

# بهینه‌سازی برنامه‌ریزی مسیر حرکت یک ربات کروی متحرک با استفاده از الگوریتم ژنتیک

داود نادری<sup>۱</sup> و محمود رضا عزیزی<sup>۲</sup>

دانشکده مهندسی

دانشگاه بوعلی سینا، همدان

(تاریخ دریافت: ۸۸/۰۶/۲۳؛ تاریخ پذیرش: ۹۰/۰۱/۳۰)

## چکیده

در این مقاله، مدل‌سازی دینامیکی و برنامه‌ریزی مسیر حرکت بهینه یک ربات کروی مورد بررسی قرار گرفته است. ربات کروی گونه‌ای از ربات‌های متحرک است که بیشتر برای کاوش در مناطق ناشناخته استفاده می‌شود. ربات کروی مورد مطالعه، پنج درجه آزادی داشته و مکانیزم محرک آن یک پاندول دو درجه آزادی است که توسط دو موتور حرکت می‌کند. این ربات یک سیستم غیرهولونومیک و غیرخطی می‌باشد. در این مقاله، ابتدا سینماتیک ربات تحلیل شده و پس از آن معادلات حرکت آن با استفاده از روش کین استخراج شده است. برای برنامه‌ریزی مسیر، حل دینامیک معکوس ربات در حرکت روی خط راست و حرکت روی مسیر دایره‌ای انجام شده و از یک روش جدید تکراری با استفاده از الگوریتم ژنتیک برای طراحی مسیر در حرکت روی مسیر استفاده شده است. در انتها، مسیر حرکت بهینه برای دستیابی به مصرفی و زمان حرکت کمینه با استفاده از یک الگوریتم ژنتیک چند هدفه بدست آمده است. نتایج حاصل از به‌کارگیری این روش با دقت بالایی بر نتایج حاصل از شبیه‌سازی کامپیوتری منطبق است.

**واژه‌های کلیدی:** ربات کروی، دینامیک کین، برنامه‌ریزی مسیر، دینامیک معکوس، الگوریتم ژنتیک چند هدفه

## Path Planning Optimization of a Spherical Mobile Robot, via Genetic Algorithm

D. Naderi and M.R. Azizi

Eng. Dept.  
Bu Ali Sina Univ.

(Received: Sept. 14, 2009; Accepted: Apr. 19, 2011)

### ABSTRACT

This paper deals with dynamic modeling and path planning of a spherical mobile robot. Spherical robot is the prototype of mobile robot used in unknown environments. In this paper, it has five degrees of freedom such that its driver mechanism is 2DOF pendulum moved with two motors. This spherical robot is a non-holonomic and non-linear system. First, the kinematic of the spherical robot is analyzed and next its equations of motion are derived, using the Kane method. For path planning, inverse dynamic of the robot on straight and on circular trajectories are solved. For this, new iterative method, using genetic algorithm for path planning in motion on circular path is used. Finally, the optimal path for achieving minimum power and time of motion are obtained, using multi-objective genetic algorithm. Good agreements were observed between the results of this method and previous computer simulations.

**Keywords:** Spherical Robot, Kane Dynamic, Path Planning, Inverse Dynamic, Multi-objective Genetic Algorithm

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): d\_naderi@basu.ac.ir

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد: mhr\_azizi@yahoo.com

## ۱- مقدمه

در سال‌های اخیر استفاده از ربات‌های متحرک برای دسترسی به فضای کاری بزرگ‌تر و قابلیت‌های حرکتی بیشتر افزایش یافته است. از این رو مکانیزم‌های متعددی برای تولید حرکت در ربات‌ها طراحی و ابداع شده است. استفاده از چرخ، پا و حتی ترکیب چرخ و پا از جمله مکانیزم‌های محرکی است که برای تولید لوکوموشن<sup>۱</sup> بهتر و قابلیت مانور بالاتر در مراکز تحقیقاتی مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. مشکل اساسی در به‌کارگیری مکانیزم‌های فوق امکان ناپایداری و واژگونی در حین حرکت است. این مسئله در هنگام استفاده از ربات‌های متحرک در تحقیقات فضایی و فعالیت‌های نظامی بیشتر اهمیت می‌یابد. ربات کروی، ربات متحرکی است که از یک پوسته کروی و یک مکانیزم محرک داخلی تشکیل شده است. مکانیزم محرک باعث غلتش پوسته کروی روی سطح شده و آن را حرکت می‌دهد. از آنجا که یک پوسته کروی غلتان هرگز واژگون نمی‌شود، این مشکل در ربات کروی برطرف شده است. همچنین، پوسته کروی فضای مناسبی برای قرار گرفتن اجزای داخلی فراهم کرده و می‌تواند به عنوان یک محافظ خوب برای محافظت از اجزای داخلی عمل کند. از این رو این ربات اغلب در تحقیقات فضایی و کاوش در مناطق نظامی و ناشناخته استفاده می‌شود. مکانیزم محرک در ربات‌های کروی به دو دسته تقسیم می‌شوند: ۱- مکانیزم‌هایی که بر اساس اصل پایداری مومنتم زاویه‌ای باعث حرکت پوسته کروی می‌شوند. ۲- مکانیزم‌هایی که با تغییر مرکز جرم ربات حرکت را ایجاد می‌کنند [۱]. تحقیقات گذشته در رابطه با ربات‌های کروی، اغلب بر ابداع مکانیزم‌های محرک جدید برای تولید لوکوموشن ساده‌تر متمرکز بوده است.

بیکچی<sup>۲</sup> و همکارانش از یک ارابه با دو چرخ به عنوان مکانیزم محرک برای حرکت دادن پوسته کروی استفاده کردند و مدل سینماتیکی را در حالت شبه استاتیکی و مدل دینامیکی را در حرکت روی خط راست به دست آوردند [۲]. هالم<sup>۳</sup> در سال ۱۹۹۶، از یک چرخ برای حرکت دادن جرم خارج از مرکز درون پوسته کروی استفاده کرد [۳]. باتاچاریا<sup>۴</sup> و

همکارانش در سال ۲۰۰۰ یک ربات کروی کاملاً متقارن را ابداع کردند. روتورهای نصب شده در پوسته کروی متقارن بوده و با استفاده از اصل پایداری مومنتم زاویه‌ای ربات را به حرکت در می‌آورد [۴]. جوادی و مجابی در سال ۲۰۰۳ مکانیزم محرک دیگری را برای ربات کروی توسعه دادند. مکانیزم محرک این ربات از ۴ لغزنده خارج از مرکز تشکیل شده است که درون پوسته کروی قرار گرفته است. معادلات حرکت این ربات کروی در مرجع [۵] با فرض شبه استاتیک بودن مکانیزم محرک به دست آمده و برای حرکت روی خط راست حل شده است. ژان<sup>۵</sup> و همکارانش در سال ۲۰۰۶ ربات کروی را مورد بررسی قرار دادند که مکانیزم محرک آن یک پاندول دو درجه آزادی بود. معادلات حرکت این ربات با استفاده از معادلات بولتزمن و با فرض شبه استاتیک بودن پاندول به دست آمده و برای حرکت روی مسیر دایره‌ای حل شده است [۶]. یومینگ<sup>۶</sup> در سال ۲۰۰۶ مکانیزم محرک ارائه شده در مرجع [۶] را به دو مکانیزم ساده‌تر تبدیل کرده است [۷]. در این مرجع مکانیزم حرکت رو به جلو و مکانیزم تغییر جهت از هم جدا شده است. جدا شدن حرکت رو به جلو و تغییر جهت، قابلیت‌های حرکتی ربات را به طور چشمگیری کاهش داده است. مقداری و همکارانش در سال ۲۰۰۶ نیز ربات معرفی شده در [۶] را بررسی کرده و معادلات حرکت آن را در حالت شبه استاتیکی به دست آوردند [۸]. فرضیات شبه استاتیکی در این مرجع با فرضیات مرجع [۶] برای ساده‌سازی معادلات حرکت متفاوت بوده و از ثابت فرض کردن پاندول و پوسته کروی در دو مرحله به دست آمده است. معادلات ساده شده حرکت در مرجع [۸] نیز برای حرکت روی مسیر دایره‌ای حل شده است.

در سال‌های اخیر تحقیقات در رابطه با ربات‌های کروی وسعت بیشتری یافته است. در مرجع [۹] یک ربات کروی با یک پاندول در نظر گرفته شده و معادلات حرکت ربات در حالت ساده شده حول نقطه تعادل ربات خطی شده است و با طراحی یک کنترل‌گر برای تعقیب مسیر مستقیم حرکت ربات، کنترل شده است. وی ژانگ<sup>۷</sup> و همکارانش [۱۰] یک

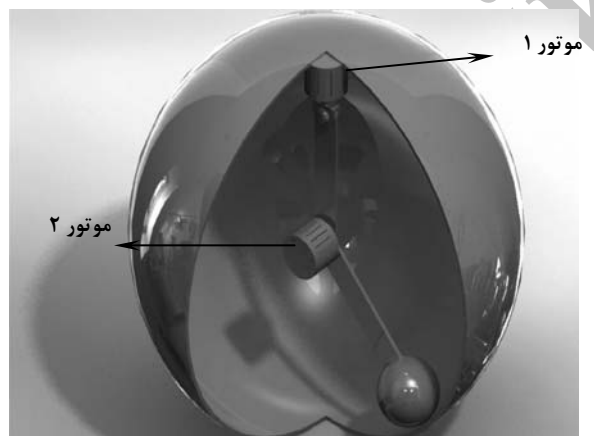
- 1- Locomotion
- 2- Bicchi
- 3- Halme
- 4- Bhattacharya

- 5- Zhan
- 6- Ming
- 7- Zhang

حرکت و طراحی مسیر ربات خواهد شد. استخراج معادلات حرکت ربات کروی بدون فرضیات شبه استاتیکی، حل دینامیک معکوس در حرکت روی مسیره‌های منحنی و بهینه‌سازی مسیر حرکت ربات، به علت پیچیدگی و غیرخطی بودن معادلات حرکت در حالت دینامیکی، کمتر مورد توجه قرار گرفته شده است. از این رو در این تحقیق معادلات حرکت بدون فرضیات شبه استاتیکی استخراج شده و حل دینامیک معکوس و بهینه‌سازی مسیر در حرکت روی خط راست و مسیر دایره‌ای مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۲- ساختار ربات کروی مورد بررسی

ربات کروی مورد بررسی در این تحقیق، از یک پوسته کروی و یک پاندول دو درجه آزادی تشکیل شده است. دو موتور متصل به پاندول، آن را حول دو محور در فضای درونی پوسته کروی حرکت می‌دهند. با دوران پاندول، مرکز جرم مجموعه تغییر یافته و پوسته کروی روی سطح حرکت می‌کند. شکل ۱ ربات کروی مورد بررسی را نشان می‌دهد. موتور ۱ به پوسته کروی و موتور ۲ در انتهای رابط ۱ قرار گرفته است. دوران موتورها پوسته کروی را روی سطح حرکت می‌دهد.



شکل (۱): ربات کروی مورد مطالعه.

## ۳- مدل سینماتیکی ربات

برای تحلیل سینماتیک ربات لازم است که مختصاتی را برای توصیف پیکربندی آن در نظر گرفته شود. برای این کار پوسته کروی و پاندول را جدا کرده و مورد بررسی قرار می‌دهیم.

ربات کروی با یک مکانیزم محرک خاص را بررسی کرده و معادلات حرکت را با استفاده از روش کین<sup>۱</sup> استخراج کرده‌اند. دینامیک مستقیم ربات با استفاده از معادلات حرکت در این مقاله بررسی شده است. کین ژانگ<sup>۲</sup> و همکارانش در سال ۲۰۰۹ یک ربات کروی با پاندول را در حرکت روی خط راست بررسی کرده و با استفاده از معادلات خطی شده در حرکت روی خط راست یک کنترل‌گر تناسبی - انتگرالی را برای کنترل حرکت طراحی کردند [۱۱]. پارامترهای این کنترل‌گر با استفاده از الگوریتم ژنتیک برای کنترل حرکت روی خط راست بهینه شده است. در مرجع [۱۲] از یک چرخ طیار برای حرکت دادن ربات استفاده شده است. معادلات حرکت با استفاده از روش لاگرانژ استخراج شده و پس از خطی‌سازی برای طراحی یک کنترل‌گر تناسبی - مشتقی استفاده شده است. شو<sup>۳</sup> و همکارانش از اصل پایستگی مومنتم مومنتم زاویه‌ای برای حرکت دادن یک ربات کروی استفاده کرده‌اند. معادلات حرکت این ربات برای حرکت روی خط راست استخراج شده و حل شده است [۱]. در مرجع [۱۳] ربات بررسی شده در مرجع [۵] را در نظر گرفته و دینامیک معکوس ربات با شبه استاتیک فرض کردن مکانیزم محرک برای حرکت روی خط راست حل شده است. بوزاهو<sup>۴</sup> و همکارانش در سال ۲۰۱۰ رباتی را طراحی کرده‌اند که پوسته خارجی آن یک بیضی‌گون است. حرکت رو به جلو این ربات با استفاده از دو پاندول ایجاد می‌شود. معادلات حرکت این ربات در حرکت روی خط راست به دست آمده و حل شده است. برای تغییر جهت از دوران ربات حول محور قائم استفاده شده است [۱۴]. قنبری و همکارانش از دو پاندول برای حرکت دادن ربات استفاده کرده‌اند که پاندول‌ها علاوه بر حرکت دورانی، توسط دو موتور خطی درون پوسته کروی جابجا می‌شوند [۱۵]. در این مرجع معادلات ساده شده حرکت ربات برای دو مسیر مستقیم و دایره‌ای حل شده است.

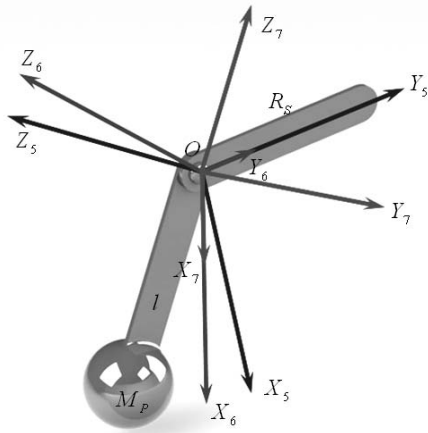
اگرچه خطی‌سازی معادلات و فرضیات شبه استاتیکی تا حد زیادی از پیچیدگی‌های معادلات حرکت ربات کروی می‌کاهد، اما این فرض باعث ایجاد خطا در حل معادلات

1- Kane Method

2- Q. Zhang

3- Shengju

4- Zhao



شکل (۳): پاندول و چهارچوب‌های متصل به آن.

در شکل ۳، چهارچوب {۵} همان چهارچوب متصل به پوسته کروی است. چهارچوب {۶} از دوران چهارچوب {۵} به اندازه  $\lambda$  حول محور  $Y_5$  و چهارچوب {۷} از دوران چهارچوب {۶} به اندازه  $\xi$  حول محور  $X_6$  به دست آمده است. چهارچوب {۷} را متصل به پاندول در نظر گرفته و آن به گونه‌ای فرض می‌شود که رابط  $l$  همواره در راستای محور  $Z_7$  قرار گیرد. در این صورت چهارچوب {۷} با پاندول دوران خواهد کرد.

چهارچوب‌های متصل به پاندول و پوسته کروی نشان می‌دهد، که برای توصیف کامل پیکربندی ربات به ۷ مختصه  $\xi, \lambda, \psi, \theta, \phi, \gamma, x$  نیاز است. برای ساده‌تر شدن معادلات سینماتیکی ربات از دو فرض زیر استفاده می‌شود:

۱- حرکت پوسته کروی روی سطح، غلتش خالص است.

۲- ربات روی یک سطح صاف حرکت می‌کند.

ماتریس دوران هر یک از چهارچوب‌های فوق نسبت به چهارچوب مرجع با استفاده از زوایای اویلر معرفی شده به صورت زیر به دست می‌آید:

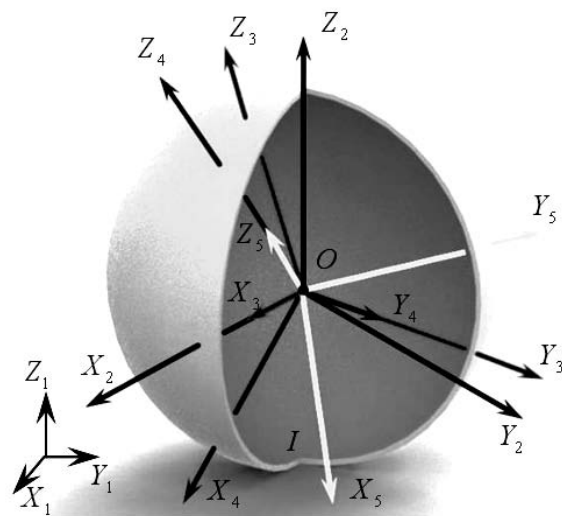
$${}^2_5R = {}^2_3R \cdot {}^3_4R \cdot {}^4_5R, \quad (1)$$

$${}^2_7R = {}^2_3R \cdot {}^3_4R \cdot {}^4_5R \cdot {}^5_6R \cdot {}^6_7R, \quad (2)$$

$${}^5_7R = {}^5_6R \cdot {}^6_7R. \quad (3)$$

برای توصیف پیکربندی پوسته کروی در غلتش خالص روی سطح صاف، به دو مختصه کارتیزین برای توصیف مکان مرکز آن و سه مختصه برای توصیف جهت‌گیری آن نیاز است. برای تحلیل سینماتیک پوسته کروی لازم است که چهارچوب‌هایی به آن متصل شود. این چهارچوب‌ها در شکل ۲ نشان داده شده است.

در این شکل، چهارچوب {۱}، چهارچوب مرجع است. چهارچوب {۲} در مرکز پوسته کروی قرار گرفته و همواره موازی چهارچوب مرجع باقی می‌ماند؛ بنابراین یک چهارچوب غیر دوار است. چهارچوب {۳} از دوران چهارچوب {۲} به اندازه  $\phi$  حول محور  $X_2$  به دست آمده است. چهارچوب {۴} از دوران چهارچوب {۳} به اندازه  $\theta$  حول محور  $Y_3$  و چهارچوب {۵} از دوران چهارچوب {۴} به اندازه  $\psi$  حول محور  $Z_4$  به دست آمده است. چهارچوب {۵}، متصل به پوسته کروی در نظر گرفته شده است. بنابراین این چهارچوب با پوسته کروی دوران می‌کند. چهارچوب {۵} در این حالت از دوران چهارچوب {۲} با زوایای اویلر  $x, y, z$  و با اندازه  $\phi, \theta, \psi$  به دست آمده است.



شکل (۲): پوسته کروی و چهارچوب‌های متصل به آن.

برای توصیف جهت‌گیری پاندول نسبت به پوسته کروی به دو مختصه نیاز است. شکل ۳ پاندول را به همراه چهارچوب‌های متصل به آن نشان می‌دهد.

بین سرعت‌های تعمیم یافته است. این روابط همان معادلات قیدی است که از فرض غلتش خالص به دست آمده است. از آنجا که این دو رابطه بین سرعت‌های تعمیم یافته، قابل انتگرال گیری نیست، بنا بر تعریف کین، سیستم ربات، یک سیستم غیرهولونومیک<sup>۱</sup> است. در این صورت می‌توان گفت که تنها ۵ سرعت تعمیم یافته مستقل بوده و درجه آزادی سیستم نیز ۵ است. بنابراین با تعریف مشتق زمانی ۵ مؤلفه اول بردار مختصات تعمیم یافته به عنوان سرعت‌های تعمیم یافته مستقل می‌توان معادلات دیفرانسیل حرکت را به صورت زیر به دست آورد:

$${}^2\vec{R}_p = -M_p g \hat{k}_2, \quad (16)$$

$${}^5\vec{M}_1 = M_y \hat{j}_5, \quad (17)$$

$${}^7\vec{M}_2 = M_x \hat{i}_7, \quad (18)$$

$${}^2\vec{R}_s = -M_s \cdot {}^2\vec{a}_s = -M_s \cdot (\ddot{x} \hat{i}_2 + \ddot{y} \hat{j}_2), \quad (19)$$

$${}^2\vec{R}_p = -M_p \cdot {}^2\vec{a}_p, \quad (20)$$

$${}^2\vec{M}_s = -I_s \cdot {}^2\vec{\alpha}_s, \quad (21)$$

$${}^i\vec{V}_n^m = \frac{\partial^i \vec{V}_n^m}{\partial u_n}, \quad (22)$$

$${}^5\vec{\omega}_{rel1} = \dot{\lambda} \hat{j}_5, \quad (23)$$

$${}^7\vec{\omega}_{rel2} = \dot{\xi} \hat{i}_7, \quad (24)$$

$${}^5\vec{\omega}_i^1 = \frac{\partial {}^5\vec{\omega}_{rel1}}{\partial u_i} \quad (i=1, \dots, 5), \quad (25)$$

$${}^7\vec{\omega}_i^2 = \frac{\partial {}^7\vec{\omega}_{rel2}}{\partial u_i} \quad (i=1, \dots, 5), \quad (26)$$

$$F_r = {}^2\vec{R}_p \cdot {}^2\vec{V}_r^p + {}^5\vec{M}_1 \cdot {}^5\vec{\omega}_r^1 + {}^7\vec{M}_2 \cdot {}^7\vec{\omega}_r^2, \quad (27)$$

$$F_r^* = {}^2\vec{R}_s \cdot {}^2\vec{V}_r^s + {}^2\vec{R}_p \cdot {}^2\vec{V}_r^p + {}^2\vec{M}_s \cdot {}^2\vec{\omega}_r^s, \quad (28)$$

$$F_r + F_r^* = 0 \quad (r = 1, \dots, 5). \quad (29)$$

از آنجا که ربات کروی مورد بررسی ۵ درجه آزادی دارد، با استفاده از روش کین ۵ معادله دیفرانسیل برای توصیف حرکت آن به دست می‌آید. ۵ معادله دیفرانسیل به دست آمده دارای ۷ پارامتر مجهول است. این پارامترها  $[\xi \lambda \psi \theta \phi]$  به همراه دو گشتاور موتور است. از این رو برای حل مجموعه معادلات دیفرانسیل حرکت، به دو معادله دیگر نیاز است.

ماتریس سرعت زاویه‌ای چهارچوب‌های  $\{5\}$  و  $\{7\}$  که در واقع همان ماتریس سرعت زاویه‌ای پوسته کروی و پاندول است، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$${}^2\Omega_5 = {}^2\dot{R}_5 \cdot {}^2R^T, \quad (4)$$

$${}^5\Omega_{7/5} = {}^5\dot{R}_7 \cdot {}^5R^T. \quad (5)$$

با محاسبه ماتریس سرعت زاویه‌ای پاندول و پوسته کروی، بردارهای سرعت زاویه‌ای به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$${}^2\vec{\alpha}_5 = {}^2\dot{\omega}_{5x} \hat{i}_2 + {}^2\dot{\omega}_{5y} \hat{j}_2 + {}^2\dot{\omega}_{5z} \hat{k}_2, \quad (6)$$

$${}^2\vec{r}_{O/I} = R_s \hat{k}_2, \quad (7)$$

$${}^2\vec{V}_O = \dot{x} \hat{i}_2 + \dot{y} \hat{j}_2 = {}^2\vec{V}_I + {}^2\vec{\omega}_5 \times {}^2\vec{r}_{O/I}, \quad (8)$$

$$\dot{x} = R_s (\dot{\theta} \cos \phi - \dot{\psi} \sin \phi \cos \theta), \quad (9)$$

$$\dot{y} = R_s (\dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta), \quad (10)$$

$${}^7\vec{r}_p = -l \hat{k}_7, \quad (11)$$

$${}^2\vec{V}_p = {}^2\vec{V}_O + \frac{d({}^2r_{px})}{dt} \hat{i}_2 + \frac{d({}^2r_{py})}{dt} \hat{j}_2 + \frac{d({}^2r_{pz})}{dt} \hat{k}_2, \quad (12)$$

$${}^2\vec{a}_p = {}^2\vec{a}_O + \frac{d^2({}^2r_{px})}{dt^2} \hat{i}_2 + \frac{d^2({}^2r_{py})}{dt^2} \hat{j}_2 + \frac{d^2({}^2r_{pz})}{dt^2} \hat{k}_2, \quad (13)$$

$${}^2\vec{\omega}_7 = {}^2\vec{\omega}_5 + {}^2\vec{\omega}_{7/5}, \quad (14)$$

$${}^2\vec{\alpha}_7 = \frac{d}{dt} ({}^2\vec{\omega}_{7/5}) + {}^2\vec{\omega}_5 \times {}^2\vec{\omega}_{7/5}. \quad (15)$$

#### ۴- مدل دینامیکی ربات

معادلات سینماتیکی ربات به تنهایی برای طراحی مسیر حرکت کافی نیست. از این رو، لازم است که معادلات دیفرانسیل حرکت ربات نیز استخراج شود. برای ساده تر شدن معادلات دیفرانسیل حرکت ربات از دو فرض زیر استفاده می‌شود:

- ۱- پاندول به صورت یک جرم متمرکز در نظر گرفته می‌شود و
- ۲- از جرم رباطها و موتورها صرف نظر می‌شود.

در این تحقیق، برای استخراج معادلات حرکت ربات کروی از روش کین استفاده شده است. برای استفاده از روش کین جهت استخراج معادلات دیفرانسیل حرکت ربات،  $[x \ y \ \xi \ \lambda \ \psi \ \theta \ \phi]$  را به عنوان مختصات تعمیم یافته و مشتق زمانی آن‌ها را به عنوان سرعت‌های تعمیم یافته در نظر گرفته می‌شود. در این صورت روابط (۹-۱۰) در واقع روابطی

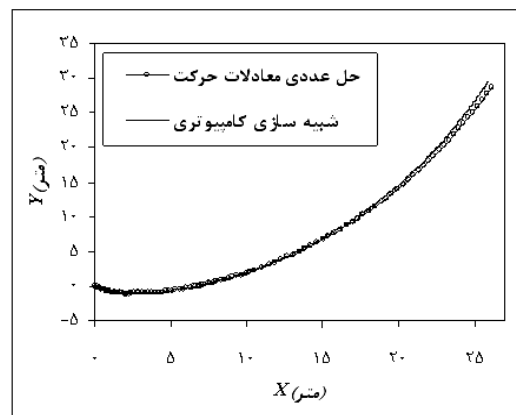
### ۵- دینامیک مستقیم ربات کروی

با تعیین گشتاور موتورها به صورت تابعی از زمان، ۲ معادله به مجموعه معادلات حرکت اضافه می شود. با حل مجموعه معادلات به دست آمده با استفاده از روش های عددی، پارامترهای مجهول تعیین شده و سینماتیک ربات به دست می آید. مقادیر عددی پارامترهای فیزیکی ربات جهت حل معادلات دیفرانسیل حرکت در جدول ۱ آمده است:

جدول (۱): مقادیر عددی پارامترهای فیزیکی ربات.

$M_s$	۱۰
$M_p$	۶
$I_s$	۱
$R_s$	۰/۵
$l$	۰/۴
$g$	۹/۸۱

در شکل ۴ نتیجه حل معادلات دیفرانسیل حرکت به ازای گشتاورهای مساوی ۲ نیوتن متر برای دو موتور، با نتایج به دست آمده از شبیه سازی رایانه ای در نرم افزار ویزوال نسترن نشان داده شده است. شکل ۴ مسیر حرکت ربات را در مدت زمان ۲۰ ثانیه با فرض شرایط اولیه صفر نشان می دهد. معادلات دیفرانسیل حرکت با استفاده از روش آدامز - مولتن در نرم افزار متلب<sup>۱</sup> حل شده است.



شکل (۴): مسیر حرکت ربات به ازای گشتاورهای مساوی ۲ نیوتن متر و با فرض شرایط اولیه صفر.

به همین ترتیب با اعمال توابع زمانی دیگر برای گشتاور موتورها و حل معادلات حرکت نیز می توان دینامیک مستقیم ربات را به دست آورد.

### ۶- دینامیک معکوس و برنامه ریزی مسیر

برای برنامه ریزی مسیر حرکت ربات، لازم است که دینامیک معکوس ربات کروی مورد بررسی قرار گیرد. در این حالت لازم است که سرعت پوسته کروی به صورت تابعی از زمان تعیین شده و به مجموعه معادلات حرکت به صورت زیر اضافه شود:

$$-R_s \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi + R_s \dot{\theta} \cos \phi = {}^1V_x(t), \quad (30)$$

$$-R_s \dot{\phi} - R_s \dot{\psi} \sin \theta = {}^1V_y(t). \quad (31)$$

در معادلات (۳۰-۳۱)، مؤلفه های سرعت پوسته کروی در چهارچوب مرجع برای حرکت روی مسیر مطلوب تعیین شده است. هرگاه دو رابطه فوق به مجموعه معادلات حرکت اضافه شود، یک دستگاه متشکل از ۷ معادله دیفرانسیل و ۷ مجهول به دست می آید. از آنجا که معادلات حرکت، بدون فرضیات شبه استاتیکی بسیار پیچیده و غیر خطی هستند، حل معادلات فوق بسیار دشوار خواهد بود. از طرفی ممکن است مکانیزم محرک قادر به تولید سرعت های روابط (۳۰-۳۱) نبوده و مجموعه معادلات دیفرانسیل به دست آمده فاقد جواب باشد. همچنین پیچیدگی معادلات دیفرانسیل به دست آمده نیز باعث می شود که یافتن تابعی برای سرعت پوسته کروی که توسط مکانیزم محرک ربات قابل دسترس باشد، به یک مسئله پیچیده ریاضی تبدیل شود. در این تحقیق برای برنامه ریزی مسیر حرکت، حل دینامیک معکوس به دو بخش حرکت در مسیر مستقیم و مسیر منحنی تقسیم شده است، که در ادامه مورد بحث قرار خواهد گرفت.

### ۷- دینامیک معکوس در حرکت مستقیم الخط

اگرچه معادلات حرکت به دست آمده، حرکت ربات را در همه حالات توصیف می کند، اما از آنجا که در حرکت مستقیم الخط محور دوران پاندول و پوسته کروی یکسان بوده و در حین حرکت تغییر نمی کند، می توان معادلات حرکت را به فرم

1- Matlab 2007b

با فرض شتاب‌های کم برای پوسته کروی، معادلات ساده شده حرکت به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(M_p R_S^2 + M_S R_S^2 + I_S) \ddot{\phi} - M_p R_S l \ddot{\alpha} \quad (37)$$

$$+ M_p R_S l \dot{\alpha}^2 \alpha + M_1 = 0,$$

$$-M_p g l \alpha + M_p R_S l \ddot{\phi} - M_p l^2 \ddot{\alpha} + M_1 = 0. \quad (38)$$

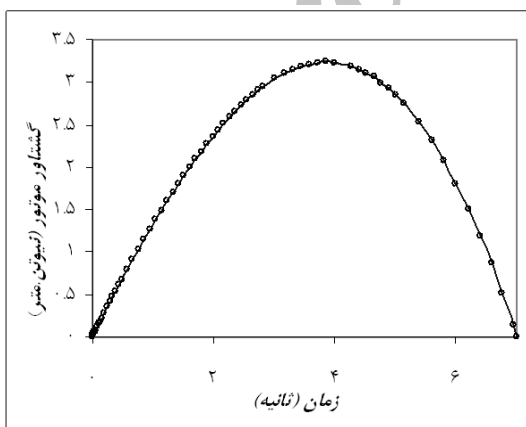
فرض می‌شود که ربات در شروع حرکت در مبدأ ساکن است. گشتاور موتور را به گونه‌ای به دست آورده می‌شود که ربات در مدت زمان ۷ ثانیه در فاصله ۵ متری مبدأ به سرعت ثابت ۱/۵ متر بر ثانیه برسد. شرایط فوق به صورت زیر خواهد بود:

$$X(0)=0 \quad \dot{X}(0)=0 \quad \ddot{X}(0)=0, \quad (39)$$

$$X(7)=5m \quad \dot{X}(7)=1.5 \quad \ddot{X}(7)=0. \quad (40)$$

با استفاده از شرایط فوق می‌توان یک چندجمله‌ای مرتبه ۵ برای مکان پوسته کروی در نظر گرفت. با دو بار مشتق‌گیری از معادله مکان چندجمله‌ای شتاب پوسته کروی به دست آمده و از جای‌گذاری آن در معادلات (۳۷-۳۸)، گشتاور موتور برای ارضاء شرایط (۳۹-۴۰) به دست می‌آید.

شکل ۶ گشتاور مورد نیاز موتور برای ایجاد شرایط (۳۹-۴۰) را نشان می‌دهد که با حل معادلات دیفرانسیل ساده شده حرکت به دست آمده است. در شکل ۷ گشتاور به دست آمده از حل معادلات دیفرانسیل حرکت به مدل ایجاد شده در نرم افزار ویژوال نسترن<sup>۱</sup> اعمال شده است و سرعت به دست آمده برای مرکز پوسته کروی با سرعت مورد نظر مقایسه شده است.



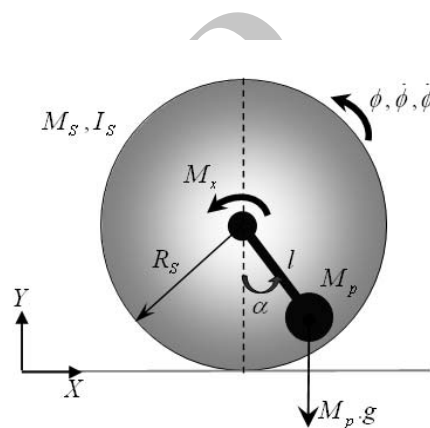
شکل (۶): گشتاور موتور جهت ارضاء شرایط مرزی (۳۹-۴۰).

ساده‌تری نوشت. برای این کار زاویه دوران پاندول را مستقل از زاویه دوران پوسته کروی و نسبت به یک مرجع ثابت مانند شکل ۵ اندازه‌گیری می‌کنیم.

معادله قیدی در این حالت در رابطه (۳۲) آمده است که می‌توان آن را به فرم رابطه (۳۳) نوشت. از این رو سیستم در حرکت روی خط راست، یک سیستم هولونومیک است، لذا:

$$\dot{x} = -R_S \dot{\phi} \hat{i}, \quad (32)$$

$$x = -R_S \phi. \quad (33)$$



شکل (۵): ربات کروی در حرکت مستقیم الخط.

با محاسبه سرعت و شتاب کلیه اجزای سیستم معادلات حرکت با استفاده از روش کین به دست می‌آید. از آنجا که ربات کروی در حرکت روی خط راست دو درجه آزادی دارد، با استفاده از روش کین دو معادله دیفرانسیل برای توصیف حرکت آن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(M_p R_S^2 + M_S R_S^2 + I_S) \ddot{\phi} - M_p R_S l \ddot{\alpha} \cos \alpha \quad (34)$$

$$+ M_p R_S l \dot{\alpha}^2 \sin \alpha + M_x = 0,$$

$$-M_p g l \sin \alpha + M_p R_S l \dot{\phi} \cos \alpha - M_p l^2 \ddot{\alpha} + M_x = 0. \quad (35)$$

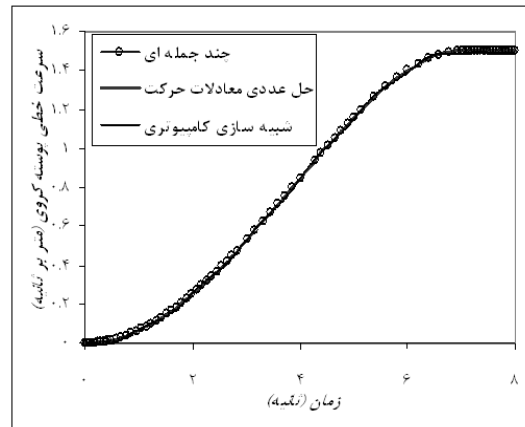
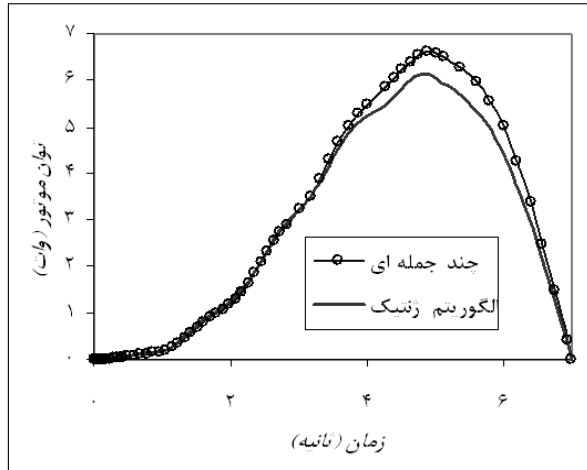
اگرچه معادلات حرکت در این حالت بسیار ساده شده است، اما این معادلات همچنان قابل انتگرال‌گیری نبوده و حل دینامیک معکوس ربات با استفاده از این معادلات پیچیده است [۱۴]. برای ساده‌تر شدن حل معکوس معادلات فوق، فرض می‌شود که زاویه دوران پاندول کوچک باشد. در این صورت:

$$\sin \alpha \cong \alpha, \quad \cos \alpha \cong 1. \quad (36)$$

جدول ۲ و شکل ۸ با نتایج به دست آمده بدون استفاده از الگوریتم ژنتیک مقایسه شده است.

جدول (۲): مقایسه توان در حالت‌های مختلف.

چند جمله‌ای	الگوریتم ژنتیک	درصد کاهش توان
مرتب ۴	ژنتیک	۷/۷٪
۶/۶۰۴ وات	۶/۱۱ وات	



شکل (۷): سرعت پوسته کروی در مقایسه با شبیه‌سازی رایانه‌ای.

### ۸- بهینه‌سازی توان در حرکت مستقیم الخط

اگر چه برای ارضاء یک شرایط مرزی سرعت، استفاده از چندجمله‌ای‌ها نتایج مطلوبی را ایجاد می‌کند، اما ممکن است نتایج به دست آمده از این روش، بهترین نتایج امکان‌پذیر نباشد. از این رو از بین توابع ممکن برای ارضاء شرایط مرزی، تابعی انتخاب می‌شود که معیار خاصی را در حالت بهینه قرار دهد. در اینجا، حداکثر توان مصرفی به عنوان معیار بهینه‌سازی حرکت در نظر گرفته می‌شود. از آنجا که معادلات دیفرانسیل حرکت پیچیده و غیر خطی هستند، بهینه‌سازی حرکت با استفاده از روش‌های کلاسیک بسیار مشکل خواهد بود. در این تحقیق از الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی حرکت به صورت زیر استفاده شده است:

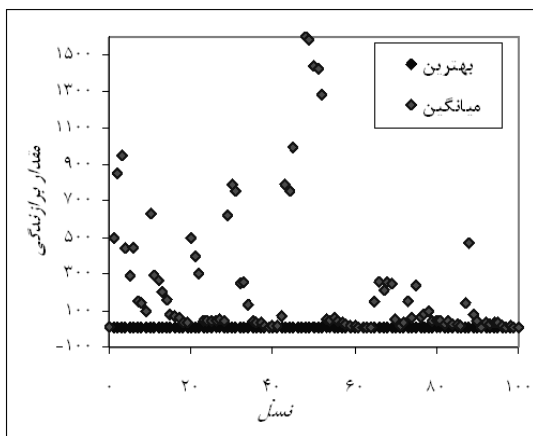
$$P_1(t) = M_1(t) \cdot \dot{\lambda}(t) \quad (41)$$

$$P_2(t) = M_2(t) \cdot \xi(t) \quad (42)$$

روابط (۴۱-۴۲) توان لحظه‌ای موتور ۱ و ۲ را نشان می‌دهد. برای بهینه‌سازی توان مصرفی با استفاده از الگوریتم ژنتیک، از یک اسپلاین مرتبه ۳ برای گشتاور موتور استفاده می‌شود. الگوریتم ژنتیک ضرایب اسپلاین را برای کمینه کردن توان مصرفی به دست می‌آورد.

شکل (۸): توان مصرفی به دست آمده از الگوریتم ژنتیک در مقایسه با چند جمله‌ای مرتبه ۴.

نتایج فوق پس از ۲ بار تکرار الگوریتم ژنتیک با ۱۰۰ نسل و جمعیت ۲۰ عضوی در هر نسل به دست آمده است. شکل ۹ نمودار همگرایی الگوریتم ژنتیک را در کمینه کردن توان مصرفی در حرکت روی خط راست نمایش می‌دهد.



شکل (۹): نمودار همگرایی الگوریتم ژنتیک.

نتایج استفاده از الگوریتم ژنتیک برای کمینه کردن بیشینه توان لحظه‌ای و ارضاء شرایط مرزی (۳۹-۴۰) در



شود. پیچیدگی و غیر خطی بودن معادلات حرکت، حل این معادلات را به همراه معادلات (۳۱-۳۰) بسیار پیچیده می‌کند. همچنین ساده‌سازی معادلات حرکت و شبه استاتیک در نظر گرفتن مکانیزم محرک نیز خطای زیادی را در حل دینامیک معکوس ربات ایجاد خواهد کرد.

در مکانیزم محرک مورد بررسی، گشتاور حاصل از وزن پاندول، تابعی از زاویه دوران آن و زاویه دوران پاندول نیز تابعی از گشتاور موتورها است. در این صورت تنها دو گشتاور مؤثر مستقل به پوسته کروی اعمال می‌شود. این مسئله باعث می‌شود حرکت پوسته کروی روی هر مسیر دلخواه با هر سرعت و شتاب مطلوب، قابل دسترسی نباشد. از طرفی تعیین مسیرهایی که مکانیزم محرک بتواند ربات را روی آن حرکت دهد، به علت پیچیدگی معادلات حرکت مسئله‌ای مشکل خواهد بود. برای حل این مشکل در این تحقیق از الگوریتم ژنتیک جهت یافتن نزدیک‌ترین مسیر ممکن به مسیر دلخواه استفاده شده است. برای این منظور یک اسپلاین مرتبه ۴ برای گشتاور هر یک از موتورها در نظر گرفته شده و ضرایب این اسپلاین‌ها به عنوان ورودی الگوریتم ژنتیک مورد استفاده قرار گرفته شده است. الگوریتم ژنتیک ضرایب اسپلاین‌ها را به گونه‌ای تعیین می‌کند که اختلاف مسیر حرکت با مسیر مطلوب کمینه شود. استفاده از این روش باعث می‌شود که به جای حل معادلات حرکت در حالت معکوس، دینامیک مستقیم ربات به ازای گشتاورهای متفاوت توسط الگوریتم ژنتیک بررسی شده و گشتاوری که نزدیک‌ترین مسیر به مسیر مطلوب را ایجاد می‌کند، به عنوان گشتاور مورد نیاز برای تولید حرکت ارائه شود. در این حالت الگوریتم ژنتیک دینامیک معکوس ربات را که در حالت کلی مسئله‌ای بسیار پیچیده است، به چندین مسئله دینامیک مستقیم تبدیل می‌کند. از آنجا که برای استفاده از روش فوق از معادلات حرکت (۲۵) بدون ساده‌سازی و فرضیات شبه استاتیکی استفاده می‌شود، نتایج به دست آمده از دقت بسیار بالایی در مقایسه با روش‌های ارائه شده در سایر مراجع برخوردار خواهد بود. در شکل ۱۱ منحنی گشتاور موتور بر حسب زمان نمایش داده شده است. توابع  $f_1$  و  $f_3$  منحنی‌های درجه ۲ و تابع  $f_2$  یک منحنی درجه ۴ است. این توابع با استفاده از شرایط

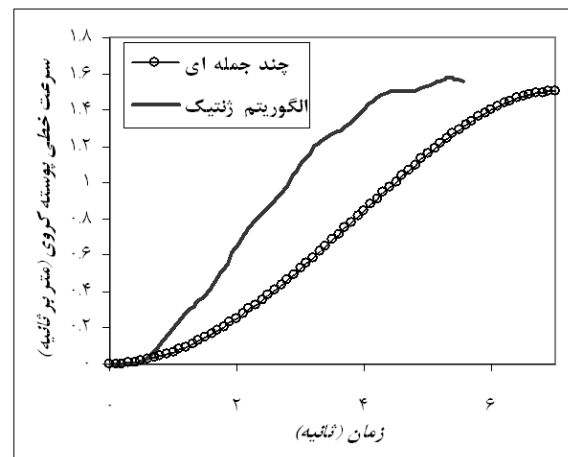
## ۹- بهینه‌سازی زمان در حرکت مستقیم الخط

از آنجا که برای ساده‌سازی معادلات در حرکت روی خط راست، فرض شده است که زاویه دوران پاندول کوچک است، سرعت پوسته کروی دارای یک حد بالا خواهد بود. در این صورت دسترسی به سرعت بیشینه یا کمترین زمان حرکت می‌تواند به عنوان معیاری برای بهینه‌سازی حرکت مورد استفاده قرار گیرد. این کار با استفاده از الگوریتم ژنتیک، برای دسترسی به شرایط رابطه (۴۰-۳۹) در زمان کمینه انجام شده است. جدول ۳ نتایج الگوریتم ژنتیک را با نتایج چندجمله‌ای مرتبه ۴ مقایسه کرده است.

جدول (۳): مقایسه زمان در حالت‌های مختلف.

درصد کاهش زمان حرکت	الگوریتم ژنتیک	چند جمله‌ای مرتبه ۴
۲۰/۸۸٪	۵/۵۳۸ ثانیه	۷ ثانیه

شکل ۱۰ منحنی سرعت مرکز پوسته کروی را پس از اجرای الگوریتم ژنتیک با منحنی چند جمله‌ای سرعت قبل از اجرای این الگوریتم مقایسه کرده است. این شکل نشان می‌دهد که شرایط (۴۰-۳۹) در مدت زمان کمتری ارضاء شده است.



شکل (۱۰): سرعت به دست آمده از الگوریتم ژنتیک در مقایسه با چند جمله‌ای مرتبه ۴.

## ۱۰- دینامیک معکوس در حرکت روی مسیر منحنی

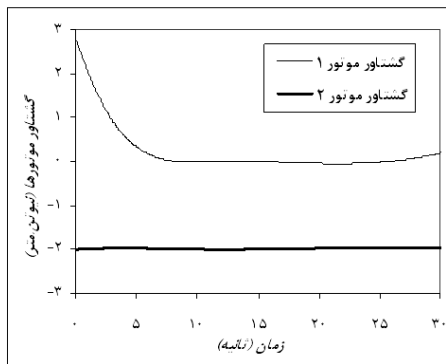
برای حرکت ربات کروی در بین موانع، لازم است که حرکت پوسته کروی روی مسیرهای منحنی مورد بررسی قرار گیرد تا در صورت لزوم برای دور زدن موانع موجود از آن استفاده

متر و مرکز (۲-، ۲/۵) را دور بزند. گشتاور موتورها برای ایجاد این حرکت با به کارگیری روش فوق به دست می آید. نتایج به دست آمده از الگوریتم ژنتیک و نتایج به دست آمده از شبیه سازی رایانه ای در نرم افزار ویژوال نسترن در شکل های ۱۳-۱۵ نشان داده شده است. اگر فرض شود که ربات با شتاب های زیاد حرکت نمی کند، می توان دامنه تغییر پارامترهای ورودی تابع هدف که همان مختصات نقاط مشخص شده در شکل ۱۱ است به صورت زیر در نظر گرفت:

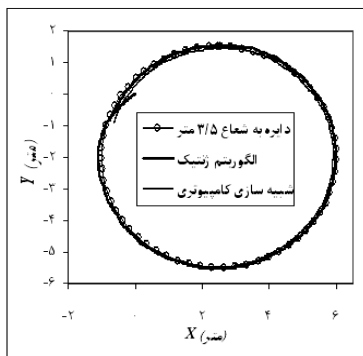
$$[M_0 \ t_1 \ M_1 \ t_2 \ M_2 \ M_f] \geq [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad (43)$$

$$[M_0 \ t_1 \ M_1 \ t_2 \ M_2 \ M_f] \leq [6 \ 30 \ 6 \ 30 \ 6 \ 6]. \quad (44)$$

در روابط فوق، ۳۰ ثانیه مدت زمان حرکت است که در مثال فرض شده است و گشتاور ۶ نیوتن متر نیز گشتاور لازم برای ایجاد شتابی تقریباً معادل ۰/۶ متر بر مجذور ثانیه است که با استفاده از معادله (۳۷) تخمین زده شده است و برای کاربردهای ربات کافی به نظر می رسد.

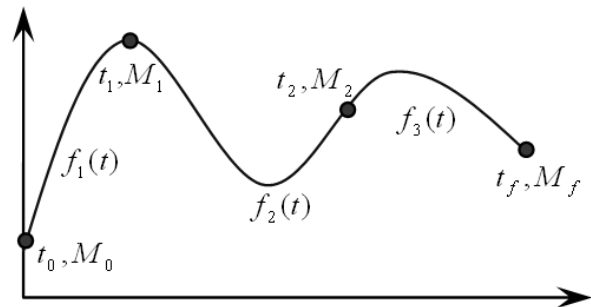


شکل (۱۳): گشتاور موتورها جهت حرکت روی دایره به شعاع ۳/۵ متر.



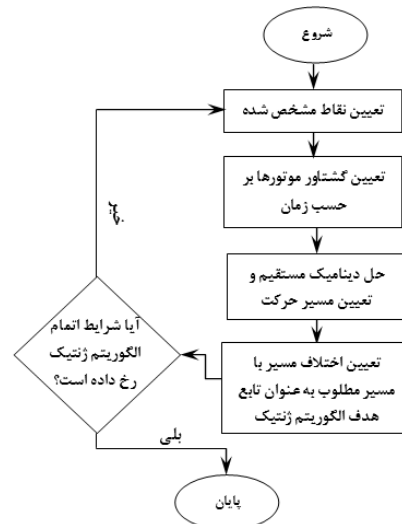
شکل (۱۴): مسیر حرکت ربات در مقایسه با شبیه سازی رایانه ای.

پیوستگی، پیوستگی مشتق اول و دوم در نقاط مشخص شده و همچنین مشتق صفر در نقطه ابتدایی تعیین می شود.



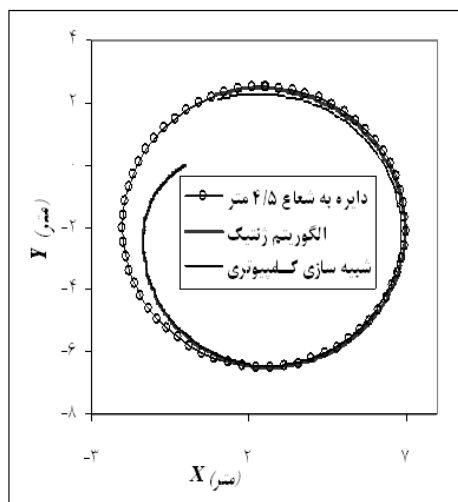
شکل (۱۱): منحنی اسپلاین مربوط به گشتاور موتورها برای استفاده در الگوریتم ژنتیک.

در این صورت الگوریتم ژنتیک ابتدا نقاط مشخص شده در شکل ۱۱ را مشخص کرده و با تعیین توابع  $f_1$ ،  $f_2$  و  $f_3$  گشتاور موتورها را بر حسب زمان محاسبه می کند، سپس با حل دینامیک مستقیم ربات میزان اختلاف مسیر حرکت با اختلاف مسیر با مسیر مطلوب تا حد قابل قبول ادامه می یابد. این مراحل در شکل ۱۲ نشان داده شده است.



شکل (۱۲): مراحل طراحی مسیر به کمک الگوریتم ژنتیک.

به عنوان مثال فرض شود که ربات کروی در ابتدا ساکن بوده و می خواهد در مدت زمان ۳۰ ثانیه، دایره ای به شعاع ۳/۵



شکل (۱۷): مسیر حرکت ربات در مقایسه با شبیه‌سازی رایانه‌ای.

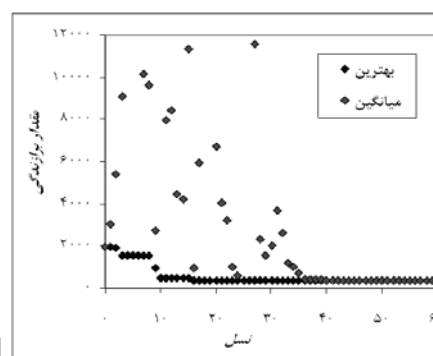
#### ۱۱- بهینه‌سازی توان در حرکت روی مسیر دایره‌ای

توان مصرفی موتورها در حرکت روی مسیر دایره‌ای نیز می‌تواند به عنوان معیاری جهت بهینه‌سازی حرکت در نظر گرفته شود. برای این کار الگوریتم ژنتیک باید برای کمینه کردن دو کمیت مورد استفاده قرار گیرد که یکی اختلاف مسیر حرکت با مسیر مطلوب و دیگری بیشینه توان مصرفی موتورها برای تولید این حرکت است. برای این منظور الگوریتم ژنتیک در دو مرحله استفاده شده است. در مرحله اول اختلاف مسیر حرکت با مسیر مورد نظر کمینه شده و در مرحله بعد با استفاده از یک الگوریتم ژنتیک چندهدفه، توان دو موتور برای تولید حرکت مطلوب کمینه شده است. تابع هدف جهت کمینه کردن توان موتورها در الگوریتم ژنتیک در حرکت روی یک مسیر غیر خطی به صورت زیر تعریف شده است:

$$f_{Obj} = \max(|M_1(t) \cdot \dot{\lambda}(t)| + |M_2(t) \cdot \dot{\xi}(t)|). \quad (40)$$

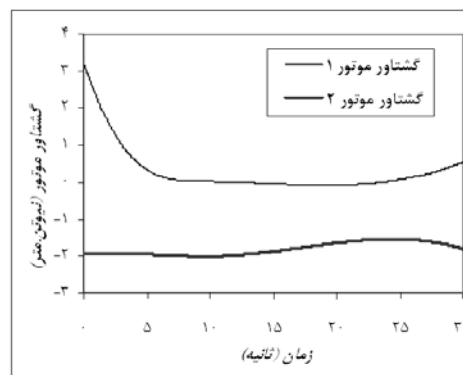
مراحل اجرای الگوریتم فوق جهت بهینه‌سازی حرکت ربات روی یک مسیر دایره‌ای در شکل ۱۸ نمایش داده شده است. همچنین نتایج حاصل از اجرای الگوریتم ژنتیک با استفاده از روش شرح داده شده برای حرکت روی مسیر دایره‌ای به شعاع ۴/۵ متر در جدول ۴ آمده است.

بیشترین خطای ایجاد شده در حل دینامیک معکوس برای حرکت روی دایره به شعاع ۳/۵ متر با استفاده از روش فوق، در ابتدای مسیر رخ داده و مقدار آن ۳/۱۴٪ است. این مسئله نشان می‌دهد که استفاده از این روش در حل دینامیک معکوس از دقت بسیار بالایی برخوردار است. شکل ۱۵ نمودار همگرایی الگوریتم ژنتیک را نشان می‌دهد.

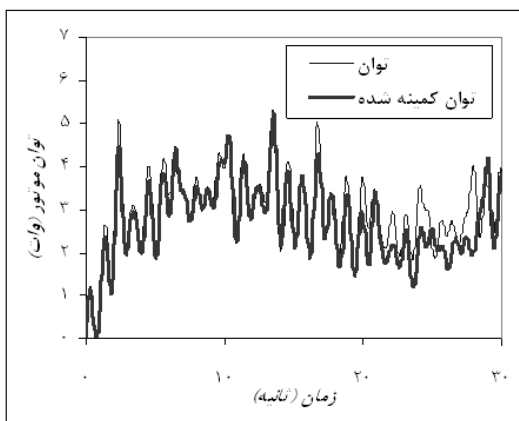


شکل (۱۵): همگرایی الگوریتم ژنتیک در حرکت روی دایره به شعاع ۳/۵ متر.

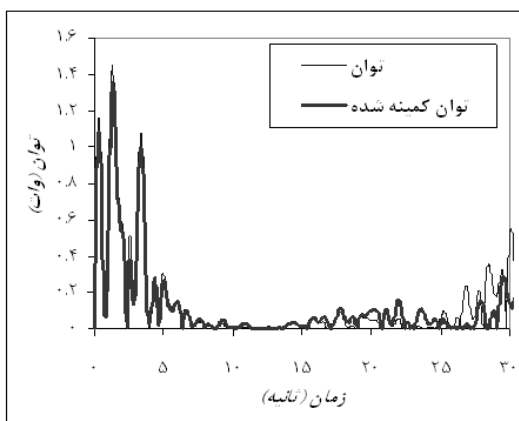
الگوریتم فوق را برای حالتی که ربات در ابتدای حرکت روی مسیر قرار نداشته باشد نیز می‌توان به کار برد. در این حالت الگوریتم ژنتیک پس از طی مسافتی، ربات را روی مسیر دلخواه قرار می‌دهد. نتیجه استفاده از روش فوق برای حرکت روی دایره‌ای به شعاع ۴/۵ متر و مرکز (۲، -۲)، در حالتی که ربات در شروع حرکت در مبادا مکان قرار داشته باشد، در شکل‌های ۱۶-۱۷ آمده و با نتایج حاصل از شبیه‌سازی رایانه‌ای در نرم‌افزار ویژوال نسترن مقایسه شده است.



شکل (۱۶): گشتاور موتورها جهت حرکت روی دایره به شعاع ۴/۵ متر.



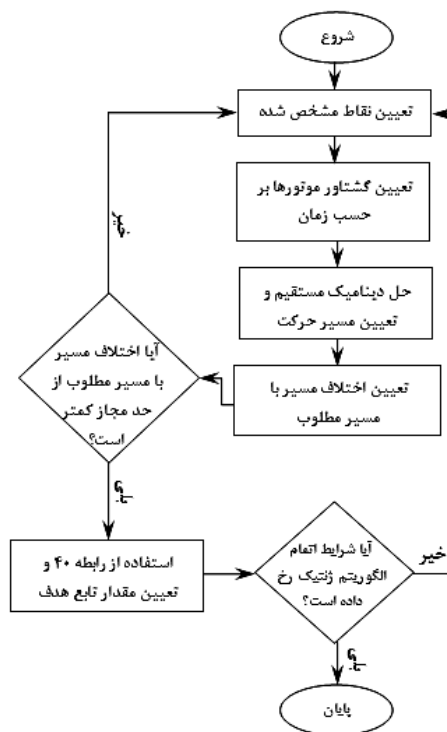
شکل (۱۹): توان مصرفی موتور ۱ در مقایسه با توان کمینه شده.



شکل (۲۰): توان مصرفی موتور ۲ در مقایسه با توان کمینه شده.

## ۱۲- نتیجه گیری

در این مقاله، سینماتیک، استخراج معادلات حرکت و برنامه ریزی مسیر حرکت بهینه ربات کروی در مسیر مستقیم و دایره‌ای بدون استفاده از فرضیات شبه استاتیک مورد بررسی قرار گرفته است. مقایسه نتایج به دست آمده از حل معادلات حرکت و شبیه‌سازی رایانه‌ای، در اغلب موارد با دقت بسیار بالایی بر هم منطبق است. اختلاف بسیار اندکی که در بعضی از نقاط دیده می‌شود، به علت خطای حاصل از حل عددی معادلات دیفرانسیل حرکت است.



شکل (۱۸): مراحل بهینه‌سازی توان در حرکت دایره‌ای با استفاده از الگوریتم ژنتیک.

الگوریتم فوق به ازای تلورانس ۰/۰۵ متر برای اختلاف فاصله هر نقطه از مسیر با مسیر مطلوب برای حرکت روی یک دایره به شعاع ۴/۵ متر اجرا شده است.

جدول (۴): نتایج بهینه‌سازی توان در مسیر دایره‌ای.

	توان بهینه نشده	توان بهینه شده
موتور ۱	۵/۳۲۶۰ وات	۵/۲۵۳۵ وات
موتور ۲	۱/۴۵۰۷ وات	۱/۳۵۰۲ وات

جدول ۴ نشان می‌دهد که با استفاده از الگوریتم ژنتیک شرح داده شده، بیشینه توان مصرفی موتور ۱، ۱/۳۶٪ و بیشینه توان مصرفی موتور ۲ نیز ۶/۹۳٪ کاهش یافته است. در شکل‌های ۲۰-۱۹ نیز توان مصرفی موتورها برای حرکت روی مسیر دایره‌ای به شعاع ۴/۵ متر با توان کمینه شده توسط الگوریتم ژنتیک برای حرکت روی همین مسیر مقایسه شده است. نمودارها نشان می‌دهد که بیشینه توان مصرفی با استفاده از الگوریتم ژنتیک کاهش یافته است.

Mobile Robot”, J. Computer Sci. and Information System, Vol. 7, No. 1, pp. 51-62, 2010.

14. Zhao, B., Li, M., Yu, H., Hu, H., and Sun, L., “Dynamics and Motion Control of Two Pendulums Driven Spherical Robot”, IEEE. Int. Conf. on Robot and Sys., pp. 147-153, 2010.
15. Ghanbari, A., Mahboubi, S., and Fakhrabadi, M.M.S., “Design, Dynamic Modeling and Simulation of a Spherical Mobile Robot with a Novel Motion Mechanism”, IEEE/ASME Int. Conf., pp. 434-439, 2010.

### ۱۳- مراجع

1. Shu, G., Zhan, Q., and Cai, Y., “Motion Control of Spherical Robot Based on Conservation of Angular Momentum”, IEEE. Int. Conf. Mech. and Auto., pp. 599-604, 2009.
2. Bicchi, A., Balluchi, A., Prattichizzo, D., and Gorelli, A., “Introducing the “Sphericle”: An Experimental Testbed for Research and Teaching in Non-holonomy”, IEEE. Int. Conference on Robotics and Automation, Vol. 3, pp. 2620-2625, 1997.
3. Halme, A., Schonberg, T., and Wang, Y., “Motion Control of a Spherical Mobile Robot”, IEEE. Int. Workshop, Advanced Motion Cont., pp. 259-264, 1996.
4. Bhattacharya, S. and Agrawal, S.K., “Design, Experiments and Motion Planning of a Spherical Rolling Robot”, IEEE. Int. Conference on Robotics and Automation, Vol. 2, pp. 1207-1212, 2000.
5. Javadi, A. and Mojabi, P., “Introducing August: A Novel Strategy for an Omnidirectional Spherical Rolling Robot”, IEEE. Int. Conference on Robotics and Automation, Vol. 4, pp. 3527-3533, 2000.
6. Zhan, Q., Zhou, T., Chen, M., and Cai, S., “Dynamic Trajectory Planning of a Spherical Mobile Robot”, IEEE. Int. Conference on Robotics and Automation, pp. 1-6, 2006.
7. Ming, Y., Zongquan, D., Xinyi, Y., and Weizhen, Y., “Introducing HIT Spherical Robot: Dynamic Modeling and Analysis Based on Decoupled Subsystem”, IEEE Int. Conf. Robot. & Biomimetics, pp. 181-186, 2006.
8. Meghdari, A., Rajaei, M., Tadayon, A., and Radparvar, Y., “Geometric and Control of Spherical Mobile Robot”, Conf. Applied and Theoretical Mech., Venice. Italy, pp. 91-96, 2006.
9. Liu, D., Sun, H., and Jia, Q., “Stabilization and Path Following of Spherical Robot”, IEEE, pp. 676-682, 2008.
10. Zhang, W., Liu, X., Fang, C., and Sun, H., “Dynamics Modeling of Spherical Robot with Arms by Using Kane’s Method”, IEEE. Int. Conf. Natural Computation, pp. 373-377, 2008.
11. Zhang, Q., Jia, Q., Sun, H., and Gong, Z., “Application of Genetic Algorithm-Based PI Controller in a Spherical Robot”, IEEE. Int. Conference on Robotics and Automation pp. 180-184, 2009.
12. Qingxuan, J., Yili, Z., Hanxu, S., Hongy, C., and Hongyi, L., “Motion Control of a Novel Spherical Robot Equipped with a Flywheel”, IEEE. Int. Conference on Robotics and Automation pp. 893-898, 2009.
13. Shengju, S., Jichao, Z., Hao, W., Shoujun, C., and Qi, A., “Modelin and Simulation of a Spherical