

مدل سازی میکرومکانیکی فلزات چندفازی با رهیافت کریستال پلاستیسیته

محمد مشایخی^۱ و حسین شعرباف^۲

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه صنعتی اصفهان

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۹/۳/۳؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۹/۹/۷)

چکیده

در این تحقیق رفتار پلاستیک مواد پلی کریستال و آلیاژهای دوفازی با استفاده از مدل کریستال پلاستیسیته به روش‌های عددی و تجربی بررسی شده است. تئوری کریستال پلاستیسیته دیدگاه جامع‌تری از رفتار تغییرشکل پلاستیک فلزات نسبت به تئوری پلاستیسیته متعارف ارائه می‌دهد. در ابتدا، فرمول‌بندی الاستیک-پلاستیک مواد تک کریستال بر اساس مدل کریستال پلاستیسیته همراه با الگوی حل ارائه شده است. در این الگو، مراحل به‌هنگام نمودن تنش‌ها و متغیرهای حالت وابسته در مدل کریستال پلاستیسیته معرفی شده است. برای به کارگیری این الگو جهت شبیه‌سازی رفتار مواد تک کریستال و پلی کریستال، فرمول‌بندی معرفی شده در یک برنامه اجزای محدود پیاده‌سازی شده است. با استفاده از روش سلول واحد، یک شبکه پلی کریستال تک فازی به صورت توده‌ای از گره‌های تک کریستالی با جهت‌گیری‌های متنوع، ایجاد شده و این شبکه به کمک الگوی ارائه شده برای مواد تک کریستال، مورد تحلیل قرار گرفته و در ادامه یک ماده پلی کریستال دوفازی با پخش تصادفی گره‌های فازی در سرتاسر توده پلی کریستال نیز شبیه‌سازی شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی با نتایج دیگر محققین مورد صحت سنجی قرار گرفته است.

واژه‌های کلیدی: کریستال پلاستیسیته، تک کریستال، پلی کریستال دوفازی، تحلیل اجزاء محدود

Micromechanical Modeling of Multiphase Metals, Using a Crystal Plasticity Model

M. Mashayekhi and H. Shaarabaf

Mech. Eng. Dep't,

Isfahan Univ. of Tech.

(Received: 24 May, 2010; Accepted: 28 Nov., 2010)

ABSTRACT

In this paper the plastic deformation of single phase and two-phase polycrystal materials is studied both experimentally and by a FEM model computation, taking into account crystal plasticity. A fully coupled constitutive elastic-plastic crystal plasticity model is developed and implemented in the finite element model to define the single crystal material. A polycrystal lattice as an aggregate of single crystal grains with various orientations is both simulated and analyzed by means of unit cell method. The user-subroutine has been written for single crystals materials. Many experimental tests of polycrystal materials have been performed to trust the results of simulations. The stress versus strain dependence as obtained from this FEM-model appears to be in good accordance with experimental results.

Keywords: Crystal Plasticity, Single Crystal, Two-phase Polycrystal, FEM Analysis

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): mashayekhi@cc.iut.ac.ir

۲- کارشناس ارشد: h.shaarabaf@me.iut.ac.ir

۱- مقدمه

کریستال پلاستیسیته، نگاهی جامع و دقیق به رفتار فلزات در مقیاس مزو^۱ در سطوح کریستالی و خطوط لغزش ارائه داده است. از آنجا که فلزات، ساختاری کریستالی دارند جریان پلاستیک فلزات محدود به صفحات کریستالی و در جهات معینی رخ داده است. کریستال پلاستیسیته با یک رویکرد میکروسکوپی سعی نموده فرآیند شکل‌گیری جریان پلاستیک را توصیف نماید. دلایل برتری مدل کریستال پلاستیسیته بر مدل‌های کلاسیک را می‌توان به سه عنوان اصلی نسبت داد؛ اول اینکه مدل کریستال پلاستیسیته، لغزش کریستالی را به عنوان عامل اصلی تغییر شکل پلاستیک در نظر گرفته است. دوم اینکه مدل پلاستیسیته مناسبی منطبق بر فیزیک تغییر شکل ارائه داده است و سوم به دلیل نگاه عمیق‌تر به رفتار فلزات در سطوح کریستال‌ها، نتایج آن دقت بالاتری نسبت به سایر مدل‌ها خواهد داشت. از این رو مدل کریستال پلاستیسیته برای شبیه‌سازی واقع‌بینانه فرآیندهای مکانیکی که با تغییر شکل پلاستیک فلزات همراه است، مورد استفاده خواهد بود. در فرآیندهای شکل‌دهی که ساختار کریستالی ماده تغییر نموده از جمله شکل‌دهی گرم یا سرد و نورد، می‌توان از این مدل سود برد. هم‌چنین با استفاده از این مدل می‌توان رفتار پلاستیک مواد چندفازی که کاربرد فراوانی در قطعات نظامی، بدنه خودرو قطعات هوایی دارند را به صورت دقیق تحلیل نمود.

به کمک مدل‌های کریستال پلاستیسیته، شبیه‌سازی کرنش سختی سامانه لغزش و گسترش تنش‌های داخلی در سرتاسر توده کریستالی فراهم شده است. کریستال پلاستیسیته اجازه داده تا هر گره فازی به تعدادی اجزاء محدود تجزیه شده و قوانین تعادل برای هر کریستال به صورت مجزا محاسبه و با حل آن، تغییر شکل کلی در بین کریستال‌ها استخراج شوند. در یک ماده پلی کریستال توده‌ای از تک کریستال‌ها وجود دارد که با اندازه و جهات کریستالی مختلف در کنار هم قرار گرفته‌اند. برای تحلیل رفتار مکانیکی یک ماده پلی کریستال از دیدگاه میکرو، چالش‌های جدی وجود دارد. زیرا با مدل کریستال پلاستیسیته و معادلات ساختاری مربوط به تک کریستال‌ها فقط می‌توان رفتار

میکرومکانیکی یک تک کریستال را تعیین نمود. بنابراین برای تحلیل رفتار میکرومکانیکی مواد پلی کریستال لازم است با استفاده از مدل آنها و ایجاد ارتباط بین رفتار یک تک کریستال در حالت میکرو و یک ماده پلی کریستال در حالت ماکرو، ماده پلی کریستال را تحلیل نمود. تاکنون مدل‌های مختلفی برای برقراری این ارتباط ارائه شده که یکی از پرکاربردترین این مدل‌ها، روش سلول واحد^۲ است. در این روش، یک نمونه پلی کریستال به صورت توده‌ای از گره‌های تک کریستالی در نظر گرفته شده که با کنار هم قرار گرفتن این گره‌های تک کریستالی، یک حجم پلی کریستال به دست خواهد آمد. رفتار هر تک کریستال با استفاده از معادلات کریستال پلاستیسیته تعریف شده است. سپس می‌توان هر یک از تک کریستال‌ها را به تعداد محدودی جزء تقسیم‌بندی نمود و شبکه به دست آمده را به یک روش عددی مانند روش اجزاء محدود حل نمود. با توجه به ماهیت این روش، تغییر شکل در هر گره فازی با گره‌های همسایه متفاوت خواهد بود.

شبیه‌سازی ماده پلی کریستال دو فازی نیز مانند پلی-کریستال تک‌فازی است و تک کریستال‌های هر فاز در سرتاسر حجم پلی کریستالی توزیع می‌شوند. در این روش شرایط سازگاری و تعادل در سرتاسر توده پلی کریستال برقرار شده و می‌توان رفتار ماده را به صورت وابسته به زمان و تفکیک قائل شدن بین نرخ‌های سخت‌شوندگی سامانه‌های لغزش موجود در یک تک کریستال تعریف نمود. در این روش امکان اعمال خواص الاستیک مستقل برای هر گره تک-کریستالی وجود دارد.

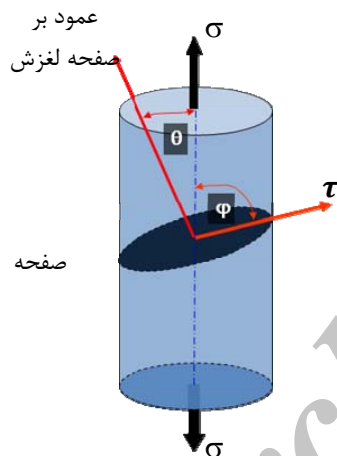
تاکنون تحقیقات زیادی در زمینه شبیه‌سازی مواد پلی-کریستال تک‌فازی و چندفازی با استفاده از مدل کریستال پلاستیسیته انجام شده است. داوسون^۳ و هان^۴ آلیاژی مجازی از آهن و مس را با هدف تعیین تنش بین گره‌ها در فازهای مختلف شبیه‌سازی نمودند. در مدل اجزاء محدود این آلیاژها، گره‌ها به صورت دوازده سطحی در نظر گرفته شده و هر گره به ۴۸ المان تجزیه شده است [۱]. داوسون و بارتون^۵، تیتانیوم

2- Unit Cell
3- Dawson
4- Han
5- Barton

1- Meso Scale

۱-۲ سینماتیک تغییرشکل کریستالی

شروع پدیده لغزش در یک جامد کریستالی با لغزش اتم‌ها در صفحات لغزش خاص و در جهت‌های معین رخ داده است. به طور معمول صفحه لغزش، صفحه‌ای با بالاترین تراکم اتمی و جهت لغزش، جهتی در صفحه لغزش است که در آن اتم‌ها به هم نزدیک‌ترند. دلیل اصلی لغزش اتم‌ها در ساختار کریستالی فلزات را می‌توان به تنش‌های برشی نسبت داد. تنش برشی تجزیه شده^۶ بر روی صفحه لغزش در کریستال‌ها، τ_{RSS} ، به عنوان علت اصلی لغزش اتم‌ها شناخته شده است. ارتباط این تنش برشی، جهت‌گیری کریستال و هم‌چنین تنش اعمالی بر کریستال توسط قانون اشمید معرفی خواهد شد. در شکل ۱ یک تک کریستال تحت تنش کششی σ نشان داده شده است.



شکل (۱): یک تک کریستال تحت تنش کششی σ .

رابطه تنش برشی تجزیه شده (τ_{RSS}) جهت‌گیری کریستال و تنش کلی اعمالی σ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\tau_{RSS} = \sigma \cos(\theta) \cos(\phi). \quad (1)$$

یک ماده کریستالی در شبکه خود می‌تواند چرخش و تغییرشکل الاستیک را تحمل نماید. گرادبان تغییرشکل برای یک تغییرشکل به صورت زیر تعریف شده است [۶]:

$$F = F^* \cdot F^P, \quad (2)$$

چندفازی را با تعداد محدودی از گره‌هایی دوازده سطحی تحلیل نمودند. گره‌ها در یک قسمت مرکزی حجم، دسته-بندی شده و توسط المان‌هایی محصور شدند تا گره‌های داخلی از شرایط مرزی مجزا شوند [۲]. استاروسکی^۱ و آناند^۲ نشان دادند برای اعمال اثرات مرز گره‌ای لازم است یک جمله به مدل دستگاه‌های کریستالی اضافه شود. آن‌ها برای تحلیل دقیق‌تر، لغزش نسبی و تفکیک گره‌های همسایه را پیشنهاد نمودند [۳]. هارتیگ^۳ و مکینگ^۴ آلیاژ آهن - مس را با تعداد ۲۰ گره منشوری شکل شبیه‌سازی نمودند. هر دو فاز دارای رفتار یکسان و هر گره به تعداد زیادی اجزاء محدود تقسیم - شد و در پایان برابری قابل قبولی بین نتایج کارهای عددی و تجربی آن‌ها به دست آمد [۴]. عباسی و نمز^۵ از یک مدل میکرومکانیکی برای تعریف رفتار مکانیکی فولاد دوفازی فریت - مارتنزیت استفاده نمودند. در این مدل، هر کدام از فازها به صورت سلول‌هایی با رفتار الاستیک-پلاستیک اختصاصی در نظر گرفته شد و از عکس‌العمل‌های بین فازی نیز صرف نظر شد. آن‌ها سه چیدمان سلولی برای طراحی ماده به صورت کرنش صفحه‌ای و دوبعدی معرفی نمودند و اثر هر یک از چیدمان‌ها بر رفتار مکانیکی مدل و برابری آن بر نتایج تجربی را مورد بررسی قرار دادند [۵].

در این پژوهش، آلیاژ دو فازی آهن و مس با مدل کریستال پلاستیسیته شبیه‌سازی شده است. شکل، اندازه گره‌های تک کریستالی و مدل کارسختی برای رفتار سخت-شوندگی کریستال‌ها که در این تحقیق به کار گرفته شده، مطابقت نتایج شبیه‌سازی و آزمایش‌های تجربی انجام شده است. در این تحقیق، ابتدا مبانی سینماتیک تغییرشکل کریستالی، معادلات ساختاری و سختی وابسته به زمان مواد کریستالی ارائه و آنگاه روش پیاده‌سازی معادلات ارائه شده برای تعیین رفتار یک ماده تک کریستال به روش حل اجزاء محدود بیان شده است.

- 1- Staroselksy
- 2- Anand
- 3- Hartig
- 4- Meching
- 5- Nemes

6- Resolved Shear Stress

$$D = D^* + D^P, \quad \Omega = \Omega^* + \Omega^P. \quad (7)$$

در این صورت، گرادیان سرعت مربوطه به لغزش پلاستیک برابر است با:

$$D^P + \Omega^P = F^* \cdot \dot{F}^P \cdot F^{P-1} \cdot F^{*-1}. \quad (8)$$

از آنجا که تغییر شکل پلاستیک توسط لغزش نابجایی‌ها رخ داده است، می‌توان گرادیان سرعت لغزش پلاستیک را به صورت زیر نوشت:

$$D^P + \Omega^P = \sum_{\alpha=1}^n \dot{\gamma}^{(\alpha)} s^{*(\alpha)} m^{*(\alpha)}, \quad (9)$$

که در آن، اندیس α بیانگر سامانه‌های لغزش فعال و نرخ کرنش سامانه α است که نسبت به شبکه اندازه‌گیری می‌شود. نمو پسماند گرادیان تغییر شکل پس از باربرداری الاستیک و بازگشت شبکه به جهت‌گیری حالت مرجع را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{F}^P \cdot F^{P-1} = \sum_{\alpha=1}^n \dot{\gamma}^{(\alpha)} s^{(\alpha)} m^{(\alpha)}. \quad (10)$$

Ω^P و D^P نیز به صورت زیر معرفی می‌شوند:

$$\mu^{(\alpha)} = \frac{1}{2} (s^{*(\alpha)} m^{*(\alpha)} + m^{*(\alpha)} s^{*(\alpha)}), \quad (11)$$

$$W^{(\alpha)} = \frac{1}{2} (s^{*(\alpha)} m^{*(\alpha)} - m^{*(\alpha)} s^{*(\alpha)}),$$

$$D^P = \sum_{\alpha=1}^n \mu^{(\alpha)} \dot{\gamma}^{(\alpha)},$$

$$\Omega^P = \sum_{\alpha=1}^n W^{(\alpha)} \dot{\gamma}^{(\alpha)}. \quad (12)$$

۲-۲- معادلات ساختاری در کریستال پلاستیسیته

با فرض استقلال تغییر شکل الاستیک کریستال از لغزش کریستالی، می‌توان نرخ تنش را به صورت زیر بیان نمود [۷]:

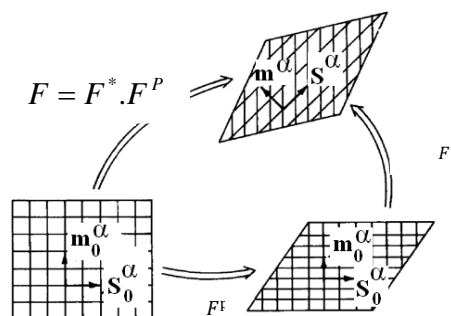
$$\tau^{\nabla*} = L : D^*, \quad (13)$$

که در آن، L تانسور مدول الاستیک $\tau^{\nabla*}$ نرخ جیومان تنش کیرشلف در دستگاه مختصاتی است که با شبکه دوران نموده و به صورت زیر است:

$$\tau^{\nabla*} = \dot{\tau} - \Omega^* \cdot \tau + \tau \cdot \Omega^*, \quad (14)$$

که در آن، $\dot{\tau}$ نرخ مادی تنش کیرشلف است. تنش کیرشلف τ به صورت $(\rho_0 / \rho) \sigma$ تعریف شده که ρ و ρ_0 به ترتیب چگالی ماده در مختصات جاری و مرجع و σ نیز تنش کوشی

که در آن، F^P گرادیان تغییر شکل به دلیل لغزش پلاستیک بر روی سامانه‌های لغزش و F^* حاصل اتساع و چرخش شبکه کریستالی است. گرادیان تغییر شکل ماندگار پس از باربرداری الاستیک و برگشت شبکه به جهت‌گیری آن در دستگاه مختصات مرجع به صورت $F^P = F^{*-1} \cdot F$ است.



شکل (۲): سینماتیک تغییر شکل کریستالی [۱۹].

با معرفی گرادیان تغییر شکل می‌توان جهت لغزش سامانه α و بردار عمود به سطح لغزش آن پس از تغییر شکل الاستیک یک شبکه را به صورت زیر به دست آورد:

$$s^{*(\alpha)} = F^* \cdot s^{(\alpha)}, \quad (3)$$

$$m^{*(\alpha)} = m^{(\alpha)} \cdot F^{*-1}, \quad (4)$$

که در آن، $s^{(\alpha)}$ بردارهای جهت لغزش و بردار عمود به سطح لغزش سامانه α قبل از تغییر شکل هستند (شکل ۲). گرادیان سرعت نیز در مختصات جاری برابر است با:

$$L = \nabla V = \dot{F} \cdot F^{-1} = \dot{F}^* \cdot F^{*-1} + F^* \cdot \dot{F}^P \cdot F^{P-1} \cdot F^{*-1}. \quad (5)$$

گرادیان سرعت، (عامل L) را می‌توان به دو مؤلفه

تجزیه نمود:

$$L = D + \Omega, \quad (6)$$

که در آن، پارامترهای D و Ω به ترتیب، نرخ متقارن تانسور انبساط و نرخ تانسور چرخان هستند. با توجه به شکل ۲ می‌توان دو عبارت D و Ω را به دو قسمت لغزش پلاستیک (D^P, Ω^P) و تغییر شکل شبکه (D^*, Ω^*) تجزیه نمود:

بر اساس قانون اشمید در یک جامد کریستالی وابسته به زمان، رابطه نرخ لغزش $\dot{\gamma}$ برای سامانه لغزش α ، با تنش برشی تجزیه شده بر روی صفحه لغزش به صورت زیر است:

$$\dot{\gamma}^{(\alpha)} = \dot{a}^{(\alpha)} f^{(\alpha)} \left(\frac{\tau^{(\alpha)}}{g^{(\alpha)}} \right), \quad (21)$$

که در آن، $\dot{a}^{(\alpha)}$ ثابت نرخ کرنش مرجع بر روی سامانه لغزش α ، $g^{(\alpha)}$ بیانگر مقاومت جاری سامانه α و تابع بدون بعد و $f^{(\alpha)}$ تابعیت نرخ کرنش نسبت به تنش می باشد.

هاچینسون^۴ از یک قانون توان ساده برای خزش چند کریستالی استفاده [۸] و $f^{(\alpha)}$ را به صورت زیر ارائه داد:

$$f^{(\alpha)}(x) = x \times |x|^{n-1}, \quad (22)$$

که در آن، n توان نرخ حساسیت است. مشخصه های سخت-شوندگی کرنشی، با رشد $g^{(\alpha)}$ تعیین خواهد شد. تغییرات $g^{(\alpha)}$ برای سامانه لغزش α برابر است با:

$$\dot{g}^{(\alpha)} = \sum_{\beta} h_{\alpha\beta} \dot{\gamma}^{(\beta)}, \quad (23)$$

که در آن، $h_{\alpha\beta}$ مدول سختی لغزش و β تعداد سامانه های لغزش فعال است. $h_{\alpha\alpha}$ و $h_{\alpha\beta}$ ، $\alpha \neq \beta$ به ترتیب مدول خودسخت شوندگی و سخت شوندگی مکمل می باشند. پیرس^۵ و همکاران از یک مدل ساده، هایپر سکانت، برای مدول خودسخت شوندگی استفاده نمودند [۹]:

$$h_{\alpha\alpha} = h(\gamma) = h_0 \sec h^2 \left| \frac{h_0 \gamma}{\tau_s - \tau_0} \right|, \quad (24)$$

که در آن، h_0 مدول سختی اولیه، τ_0 تنش تسلیم اولیه (برابر با $g_0^{(\alpha)}$) و τ_s تنش مرحله اول، شروع تغییر شکل پلاستیک بزرگ و γ کرنش برشی انباشته تیلور بر روی تمامی سامانه های لغزش بوده و به صورت زیر تعریف می شود::

$$\gamma = \sum_{\alpha=1}^n \int_0^t |\dot{\gamma}^{(\alpha)}| dt. \quad (25)$$

مدول سخت شوندگی مکمل نیز به صورت زیر بیان می شود:

$$h_{\alpha\beta} = qh(\gamma) \quad \alpha \neq \beta. \quad (26)$$

در این رابطه، q نیز یک ثابت ماده است.

است. τ^{∇} نرخ جیومان تنش کیرشهف بر روی محورهایی است که با ماده دوران نموده و از رابطه زیر به دست می آید:

$$\tau^{\nabla} = \dot{\tau} - \Omega \cdot \tau + \tau \cdot \Omega, \quad (15)$$

و اختلاف بین این دو نرخ جیومان برابر است با:

$$\tau^{\nabla*} - \tau^{\nabla} = \sum_{\alpha=1}^n \beta^{(\alpha)} \dot{\gamma}^{(\alpha)}. \quad (16)$$

$\beta^{(\alpha)}$ طبق رابطه زیر است:

$$\beta^{(\alpha)} = W^{(\alpha)} \cdot \tau - \tau \cdot W^{(\alpha)}. \quad (17)$$

وقتی روابط (۱۳) تا (۱۷) با هم ترکیب شوند، معادله ساختاری زیر به دست خواهد آمد:

$$\tau^{\nabla} = L : D - \sum_{\alpha=1}^n [L : \mu^{(\alpha)} + \beta^{(\alpha)}] \dot{\gamma}^{(\alpha)}. \quad (18)$$

از رابطه به دست آمده برای نرخ جیومان تنش کیرشهف برای محاسبه نمو تنش در هر گام از حل اجزاء محدود استفاده شده است. اگر قانون اشمید بر حسب تنش کیرشهف بیان شود، می توان نرخ تغییرات تنش برشی را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\dot{\tau}^{(\alpha)} = m^{*(\alpha)} \cdot \tau \cdot s^{*(\alpha)}. \quad (19)$$

$$\dot{\tau}^{(\alpha)} = m^{*(\alpha)} \cdot (\tau^{\nabla*} - D^* \cdot \tau + \tau \cdot D^*) \cdot s^{*(\alpha)}. \quad (20)$$

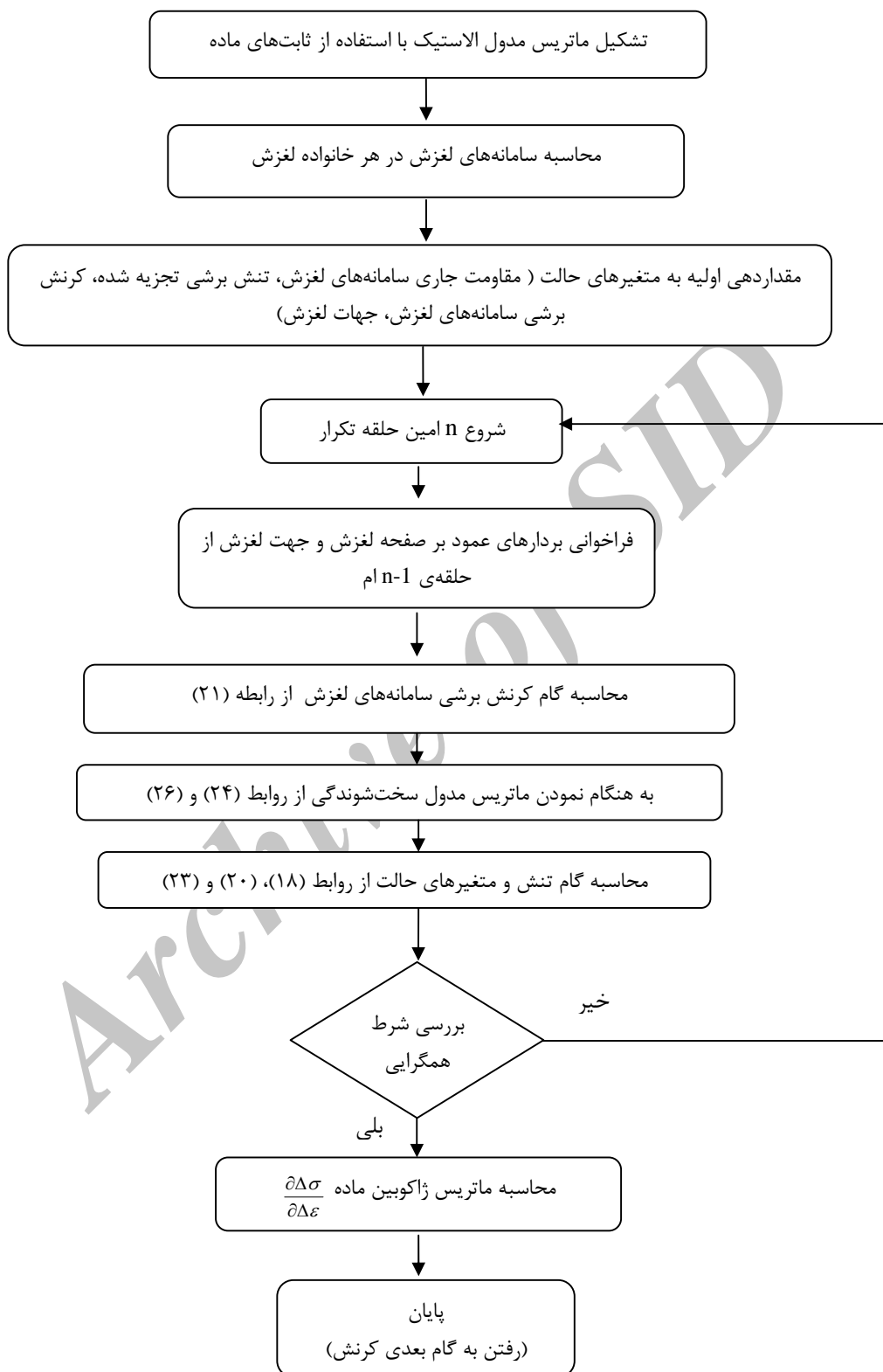
این رابطه برای محاسبه گام تنش برشی تجزیه شده به کار گرفته شد.

۲-۳- سختی وابسته به زمان مواد کریستالی

مطالعات تجربی تیلور و الام^۱ در سال ۱۹۷۷ بر روی سخت-شوندگی سامانه های لغزش نشان داد که در تغییر شکل پلاستیک، یک سامانه لغزش نه تنها به علت لغزش بر روی سامانه خودکار سخت شده (خودسخت شوندگی)، بلکه به وسیله لغزش صورت گرفته در سامانه های لغزش دیگر نیز کارسخت خواهد شد (سخت شوندگی مکمل^۲) [۹]. تاکنون مدل های متنوعی برای تعریف رفتار کارسختی سامانه های لغزش ارائه شده که در این تحقیق از مدل هایپر سکانت^۳ استفاده شده است.

4- Hutchinson
5- Peirce

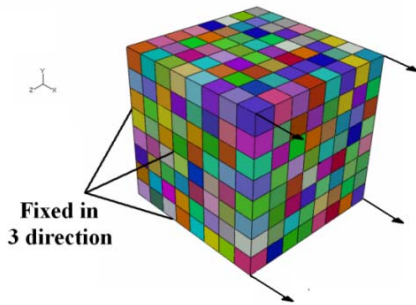
1- Taylor and Elam
2- Latent Hardening
3- Hyper Secant



شکل (۳): الگوی تعریف معادلات تک کریستال‌ها در زیربرنامه برای یک گام کرنش.

محدود را تشکیل داده و این حجم به عنوان حجمک نماینده برای تحلیل پلی کریستال‌ها به کار رفته است.

در شکل ۴ حجمک نماینده برای شبیه‌سازی مسائل پلی کریستال این بخش (تک فاز و دو فاز) به همراه شرایط مرزی اعمالی نشان داده شده است. هر المان، نشان-دهنده یک جهت‌گیری خاص کریستالی می‌باشد.



شکل (۴): حجمک نماینده برای شبیه‌سازی پلی کریستال به همراه شرایط مرزی.

عوامل مدل پلی کریستال برای نمونه مسی، در جدول ۱ ارائه شده است. عامل C_{ij} مدول الاستیک کریستال‌های FCC مس در سه جهت اصلی کریستال است [۱۰]. عوامل مدول کارسختی τ_0 ، τ_s و h_0 از طریق کالیبره نمودن اجزاء محدود با نتایج کارهای تجربی به دست آمده‌اند. فرآیند کالیبره به کمک انطباق نمودارهای نیرو - تغییر مکان در نمونه تجربی تحت کشش و نمونه شبیه‌سازی شده صورت گرفته است. برای رسیدن به مقادیر مطلوب τ_0 ، τ_s و h_0 برای مس، ابتدا این مقادیر در محدوده تعیین شده $0.2\sigma_y < h_0$ و τ_s ، $\tau_0 < 1.5\sigma_y$ انتخاب شده‌اند که σ_y تنش تسلیم نمونه واقعی پلی کریستال است. در ادامه با استخراج منحنی تنش-کرنش از شبیه‌سازی و انطباق آن بر نتایج تجربی مقادیر اولیه اصلاح شده و فرآیند سعی و خطا و بررسی حالات متنوع برای هر یک از عوامل تا رسیدن به نتیجه مطلوب ادامه یافته است. از آنجا که اثر هر یک از عوامل بر رفتار مکانیکی ماده مستقل نیست، لازم است در هر فرآیند سعی و خطا با توجه به اثر متقابل، مقداردهی شوند.

۳- پیاده‌سازی مدل کریستال پلاستیسیته

معادلات ارائه شده برای کریستال پلاستیسیته در بخش ۲ در یک زیربرنامه اجزاء محدود پیاده‌سازی شده است. در این زیربرنامه، معادلات ساختاری حاکم بر تک کریستال‌ها برای نرم‌افزار اجزاء محدود تجاری معرفی شده و این معادلات با روش انتگرال‌گیری زمانی پیش‌رونده، حل شده‌اند [۱۰]. در ضمن فرض شده است که در مختصات مرجع (قبل از بارگذاری) متغیرهای فیزیکی در سامانه‌های لغزش همسان، مقادیر یکسانی دارند. یعنی همه عوامل از جمله تنش تسلیم و مدول سختی اولیه در یک دسته سامانه لغزش مشابه، یکسان هستند. امتیاز اصلی استفاده از این زیربرنامه در یک کد تجاری اجزاء محدود آن است که دامنه وسیعی از انواع المان، مدل‌های ماده و سایر امکانات مانند حل‌گر دستگاه معادلات با راندمان بالا در اختیار برنامه‌نویس قرار خواهد گرفت. الگوی این زیربرنامه در شکل ۳ ارائه شده است.

۴- اعتبارسنجی شبیه‌سازی‌های پلی کریستال

برای اعتبارسنجی مدل به کار گرفته برای شبیه‌سازی رفتار مواد پلی کریستال از یک سو و درستی پیاده‌سازی عددی از سوی دیگر، یک نمونه کششی از ماده پلی کریستال مس با خلوص ۹۹/۹٪ انتخاب شد. در اعتبارسنجی، یک نمونه مس با خلوص ۹۹/۹٪ مورد آزمایش تجربی کشش ساده قرار گرفته و رفتار پلاستیک آن با نتایج مدل شبیه‌سازی شده پلی کریستال مس مقایسه شده است. یکی از مهمترین عوامل در شبیه‌سازی مواد پلی کریستال، شکل و تعداد گره‌های تک کریستالی است که باید استقلال نتایج از تعداد گره‌ها و المان‌های پلی کریستال مورد بررسی قرار گیرد. حجم به دست آمده با شرایط فوق حجمک نماینده^۱ شناخته شده است. در این تحقیق، برای شبیه‌سازی پلی کریستال‌های تک و دو فاز، مکعبی به ابعاد $8 \times 8 \times 8$ به تعداد ۵۱۲ گره تک-کریستالی مکعبی به ابعاد $1 \times 1 \times 1$ میلی‌متر در نظر گرفته و در سه جهت اصلی مقید شده تا بتواند شرایط مرزی میله تحت کشش را ارضاء نماید. به سطح طرف غیر مقید مکعب جابه‌جایی برابر با ۲۵٪ طول اولیه میله در جهت عمود بر آن سطح اعمال شده است. هر گره یک المان از شبکه اجزاء

1- Representative Volume Element

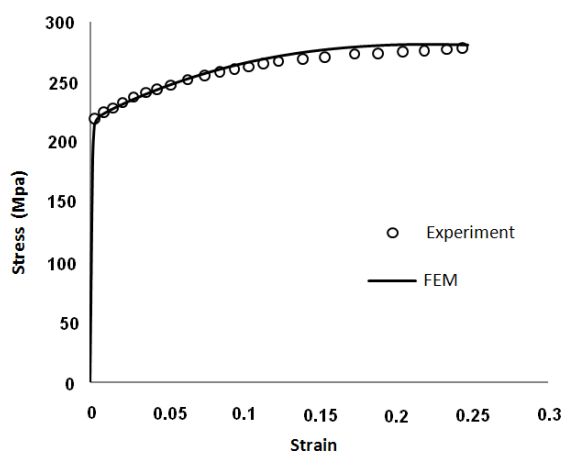
جدول (۳): خواص مکانیکی نمونه مس ۹۹/۹ درصد.

σ_y^0 (Mpa)	$\sigma_{T.S}$ (Mpa)	e_u (%)	E (Gpa)	K (Mpa)*	n*
218.12	274.79	32%	175	196.37	0.66

$$\sigma = \sigma_{y0} + K \varepsilon_p^n$$



شکل (۵): نمایی از نمونه مسی قبل و پس از آزمایش.



شکل (۶): مقایسه نمودار تنش - کرنش مس مورد آزمایش با نمونه شبیه‌سازی شده.

۵- مدل پلی کریستال دو فازی آهن - مس

امروزه پیش‌بینی رفتار مکانیکی مواد پلی کریستال دو فازی مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است [۱۲-۱۴]. در این تحقیق سعی شده تا به کمک مدل کریستال

جدول (۱): عوامل مدل پلی کریستال برای نمونه مسی.

h_0 (Mpa)	103.5 (caliber)
τ_s (Mpa)	90.4 (caliber)
τ_0 (Mpa)	80.9 (caliber)
C_{11} (Mpa)	168400 [10]
C_{12} (Mpa)	121400 [10]
C_{44} (Mpa)	75400 [10]

جدول (۲): تحلیل شیمیایی نمونه مس مورد آزمایش.

ترکیبات	Ni	Zn	Pb	Fe	Cu
درصد عناصر	0.03	0.015	0.05	0.0097	> 99.9

۴-۱- آزمایش کشش ساده برای پلی کریستال مس

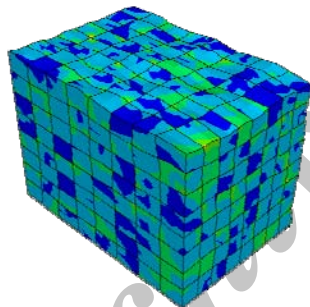
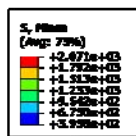
نمونه مورد بررسی از جنس مس با خلوص ۹۹/۹ درصد است. این نمونه از میله نورد و آنیل شده تهیه شده است. تحلیل شیمیایی نمونه به روش کوانتومتری انجام شده و نتایج حاصل در جدول ۲ ارائه شده است. تعداد ۳ نمونه با قطر ۹ میلی‌متر و طول ۴۵ میلی‌متر طبق استاندارد ASTM E8-01 [۱۱] تهیه شده و آزمایش کشش ساده بر روی آن‌ها انجام شده است. نمونه در یک ماشین کشش با ظرفیت ۱۵ تن و سرعت بارگذاری ۲/۷ میلی‌متر بر دقیقه تحت کشش قرار گرفت. در شکل ۵ تصویر نمونه قبل و بعد از آزمایش کشش داده شده است. میانگین خواص مکانیکی استخراج شده از این آزمایش در جدول ۳ آورده شده است.

در شکل ۶ پاسخ مدل کریستال پلاستیسیته در نمونه کششی و نتایج تجربی کشش ساده با یکدیگر مقایسه شده‌اند. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود مطابقت قابل قبولی در نمودار تنش - کرنش وجود دارد. با توجه به بهینه نمودن عوامل مدل، حداکثر برابری در این مدل حاصل شده و بیش‌ترین خطا ۰/۶ درصد می‌باشد.

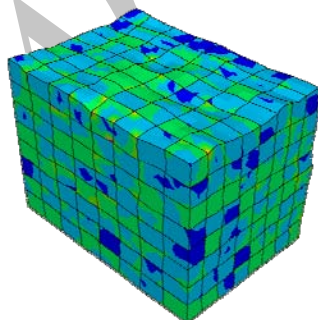
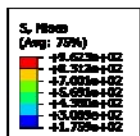
مصنوعی^۲ برای بارگذاری این مدل نزدیک به صفر است و نبود پدیده ساعت شنی را نشان داده است.

جدول (۴): عوامل کریستال پلاستیسیته نمونه آهن و مس حاصل از کالیبره اجزاء محدود.

عوامل ماده	آهن (Fe)	مس (Cu)
$h_0 (Mpa)$	250.6	150.9
$\tau_s (Mpa)$	210.5	90.4
$\tau_0 (Mpa)$	164.5	50.8
$C_{11} (Mpa)$	237,000 [10]	168,400 [10]
$C_{12} (Mpa)$	141,000 [10]	121,400 [10]
$C_{44} (Mpa)$	116,000 [10]	75,400 [10]



(الف)



(ب)

شکل (۷): نمونه تغییرشکل یافته (الف) پلی کریستال مس و (ب) پلی کریستال آهن.

پلاستیسیته، رفتار مکانیکی پلی کریستال دو فازی آهن - مس پیش‌بینی شده و اثر درصد وزنی هر فاز بر روی رفتار مکانیکی پلی کریستال ارزیابی و با نتایج تجربی ارائه شده مورد راستی آزمایی قرار گیرد.

برای رسیدن به این هدف، ابتدا هر یک از فازهای آهن و مس جداگانه به صورت پلی کریستال تک فاز شیبه‌سازی شده‌اند و عوامل مدول کارسختی τ_0 ، τ_s و h_0 و سایر عوامل مدل برای هر یک از فازها به روش کالیبره اجزاء محدود، طبق الگوی بخش ۴ محاسبه شده‌اند. آزمایش‌های متعددی بر روی پلی کریستال تک فاز آهن و مس توسط هارتیگ^۱ انجام شده است [۴] که در کالیبره اجزاء محدود، از نتایج تحقیقات وی استفاده شده است. در ادامه یک توده پلی کریستال شامل گره‌های تک کریستالی آهن و مس با عوامل وابسته به دست آمده برای هر فاز طراحی شده است. در این مدل نمونه لازم است گره‌های فاز به صورت تصادفی در سرتاسر توده پلی کریستال توزیع شوند. به کمک این نمونه، می‌توان اثر درصد وزنی فازهای آهن و مس را مورد ارزیابی قرار داد.

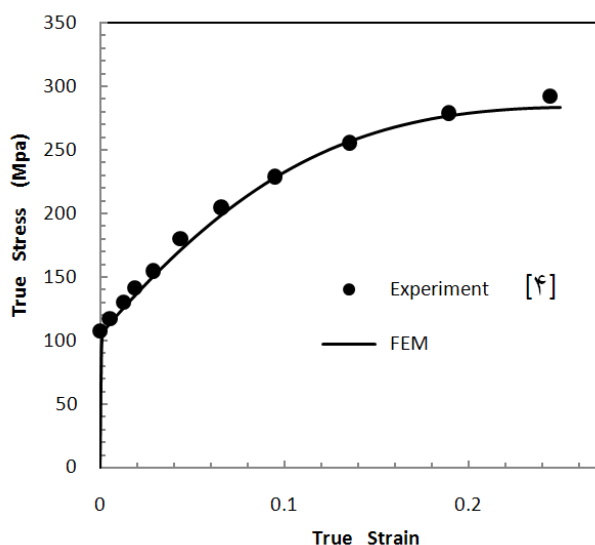
۵-۱- مدل پلی کریستال تک فاز آهن و مس

در این بخش عوامل مدل کریستال پلاستیسیته برای پلی - کریستال تک فاز آهن و مس با تطبیق منحنی تنش - کرنش مدل اجزاء محدود و نتایج تجربی هارتیگ به دست آمده‌اند. در مدل اجزاء محدود حجمک، نماینده و شرایط مرزی پلی کریستال برای شیبه‌سازی مانند بخش ۴ انتخاب خواهند شد. عوامل به دست آمده برای دو نمونه آهن و مس حاصل از کالیبره اجزاء محدود در جدول ۴ ارائه شده است.

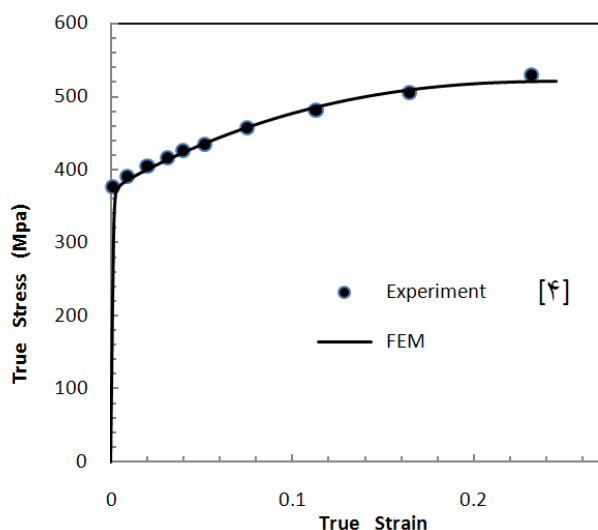
شکل ۷ نمونه تغییرشکل یافته پلی کریستال مس و آهن را با کرنش ۲۵٪ نشان داده است. وجود پستی و بلندی‌های سطوح نمونه تغییرشکل یافته در شکل ۷ را می‌توان به تغییرشکل متفاوت هر گره تک کریستالی در اثر جهت‌گیری متفاوت نسبت داد. وجود این ناهمواری‌ها را نباید با اثرات پدیده ساعت شنی که در المان‌های با نقاط انتگرالی کاهش یافته رخ می‌دهند، اشتباه گرفت. چرا که انرژی کرنشی

2- Artificial Strain Energy

1- Hartig



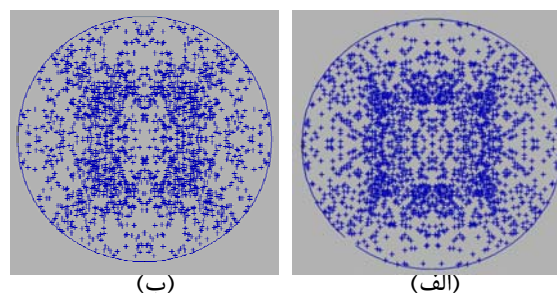
(الف)



(ب)

شکل (۹): نمودار تنش - کرنش پلی کریستال شبیه‌سازی شده و نتایج تجربی هارتینگ [۴] (الف) در نمونه مس و (ب) در نمونه آهن.

در بعضی از شبیه‌سازی‌ها به دلیل اهمیت مرزها، ماده با فیزیکی مستقل از گره‌های مجاور و با رفتاری وابسته به آن‌ها به‌عنوان ناحیه مرز گره‌ای در نظر گرفته شده تا تحلیل دقیق‌تری برای مرز ارائه دهد. البته هنوز مدل جامعی برای مدل‌سازی کامل مرزها ارائه نشده است.



شکل (۸): دیاگرام قطبی جهت $\langle 111 \rangle$ برای (الف) پلی کریستال آهن و (ب) پلی کریستال مس

در مواد پلی کریستال می‌توان برای نمایش جهات کریستالی از دیاگرام قطبی^۱ استفاده نمود. در این دیاگرام موقعیت، یک جهت مشخص کریستالی برای تک تک کریستال‌ها در مختصات مرجع بیان شده است. این مدل پلی کریستال از تعداد ۵۱۲ گره تک کریستالی با زوایای اولیه تصادفی، تشکیل شده است. در شکل ۸ موقعیت زاویه‌ای اولیه این تک کریستال‌ها برای نمونه پلی کریستال آهن و مس در دیاگرام قطبی جهت $\langle 111 \rangle$ کریستال نشان داده شده است. این شکل، بیانگر تصادفی و متنوع بودن جهت کریستال‌ها در توده پلی کریستال می‌باشد.

در شکل ۹ نمودار تنش - کرنش مربوط به تغییرشکل این دو پلی کریستال نشان داده شده است. برابری نتایج مدل اجزاء محدود با نتایج تجربی هارتینگ، اعتبار عوامل انتخاب شده برای مدل کریستالی را در آهن و مس نشان می‌دهد. تغییرشکل و تنش به‌دست آمده در هر گره تک کریستال آهن و مس پلی کریستال به دلیل تنوع در جهت‌گیری کریستال‌ها، متفاوت است. مرزها با تغییرشکل‌های بزرگ همراه بوده و با نزدیک شدن به سطح نمونه این تغییرات گسترده‌تر خواهد شد. از طرف دیگر مقدار تنش بیشینه به طور معمول در مرزهای گره‌ای اتفاق افتاده است. وجود تغییرشکل و تنش بیشینه در مرزها، اهمیت مرزهای گره‌ای در فرآیند تغییرشکل پلاستیک را نشان می‌دهد. از این رو امروزه محققین توجه خود را بر روی طراحی بهتر مرز گره‌ها معطوف ساخته‌اند [۱۷-۱۵].

1- Pole Diagram

وزنی آن‌ها به صورت مجزا در سراسر شبکه پلی کریستالی توزیع شده‌اند.

به کمک شبیه‌سازی پلی کریستال‌های مس و آهن به صورت مجزا و کالیبره نمودن عوامل ماده برای این دو نمونه در بخش (۵-۱)، شبیه‌سازی مدل پلی کریستال دو فازی آهن-مس امکان پذیر بوده و می‌توان رفتار مکانیکی این ماده را با درصدهای وزنی مختلف برای هر دو فاز و چیدمان تصادفی گره‌های تک کریستالی مس و آهن شبیه‌سازی نمود. حجمک نماینده و شرایط مرزی در نظر گرفته شده برای نمونه پلی کریستال دوفازی، مانند نمونه‌های پلی کریستال تک‌فازی است و عوامل ماده برای هر گره فاز بر اساس آهن یا مس، طبق جدول ۴ در نظر گرفته شده است. سه حالت برای درصدهای مختلف فاز آهن و مس به صورت (الف) آهن ۸۳٪ و مس ۱۷٪ (ب) آهن ۵۰٪ و مس ۵۰٪ و (ج) آهن ۱۷٪ و مس ۸۳٪، در نظر گرفته شده است. در شکل ۱۱ توزیع فازهای آهن و مس برای سه حالت فوق که به صورت تصادفی توزیع شده‌اند در شبکه پلی کریستال نشان داده شده است. رنگ (روشن) نشان‌دهنده فاز مس و رنگ (تیره) نشان‌گر فاز آهن است.

در شکل ۱۲ جهت‌گیری اولیه گره‌ها در هر یک از حالات شبیه‌سازی دوفازی در دیاگرام قطبی جهت $\langle 111 \rangle$ نشان داده شده که رنگ روشن نشان‌دهنده فاز مس و رنگ تیره فاز آهن است. در شکل ۱۳ نیز منحنی تنش در حجمک نماینده تغییر شکل یافته را برای هر کدام از سه حالت شبیه‌سازی دوفازی نشان داده شده است.

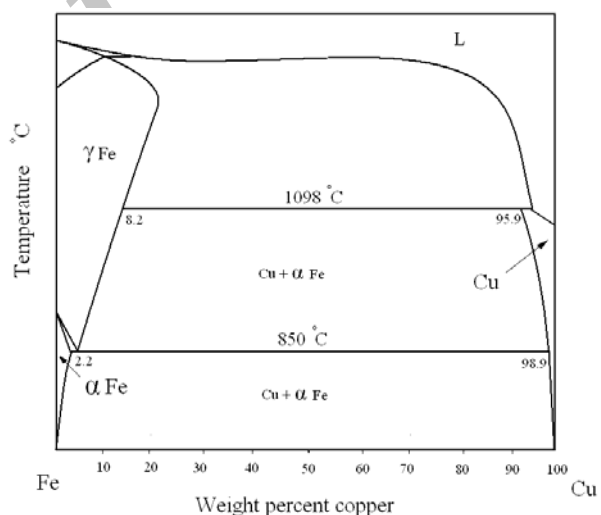
برای بررسی درستی نتایج به دست آمده می‌توان از نمودار تنش - کرنش در حجمک نماینده استفاده نمود. برای این هدف از نتایج تجربی هارتینگ استفاده شده چرا که شرایط تولید پلی کریستال‌های آهن و مس از جمله فرآیند ریخته‌گری، عملیات حرارتی و عملیات‌های پایانی آن‌ها یکسان بوده است. از این رو از ضرایب کالیبره شده تک‌فازی می‌توان در حالت دو فاز نیز استفاده نمود.

در شکل‌های ۱۴-۱۶ نمودار تنش - کرنش، در سه حالت بارگذاری نشان داده شده و نتایج حاصله با نتایج کارهای تجربی هارتینگ [۴] مقایسه شده است.

بیش‌ترین انحراف در نتایج حل عددی و کارهای تجربی در بیش‌ترین مقدار کرنش رخ داده که می‌توان این اختلاف را به پیچیده‌تر شدن رفتار پلاستیک ماده با افزایش کرنش و کاهش دقت مدل‌های کارسختی لغزشی برای پیش‌بینی رفتار پلاستیک ماده نسبت داد.

۵-۲- شبیه‌سازی پلی کریستال دو فاز آهن-مس

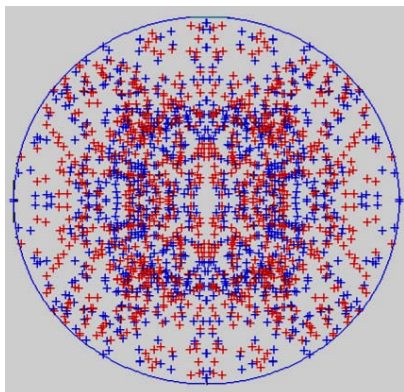
برای شبیه‌سازی مدل، ابتدا لازم است محدوده اعتبار این شبیه‌سازی تعیین شود. در شکل ۱۰ دیاگرام فاز دو فاز آهن و مس نشان داده شده است. ناحیه محدود سمت راست نمودار مربوط به فاز مس با ساختار FCC است و ناحیه محدود در سمت چپ نمودار مربوط به فاز آهن با ساختار BCC است. بین این دو ناحیه نیز ترکیبی از فاز مس به همراه فاز آهن با درصد وزنی مشخصی وجود دارد.



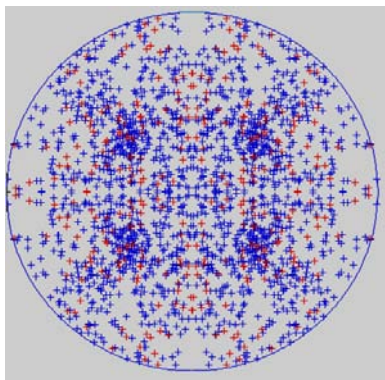
شکل (۱۰): دیاگرام فاز آهن - مس [۱۸].

شبیه‌سازی ماده دوفازی آهن-مس برای یک محدوده دمایی معین یعنی برای ناحیه پایین ۸۵۰ درجه سانتی‌گراد دیاگرام فاز معتبر است؛ چرا که در این ناحیه ترکیبی از فاز آهن به همراه فاز مس وجود دارد و در این ناحیه، دو فاز آهن و مس به صورت محلول جامد^۱ نبوده و ترکیب جدیدی را به وجود نیاورده‌اند بلکه دو فاز بر اساس درصد

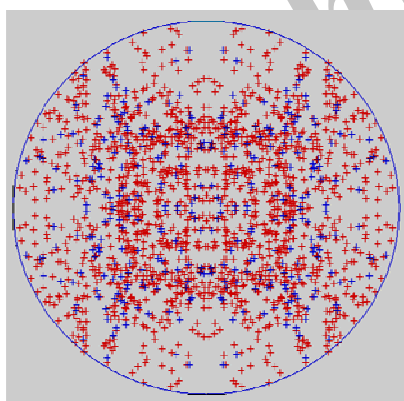
1- Solid Solution



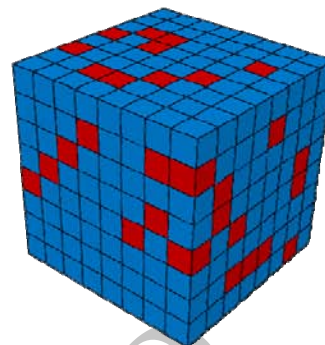
Fe 50% + Cu 50%



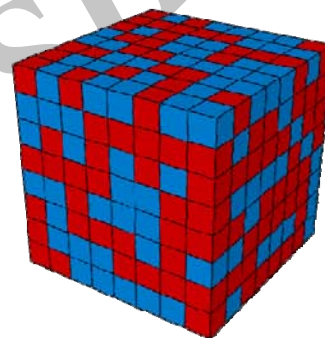
Fe 17% + Cu 83%



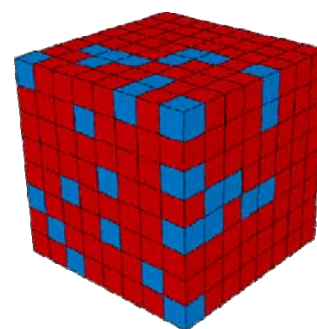
Fe 83% + Cu 17%



Fe 17% + Cu 83%



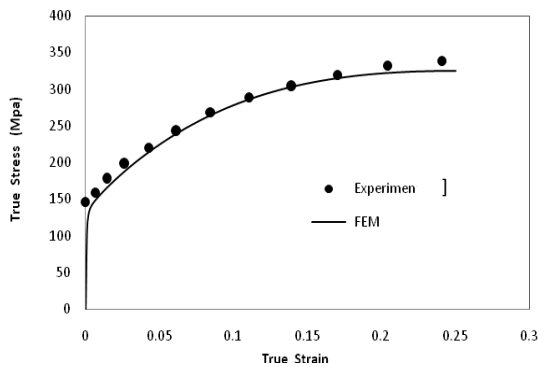
Fe 50% + Cu 50%



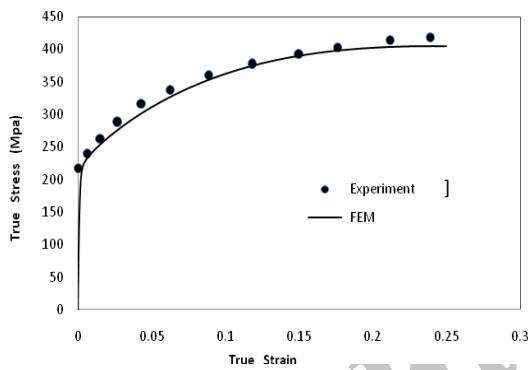
Fe 83% + Cu 17%

شکل (۱۱): توزیع فازهای آهن و مس با درصد‌های وزنی مختلف در سراسر شبکه پلی کریستال.

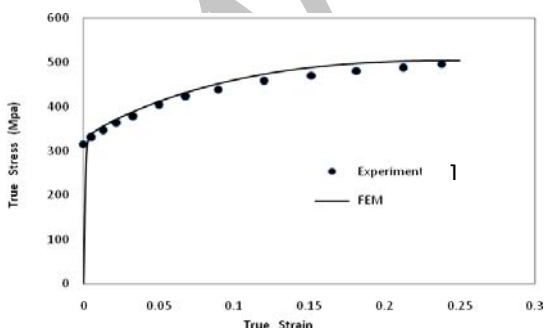
شکل (۱۲): دیاگرام قطبی پلی کریستال‌های دوفازی با درصد‌های وزنی مختلف.



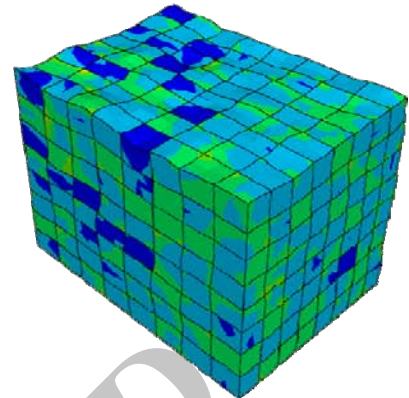
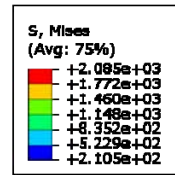
شکل (۱۴): رفتار مکانیکی ماده دوفازی در حالت آهن ۱۷٪ - مس ۸۳٪.



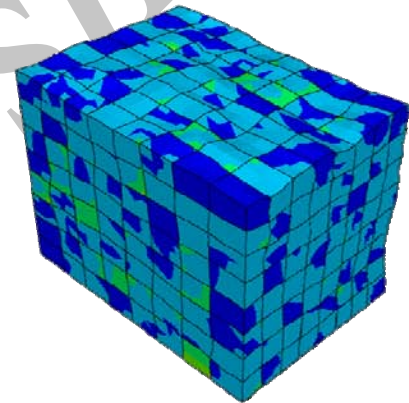
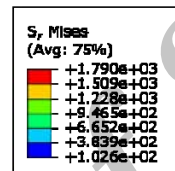
شکل (۱۵): رفتار مکانیکی ماده دوفازی در حالت آهن ۵۰٪ - مس ۵۰٪.



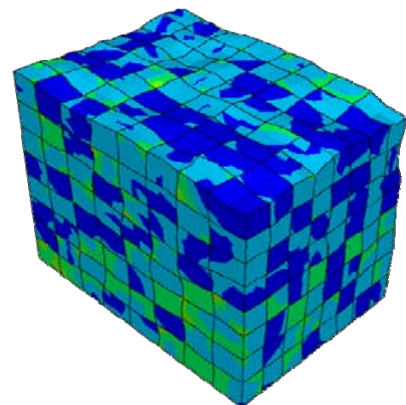
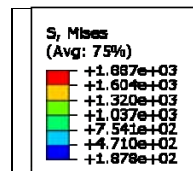
شکل (۱۶): رفتار مکانیکی ماده دوفازی در حالت آهن ۸۳٪ - مس ۱۷٪.



(الف) حجمک نماینده با: Fe 83% + Cu 17%



(ب) حجمک نماینده با: Fe 17% + Cu 83%



(ج) حجمک نماینده با: Fe 50% + Cu 50%

شکل (۱۳): منحنی تنش در حجمک نماینده تغییرشکل یافته برای درصدهای وزنی مختلف

جدول (۵): درصد خطای بین نتایج شبیه‌سازی پلی - کریستال‌ها و کارهای تجربی مرجع [۴].

شبیه‌سازی در پلی کریستال	درصد خطا
مس	۰/۸٪
آهن	۰/۵٪
دوفازی آهن ۸۳٪ + مس ۱۷٪	۲/۰٪
دوفازی آهن ۵۰٪ + مس ۵۰٪	۱/۷٪
دوفازی آهن ۱۷٪ + مس ۸۳٪	۱/۲٪

تحلیل و شبیه‌سازی مواد پلی کریستال دوفازی ارائه شد، می‌توان ماده دو یا چندفازی از جمله فولاد و یا تیتانیوم دوفازی را شبیه‌سازی نمود. برای این شبیه‌سازی، ابتدا لازم است رفتار مکانیکی واقعی هر فاز را به صورت مجزا به دست آورد. سپس با انطباق نمودارهای تنش - کرنش حاصل از حل عددی و نتایج تجربی، عوامل مدل را به دست آورد و در ادامه ترکیبی از فازها را در یک مدل چندفازی شبیه‌سازی نمود. با در نظر گرفتن تعداد و اندازه مناسب برای گره‌های فازی و توزیع تصادفی گره‌ها با درصدهای وزنی متنوع، می‌توان رفتار مکانیکی این مواد را به دست آورد. نتایج حاصل از مدل‌سازی انجام شده نشان می‌دهد:

۱- مدل اجزاء محدود باید مستقل از اندازه، شکل و تعداد گره‌ها باشد تا رفتار مکانیکی مدل به نمونه واقعی نزدیک‌تر شود،

۲- در مواد پلی کریستال دوفازی، چگونگی قرارگرفتن فازها در کنار یکدیگر اثرات قابل توجهی در رفتار مکانیکی ماده دارد و نمی‌توان یک حجمک نماینده را به عنوان حالت نهایی مدل در نظر گرفت بلکه با بررسی حالت‌های تصادفی موقعیت فازها نسبت به یکدیگر سعی شود رفتار مدل شبیه‌سازی شده به رفتار نمونه واقعی نزدیک‌تر شود و

۳- در یک ماده پلی کریستال (با جهت‌گیری تصادفی گره‌های تک کریستالی) در صورتی که تعداد گره‌های فازی مناسبی برای تحلیل در نظر گرفته شود، با تغییر در جهت کریستال‌ها و تغییر دیاگرام قطبی، تفاوت محسوسی در رفتار مکانیکی ماده پلی کریستال حاصل نمی‌شود.

مراجع

- Han, T. and Dawson, P. "Lattice Strain Partitioning in a Two-phase Alloy and Its Redistribution upon Yielding", *Materials Sci. and Eng. A*, Vol. 405, No's. 1-2, pp. 18-33, 2005.
- Barton, N.R. and Dawson, P.R. "On the Spatial Arrangement of Lattice Orientations in Hot-rolled Multiphase Titanium", *Modelling and Simulation in Materials Sci. and Eng.*, Vol. 9, No. 5, pp. 433-463, 2001.
- Staroselsky, A. and Anand, L. "A Constitutive Model for hcp Materials Deforming by Slip and Twinning: Application to Magnesium Alloy AZ31B", *Int. J. Plasticity*, Vol. 19, No. 10, pp. 1843-1864, 2003.

مقدار خطای حاصل از پلی کریستال‌های شبیه‌سازی شده و نتایج تجربی در جدول ۵ ارائه شده است. همان‌طور که در شکل ۱۳ ملاحظه می‌شود شروع تغییرشکل پلاستیک در هر دو فاز به صورت هم‌زمان رخ داده است. در فاز سخت آهن، تنش‌های بزرگ‌تر و در فاز نرم مس، کرنش‌های بزرگ‌تری به وجود آمده‌اند. در حالت شکل ۱۳-الف که درصد وزنی آهن ۸۳٪ است، تنش‌ها بزرگ‌تر از سایر حالات است در صورتی که در حالت شکل ۱۳-ب که درصد وزنی مس ۸۳٪ است تغییرشکل‌ها بزرگ‌تر است.

در مقایسه سایر حالات همان‌طور که در شکل‌های ۱۴-۱۶ ملاحظه می‌شود تطابق خوبی بین نمودارهای تنش-کرنش حاصل از شبیه‌سازی عددی مواد دوفازی و نتایج کارهای تجربی وجود دارد. دلیل این امر را می‌توان به کالیبره خوب برای عوامل مدول کارسختی پلی کریستال‌های آهن و مس نسبت داد که بیشینه خطای ۲ درصدی را برای شبیه‌سازی دوفازی آهن - مس به همراه دارد.

۶- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، با به‌کارگیری الگوی تحلیل ماده پلی کریستال تک فازی، اثر درصد وزنی فازها در یک ماده پلی کریستال دو فازی مورد بررسی قرار گرفت. به کمک روشی که برای

12. Thibaux, P., Chastel, Y., and Chaze, A.M. "Finite Element Simulation of a Two-phase Viscoplastic Material: Calculation of the Mechanical Behavior", *Comp. Mat. Sci.*, Vol. 18, No. 1, pp. 118-125, 2000.
13. Sakai, T. and Fine, M.E. "Plastic Deformation of Ti-Al Single Crystals in Prismatic Slip", *Acta Materialia*, Vol. 22, No. 9, pp. 1359-1372, 1974.
14. Grujicic, M. and Zhang, Y. "Crystal Plasticity Analysis of Stress-assisted Martensitic Transformation in Ti-10V-2Fe-3Al (wt.%)", *J. Mat. Sci.*, Vol. 35, No. 18, pp. 4635-4647, 2000.
15. Mika, D.P. and Dawson, P.R. "Polycrystal Plasticity Modeling of Intracrystalline Boundry Textures", *Acta Materialia*, Vol. 47, No. 4, pp. 1355-1369, 1999.
16. Shi, J. and Zikry, M.A. "Grain Size, Grain Boundary Sliding, and Grain Boundary Interaction Effects on Nanocrystalline Behavior", *Mat. Sci. and Eng.*, Vol. 520, No's. 1-2, pp. 121-133, 2009.
17. Aifantis, K. and Willis, J. "The Role of Interfaces in Enhancing the Yield Strength of Composites and Polycrystals", *J. Mech. and Phys. of Solids*, Vol. 53, No. 5, pp. 1047-1070, 2005.
18. "ASM Int. Handbook Committees, Alloy Phase Diagram", USA, 1992.
19. Khan, A.S. and Huang, S., "Continuum Theory of Plasticity", Wiley Int., 1995.
4. Hartig, C.H. and Mecking, H. "Finite Element Modeling of Two-phase Fe-Cu Polycrystals", *Computational Materials Sci.*, Vol. 32, No's. 3-4, pp. 370-377, 2005.
5. Al-Abbasi, F.M. and Nemes, J.A., "Micro-mechanical Modeling of Dual phase Steels", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 45, No. 9, pp. 1449-1465, 2003.
6. Asaro, R.J. "Micromechanics of Crystal and Polycrystal", *Advances in App. Mech.*, Vol. 23, No. 1, pp. 1-115, 1983.
7. Hill, R. and Rice, J.R. "Constitutive Analysis of Elastic-plastic Crystals at Arbitrary Strain", *J. Mech. & Physics of Solids*, Vol. 20, No. 6, pp. 401-413, 1972.
8. Hutchinson, J.W. "Bound and Self-consistent Estimates for Creep of Polycrystalline Materials", *Proc. Roy. Soc. Series A*, Vol. 348, No. 1652, pp. 101-127, 1976.
9. Peirce, D., Asaro, R.J., and Needleman, A. "Material Rate Dependence and Localized Deformation in Ductile Single Crystals", *Acta Materialia*, Vol. 31, No. 12, pp. 1951-1976, 1983.
10. Huang, Y. "Report Mech-178", Division of Applied Sci., Harvard Univ., Cambridge, Massachusetts, 1991.
11. "ASTM Int. Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials, Designation: E8-01", USA, 2002.

Archive