بررسی پارامترهای مؤثر بر نیروی کمانش

دهنه استوانهای FML با استفاده از تئو*ر*ی FSDT

علی مظفری ^۱ و حسن جعفری^۲

دانشكده مهندسى هوافضا

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

(تاریخ دریافت: ۸۹/۳/۳ تاریخ پذیرش: ۸۹/۱۰/۱۵)

چکیدہ

در این مقاله، با استفاده از روش تئوری تغییر شکل برشی درجه اول (FSDT) و با توجه به حل عددی ردی (Reddy)، به بررسی کمانش پوستههای استوانهای از جنس FML پرداخته شده است. با توجه به گستردگی کاربرد FML و گسترش موارد استفاده از آن، دهنه استوانهای از نوع گلر(GLARE)، تحت بار محوری با تکیهگاههای ساده در نظر گرفته شده و اثر پارامترهای مختلف FML، از جمله کسر حجمی فلز (MVF)، زاویه الیاف، لایهچینیهای متفاوت و ابعاد هندسی روی نیرو و مدهای کمانش بررسی شده و بر روی نتایج بهدست آمده بحث شده است. با کاهش تعداد لایه فلز در MVF ثابت افزایش نیروی کمانش را موجب میشود. نتایج حاصل از این تحلیل به خوبی با نتایج سایر مراجع ذکر شده مطابقت دارد.

واژههای کلیدی: فلز الیاف، چندلایه، کمانش، کسر حجمی، مواد مرکب

Investigation of the Effective Parameters on Buckling Load of FML Cylindrical Panel Using FSDT Shells Theory

A. Mozaffari and H. Jafari

Aerospace Eng. Dep't.

K.N. Toosi Univ. of Tech.

(Received: 24 May 2010, Accepted: 5 Jan. 2011)

ABSTRACT

In this paper, the buckling load and buckling modes of FML panel, using first order shear deformation theory, has been studied, based on the Reddy's numerical solution. Because of various applications of FML shells, GLARE panel was considered. The effects of geometry, lay-up, and MVF were determined. Boundary conditions were simply supported and the panel was axially loaded. The results for Glare panel are presented and discussed. Reducing the number of metal layers at a constant MVF increases the Buckling load. The results from the finite element model were found to be in general agreements with the other references.

Keywords: Fiber Metal, Laminate, Buckling, MVF, Composite Materials

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): mozaffari@kntu.ac.ir

ha_jafari@yahoo.com -۲ دانشجوی کارشناسی ارشد:

عرضی را در نظر نمی گیرد ولی کرنشهای برشی عرضی را با امکان چرخش به نرمال عرضی، لحاظ می کند. الگوریتم FSDT اجرایی تر از الگوریتم CST است. به خاطر اینکه میدان جابه جایی، شامل مشتق نیست و از این رو مدل¹³ FSDT – ⁰O به شمار می رود. مدل FSDT به خاطر داشتن فرضیاتی که در CST لحاظ نشده اند، نتایج بهتری را به همراه دارد. اگرچه این روش نیاز به ضریب تصحیح¹⁴ دارد [۳]. در ادامه به حل تحلیلی دهنه با توجه به تئوری FSDT ردی¹⁴ پرداخته می شود [۴].

۳- روابط تنش- کرنش

به صورت خلاصه کرنشها بر اساس فرضیات تئوری FSDT بهصورت زیر درخواهند آمد:

- $\varepsilon_{1}^{0} = \frac{\partial u_{0}}{\partial x}, \qquad \varepsilon_{2}^{0} = \frac{\partial v}{R \partial \theta} + \frac{w}{R}, \qquad \varepsilon_{1}^{1} = \frac{\partial \phi_{1}}{\partial x},$ $\varepsilon_{2}^{1} = \frac{\partial \phi_{2}}{R \partial \theta}, \qquad \varepsilon_{6}^{0} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta},$
- $\varepsilon_4 = \frac{\partial w}{R \partial \theta} + \varphi_2 \frac{v}{R}, \qquad \varepsilon_6^1 = \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \theta}, \tag{1}$

$$\varepsilon_{5} = \frac{\partial w}{\partial x} + \varphi_{1}, \qquad \varepsilon_{1} = (\varepsilon_{1}^{0} + \zeta \varepsilon_{1}^{1}),$$
$$\varepsilon_{2} = (\varepsilon_{2}^{0} + \zeta \varepsilon_{2}^{1}), \qquad \varepsilon_{6} = (\varepsilon_{6}^{0} + \zeta \varepsilon_{6}^{1}).$$

که در آن، (v_0, v_0, v_0, w_0) جابهجاییها در نقطه ($v_1, \xi_1, \xi_2, 0$) بر روی سطح میانی پوسته و ((φ_1, φ_2)) چرخشهای عمود بر سطح صفحه میانی هستند.

روابط تنش-کرنش لایه kام چندلایه، بهصورت زیر میباشند[۵]:

$$\begin{cases} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \sigma_{4} \\ \sigma_{5} \\ \sigma_{6} \end{cases}^{(k)} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & 0 & 0 & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{21} & \overline{Q}_{22} & 0 & 0 & \overline{Q}_{26} \\ 0 & 0 & \overline{Q}_{44} & \overline{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & \overline{Q}_{45} & \overline{Q}_{55} & 0 \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & 0 & 0 & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{cases} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{4} \\ \varepsilon_{5} \\ \varepsilon_{6} \end{cases} .$$
 (Y)

۱– مقدمه

چندلایههای ساخته شده از ورقهای مختلف آلومینیوم و لایههای پلاستیک تقویت شده (FRP) را اغلب به نام FML² مه، شناسند. اساساً گسترش آنها در دانشگاه لاهه ۳ صورت پذیرفته است. FMLها مواد کامپوزیتی پیشرفتهای هستند که از ترکیب لایههای فلز با پریپرگ^[†] تشکیل گردیدهاند. این مواد، خواص خوب مواد فلزی نظیر چکش خواری، ضربه پذیری و محدوده خرابی بالا را با مزایای مواد کامیوزیتی فیبری نظیر مقاومت ویژه بالا، سختی ویژه بالا، خوردگی مناسب و تحمل خستگی بالا را با هم ترکیب می سازد. پیچیدگی طراحی سازههای هواپیما باعث گردیده که توجه ویژهای به استفاده از كامپوزیتهای پیشرفتهتر صورت گیرد. پوستههای استوانهای كاميوزيتى FML بەدلىل قابلىتھاى سازەاى ويژە، جهت استفاده در صنایع مختلف نظیر اتومبیل سازی، هواپیماسازی و سیستمهای فضایی بسیار مورد توجهاند. انواع مختلف FMLها شامل GLARE⁶ ،ARALL⁵، GLARE⁶ ، TiGr¹⁰ ،HTCL⁹ مے باشند [۲–۱].

۲- تئوری پوستەھا

تئوری پوستهها به صورت کلی به سه دسته تقسیم بندی می شود که عبارت است از تئوری کلاسیک، تئوری تغییر شکل برشی درجه اول و تئوری های درجات بالاتر. برای هر یک از این تئوری ها، گونه های تغییر شکل یافته متفاوتی وجود دارد که برای هدف و منظور خاصی ابداع گردیده اند.

تئوری FSDT¹¹، تئوری گسترش یافته CST¹² است و در آن اثرات کرنشهای عرضی که در CST حذف گردیده بودند را در نظر میگیرد. همچنین همانند CST اثر کرنشهای

- 1- Fiber Reinforced Plastic
- 2 -Fiber Metal Laminate
- 3 -Delft University
- 4 -Prepreg
- 5 -Arral Reinforced Aluminum Laminate
- 6 -Glass Reinforced Aluminum Laminate
- 7 -Carbon Reinforced Aluminum Laminate
- 8 Titanium Carbon Reinforced Aluminum Laminate
- 9 -Hybrid Titanium Composite Laminate
- 10 Titanium Graphite Hybrid Laminate 11 - First-order Shear Deformation Theory

۱۳- میدان جابجایی شامل مشتقات جابجایی نمی باشد.

^{14 -} Shear Correction Factor

^{15 -}Reddy

^{12 -}Classic Shell Theory

۶- معادلات حاکم در تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول (FSDT)

با استفاده از اصل کار مجازی می توان به معادلات حاکم تئوری لایه های اور تو تروپیک^۳ پوسته ها با استفاده از رابطه زیر دست یافت:

$$(\delta U - \delta V) = 0. \tag{Y}$$

که در آن، \mathcal{D} انرژی کرنشی مجازی، \mathcal{D} انرژی پتانسیل مجازی، \mathcal{D} انرژی پتانسیل مجازی به خاطر بارهای اعمال شده می باشند. جهت نوشتن عبارتهایی برای انرژیهای مجازی، سطح میانی را با علامت Ω و مرز آن را با Γ نمایش می دهیم که در آن $\Gamma_{1\alpha}$ نمایانگر سطح عمود بر مختصات α است (علامت دایره بر روی انتگرال نشانگر آن است که شامل تمامی مرزهای پوسته می شود) با این توضیح روابط زیر برقرار است [۶]:

$$\begin{split} SU &= \int_{V} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dv = \int_{V} \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} A_1 A_2 d\xi_1 d\xi_2 d\zeta \\ &= \int_{\Omega} \Big[N_{11} \delta \varepsilon_1^0 + M_{11} \delta \varepsilon_1^1 + N_{22} \delta \varepsilon_2^0 + M_{22} \delta \varepsilon_2^1 + N_{12} \delta \varepsilon_1^0 + \\ M_{12} \delta \omega_1^1 + N_{12} \delta \omega_2^0 + M_{12} \delta \omega_2^1 + Q_2 \delta \varepsilon_4^0 + \\ Q_1 \delta \varepsilon_5^0 \Big] a_1 a_2 d\xi_1 d\xi_2 , \end{split}$$

2-Stiffness Matrix

۴- نیروهای وارد بر المان شکل **۱** نیروهای وارده بر المان دهنه (ا نشان میدهد. این نیروها به صورت زیر خواهند بود: $\begin{bmatrix} N_{11} \\ 0 \end{bmatrix}_{n/2}^{n} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ 0 \end{bmatrix}_{n/2}^{n}$

$$\begin{bmatrix} N_{22} \\ N_6 \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{m^2} \begin{cases} \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{cases} d\zeta,$$

$$\begin{bmatrix} M_{11} \\ M_{22} \\ M_6 \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{cases} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{cases} \zeta d\zeta.$$
(Y)



شکل (۱): نیروهای وارد بر المان دهنه.

نیروهای برشی Q_1 و Q_2 از رابطه زیر حاصل می شود: $\int Q_1 \Big|_{Z_1} = K \int_{-K_1}^{h/2} \int \sigma_5(1 + \frac{\zeta}{R_2}) \Big|_{Z_2} dx$

$$\begin{cases} \mathcal{Q}_1 \\ \mathcal{Q}_2 \end{cases} = K_s \int_{-h/2} \left\{ \sigma_4 \left(1 + \frac{\zeta}{R_1} \right) \right\} d\zeta. \tag{(f)}$$

به جهت اینکه نیروی برشی محاسبه شده از روش FSDT با نیروی برشی به دست آمده از روابط تعادل تنش که FSDT تنشهای برشی در آن لحاظ شده برابر باشد از ضریب تصحیح برش تصحیح برش استفاده می گردد[8]. K_s ضریب تصحیح برش می باشد که مقدار آن برابر $\frac{\pi^2}{12}$ در نظر گرفته می شود [۷].

³⁻Orthotropic

^{1 -}Panel

$$\begin{split} & \frac{-1}{2R^2} \left[B_{16} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + B_{66} \frac{1}{R} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right], \\ & L_{12} = A_{16} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left[\frac{A_{66}}{R} + \frac{A_{12}}{R} \right] \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + \frac{A_{26}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \\ & \frac{-1}{2R^2} \left[\frac{B_{26}}{R} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + B_{66} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} \right], \\ & L_{13} = B_{11} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{2}{R} B_{16} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + \frac{B_{66}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \\ & \frac{-1}{2R^2} \left[D_{16} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + D_{66} \frac{1}{R} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right], \\ & L_{14} = B_{16} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{R} (B_{12} + B_{66}) \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + \frac{B_{26}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \\ & \frac{-1}{2R^2} \left[\frac{D_{26}}{R} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + D_{66} \frac{\partial}{\partial x \partial \theta} \right], \\ & L_{15} = \frac{A_{12}}{R} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{A_{26}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - \frac{1}{2R^2} \left[B_{26} \frac{\partial}{R \partial \theta} \right], \\ & L_{15} = \frac{A_{12}}{R} \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{1}{R} (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + \frac{A_{26}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \\ & + \frac{1}{2R} \left[B_{16} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + B_{66} \times \frac{1}{R} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} \right], \\ & L_{22} = A_{66} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{2A_{26}}{R} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + \frac{A_{22}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \\ & - K_s \frac{A_{44}}{R^2} + \frac{1}{2R} \left[B_{26} \frac{1}{R} \frac{\partial^2}{\partial \theta \partial x} + B_{66} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right], \\ & L_{24} = B_{16} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{2B_{26}}{R} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + \frac{B_{22}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \\ & + \frac{K_s A_{45}}{R} + \frac{1}{2R} \left[D_{16} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + D_{66} \frac{1}{R} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} \right], \\ & L_{24} = B_{66} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{2B_{26}}{R} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + \frac{B_{22}}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ & + \frac{K_s A_{44}}{R} + \frac{1}{2R} \left[\frac{D_{26}}{R} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + B_{22} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right], \end{aligned}$$

$$L_{25} = \frac{\partial \left(\frac{A_{26}}{R} + \frac{K_{5}A_{45}}{R}\right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(\frac{A_{22}}{R^{2}} + \frac{K_{5}A_{44}}{R^{2}}\right)}{\partial \theta} + \frac{\left\lfloor \frac{B_{26}}{R} \frac{\partial}{\partial x} \right\rfloor}{2R},$$
$$L_{31} = B_{11}\frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} + \frac{2B_{16}}{R}\frac{\partial^{2}}{\partial x \partial \theta} + \frac{B_{66}}{R^{2}}\frac{\partial^{2}}{\partial \theta^{2}},$$

$$\begin{split} \delta V &= \int_{\Omega} \Big[\hat{N}_{11} \frac{\partial w_0}{\partial \xi_1} \frac{\partial S w_0}{\partial \xi_1} d\xi_1 d\xi_2 + \\ & \oint_{\Gamma_2} (\hat{N}_{11} S u_0 + \hat{M}_{11} S \varphi_1 + \hat{N}_{12} \delta v_0 + \hat{M}_{12} \delta \varphi_2 + \hat{Q}_1 \delta w_0) a_2 d\xi_2 + \\ & \oint_{\Gamma_2} (\hat{N}_{22} S v_0 + \hat{M}_{22} S \varphi_2 + \hat{N}_{21} \delta u_0 + \hat{M}_{21} \delta \varphi_1 + \hat{Q}_2 \delta w_0) a_1 d\xi_1 . \\ & \delta v_1 (\hat{N}_{22} S v_0 + \hat{M}_{22} S \varphi_2 + \hat{N}_{21} \delta u_0 + \hat{M}_{21} \delta \varphi_1 + \hat{Q}_2 \delta w_0) a_1 d\xi_1 . \\ & \delta v_2 (\hat{N}_{11} \delta v_0 + \hat{M}_{12} \delta \varphi_2 + \hat{N}_{21} \delta u_0 + \hat{M}_{21} \delta \varphi_1 + \hat{Q}_2 \delta w_0) a_1 d\xi_1 . \\ & \delta v_1 (\hat{N}_{12} \delta v_0 + \hat{M}_{12} \delta \varphi_2 + \hat{N}_{21} \delta u_0 + \hat{M}_{21} \delta \varphi_1 + \hat{Q}_2 \delta w_0) a_1 d\xi_1 . \\ & \delta v_1 (\hat{N}_{12} \delta v_0 + \hat{M}_{12} \delta \varphi_2 + \hat{N}_{21} \delta u_0 + \hat{M}_{21} \delta \varphi_1 + \hat{Q}_2 \delta w_0) a_1 d\xi_1 . \\ & \delta v_1 (\hat{N}_{12} \delta v_0 + \hat{M}_{12} \delta \varphi_2 + \hat{N}_{21} \delta u_0 + \hat{M}_{21} \delta \varphi_1 + \hat{Q}_2 \delta w_0) a_1 d\xi_1 . \\ & \delta v_1 (\hat{N}_{12} \delta v_0 + \hat{M}_{12} \delta \varphi_2 + \hat{N}_{21} \delta u_0 + \hat{M}_{21} \delta \varphi_1 + \hat{Q}_2 \delta w_0) a_1 d\xi_1 . \\ & \delta v_1 (\hat{N}_{12} \delta v_0 + \hat{M}_{12} \delta \varphi_2 + \hat{N}_{21} \delta u_0 + \hat{M}_{21} \delta \varphi_1 + \hat{Q}_2 \delta w_0) a_1 d\xi_1 . \\ & \delta v_1 (\hat{N}_{12} \delta v_0 + \hat{N}_{12} \delta \varphi_1 + \hat{N}_{12} \delta$$

۷- معادلات تعادل ساده شده استوانه [۴]

معادلات تعادل ساده شده استوانه با توجه به فرضهای ذکر شده در تئوری تغییر شکل برشی درجه اول به شکل زیر خواهد بود.

$$\begin{split} \frac{\partial N_x}{\partial x} &+ \frac{\partial}{R\partial \theta} (N_{x\theta} + \frac{-1}{2R} M_{x\theta}) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial x} (N_{x\theta} + \frac{1}{2R} M_{x\theta}) + \frac{\partial N_{\theta}}{R\partial \theta} + \frac{Q_{\theta}}{R} = 0, \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} &+ \frac{\partial Q_{x\theta}}{R\partial \theta} - \frac{N_{\theta}}{R} - \hat{N} \frac{\partial^2 w_{\theta}}{\partial x^2} = 0, \\ \frac{\partial M_x}{\partial x} &+ \frac{\partial M_{\theta \theta}}{R\partial \theta} - Q_x = 0, \\ \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x} &+ \frac{\partial M_{\theta}}{R\partial \theta} - Q_{\theta} = 0. \end{split}$$
(9)

در معادله فوق، ماتریس جابهجایی {
$$\Delta$$
} برابر است با:
 $\{\Delta\} = \{u_0 \ v_0 \ w_0 \ \phi_1 \ \phi_0\}^T.$ (۱۱)

و ضرایب خطی اپراتور L ماتریس مشتقات (اپراتور) نسبت به بردار جابهجایی {Δ} برای تئوری FSDT به صورت زیر است: $L_{11} = A_{11} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + A_{16} \times \frac{2}{R} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{R^2} A_{66} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} +$

at $\theta=0, \alpha$

۱۰- حل عددی در چندلایههای Cross-ply که در آنheta = 0یا heta = 9میباشد برخی روابط به صورت زیر ضریب صفر دارند:

$$\Rightarrow \overline{Q}_{45} = 0 \quad \Rightarrow A_{45} = \sum_{K=0}^{N} \mathcal{Q}_{45}^{(K)} (\xi_{k+1} - \xi_k) = 0,$$

$$\overline{Q}_{16} = \overline{Q}_{26} = 0, \qquad (1\%)$$

$$A_{16} = A_{26} = B_{16} = B_{26} = D_{16} = D_{26} = 0.$$

It is a set of the set of th

با توجه به شرایط مرزی توابع جابهجایی برای دهنه با تکیهگاههای ساده بهصورت زیر خواهند بود[۸]:

$$u = \sum \sum A_{mn} \sin \frac{n\pi\theta}{\varphi} \cos \frac{m\pi x}{\ell},$$

$$v = \sum \sum B_{mn} \cos \frac{n\pi\theta}{\varphi} \sin \frac{m\pi x}{\ell},$$

$$w = \sum \sum C_{mn} \sin \frac{n\pi\theta}{\varphi} \sin \frac{m\pi x}{\ell},$$

$$\varphi_1 = \sum \sum D_{mn} \sin \frac{n\pi\theta}{\varphi} \cos \frac{m\pi x}{\ell},$$

$$\varphi_2 = \sum \sum E_{mn} \cos \frac{n\pi\theta}{\varphi} \sin \frac{m\pi x}{\ell},$$

$$\beta = \frac{n\pi}{\varphi}, \qquad a = \frac{m\pi}{l}.$$

(10)

که در آن، φ زاویه دهنه، n تعداد نیم موجها در راستای محیطی، m تعداد نیم موجها در راستای طولی و l طول دهنه می اشد. ملاحظه می شود که توابع φ_1 ، w ، v ، u و φ_2 در شرایط مرزی یاد شده صدق می کنند.

جهت حل با توجه به توابع جابهجایی رابطه (۱۵) و جای گذاری در رابطه زیر استفاده می شود:

$$\{L\}\{\Delta\} = 0. \tag{19}$$

$$\begin{split} L_{32} &= B_{16} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{(B_{66} + B_{12})}{R} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + \frac{K_s A_{45}}{R} + \frac{B_{26}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}, \\ L_{33} &= D_{11} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{2D_{16}}{R} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + \frac{D_{66}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - K_s A_{55}, \\ L_{34} &= D_{16} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left(\frac{D_{66}}{R} + \frac{D_{12}}{R}\right) \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + \frac{D_{26}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - K_s A_{45}, \\ L_{35} &= \left(\frac{B_{12}}{R} - K_s A_{55}\right) \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{R} \left(\frac{B_{26}}{R} - K_s A_{45}\right) \frac{\partial}{\partial \theta}, \\ L_{41} &= B_{16} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{R} (B_{66} + B_{12}) \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + \frac{B_{26}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}, \\ L_{42} &= B_{66} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{2B_{26}}{R} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + \frac{B_{22}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + K_s \frac{A_{44}}{R}, \\ L_{43} &= D_{16} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left(\frac{2D_{26}}{R}\right) \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + \frac{B_{26}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - K_s A_{45}, \\ L_{44} &= B_{66} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{2B_{26}}{R} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + \frac{B_{26}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - K_s A_{45}, \\ L_{44} &= D_{66} \times \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left(\frac{2D_{26}}{R}\right) \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} - K_s A_{44} + \frac{D_{22}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}, \\ L_{51} &= \left(\frac{K_s A_{45}}{R} - \frac{A_{26}}{R}\right) \frac{\partial}{\partial x} + \left(\frac{B_{22}}{R^2} - \frac{K_s A_{44}}{R}\right) \frac{\partial}{\partial \theta}, \\ L_{52} &= \left(-\frac{K_s A_{45}}{R} - \frac{A_{26}}{R}\right) \frac{\partial}{\partial x} + \left(\frac{K_s A_{45}}{R} - \frac{1}{R^2} B_{26}\right) \frac{\partial}{\partial \theta}, \\ L_{53} &= \left(K_s A_{45} - \frac{1}{R} B_{26}\right) \frac{\partial}{\partial x} + \left(\frac{K_s A_{45}}{R} - \frac{1}{R^2} B_{26}\right) \frac{\partial}{\partial \theta}, \\ L_{54} &= \left(K_s A_{45} - \frac{1}{R} B_{26}\right) \frac{\partial}{\partial x} + \left(\frac{K_s A_{45}}{R} - \frac{1}{R^2} B_{26}\right) \frac{\partial}{\partial \theta}, \\ L_{55} &= K_s A_{55} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \hat{N} \frac{\partial}{\partial x^2} + \left(2\frac{k_s A_{45}}{R}\right) \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + \frac{k_{52}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + \frac{k_{52}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + \frac{k_{53}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + \frac{k_{53}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta}, \\ L_{55} &= K_s A_{55} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \hat{N} \frac{\partial}{\partial x^2} + \left(2\frac{k_s A_{45}}{R}\right) \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + \frac{k_{53}}{R^2} \frac{\partial}{\partial x^2} - \frac{k_{53}}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{k_{53}}$$

۹- شرایط مرزی دهنه با تکیهگاه ساده

شرایط مرزی تکیهگاههای دهنه به صورت تکیهگاه ساده^۱ در نظر گرفته می شود. این شرایط با رابطه (۱۳) بیان شده است[۶].

$$u = w = N_2 = M_2 = \phi_1 = 0, \tag{17}$$

www.SID.ir

2-Navier

¹⁻Simply Support

GLARE2A 2/1, 0.3/0.127/0.127/0.3 mm,

نوع گلر انتخابي GLARE 2A 2/1 0.3 ميباشد. نوع المان

انتخابی با توجه به اینکه تحلیل کمانش مد نظر است و همچنین با توجه به اینکه از المان SHELL جهت تحلیل

كامپوزيت استفاده شده، از المان S4R [۱۰] استفاده مي شود.

کمترین نیروی کمانش در مد n=1 و m=17 حاصل می شود. مقایسه نتایج تحلیل حاضر با ABAQUS (جدول ۲) بیانگر

مقدار حدود ۱٬۸۸ درصد خطاست. از مقایسه نتایج تحلیل حاضر که با استفاده از روش حل FSDT و CST بهدست

آمدهاند، با نتایج ABAQUS می توان دریافت که نتایج

= -1.0), Layer = 1

قابل قبول و دقیق می باشد.

L=R=1m, α =30°

معادله فوق یک معادله مقدار ویژه است که از جوابهای غیربدیهی آن مقدار نیروی کمانش بهدست خواهد آمد.

۱۱- مقابسه نتابج

به دو روش نتایج حل دهنه با در نظر گرفتن MVF¹ اعتبارسنجی میشود. در روش اول نیروی کمانش در MVF=1 (فلز) با نتایج بهدست آمده از تحلیل تئوری FSDT مقایسه میشود. در روش دوم، دهنه با ابعاد معین در نرمافزار ABAQUS 6.8.1 مدل میگردد. چگونگی مدلسازی و مراحل آن در ادامه آمده است.

MVF=1 - حالت MVF=1

جهت مقایسه حل تحلیلی در MVF=1 با سایر مراجع مى توان از نتايج مرجع[٩] بهره جست. با مقايسه نتايج حل همان طور که در جدول ۱ مشاهده می شود، جواب های تحلیل یوسته فلزی، در محدوده قابل قبولی قرار دارند. شرایط مرزی به صورت دوسرساده بوده و سایر مشخصات به صورت زیر است:

 $L = 12.70 \text{ Cm}, \alpha = 15^{\circ}, R = 50.8 \text{ Cm}, t = 0.2 \text{ Cm},$ E = 179.27 GPa, v = 0.3.

.MVF=1

درصد خطا	مد کمانش		نیروی کمانش	lə
%	m	n	(KN/m)	<i>CE CESS</i>
2.42	2	1	858.66	تئوری FSDT
			880.0	روش حل مرجع [9]

ABAQUS مقايسه نتايج با نتايج مدلسازى ABAQUS

مشخصات پوسته جهت مدلسازی به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

جدول(۲): مقایسه نتایج تحلیل حاضر با نتایج بهدست آمده از تحليل ABAQUS.

Step: Step-1 Mode 1: EigenValue = 27366. Primary Var. S, Mises Deformed Var. U Deformation Scale Factor: +1.000e-t

شکل(۲): مد کمانش اول.

درصد خطا	مد کمانش		نيروى	
%	m	n	کمانش (KN/m)	روش حل
1.63	16	3	27813	تئوری FSDT
	17	1	27366	تحليل ABAQUS

www.SID.ir

جدول(۱): مقایسه نتایج حل دهنه با مرجع[۹] در حالت

¹⁻Metal Volume Fraction

۱۲- بررسی اثر پارامترهای مختلف FML بر نیروی کمانش دهنه

با توجه به تحلیل انجام شده جهت بررسی تغییر پارامترهای مختلف FML بر نیروی کمانش، کد نرمافزاری تهیه شده و با استفاده از آن به بررسی اثر پارامترهایی نظیر کسر حجمی فلز، زاویه الیاف، لایهچینیهای متفاوت و ابعاد هندسی روی نیرو و مدهای کمانش پرداخته شده است.

۱۲-۱۲ اثر زاویه الیاف در لایه چینی خاص

نیروی کمانش GLARE 4A بیشتر از GLARE 5 است ولی در MVFهای بالاتر، نیروی کمانش GLARE 5 بیشتر میشود. هر چه قدر عدد MVF بیشتر شود، اختلاف بین لایهچینیهای مختلف کمتر می شود (شکل ۳).



۲-۱۲ اثر لایه چینی^۱ در زاویه الیاف خاص

به منظور بررسی اثر لایهچینیهای مختلف، نیروی کمانش برای لایهچینیهای متفاوت در یک نوع گلر خاص، با تغییر تعداد لایههای آن بررسی میشود. در MVF بیشتر از 0.1 لایهچینی 2/1 بهتر از 2/3 و 4/3 قابلیت تحمل نیروی کمانش را داشته و در MVFهای کمتر، عکس این حالت وجود دارد. در ever هم گرا میشود. در MVF نیز به یک عدد خاص هم گرا میشود (شکل **۴**).

۱۲-۳- اثر شعاع دهنه برروی نیروی کمانش

با افزایش شعاع، نیروی کمانش به صورت معکوس کاهش یافته و در شعاعهای بالاتر، نیروی کمانش تأثیرپذیری کمتری از شعاع دارد (شکل **۵**).



شکل(۵): نیروی کمانش بر حسب شعاع برای لایهچینیهای مختلف با ثابت نگاه داشتن ضخامت ، طول ، L=1m و L=1m .

۱۲-۴-۱۲ اثر طول دهنه برروی نیروی کمانش

اثر تغییر طولهای مختلف در ضخامت ثابت و MVF ثابت بررسی می شود. با بررسی بیشتر مشخص می گردد که هر چه طول دهنه کمتر باشد، نیروی کمانش، کمتر است (شکل ۶) در طول L=7m ،جهش ناگهانی در نمودار بهوجود می آید و بعد از آن، نیروی کمانش تقریباً ثابت باقی می ماند. از این رو

1-Lay-up

جهت طراحی در شعاع مورد نظر باید طول را به گونهای انتخاب نمود که در محدوده بعد از جهش یاد شده قرار گیرد.



شکل(۶): نیروی کمانش برحسب طول برای لایهچینی GLARE 3 4/3 مختلف با ثابت نگاه داشتن ضخامت و طول h=3mm .

۵−۱۲ تغییرات مد کمانش (m) با تغییر شعاع

در شکل ۷ اثر شعاع، بر مد کمانش طولی برای لایهچینی در MVF ثابت بررسی شده است. در این نمودار در حالت کلی همواره روند کاهش تعداد نیمموجهای طولی وجود دارد. در طولهای بیشتر، تعداد نیمموجهای طولی به 1=m کاهش می یابد (به جز در مورد 2A Glare 2A می انجامد).



۲۱–۹– تغییرات مد کمانش (n) با تغییر شعاع در شکل ۸ اثر شعاع بر مد کمانش محیطی برای لایهچینیهای مختلف با ابعاد صورت R=L=1m و α=30°, لایهچینیهای مختلف با ابعاد صورت R=L=1m و α=30°, ایه ابعاد مورت MVF و در این h=1.9 mm نمودار در حالت کلی همواره روند افزایش تعداد نیم موجهای طولی وجود دارد.



شکل(۸): نمودار مد کمانش (n) برحسب شعاع برای لایهچینی Glare 3، R=L=1, α=30°،

n) -۱۲ تغییرات مد کمانش (n) با تغییر طول

در شکل ۹ می توان مشاهده نمود که در L=17m در کلیه حالتها بعد از روند کاهشی، تعداد نیم موجهای محیطی به n=1 ختم می شود. در مورد Glare 3 و Glare 5 نتایج کاملاً یکسان است.



شكل(۹): مد كمانش (n) بر حسب طول براى لايه چينى h=1.9mm و α=30°، R=L=1،Glare 3 ، Glare 5.

۸-۱۲ تغییرات مد کمانش (m) با تغییر طول

مشاهده تغییرات مد کمانش بر اساس طول پنل نشان میدهد که روند مد کمانش(m) با زیاد شدن طول پنل، افزایشی است. با مقایسه نمودارهای شکلهای ۱۰–۹ مشخص است در مواقعی که تغییری در مد کمانش (n) وجود ندارد، مد کمانش (m) افزایش مییابد.



شکل(۱۰): مد کمانش (m) برحسب طول برای لایهچینی h=1.9mm وα=30°،R=L=1. Glare 3.

۱۲-۹- تغییرات نیروی کمانش با زاویه دهنه

با تغییر زاویه دهنه، در نیروی کمانش کاهش ناگهانی بهوجود خواهد آمد. در زاویه بیشتر از [°]5، تغییرات قابل ملاحظه نخواهد بود. بعد از زاویه یاد شده در برخی زوایای خاص قلههای نیرویی وجود دارد که در آنها نیروی کمانش بیشینه است (شکل **۱۱**).



۱۳- نتیجهگیری

با توجه به نمودارهای بهدست آمده از تحلیل نرم افزاری نتایج زیر بهدست می آید: ۱- با بررسی تغییر نیروی کمانش بر حسب تعداد لایه فلز، مشخص می گردد که با افزایش تعداد لایه دهنه در ضخامت ثابت، MVF افزایش یافته و از طرفی نیروی کمانش نیز زیاد می شود،

۲- در MVF ثابت و در یک ضخامت ثابت، GLARE 5 از
 GLARE 4 و GLARE 3 قابلیت تحمل نیروی کمانش
 بهتری دارد،

۳- در MVF=1 و در یک ضخامت ثابت، کلیه نمودارهای دهنه و استوانه به یک عدد ختم می شوند،

۴- در دهنه در MVF ثابت و در ضخامت ثابت، هرچه تعداد لایه فلز کمتر باشد، تحمل نیروی کمانش آن بهتر است،

۵- با افزایش شعاع دهنه، نیروی کمانش شبیه به حالت استوانه کاهش یافته و با افزایش طول دهنه نیروی کمانش ابتدا افزایش یافته سپس بدون تغییر، باقی میماند،

۶- با افزایش شعاع دهنه، مد کمانش محیطی افزایش و مد کمانش طولی کاهش مییابد. با افزایش طول دهنه، مد کمانش محیطی کاهش مییابد و

۷- افزایش زاویه دهنه، کاهش ناگهانی نیروی کمانش را به همراه داشته و بعد از آن، تغییرات نیرو با طول، به صورت سینوسی خواهد بود.

مراجع:

- 1. Klenner J. and Keller K., "New Material and Processes for Commercial Aircraft", ECNDT European Conf. on None-destructive Testing, Spain, 2002.
- 2. Vlot A. and Gunnink J.W., "Fiber Metal Laminates", Kluwer Academic Publishers, Boston, 2001.
- Jensen, L. R., Rauhe, J. C., and Stegmann, J., "Finite Elements for Geometric Non-linear Analysis of Composite Laminates and Sandwich Structures", M.Sc. Thesis, Revised Ed., Institute of Mech. Eng. Aalborg Uni., 2002.

- 4. Reddy J.N., "Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis", CRC PRESS, 2004.
- معفری، ع.ا و فخاری گلپایگانی، ا. "بررسی کمانش و ارتعاشات پوستههای استوانهای کامپوزیتی چندلایه، تحت بار محوری و شعاعی"، ششمین کنفرانس سراسری انجمن هوافضای ایران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، اسفند ۱۳۸۵.
- 6. Reddy, J.N. "Energy Principal and Variation Methods in Applied Mechanics", John Wiley and Sons, 2002.
- Civalek, O., "Free Vibration Analysis of Symmetrically Laminated Composite Plates with First-order Shear Deformation Theory by Discrete Singular Convolution Method", Finite Elements in Analysis and Design J., Vol. 44, No., pp.725–731, 2008.
- Singh, B.N., Yadav, D., and Iyengar, N.G.R., "Initial Buckling of Composite Cylindrical Panel with Random Material Properties", Composite and Structure, Vol. 53, No., pp.55-64, 2001.
- Kassegne, S.K. "Layer Wise Theory for Discretely Stiffened Laminated Cylindrical Shells", Virginia Univ. Pub., Blacksburg, 1992.
- 10. ABAQUS Theory Manual, Version 6.8.