زیر تغییر می‌یابند:

$$r_c = l_1\frac{5m_1 + m_2 + 2\times\frac{2}{3}m_3}{m_1 + m_2 + \frac{4}{3}\times m_3} \ , \qquad (۹)$$
$$I_c = \frac{1}{12}m_1 l_1^2 + m_1(r_c - \frac{l_1}{2})^2 + (m_2 + \frac{4}{3}\times m_3)(l_1 - r_c)^2 \ .$$

۳-۲- مدل‌سازی دینامیکی با استفاده از دینامیک کین

با توجه به مسئله مورد نظر، حل دینامیک معکوس باید انجام گردد. لذا، سرعت‌ها و شتاب‌ها برای اعضاء در گام‌های اولیه محاسبه می شوند، تا هر یک از این پارامترها در مراحل مختلف تحلیل دینامیکی استفاده شوند. مباحث سینماتیک معکوس ربات در قسمت ۱-۲ بیان گردید. روابط سرعت و شتاب به صورت زیر می‌باشد:

- روابط سرعت‌های خطی و دورانی

$$v_{cli} = \begin{bmatrix} 0 \\ r_c\dot{\theta}_{1i} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_{cp} = J\begin{bmatrix} \dot{\theta}_{11} \\ \dot{\theta}_{12} \\ \dot{\theta}_{13} \end{bmatrix}, \quad \omega_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_{1i} \end{bmatrix}, \qquad (۱۰)$$

که در آن، v_{cli} سرعت خطی مرکز جرم لینک iام و ω_i سرعت دورانی لینک iام می‌باشد.

- روابط شتاب

شتاب سکوی متحرک از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$A_x = \frac{\partial^2 P(x,y.z)}{\partial^2 x}, \quad A_y = \frac{\partial^2 P(x,y.z)}{\partial^2 y} \ ,$$
$$A_z = \frac{\partial^2 P(x,y.z)}{\partial^2 z}, \qquad (۱۱)$$

که در آن، $P(x,y.z)$ معادله مسیر حرکت می‌باشد. شتاب لینک‌ها از روابط زیر به‌دست می آید:

$$a_c^i = ({}_0^0R)^i\begin{bmatrix} -c_{1i}r_c\dot{q}_i^2 - s_{1i}r_c\ddot{q}_i \\ 0 \\ s_{1i}r_c\dot{q}_i^2 - c_{1i}r_c\ddot{q}_i \end{bmatrix}, \qquad i = 1,2,3. \qquad (۱۲)$$

در رابطه (۱۲)، a_c^i شتاب مرکز جرم لینک iام، $({}_0^0R)^i$ ماتریس تبدیل از مرکز سکوی ثابت به مبداء زنجیره iام و $\dot{q}_i$ و $\ddot{q}_i$ به ترتیب مشتقات اول و دوم تغییرات مختصات تعمیم یافته می‌باشند که در ادامه تعریف شده‌اند. با به‌دست آمدن

روابط سرعت و شتاب، مدل‌سازی دینامیکی با روش کین به صورت زیر انجام می‌شود.

– مختصات تعمیم یافته

برای ربات دلتا زوایای دورانی سه موتور $\theta_{11},\theta_{12},\theta_{13}$ به عنوان مختصات تعمیم یافته به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \end{bmatrix}. \qquad (۱۳)$$

– سرعت‌های تعمیم یافته

راه ساده و مرسوم برای انتخاب سرعت‌های تعمیم یافته (با در نظر گرفتن شرط استقلال) انتخاب نرخ تغییر اعضای مختصات تعمیم یافته می‌باشد، یعنی:

$$u_r = \dot{q}_r . \qquad (۱۴)$$

بنابراین، سرعت‌های تعمیم یافته عبارت خواهند بود از:

سکوی متحرک $\quad V_p = J \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix},$

رابط ها $\quad V_c^{\,i} = {}^0_0R^i \begin{bmatrix} -s_{1i} r_c u_i \\ 0 \\ -c_{1i} r_c u_i \end{bmatrix}, \qquad (۱۵)$

$$\omega_i = \begin{bmatrix} 0 \\ u_1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

– سرعت‌های جزئی

وقتی تمام سرعت‌ها به صورت تابعی از u_r (سرعت‌های تعمیم یافته) بیان شوند، سرعت جزئی یک نقطه مانند p مطابق تعریف برابر خواهد بود با:

$$\vec{V}_r^{\,p} = \frac{\partial \vec{V}p}{\partial u_r}, \qquad (۱۶)$$

که در آن، $\vec{V}_p$ سرعت مطلق نقطه p می‌باشد. سرعت زاویه‌ای جزئی rام جسم B طبق تعریف برابر است با:

$$\vec{\omega}_r^{\,B} = \frac{\partial \vec{\omega}_B}{\partial u_r}. \qquad (۱۷)$$

استفاده از روابط (۱۷-۱۶) نتایج زیر را برای سرعت‌های جزئی اجزاء به دست می‌دهد:

$$\bar{V}_1^p = J\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{V}_2^p = J\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{V}_3^p = J\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\text{for } i=j: \ \bar{V}_i^{lj} = {}^0_0R^i \begin{bmatrix} -s_{1i} r_c \\ 0 \\ -c_{1i} r_c \end{bmatrix}, \qquad (۱۸)$$

$$\text{for } i \neq j: \quad \bar{V}_i^{lj} = 0, \qquad i=1,2,3 \ , \ j=1,2,3 .$$

$$\vec{\omega}_1^p = \vec{\omega}_2^p = \vec{\omega}_3^p = 0 \quad ,$$

$$for \ \ i=j \ \ \vec{\omega}_i^{lj} = {}^0_0R^i \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0_c \end{bmatrix}, \qquad (۱۹)$$

$$for \ i \neq j \quad \vec{\omega}_i^{lj} = 0 \quad i=1,2,3 \ , \ j=1,2,3.$$

– نیروهای تعمیم یافته

با استفاده از سرعت‌های جزئی محاسبه شده در قسمت قبل، نیروی تعمیم یافته rام که با F_r نشان داده می‌شود چنین تعریف شده است:

$$F_r = \sum_{i=1}^{\alpha} \vec{V}_r^{\,i} . \vec{R}^i + \sum_{J=1}^{\beta} \vec{\omega}_i^J . \vec{M}^J, \qquad (۲۰)$$

که در آن، $1 \le i \le \alpha$: نشانگر نیروی مؤثر وارد بر مرکز جرم جسم iام، $1 \le J \le \beta$: نشانگر گشتاور مؤثر وارد بر مرکز دوران جسم Jام.

در این ربات نیروهای مؤثر وارد بر سیستم عبارتند از: نیروی ثقلی لینک‌ها، وزن سکو و بار اعمالی بر سکوی متحرک. لذا نیروهای مؤثر وارد بر سکو (R^p) و وارد بر لینک‌ها (R^l) به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$R_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -Wp \end{bmatrix}, W_p = (m_{pfinal} + m_{load}) \times g ,$$

$$R^{l1} = R^{l2} = R^{l3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -W_l \end{bmatrix}, W_l = m_l \times g . \qquad (۲۱)$$

گشتاورهای مؤثر وارد بر سکو M^p و لینک‌ها M^{li} نیز به شکل زیر بیان می‌شوند:

$$M^p = 0, M^{l1} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \ M^{l2} = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2}\tau_2 \\ -\frac{1}{2}\tau_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \ M^{l3} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2}\tau_3 \\ -\frac{1}{2}\tau_3 \\ 0 \end{bmatrix}. \qquad (۲۲)$$

یک نمونه از بسط رابطه (۲۰) در رابطه(۲۳) آمده است.

$$F_1 = V_1^{p} R^{p} + \omega_1^{p}.M^{p} + V_1^{l1} R^{l1} + \omega_1^{l1}.M^{l1} + V_1^{l2} R^{l2} + \omega_1^{l2}.M^{l2} + V_1^{l3} R^{l3} + \omega_1^{l3}.M^{l3} \,. \qquad (۲۳)$$

– نیروهای تعمیم یافته اینرسی

با توجه به دیدگاه دالامبری موجود در روش کین، عبارات مربوط به کار نیروهای اینرسی نیز در معادلات وارد می‌شوند و در مقابل کار نیروهای مؤثر قرار می‌گیرند. نیروی اینرسی تعمیم یافته rام که با F_r^* نشان داده شده، به صورت زیر تعریف شده است:

$$F_r^* = \sum_{i=1}^{\beta} \vec{V}_r^{\,i} . \tilde{\vec{R}}^{i} + \vec{\omega}_i^{\,i} . \tilde{\vec{M}}^{i} \,, \qquad (۲۴)$$

که در آن،

$$\tilde{\vec{R}}^{i} = -m_i \vec{a}^{\,i} \,, \qquad (۲۵)$$

$$\tilde{\vec{M}}^{i} = -(I^{i} \vec{\alpha}^{i} + \omega^{i} \times I^{i} \vec{\omega}^{i}) \,, \qquad (۲۶)$$

$\vec{a}^{\,i}$: شتاب مطلق مرکز جرم جسم iام،

I^{i}, m_i : جرم و ممان اینرسی جسم iام حول مرکز جرم آن،

$\vec{\alpha}^{i}, \vec{\omega}^{i}$: سرعت و شتاب زاویه‌ای مطلق جسم iام و

ω_r^{i}, V_r^{i} : سرعت جزئی خطی و دورانی rام جسم iام.

با توجه به این تعریف و مقادیر به‌دست آمده برای شتاب و سرعت‌های جزئی در قسمت‌های قبلی، نیروهای تعمیم‌یافته اینرسی به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$F_1^* = -m_p J \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x^p & A_y^p & A_z^p \end{bmatrix} - m_1 r_c^2 \ddot{q}_1 + \tilde{\vec{M}}^{l1},$$

$$F_2^* = -m_p J \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x^p & A_y^p & A_z^p \end{bmatrix} - m_1 r_c^2 \ddot{q}_2 + \tilde{\vec{M}}^{l2}, \qquad (۲۷)$$

$$F_3^* = -m_p J \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x^p & A_y^p & A_z^p \end{bmatrix} - m_1 r_c^2 \ddot{q}_3 + \tilde{\vec{M}}^{l3},$$

که در آن،

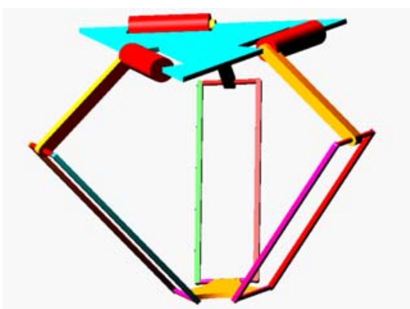
$$\tilde{\vec{M}}^{li} = {}_{0}^{0}R^{i} \begin{bmatrix} 0 \\ -(I^{li} \ddot{q}_i + I^{li} \dot{q}_i^2) \\ 0 \end{bmatrix} . \qquad (۲۸)$$

– معادلات حرکت

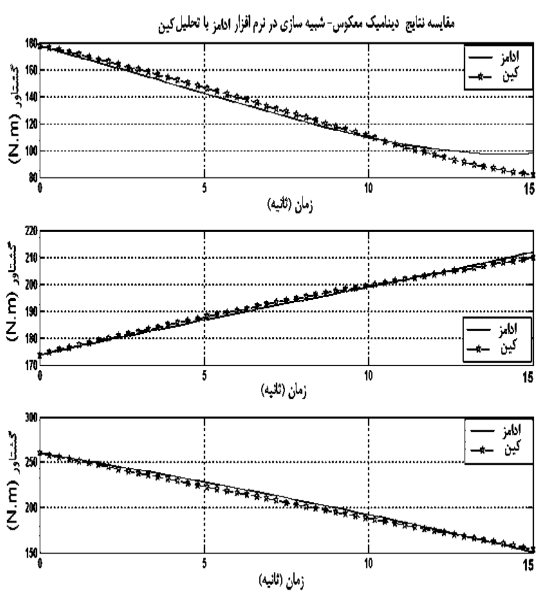
معادله حرکت با استفاده از تعاریف کین به قرار زیر می‌باشد:

$$F_r^* + F_r = 0, \qquad 1 \le r \le 3 \,. \qquad (۲۹)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، در این معادله نیروهای داخلی وارد نشده و فقط اثر نیروهای خارجی بر سیستم بررسی می‌شود. با قرار دادن F_r از رابطه (۲۰) و F_r^* از رابطه (۲۴)، سه معادله حرکت (به ازای $r=1,2,3$) برای سیستم به دست می‌آید که از هر یک از این سه معادله، یک گشتاور راه‌اندازی برای ربات به‌دست می‌آید. این معادلات در بخش بهینه‌سازی برای تعیین گشتاور و توان مصرفی هر یک از عملگرها استفاده می‌شوند. برای حصول اطمینان از معادلات حاصله در تحلیل دینامیکی ربات دلتا، مدلی از مکانیزم آن در نرم‌افزار ادامز ایجاد گردیده است (شکل۶).



شکل (۶): نمایی از مدل ایجاد شده در نرم‌افزار آدامز.

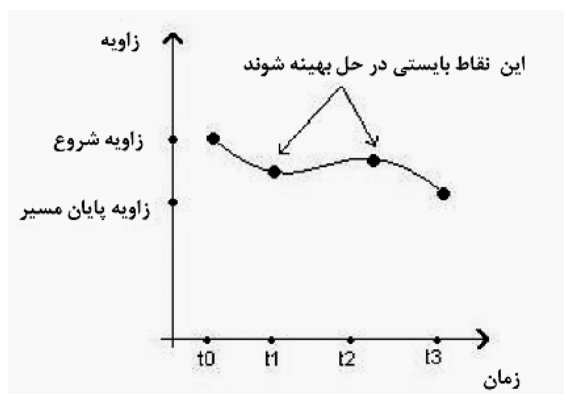


شکل(۷): مقایسه گشتاور موتورهای ربات به دست آمده از تحلیل دینامیک کین(ستاره) و شبیه‌سازی درنرم‌افزار ادامز (خط توپر).

مقایسه نتایج حاصل از حل مدل ریاضی به‌دست آمده از رابطه (۲۹) که همان حل فرم بسته[1] معادلات است با حل شبیه‌سازی انجام گرفته در نرم‌افزار ادامز برای حرکت ربات در امتداد نیم‌ساز ربع سوم در شکل **۷** مشاهده می‌شود. با توجه به این‌که عواملی مانند اصطکاک یا انعطاف‌پذیری لینک‌ها در نظر گرفته نمی‌شود، نتایج هر دو روش حل نزدیک (ولی نه یکسان) می‌باشند.

۴- بهینه‌سازی مسیر حرکت ربات

در رباتیک، بهینه‌سازی‌ها عمدتاً در زیر شاخه‌های دینامیک و سینماتیک دسته‌بندی می‌شود. بهینه‌سازی‌های سینماتیکی شامل بهینه‌سازی فضای کاری، کمینه‌سازی شتاب‌ها، تکانه ها، خطاهای مسیر[۱۶]، عدم برخورد با موانع [۲۱-۱۷]، کمینه کردن زمان حرکت [۲۵-۲۲] و ... می‌باشد. بهینه‌سازی‌های دینامیکی نیز که با اعمال نیروها و جرم‌ها و اثرات غیرخطی دیده نشده در نگاه سینماتیکی، محدوده دیگری از پارامترهای طراحی را شامل می‌شود، معمولاً شامل کمینه کردن نیرو (گشتاور) عملگرها[۲۶]، بهینه‌سازی صلبیت، انرژی مصرف شده در سیستم [۱۱،۲۴،۲۶،۷] و ... است. هدف این مقاله بهینه‌سازی مقادیر توان و گشتاور در طی یک مسیر است.



شکل (۸): چگونگی تعیین مسیر حرکت زاویه‌ای برای عملگر.

برای این کار نخست دو نقطه ابتدا و انتهای مسیر مشخص شده سپس با استفاده از سینماتیک معکوس مقادیر ابتدایی و انتهایی معادل این نقاط در فضای مفصلی مشخص می‌شوند. آنگاه با استفاده از توابع اسپیلاین مرتبه سه که دارای گره‌های مساوی از لحاظ زمانی در طول مسیر هستند، مسیر زمانی هر یک از این مفاصل به شرط بهینه بودن تابع هدف تعیین می‌شود (شکل **۸**).

با استفاده از اسپیلاین‌ها می‌توان بین هر دو نقطه متوالی (x_i, y_i) و (x_{i+1}, y_{i+1}) یک اسپیلاین مرتبه سه به نام $g_i(x)$ به صورت زیر تعریف کرد:

$$g_i(x) = a_i(x-x_i)^3 + b_i(x-x_i)^2 + c_i(x-x_i) + d_i . \quad (۳۰)$$

این معادله در فواصل x_i و x_{i+1} معتبر است. لذا برای یک تابع جدولی با n نقطه، n-1 اسپیلاین مرتبه سه تعریف می‌گردد. تعیین ضرایب معادله (۳۰) با استفاده از برقراری شرایط پیوستگی منحنی، شیب و انحنا در نقاط مرزی (نقاط کنترل) انجام می‌گیرد، یعنی:

$$\begin{aligned} & g_i(x_i) = y_i \ , \\ & g_i(x_{i+1}) = g_{i+1}(x_{i+1}) \ , \\ & g'_i(x_{i+1}) = g'_{i+1}(x_{i+1}) \ , \\ & g''_i(x_{i+1}) = g''_{i+1}(x_{i+1}) . \end{aligned} \quad (۳۱)$$

۴-۱- بهینه‌سازی گشتاور اعمال شده در مفصل‌ها

با توجه به روند تولید یک اسپیلاین درجه سه که در قسمت قبل توضیح داده شد، اکنون می‌توان به بهینه‌سازی معیارهای انتخاب شده پرداخت.

بهینه‌سازی توابع مورد نظر به این صورت انجام می‌گیرد که با توجه به معلوم بودن نقاط ابتدا و انتها برای هر مفصل، دو نقطه در بازه بین این دو نقطه معلوم طوری انتخاب می‌گردد که معیار مورد نظر بهینه گردد. این دو نقطه در شکل **۸** نشان داده شده اند. بازه حرکت از لحاظ زمانی به سه قسمت مساوی تقسیم می‌گردد که ابتدا و انتهای آن، زمان شروع حرکت تا زمان توقف ربات است. به منظور کمینه کردن گشتاور در طول مسیر حرکت ربات، تابع هدف بهینه‌سازی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{تابع هدف} = \sum_{i=1}^{3} \int |\tau_i| dt . \quad (۳۲)$$

که در آن، i تعداد عملگرها می‌باشد.

1- Closed Form Solution

مسیری که ربات در طول آن حرکت می‌کند نیم‌ساز ربع اول و دوم با معادله زیر می باشد:

$$\dot{x} = \dot{y} = 5(mm/s)\ ,\ \dot{z} = 0\ . \qquad (۳۳)$$

در هر مرحله از بهینه‌سازی، برای ایجاد امکان مقایسه، برای دو حالت مقادیر تابع ارزیابی ترسیم می‌شود. حالت اول حالتی است که در آن ربات با یک تغییر زاویه بهینه در عملگرهای خود، به صورت منحنی اسپیلاین، حرکت می‌کند و حالت دوم حالتی است که در آن زاویه تغییر عملگرها به‌صورت خطی می‌باشد. مشخصات مسیر حرکت در جدول **۱** بیان شده و معادله مسیر سکوی متحرک به‌صورت زیر است:

$\dot{x} = 5(mm/s),\ \dot{y} = 5(mm/s),\ \dot{z} = 0.$

جدول (۱): مشخصات مسیر حرکت در فضای مفصلی.

زمان طی مسیر (ثانیه)	**مقادیر انتهایی زاویه‌ها (درجه)**			**مقادیر ابتدایی زاویه‌ها (درجه)**		
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_1	θ_2	θ_3
۶	۲۹/۸	۴۵/۳	۷۶/۲	۴۰/۷	۴۰/۷	۴۰/۷

جدول(۲): مقایسه مقادیر تابع ارزیابی گشتاور در طول مسیر عادی و بهینه در بهینه‌سازی گشتاور حرکت.

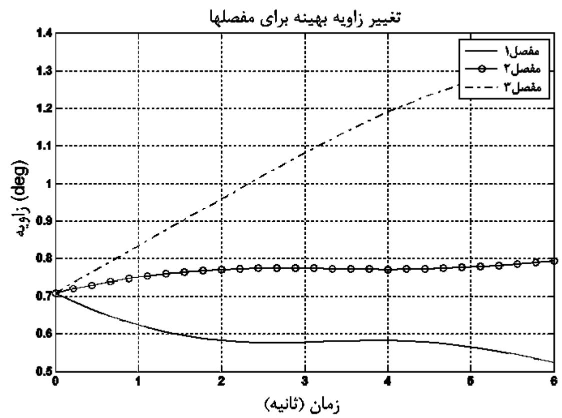
مقدار تابع ارزیابی (N. m.sec)	**نوع مسیر**
۱۸/۴۲	مسیر خطی (بهینه نشده)
۱۷/۱۵	مسیر اسپیلاین (بهینه‌سازی شده)

در جدول **۲** نتایج تابع ارزیابی گشتاور در حرکت بر روی مسیر خطی (بدون بهینه‌سازی) و مسیر بهینه برای ایجاد امکان بررسی تأثیر عمل بهینه‌سازی ارائه شده است.

عمل بهینه‌سازی برای هر مسیر در چند نوبت و با تنظیمات متفاوت در هر نوبت انجام می‌گیرد تا از حرکت الگوریتم به سمت نقطه بهینه نهایی اطمینان حاصل شود. در جدول **۳** مشخصات دو نمونه از اجراهای انجام شده ارائه شده است. نتایج نهایی به‌دست آمده در شکل‌های **(۱۳-۹)** نشان داده شده‌اند. با بررسی نمودارهای رسم شده برای تغییرات زاویه و سرعت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای مفاصل محرک در بحث بهینه‌سازی گشتاور مسیر حرکت ربات دلتا واضح است که نیازمندی‌های یک مسیر، یعنی پیوستگی تغییرات زاویه، سرعت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای، کاملاً رعایت شده است.

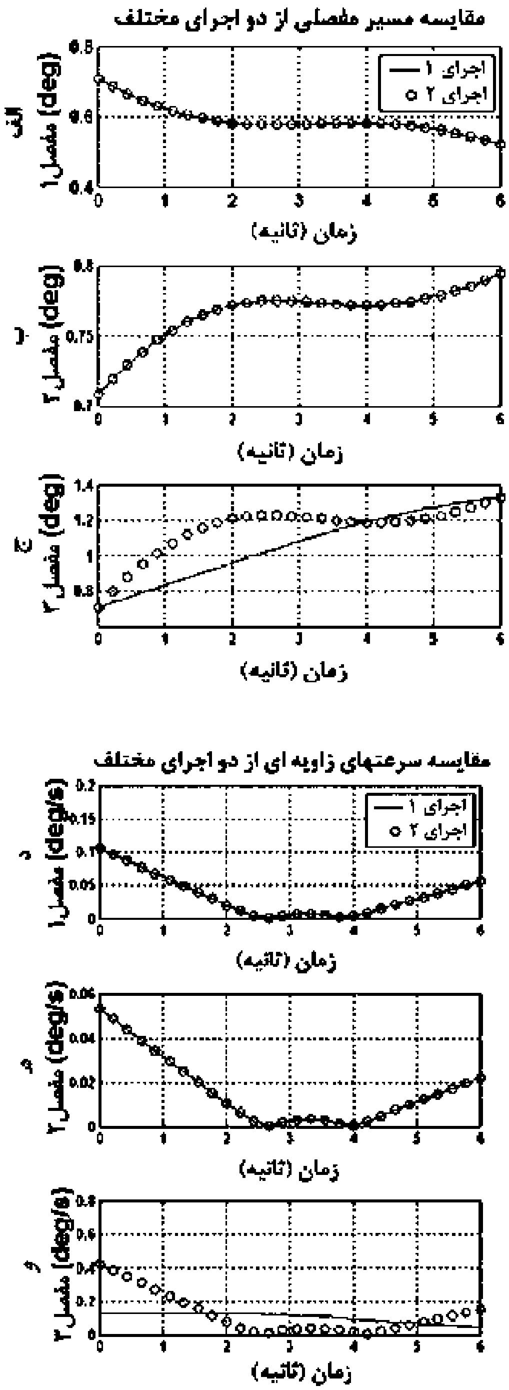
جدول(۳): مشخصات تنظیمات انجام گرفته بر روی جعبه ابزار الگوریتم ژنتیک در نرم افزار MATLAB در بهینه‌سازی گشتاور حرکت.

شماره اجرا	**اندازه جمعیت**	**تعداد نسل**	**بهترین ارزیابی (N. m.sec)**
۱	۱۰	۳۰	۱۷/۱۵
۲	۱۰	۲۰	۱۷/۶۷

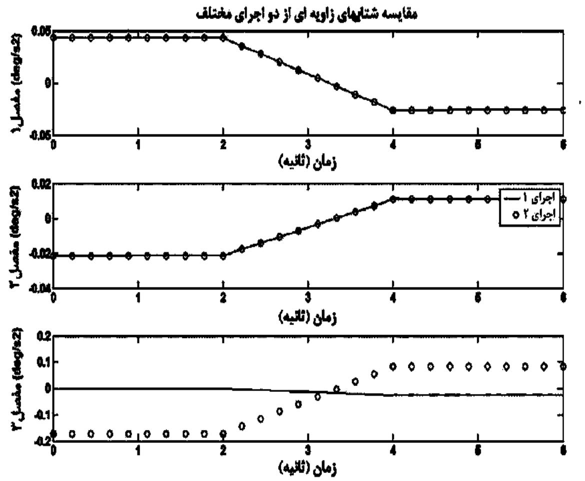


شکل (۹): تغییر زاویه‌ای هر سه مفصل محرک ربات بر روی منحنی‌های اسپیلاین در بهینه‌سازی گشتاور.

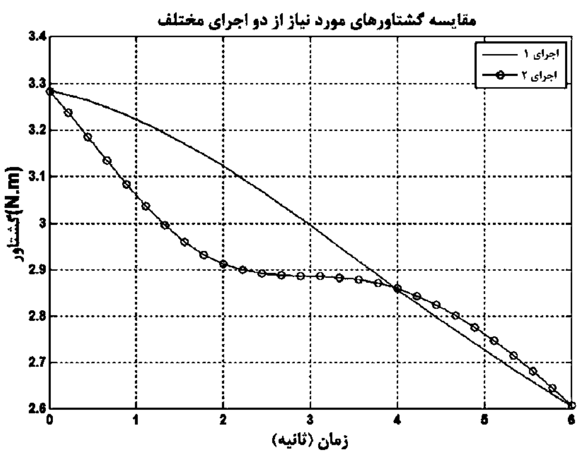
نمودار شکل **۱۳** چگونگی تأثیر عمل بهینه‌سازی در مقایسه با حالتی که زاویه عملگرها به صورت خطی تغییر می‌کند را نشان می‌دهد. از نتایج جدول **۲** مقدار بهینه‌سازی نسبت به حالتی که زوایا تحت تابع ساده خطی تغییر می‌کنند، ۶٪ به‌دست می‌آید. در شکل **۱۲** نیز تأثیر تغییر پارامترهای الگوریتم ژنتیک (شامل تعداد نسل‌ها و جمعیت هر نسل) در بهینه‌سازی تابع ارزیابی گشتاور نشان داده شده است. واضح است که بالا بردن تعداد نسل‌ها بهبود تابع ارزیابی گشتاور را در بر خواهد داشت. اما این روند بهبود با نزدیک شدن به کمینه کلی تابع کندتر می‌شود و دیگر تغییر این عوامل تأثیری بر مسئله نخواهد داشت.



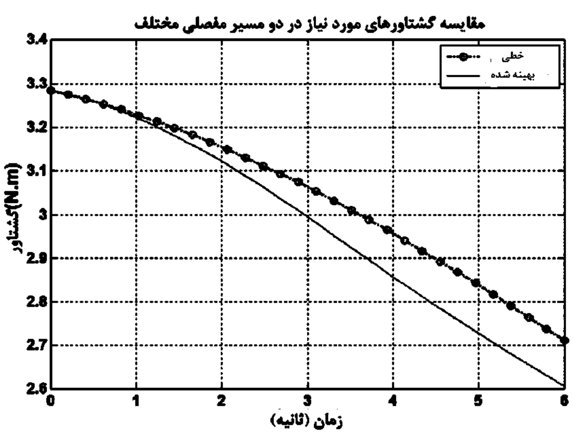
شکل(۱۰): الف، ب و ج - چگونگی تغییر زاویه مفاصل محرک ۱ و ۲ و ۳ در اجراهای مختلف در بهینه‌سازی گشتاور. **د، هـ و و** - چگونگی تغییر سرعت زاویه‌ای مفاصل محرک ۱، ۲ و ۳ در اجراهای مختلف در بهینه‌سازی گشتاور.



شکل (۱۱): چگونگی تغییر شتاب زاویه‌ای مفاصل محرک در اجراهای مختلف در بهینه‌سازی گشتاور.



شکل (۱۲): مقایسه گشتاور مصرفی در عملگرها برای دو اجرای مختلف در بهینه‌سازی گشتاور.



شکل(۱۳): مقایسه گشتاور مصرفی در عملگرها برای دو مسیر خطی و بهینه شده.

۴-۲- بهینه‌سازی توان مصرفی در عملگرها

در این حالت تابع هدف به این صورت تعریف می‌شود:

$$\text{تابع هدف} = \sum_{i=1}^{3} \int \left|\tau_i \dot{\theta}_j\right| dt . \qquad (۳۴)$$

نقاط ابتدایی و انتهایی مسیرهای انتخاب شده همانند مرحله قبل می‌باشد. در این حالت نیز نتایج شامل مقایسه بین سرعت و شتاب در مفاصل در طول اجراهای مختلف (شکل‌های **۱۶-۱۵**)، چگونگی تغییر مفاصل بر روی منحنی‌های اسپیلاین به‌دست آمده (شکل **۱۴**) و مقایسه تابع هدف برای دو حالت بهینه نشده و بهینه‌سازی شده (شکل **۱۸** و جدول **۴**)، می‌باشد.

جدول (۴): مقایسه مقادیر تابع ارزیابی توان در طول مسیر عادی و بهینه برای حالت بهینه‌سازی مصرف توان.

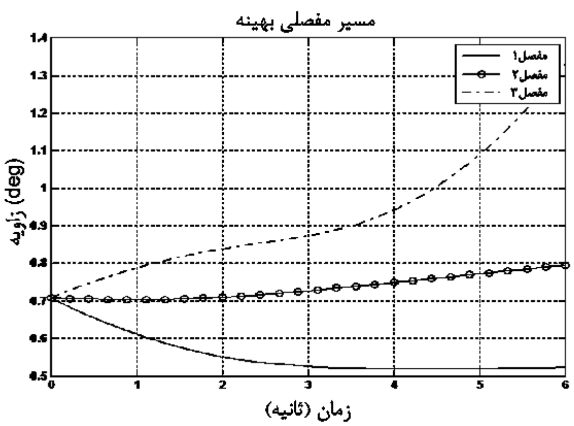
مقدار تابع ارزیابی (W.sec)	نوع مسیر
۰/۸۲	مسیر خطی (بهینه نشده)
۰/۵۶	مسیر اسپیلاین (بهینه‌سازی شده)

جدول(۵): مشخصات تنظیمات انجام گرفته بر روی جعبه ابزار الگوریتم ژنتیک در نرم افزار MATLAB در بهینه‌سازی توان حرکت.

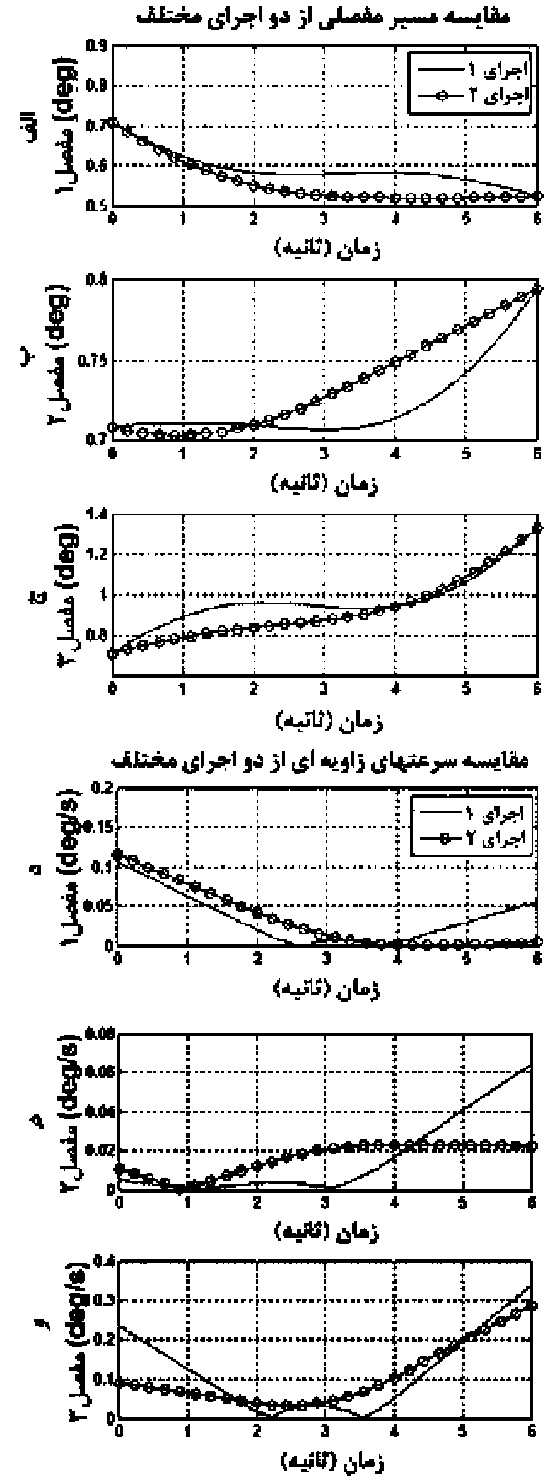
بهترین ارزیابی (W.sec)	تعداد نسل	اندازه جمعیت	شماره اجرا
۰/۶۶۹۷	۲۰	۱۰	۱
۰/۵۶۸	۳۰	۵	۲

برای حصول اطمینان از همگرایی الگوریتم ژنتیک اجراهای مختلف با تنظیمات متفاوت در پارامترهای الگوریتم، انجام گرفته است. در جدول **۵** اثر بهبود همگرایی با افزایش تعداد نسل‌ها (در مقابل کاهش اندازه جمعیت) نشان داده شده است که در شکل **۱۷** توان‌های مصرفی در این دو اجرای مختلف مقایسه شده‌اند.

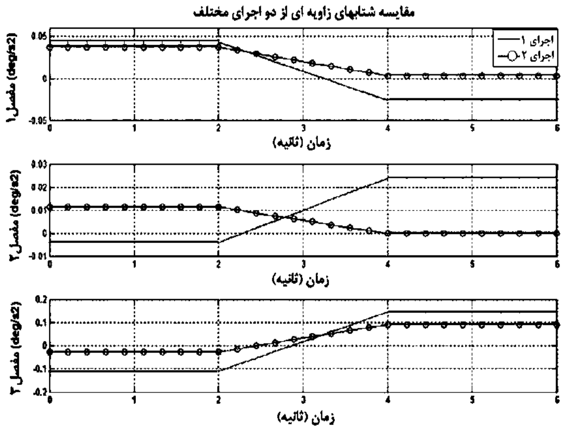
نمودارهای به‌دست آمده برای حالت بهینه‌سازی توان مصرفی همانند بهینه‌سازی گشتاور مورد نیاز، در تمامی مسیرهای مورد بررسی گویای الزامات یک مسیر حرکت، پیوستگی تابع تغییرات زاویه و سرعت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای، هستند. هیچ‌گونه تغییرات شدید و ناپیوستگی در منحنی‌های مذکور مشاهده نمی‌شود. میزان بهبود تابع ارزیابی توان نسبت به حالت خطی ۳۶/۶٪ می‌باشد. ملاحظه می‌گردد که میزان مصرف توان به میزان بسیار مؤثری کاهش می‌یابد. همچنین منحنی‌های شکل **۱۸** بیانگر تأثیر الگوریتم بهینه‌سازی در مقایسه با تغییرات خطی زوایای دورانی است. در شکل **۱۷** نیز اثر افزایش نسل‌های الگوریتم ژنتیک نمایش داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود افزایش نسل و تعداد جمعیت، بهبود در تابع ارزیابی توان را نتیجه می‌دهد.



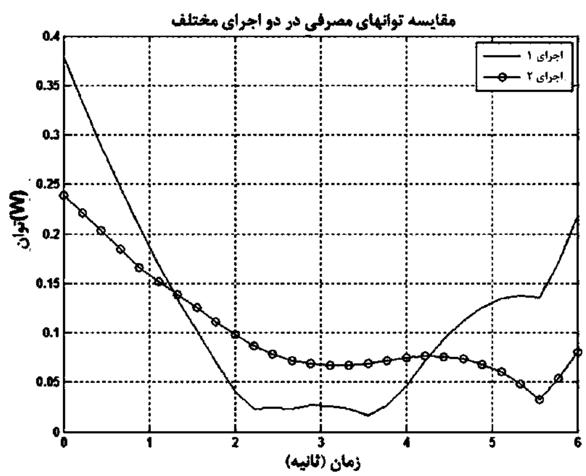
شکل (۱۴): تغییر زاویه‌ای سه مفصل محرک ربات بر روی منحنی‌های اسپیلاین در بهینه‌سازی توان مصرفی.



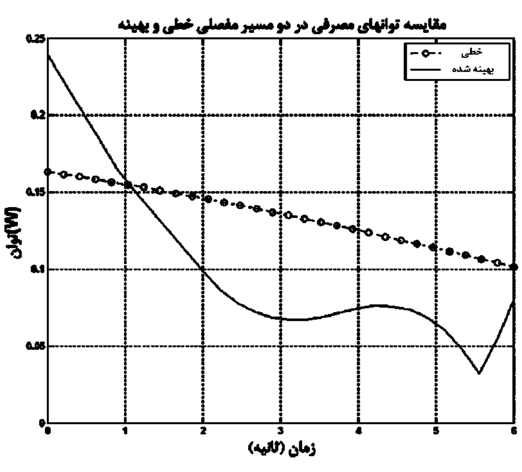
شکل (۱۵): **الف**، **ب** و **ج** - چگونگی تغییر زاویه مفاصل محرک ۱ و ۲ و ۳ در اجراهای مختلف در بهینه‌سازی توان مصرفی. **د**، **ه** و **و** - چگونگی تغییر سرعت زاویه‌ای مفاصل محرک ۱ و ۲ و ۳ در اجراهای مختلف در بهینه‌سازی توان مصرفی.



شکل (۱۶): چگونگی تغییر شتاب مفاصل در اجراهای مختلف در بهینه‌سازی توان حرکت مصرفی.



شکل(۱۷): مقایسه توان مصرفی در عملگرها برای دو اجرا مختلف در بهینه‌سازی توان حرکت مصرفی.



شکل (۱۸): مقایسه توان مصرفی در عملگرها برای دو مسیر خطی و بهینه شده.

۵-نتیجه‌گیری

در این مقاله چگونگی بهینه‌سازی مسیر حرکت ربات دلتا در طول یک مسیر برای کمینه‌سازی توابع ارزیابی گشتاور و توان ارائه گردید. توابع تغییر زوایای دورانی به صورت منحنی‌های اسپیلاین مرتبه سه انتخاب شدند. سپس با استفاده از الگوریتم ژنتیک ضرایب این توابع به صورتی تعیین شدند که تابع ارزیابی بهینه شود. مشاهده شد که میزان بهینه‌سازی مخصوصاً در مورد توان مصرفی بسیار قابل توجه است. نمودار مشخصه‌های مسیر حرکت همچون سرعت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای نیز بیانگر رسیدن به مسیری هموار و بدون ناپیوستگی می‌باشند. در نهایت می‌توان ادعا نمود که این روش می‌تواند به نحو بسیار مؤثری در تعیین مسیر بهینه ربات مورد استفاده قرار گیرد.

مراجع

1. Yao-Chon, C., "Solving Robot Trajectory Planning Problems with Uniform Cubic B-splines", Optimal Control Applications and Methods, Vol. 12, No. 4, pp. 247-262, 1991.
2. Santis, A.D., Siciliano, B., and Villani, L., "A Unified Fuzzy Logic Approach to Trajectory Planning an Inverse Kinematics for a Fire Fighting Robot Operating in Tunnels", Intelligent Service Robotics, Vol. 1, No.1, 2008.
3. Wang, X., Zhang, Z., and Zhou, B., "Application of RBF Neural Network in Trajectory Planning of Robot" Int. Conf. on Artificial Intelligence and Comp. Intelligence, Vol. 2, pp. 493-496, 2009.
4. Yano, F. and Tooda, Y., "Preferable Movement of a Multi Joint Robot Arm, Using Genetic Algorithm", The SPIE Conf. on Intelligent Robots & Comp. Vision, Vol. 3837, pp. 80-88, 1999.
5. Shintaku, E., "Minimum Energy Trajectory for an Under Water Manipulator and its Simple Planning Method by Using a Genetic Algorithm", Adv. Robotics, Vol. 13, No.2, pp.118-138, 1999.
6. Lianfang, T. and Curtis Collins, "An Effective Robot Trajectory Planning Method Using Genetic Algorithm", Mechatronics, Vol. 14, No. 5, pp. 455-470, 2004.
7. Laribi, M.A., "Analysis and Dimentional Synthesis of DELTA Robot for a Prescribed Workspace", Mechanism and Machine Theory, Vol. 42, No.7, pp. 859-870, 2007.
8. Shiming, J., Wang, G., Wang, Z., Wan, Y., and Yuan, Q., "Optimal Design of a Linear Delta Robot for the Prescribed Regular-shaped Dexterous Workspace", The 7th World Cong on Intelligent Control and Automation, Chongqing, China, pp.2333-2338, 2008.
9. Sezimaria, F.P. and Saramgo, M.C., "Effect of Basic Numerical Parameters on a Path Planning of Robots Taking into Account Actuating Energy", Mechanism and Machine Theory, Vol. 39, No. 3, pp. 247-260, 2004.
10. Codourey, A., "Dynamic Modeling and Mass Matrix Evaluation of the Delta Parallel Robot for the Axes Decoupling Control", IROS96, IEEE, Vol. 3, pp.1211-1218, 1996
11. Zhang, C.D. and Song, S.M., "An Efficient Method for Inverse Dynamics of Manipulators Based on Virtual Work Principle ", J. Robotic Systems, Vol. 10, No. 5, pp. 605-627, 1993.
12. Pierrot, F., Dauchez, P., and Fournier, A., "HEXA: a Fast Six DOF Fully Parallel Robot", ICAR, Int. Conf. on Advanced Robotics, Italy, 1991.
13. Reboulet, C. and Bertomieu, T., "Dynamic Models of a Six Degree of Freedom Parallel Manipulator", 91 ICAR, Pisa, Vol. 2, pp. 1153-1157, Italy, 1991.
14. Cordouroy, A., "Contribution a la Commande Des Robots Rapides et Précis", Appl. au Robot DELTA a Entertainment Direct, Ph.D Dissertation, Swiss Federal Institute of Technology, No. 922, 1991.
15. Codourey, C., "Control Algorithm and Controller for Direct Drive Delta Robot", The IFAC Symp. on Robot Control, pp. 169-177, 1991.
16. Mokhanov, S.S. and Ivaneko, S.A., "Grid Generation to Optimize Cutting Operations of the Five-Axis Milling Machine", Appl. Num. Math., Vol. 46, No's. 3-4, pp. 331-351, 2003.
17. Dmitry, V., Lebedev, J. Steil, J. "The Dynamic Wave Expansion Neural Network Model for Robot Motion Planning in Time-Varying Environment", Neural Network, Vol. 18, No. 3, pp. 267-285, 2005.
18. Lianfang, T. and Curtis, C., "An Effective Robot Trajectory Planning Method, Using Genetic Algorithm", Mechatronics, Vol. 14, No. 5, pp. 455-470, 2004.

19. Kubota, N., Arakawa, T., Fukuda, T., and Shimojima, K., “Trajectory Generation for Redundant Manipulator, Using Virus Evolutionary Genetic Algorithm”, The IEEE Conf., Vol. 1, pp. 205-210, 1997.

20. Lei, L., Wang, H.J., and Wu, Q.S., “Improved Genetic Algorithm, Based on Path Planning of Mobile Robot under Unknown Environment”, The IEEE Conf., pp. 1728-1732, Luoyang, 2006.

21. Nishimura, T. and Sugawara, K., “A Motion Planning Method for a Hyper Multi-Joint Manipulator Using Genetic Algorithm”, The IEEE Conf., Vol. 4, pp.645-650, 1999.

22. Jean-Francois, P., Patrick, C., and Jean-Yves, H., “Contribution to Trajectories In Robotics” Robotics and Computer-Integrated Manuf., Vol. 14, No. 3, pp. 237-251, 1998.

23. Engeleke, R., Ulbrich, H., and Pfieffer, F., “Path Optimization for a Unilaterally Constrained Robot Arm”, ICIT- IEEE Conf., Vol. 1, pp.233-238, 2003.

24. Luo, X., Fan, X., Zhang, H., and Chen, T., “Integrated Optimization of Trajectory Planning for Robot Manipulators Based on Intensified Evolutionary Programming”, The IEEE Conf., pp. 546-551, 2004.

25. Cho, B.H., Yun, J.M., and Lee, J.M., “Time Optimal Trajectory Planning for Robot System Under Torque and Impulse Constraints”, IEEE Conf., Vol. 1, pp. 259-264, 2004.

26. Chettibi, T. and Lehtihet, H.E., “Minimum Cost Trajectory Planning for Industrial Robots”, European J. Mech., A/Solids, Vol. 23, No. 4, pp. 703-715, 2004.