تحلیل جریان لغزشی کوئت– پوازیه بین دو صفحه موازی حاوی محیط متخلخل با شار گرمای ثابت دیوار از دید قانون اول و دوم ترمودینامیک

مر تضی یاری^۱ و فریدون مولانی^۲ دانشکده فنی دانشگاه محقق اردبیلی (تاریخ دریافت: ۸۹/۰۷/۰۹: تاریخ پذیرش: ۹۶/۰۳/۲۷)

چکیدہ

در این مقاله، انتقال حرارت جابهجایی و تحلیل آنتروپی یک جریان کوئت-پوازیه بین دو صفحه موازی حاوی محیط متخلخل با شرط لغـزش، پرش دمایی، اتلاف لزجتی و شار گرمای ثابت دیوار به کمک روش تحلیل مورد بررسی قرار گرفته است. معادله مومنتم و معادله انرژی بـه کمک روش تحلیلی در سه وضعیت مختلف صفحه بالایی کانال (1 – \overline{V} و 1 = \overline{V} و 0 = \overline{V}) حل شده است. عبارتهای صریحی برای توزیع سرعت و دما بهدست آمده و عدد ناسلت با استفاده از روش انتگرال گیری عددی تعیین شده است. بهطور کلی مشاهده شده که با افزیش عـدد بـرینکمن و کاهش عدد نادسن، عدد ناسلت با استفاده از روش انتگرال گیری عددی تعیین شده است. بهطور کلی مشاهده شده که با افزیش عـدد بـرینکمن و تعیین کننده است. پس از تعیین پروفیل سرعت و دما، به تحلیل آنتروپی در این سیستم پرداخته شده است. با تعیین عـدد بـدون بعـد تولیـد آنتروپی و رسم منحنیهای آن، مشاهده شده که با افزایش نسبت Br/Ω و پارامتر شکل محیط متخلخل بـر عـدد تولیـد تعریف عدد بیجان و رسم نمودارهای مربوط به آن، مشاهده شده که با کاهش نسبت Br/Ω و پارامتر شکل محیط متخلخل، عد بـدون بعـد تولیـ تعریف عدد بیجان و رسم نمودارهای مربوط به آن، مشاهده شده که با کاهش نسبت Br/Ω و فرامتر شکل محیط متخلخل، عدد بـدون بعـد تولیـد افزایش مییابد. وضعیت صفحه بالایی کانال در تعیین تأثیر پارامتر شکل محیط متخلخل بر عـدد بول انتروپی و رسم منحنیهای آن، مشاهده شده که با افزایش نسبت Br/Ω و پارامتر شکل محیط متخلخل مولید آنتروپی افزایش یافتـه است. با تعریف عدد بیجان و رسم نمودارهای مربوط به آن، مشاهده شده که با کاهش نسبت Br/Ω و افزایش پارامتر شکل محیط متخلخل، عدد بیجان نازیش مییابد. وضعیت صفحه بالایی کانال در تعیین پروفیل توزیع تولید آنتروپی و عدد بیجان تعیین کننده است. بهطور کلی با افـزایش عـدد

واژههای کلیدی: محیط متخلخل، عدد ناسلت، تولید انتروپی، لغزش، پرش دمایی، عدد بیجان

Analysis of the Couette-Poiseuille Slip-Flow Between two-Parallel Plate Containing Porous Media with Constant Wall Heat Flux from the First and Second Law of Thermodynamics

M. Yari and F. Meulany

Faculty of Eng. Univ.of Mohaghegh Ardabili (Received: 27 September, 2010; Accepted: 17 June, 2011)

ABSTRACT

In this paper, heat transfer and entropy analysis are carried out for Couette-Poiseuille flow between two parallel plates containing porous media, considering the viscous effect and constant heat flux at the walls. The considered flow is with a temperature jump and slip. The momentum and energy equations are solved analytically. The solution was performed at three situations of channel upper plate movement ($\overline{V} = 0$, $\overline{V} = 1$, $\overline{V} = -1$). Explicit expressions are obtained for velocity and temperature distributions and Nusselt number has been calculated through numerical integration. The results show that, as the Brinkman number increases and Knudsen number decreases the Nusselt number increases. However, the upper plate situation is a determinant factor in establishing the effect of porous media shape parameter on the Nusselt number. It was observed that, as the ratio (Br/ Ω) and the porous media shape parameter increase the entropy generation increases. In addition, decreasing (Br/ Ω) and increasing S results in an increase of Be number. Moreover, with increasing Kn number, the non-dimensional entropy generation number decreases.

Keywords: Porous Media, Nusselt Number, Entropy Generation, Slip, Temperature Jump, Bejan Number

۱- دانشیار (نویسنده پاسخگو): myari@uma.ac.ir

۲- کارشناسی ارشد: ferydon.meulany@gmail.com

فهرست علائم

А	m^2 مساحت، m^2
Be	عدد بیجان
Br	عدد برینکمن
C _P	گرمای ویژه در فشار ثابت، kJ/kgK
Da	عدد دارسی
G	منفی تغییر فشار، Pa/m
Н	نصف پهنای کانال، m
Κ	نفوذپذیری
k _m	رسانندگی گرمایی در محیط متخلخل، W/mK
Kn	عدد نادسن
М	نسبت لزجت
N _H	عدد توليد آنتروپي ناشي از انتقال حرارت
N _F	عدد تولید آنتروپی ناشی از اصطکاک جریان سیال
Ns	عدد تولید آنتروپی کل
N _{s,av}	عدد توليد آنتروپي متوسط
Nu	عدد ناسلت
Р	محیط گرم شده، m
Pr	عدد پرانتل
q_w	W/m^2 شار گرمای دیوار، W/m^2
S	پارامتر شكل محيط متخلخل
Т	دما، K
U	سرعت، m/s
V	سرعت صفحه بالای کانال، m/s

علائم يونانى

ϕ	کار لزجت (رابطه (۱۱))
γ	نسبت گرمای ویژه
λ	متوسط فاصله آزاد مولكولى
μ	لزجت دینامیکی، Pa.s
ũ	لزجت مؤثر در معادله ممنتم
θ	دمای بیبعد
ρ	چگالی، <i>kg/</i> m ³
Ω	اختلاف دماي بيبعد

زيرنويس	
متوسط	m
خصوصیات سیال روی دیوار	s
ديوار	W

۱– مقدمه

بررسی جریان کوئت-پوازیه بین دو صفحه موازی حاوی محیط متخلخل با شار گرمای ثابت دیوار یکی از مسائل کلاسیک در محیط متخلخل بهشمار میرود. با مطرح شدن شرط لغزش، پرش دمایی و اتلاف لزجتی^۱ عدد بدون بعد نادسن و عدد بدون بعد برینکمن در روابط ظاهر می شوند. روابط حاکم بر جریان سیال و انتقال حرارت در محیطهای متخلخل به صورت مبسوط توسط وفایی [۱] ارائه شده است.

نیلد^۲ و همکاران [۲] انتقال حرارت جابهجایی اجباری با شرط لغزش و شار گرمای ثابت دیوار کانال با مقطع دایرهای حاوی محیط متخلخل که با گاز ایده آل پر شده است را بهصورت تحلیلے بررسے کردہاند. هومن [۳] جریان جابهجایی اجباری توسعه یافته در میکروکانال مسـتطیلی در دو حالت با محيط متخلخل و بدون محيط متخلخل را براساس سریه فوریه تحلیل کرده است. هاشمی و همکاران [۴] جریان جابهجایی اجباری توسعه یافته در میکروکانال حلقوی حاوی محیط متخلخل را به کمک حل تحلیلی بررسی کردهاند. در بررسی دیگر، هومن [۵] انتقال حرارت جابهجایی اجباری بین دو صفحه موازی حاوی محیط متخلخل با شار گرمای ثابت دیوار را به دو صورت تحلیلی و عددی مورد بررسی قرار داده است. با تعیین پروفیل سرعت و دما می توان قانون دوم را برای جریان سیال به منظور تحلیل آنتروپی به کار گرفت. محمود و همکاران [۶] به بررسے قانون دوم در مسائل کلاسیک انتقال حرارت جابهجایی پرداخته و روابط مربوط به تولید آنتروپی و عدد بیجان را در این مسائل بیان کردهاند. یاری [۷] تولید آنتروپی در جریان کوئت-پوازیه در میکروکانال با صفحات

¹⁻ Viscous Dissipation

²⁻ Nield

³⁻ Hooman

⁴⁻ Mahmud

موازی و شار گرمای ثابت دیوار را مورد بررسی قرار داده است. محمود و همکاران [۸] انتقال حرارت جابهجایی و تولید آنتروپی را در جریان توسعه یافته بین دو صفحه موازی حاوی محیط متخلخل با دمای ثابت دیوار، به هر دو صورت عددی و تحلیلی بررسی کردهاند.

با توجه به مقالات موجود، در زمینه انتقال حرارت جابهجایی و تحلیل آنتروپی در میکروکانال حاوی محیط متخلخل یک جریان کوئت-پوازیه بین دو صفحه موازی با شار گرمای ثابت دیوار تا اکنون کاری انجام نگرفته است. اهمیت کار حاضر در این است که شرط لغزش، پرش دمایی و اتلاف لزجتی سیال را در حل تحلیلی درنظر می گیرد.

۲- معادلات حاکم

در این بررسی جریان بین دو صفحه موازی حاوی محیط متخلخل همگن با شار گرمای ثابت دیوار را آرام، پایا، تراکمناپذیر، دوبعدی و از نظر هیدرودینامیکی و گرمای توسعه یافته، با خواص مستقل از دما درنظر بگیرید. اتلاف لزجتی سیال در معادله انرژی وارد میشود. شکل ۱ شماتیک مسئله مورد نظر را نشان میدهد. با توجه به هندسه، شرایط مرزی لغزشی و پرش دما به صورت زیر است [۷]:

$$y = -H \quad u = \lambda \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y = -H},$$

$$y = H$$
 $u = V - \lambda \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=H}$, (1)

$$T_{s} - T_{w} = -\frac{2\gamma}{1+\gamma} \frac{\lambda}{Pr} \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=wall}.$$
(7)

۲-۱- تحلیل هیدرودینامیکی

در تحلیل هیدرودینامیکی جریان آرام، پایا، تراکمناپذیر، دوبعدی و توسعه یافته هیدرودینامیکی بین دو صفحه موازی در محیط متخلخل می توان معادلات پیوستگی و مومنتم حاکم را به صورت زیر بیان کرد:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 , \qquad (r)$$

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \tilde{\mu}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) - \frac{\mu}{K}u, \quad (\clubsuit)$$

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \tilde{\mu}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) - \frac{\mu}{K}v. \quad (\Delta)$$



شکل (۱): شماتیک از جریان کوئت-پوازیه با شار گرمای ثابت دیوار.

برای جریان توسعه یافته هیدرودینامیکی پایا بین دو صفحه موازی همان طور که در شکل **۱** نشان داده شده جهت جریان در جهت محور x است، بنابراین 0 = v و از معادله پیوستگی $0 = \frac{\partial u}{\partial x}$ میباشد. همچنین رابطه (۵) نشان میدهد که توزیع فشار در جهت محور y هیدرواستاتیکی میباشد. براساس مطالب ذکر شده و با درنظر گرفتن G بهعنوان منفی تغییر فشار در جهت محور x می توان معادله مومنتم را به صورت زیر بیان کرد:

$$G = \frac{\mu u}{K} - \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \,. \tag{(7)}$$

نسبت لزجت (M)، عـدد دارسی (Da) و پـارامتر شـکل محیط متخلخل (S) سه پارامتر مطـرح در محـیط متخلخـل میباشند، که در زیر تعریف شدهاند [۴]. لازم به ذکـر اسـت که تعریف پارامترهای اخیر و بیان هندسه محـیط متخلخـل بهصورت مبسوط توسط وفایی [۱] ارائه شده و در کار حاضر از تکرار آن خودداری می شود.

$$M = \frac{\tilde{\mu}}{\mu} , Da = \frac{K}{H^2} , S = \sqrt{\frac{1}{MDa}}.$$
 (Y)

با توجه به هندسه مسئله عدد نادسن و برینکمن به-

صورت زیر تعریف می شود [۷]:
$$Kn = \frac{\lambda}{2H}$$
 , $Br = \frac{\mu u_m^2 H}{2q_w K}$. (۸)

پارامترهای بیبعد مناسب مسئله در زیر بیان شده است:

$$Y = \frac{y}{H} , \bar{u} = \frac{u}{u_m} , \bar{V} = \frac{V}{u_m}.$$
 (9)

با اعمال قانون اول ترمودینامیک در یک حجـم محـدود از
سیستم مورد مطالعه با توجه به هومن [۱۰] می توان نوشت:
$$\frac{dT_m}{dx} = \left(q_w P + \int \phi \, dA\right)/\dot{m}C_p$$
 . (۱۶)

دمای بیبعد مناسب به صورت زیر تعریف می شود [۷]: $\theta = \frac{T - T_s}{r_s}$

$$\theta = \frac{1}{q_w H/k_m}.$$
 (19)

با جایگذاری عبارتهای اخیر در معادله انرژی و حل دقیق آن پروفیل دمای بی بعد جریان کوئت-پوازیه در محیط متخلخا، به صورت زیر حاصل می شود:

$$\theta = \frac{a_0}{f_3 f_5} \left[\frac{f_7}{S^2} e^{SY} - \frac{f_8}{S^2} e^{-SY} + \frac{f_3 f_6}{2} Y^2 - a_1 Y \right]$$

$$-a_3 \left[-2Br \left(\frac{1}{f_3 f_5}\right)^2 \left[\frac{f_7^2}{4S^2} e^{2SY} + \frac{f_8^2}{4S^2} e^{-2SY} + \frac{2f_3 f_6}{S^2} (f_7 e^{SY} - f_8 e^{-SY}) + \frac{2f_3 f_6}{S^2} (f_7 e^{SY} - f_8 e^{-SY}) + \left[((f_3 f_6)^2 - 2f_7 f_8) \frac{Y^2}{2} - a_2 Y - a_4 \right].$$
(1A)

$$\theta_s - \theta_w = -\frac{4\gamma}{1+\gamma} \frac{\kappa n}{Pr}, \qquad (\Upsilon \cdot)$$

$$\theta^* = \theta - \frac{4\gamma}{1+\gamma} \frac{Kn}{Pr}.$$
(11)

با حل دقیق معادله دیفرانسیل مرتبه دوم خطی غیر همگن مومنتم، پروفیل سرعت بیبعد جریان کوئت-پوازیه در محیط متخلخل بهصورت زیر بهدست میآید:

$$\bar{u} = \frac{1}{f_3 f_5} [f_7 e^{SY} - f_8 e^{-SY} + f_3 f_6]. \tag{1.}$$

ضرایب
$$f_i$$
 رابطه اخیر در زیر اورده شده است:
 $f_1 = (1 + 2KnS)e^S$,
 $f_2 = (1 - 2KnS)e^{-S}$,
 $f_3 = f_1^2 - f_2^2$,
 $f_4 = \frac{\sinh(S)}{SC}$,

$$\begin{aligned} &f_4 = Sf_3 , \\ &f_5 = 2f_4(f_2 - f_1) + 1, \\ &f_6 = 1 - \bar{V}f_4(f_1 - f_2), \\ &f_7 = (\bar{V}f_5 - f_6)f_1 + f_6f_2, \\ &f_8 = (\bar{V}f_5 - f_6)f_2 + f_6f_1. \end{aligned}$$

Y-Y- تحلیل قانون اول
معادله انرژی در محیط متخلخل برای جریان آرام، پایا،
تراکمناپذیر و دوبعدی بین دو صفحه موازی با درنظر گرفتن
اتلاف لزجتی سیال بهصورت زیر بیان میشود:
$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{K_m}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) + \frac{1}{\rho c_p} \phi.$$
 (17)

در رابطه اخیر، ¢ اتلاف ناشی از لزجت سیال است و از رابطه زیر قابل محاسبه است [۹–۸ و ۲]:

$$\phi = \frac{\mu}{K} (u^2 + v^2). \tag{17}$$

با درنظر گرفتن فرضهای که در حل معادله مومنتم مورد استفاده قرار گرفتند، میتوان معادله انرژی را بهصورت زیر بیان کرد:

$$u\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{K_m}{\rho C_p}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\mu}{\rho C_p K}u^2.$$
 (14)

برای حل معادله انرژی ابتدا باید عبارت مربوط به دیفرانسیل دما در امتداد جریان مشخص شود. یاری [۷] برای جریان توسعه یافته با شار گرمای یکنواخت دیوار این عبارت را بهصورت زیر بیان کرده است:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_w}{dx} = \frac{dT_m}{dx}.$$
 (10)

دمای متوسط بیبعد از رابطه زیر بهدست میآید:

$$T_m = \frac{\int \rho u T dA}{\int \rho u dA} \xrightarrow{(7),(14),(18)} \theta_m^* = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \theta^* \bar{u} dY.$$
 (YY)

با توجه به نیلد [۲] و هومن [۵] عدد ناسلت بـهصورت زیـر تعریف میشود:

$$Nu = \frac{q_w 2H}{K_m (T_w - T_m)} = -\frac{2}{\theta_m^*}.$$
 (YT)

برای ارزیابی درستی نتایج روابط کار حاضر، عدد ناسلت را برای چند مقدار مختلف S در شرایط مشابه با رابطـه (۴.۱۰۲) وفـایی [۱] (Kn = 0, Br = 0, V = 0) و هـومن (۴.۱۰۲) وفـایی [۱] (مائه شده است. مقایسه این اتایج درستی کار حاضر را نشان میدهد.

جدول(۱): مقایسه عدد ناسلت به ازای مقادیر مختلف از S.

S	کار حاضر	وفایی [۱]	هومن [۵]	
			تحليلى	عددى
•/1	۴/۱۱۸	۴/۱۱۸	-	-
١/٠	۴/۱۵۹	4/109	۴/۱۵۸	4/171
1./.	۵/۱۲۹	۵/۱۲۹	۴/۸۰۰	۵/۱۳۹
۲۰/۰	۵/۴۹۲	6/429	-	-

۲-۳- تحليل قانون دوم

آنتروپی در اثر وجود بازگشتناپذیری در یک فرآیند یا سیستم تولید میشود. انتقال حرارت جابه جایی فرآیندی بازگشتناپذیر است، هر دو عامل اصطکاک سیال و انتقال حرارت در تولید آنتروپی نقش دارند. برای بیان پروفیل تولید آنتروپی از عدد تولید آنتروپی تولید شده را نشان میدهد. با تولید آنتروپی کل آنتروپی تولید شده را نشان میدهد. با تعریف عدد بیجان و رسم آن نسبت سهم تولید آنتروپی ناشی از انتقال حرارت مشخص میشود. محمود و همکاران ایم عدد تولید آنتروپی و عدد بیجان در محیط متخلخل را به صورت زیر بیان کردهاند:

$$N_{s} = N_{H} + N_{F} = \left(\frac{\partial \theta^{*}}{\partial Y}\right)^{2} + \frac{2Br}{\Omega} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial Y}\right)^{2}, \qquad (\Upsilon F)$$

$$Be = \frac{N_H}{N_H + N_F}.$$
 (Y\Delta)

عدد تولید آنتروپی متوسط در یک سطح مقطع را میتوان از رابطه زیر بهدست آورد:

$$N_{s,av} = \frac{\int N_s dA}{A} = \frac{\int N_s H dY}{2H} = 0.5 \int_{-1}^{1} N_s dY .$$
 (79)

لازم به توضیح است که، محاسبه دمای متوسط بیبعد و عدد تولید آنتروپی متوسط از رابطههای (۲۲) و (۲۶) با روشهای انتگرالگیری عددی ممکن است و به این منظور از نرمافزار EES استفاده شده است.

۳- نتايج

در این بررسی، انتقال حرارت جابه جایی و تحلیل آنتروپی یک جریان کوئت- پوازیه بین دو صفحه موازی حاوی محیط متخلخل با شرط لغزش، پرش دمایی و شار گرمای ثابت دیوار با درنظر گرفتن اثر اتلاف ناشی از لزجت سیال مورد مطالعه قرار گرفته است. با توجه به شکل ۱ می توان سه وضعیت متفاوت را برای صفحه بالایی کانال درنظر گرفت:

- ساکن (0 = *آ*)،
- حرکت در جهت محور x (1 = Ī) و
- حرکت در خلاف جهت محور x ($\overline{V} = -1$).

در تحلیل قانون اول تأثیر پذیری عدد ناسلت از عدد نادسن (Kn)، عدد برینکمن (Br) و پارامتر شکل محیط متخلخل (S) در شرایط مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. عدد برینکمن ناشی از اتلاف لزجتی سیال میباشد، عدد نادست نیز نقش شرط مرزی لغزش و پرش دمایی را نشان میدهـد. تغییرات عدد ناسلت برخسب عدد نادسن به ازای مقادیر مختلف عدد برینکمن و پارامتر شکل محیط متخلخل در شکلهای ۲ تا ۷ آورده شده است. با توجه به منحنیهای عدد ناسلت مشاهده می شود که در همه مقادیر \overline{V} و S با افزایش Br، عدد ناسلت افزایش می یابد، که این امر ناشبی از وجود لزجت سیال است. این نکته در مورد بررسی محمود و همکاران [۸] نیز صدق میکند. با توجه به شکلهای ۲ تا ۵ هنگامی که $0=\overline{V}$ یا $1=\overline{V}$ باشـد، در مقـادیر مختلـف S بـا افزایش عدد نادسن، بهعلت کاهش اصطکاک جریان سیال عدد ناسلت کاهش می یابد. افزایش S نیز باعث کاهش عدد ناسلت می شود.



شکل (۵): عدد ناسلت بر حسب عدد نادسن در Br مختلف

. S = 5, V = 1 ,



شکل (۶): عدد ناسلت برحسب عدد نادسن در Br مختلف و

.S = 1, V = -1



شکل(\mathbf{Y}): عدد ناسلت بر حسب عدد نادسن در Br مختلف و $\mathbf{S} = \mathbf{S}$. $\mathbf{S} = \mathbf{S}$. $\mathbf{V} = -1$ و

میتوان گفت که بهطور متوسط، در مقادیر Kn مختلف هنگامی که صفحه بالایی کانال ساکن است، عدد ناسلت بزرگتر از حالتی است که این صفحه متحرک باشد. اما در حالتی که صفحه بالایی کانال دارای حرکت در خلاف جهت



شکل (۲): عدد ناسلت برحسب عدد نادسن در Br مختلف و



شکل (۳): عدد ناسلت برحسب عدد نادسن در Br مختلف

و S = 5 , V = 0 و



و مختلف و Br شکل (۴): عدد ناسلت برحسب عدد نادسن در (F) مختلف و S = 1, V = 1

با توجه به شکلهای \mathcal{P} و \mathcal{V} هنگامی که $1 - = \overline{\mathcal{V}}$ باشد، در مقادیر مختلف S به ازای Br بزرگ مقدار بهینهای برای عدد نادسن وجود دارد که به ازای آن عدد ناسلت بیشینه است. با افزایش S عدد ناسلت افزایش می یابد. با توجه به نتایج



 Br/Ω , Kn : عدد تولید آنتروپی برحسب Y در (11): عدد تولید S = 5 , Br = 1 , $\overline{V} = 1$.



 Br/Ω , Kn : عدد تولید آنتروپی برحسب Y در (\mathbf{Y}) : عدد تولید \mathbf{F} : \mathbf{F} = 1 , \mathbf{F} = 1 , \mathbf{F} = .



 Br/Ω , Kn : هکل (۱۳): عدد تولید آنتروپی برحسب Y در S = 5 , Br = 1 , $\overline{V} = -1$.

با افزایش نسبت Br/Ω در اثر وجود اتلاف ناشی از لزجت سیال تولید آنتروپی افزایش مییابد، در حالی که با افزایش Kn بهعلت کاهش اصطکاک جریان سیال تولید آنتروپی کاهش مییابد. همچنین افزایش S موجب وقوع گرادیان سرعت و دما در یک ناحیه نازک مجاور دیوارههای کانال میشود که این امر بیشینه شدن تولید آنتروپی در مجاورت دیوارههای کانال را بهدنبال دارد. بنابراین، توزیع تولید محور x (T = -1) است، برای عدد ناسلت مقدار بزرگتری حاصل می شود.

با تحلیل قانون دوم، سهم انتقال حرارت و اصطکاک جریان سیال در تولید آنتروپی مورد مطالعه قرار گرفته است. در هر سه وضعیت صفحه بالایی کانال اثر نسبت Br/Ω بر پروفیل عدد تولید آنتروپی در مقادیر مختلف Kn و پارامتر شکل محیط متخلخل در شکلهای **۲۳–۸** آورده شده است.



 Br/Ω , Kn ، کل (f A): عدد تولید آنتروپی برحسب Y در S = 1 , Br = 1 , $\overline{V} = 0$.



 Br/Ω , Kn : عدد تولید آنتروپی برحسب Y در (\mathbf{P}) : عدد تولید آنتروپی برحسب S = 5 , B r = 1 , $\overline{V} = 0$.



 Br/Ω , Kn : عدد تولید آنتروپی برحسب Y در (\bullet) : $S = 1, Br = 1, \overline{V} = 1$.

آنتروپی در ارتفاع کانال از یک مقدار کمینه در ناحیهای که سرعت سیال بیشینه میباشد تا رسیدن به بیشترین مقدار خود در مجاورت دیوارههای کانال که بیشترین گرادیان سرعت و دما در آنجا اتفاق میافتد، افزایش مییابد.

پروفیل توزیع تولید آنتروپی در ارتفاع کانال در وضعیتهای مختلف صفحه بالای کانال، متفاوت است. در حالت $0 = \overline{V}$ با توجه به متقارن بودن گرادیان سرعت روی دیوارهها پروفیل تولید آنتروپی نسبت به مرکز کانال متقارن است. در حالت $1 = \overline{V}$ بهدلیل هم جهت بودن جریان سیال و صفحه بالایی کانال گرادیان سرعت کمتری در این ناحیه اتفاق میافتد و درنتیجه آن بیشترین مقدار تولید آنتروپی مربوط به صفحه پایینی کانال میباشد. در حالی که، در حالت اتفاق میافتد و مرتیجه آن بیشترین مقدار تولید آنتروپی مربوط به صفحه پایینی کانال میباشد. در حالی که، در حالت اعلای کانال گرادیان سرعت بیشتری در این ناحیه اتفاق میالای کانال گرادیان سرعت بیشتری در این ناحیه اتفاق میافتد، بنابراین بیشترین مقدار آنتروپی در مجاورت صفحه بالای کانال تولید میشود.

برای بررسی این نکته که چه سـهمی از تولیـد آنتروپـی ناشی از انتقال حرارت و چه سهمی از آن ناشی از اصطکاک جریان سیال میباشد، میتوان توزیع عدد بیجان در ارتفاع کانال را تحلیل کرد. اثرپذیری پروفیل عدد بیجان از نسبت در مقادیر مختلف عدد نادسن و پارامتر شکل محیط Br/ Ω متخلخل در شکلهای ۱۹–۱۴ آورده شده است. در هـر سـه حالت صفحه بالایی کانال، با کاهش نسبت Br/Ω و افزایش Kn و S عدد بیجان افزایش می یابد. در اثر وجود اتلاف ناشی از لزجت سیال با افزایش نسبت Br/Ω تولید آنتروپی ناشی از اصطكاك جريان سيال افزايش يافته، بنابراين عدد بيجان کاهش می یابد. در حالی که با افزایش Kn به علت کاهش اصطکاک جریان سیال، تولید آنتروپی ناشی از اصطکاک كاهش يافته و درنتيجه عدد بيجان افزايش مي يابد. همان طور که قبلاً نیز بیان شده افزایش S موجب ایجاد یک لایه نازک در مجاورت دیوارههای کانال شده که گرادیان سرعت و دما با شیب زیاد در آنجا اتفاق میافتد. این امر باعث می شود که تولید آنتروپی ناشی از انتقال حرارت سهم بیشتری از تولید آنتروپی را به خود اختصاص دهد و عدد بیجان افزایش یابد. زمانی که عدد بیجان صفر شود، کل بازگشتناپذیری ناشی از اصطکاک جریان سیال است. توزیع

عدد بیجان در ارتفاع کانال در وضعیت های مختلف صفحه بالای کانال، متفاوت است و با استدلالی مشابه آنچه که برای تولید آنتروپی در هر سه حالت صفحه بالایی کانال بیان شد، قابل توجیه است.

در نمودارهای عدد بیجان، با افزایش S مقدار کمینه نسبی منحنی عدد بیجان افزایش مییابد، زیرا افزایش S موجب مسطح شدن پروفیل سرعت در کانال شده و گرادیان سرعت فقط در یک ناحیه باریک مجاور دیواره اتفاق میافتد.



شکل (۱۴): عدد بیجان برحسب Y در Br/Ω , Kn مختلف و S = 1 , Br = 1 , $\overline{V} = 0$.



 $. S = 5, Br = 1, \overline{V} = 0$



شکل (۱۶): عدد بیجان برحسب Y در Br/Ω , Kn مختلف و S = 1 , B r = 1 , V = 1 .

تغییرات عدد تولید آنتروپی متوسط برحسب عدد نادسن در مقادیر مختلف نسبت Ω / Ω و S در شکلهای ۲۲-۲۲ آورده شده است. با توجه به منحنیهای عدد تولید آنتروپی متوسط مشاهده شد، که در هر سه حالت صفحه بالایی کانال با افزایش نسبت Ω / Ω آنتروپی متوسط افزایش می بالایی کانال با افزایش نسبت Ω / Ω آنتروپی متوسط افزایش می یابد. در هر سه وضعیت مقداری از عدد نادسن (Kn) می وجود دارد که در آن آنتروپی متوسط مستقل از پارامتر شکل محیط متخلخل می باشد، برای Kn کوچک تر از این مقدار با افزایش S آنتروپی متوسط کاهش می یابد. تغییر مقدار با افزایش S آنتروپی متوسط کاهش می یابد. تغییر مقدار با افزایش S آنتروپی متوسط کاهش می یابد. تغییر افزایش عدد نادسن، عدد تولید آنتروپی، عدد تولید آنتروپی می دهد. با توجه به نتایج به دست آمده در حالت کلی، با افزایش عدد نادسن، عدد تولید آنتروپی، عدد تولید آنتروپی متوسط و درنتیجه بازگشتناپذیری کاهش و عدد بیجان افزایش می یابد.





شکل (۱۸): عدد بیجان برحسب Y در Br/ Ω , Kn مختلف و S = 1, B r = 1, $\overline{V} = -1$.



 $S = 5, Br = 1, \overline{V} = -1$



در Kn شکل (۲۰): عدد تولید آنتروپی متوسط برحسب Kn د
 . Br = 1 , $\overline{V}=0$. Br/ Ω , S



در Kn شکل (۲۱): عدد تولید آنتروپی متوسط برحسب Br - . Br = 1 , $\overline{V} = 1$.



در Kn شکل (۲۲): عدد تولید آنتروپی متوسط برحسب Kn در Br = 1 , $\overline{V} = -1$.

- مراجع
- 1. Vafai, K. "Handbook of Porous Media", Taylor and Francis, Boca Raton, 2005.
- Nield, D.A. and Kuznetsov, A.V. "Forced Convection with Slip-Flow in a Channel or Duct Occupied by a Hyper-Porous Medium Saturated by a Rarefied Gas", Transport in Porous Media, Vol. 64, No. 2, pp. 161–170, 2006.
- Hooman, K. "Heat and Fluid Flow in a Rectangular Microchannel Filled with a Porous Medium", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 51, No's. 25-26, pp. 5804-5810, 2008.
- Hashemi, S.M.H., Fazeli, S.A., and Shokouhmand, H. "Fully Developed Non-Darcian Forced Convection Slip Flow in a Micro Annulus Filled with a Porous Medium", Energy Conversion and Management, Vol. 52, No. 2, pp. 1054–1060, 2010.
- Hooman, K. "A Perturbation Solution for Forced Convection in a Porous-Saturated Duct", J. Computational and Applied Mathematics, Vol. 211, No. 1, pp. 57 – 66, 2008.
- Mahmud, Sh. and Fraser, R.A. "The Second Law Analysis in Fundamental Convective Heat Transfer Problems", Int. J. Thermal Sciences, Vol. 42, No. 2, pp. 177–186, 2003.
- Yari, M. "Entropy Generation Analysis for Couette–Poiseuille Flow Through Parallel-Plates Microchannel", Int. J. Exergy, Vol. 6, No. 6, pp. 809-825, 2009.
- Mahmud, Sh. and Fraser, R.A. "Flow, Thermal, and Entropy Generation Characteristics Inside a Porous Channel with Viscous Dissipation", Int. J. Thermal Sci., Vol. 44, No. 1, pp. 21–32, 2005.
- Nield, D.A., Kuznetsov, A.V., and Xiong "Thermally Developing Forced Convection in a Porous Medium: Parallel Plate Channel with Walls at Uniform Temperature, with Axial Conduction and Viscous Dissipation Effects", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 46, No. 4, pp. 643–651, 2003.
- Hooman, K. "Entropy Generation for Microscale Forced Convection Effects of Different Thermal Boundary Conditions, Velocity Slip, Temperature Jump, Viscous Dissipation, and Duct Geometry", Int. Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 34, No. 8, pp. 945–957, 2007.

۴- نتیجهگیری

در کار حاضر، یک جریان کوئت-پوازیه بین دو صفحه موازی حاوی محیط متخلخل از نظر قانون اول و دوم مورد بررسی قرار گرفته است. معادله مومنتم با استفاده از یارامتر شکل محیط متخلخل و شرط مرزی لغزش و معادله انرژی با درنظر گرفتن شرط مرزی پرش دمایی و اتلاف لزجتی سیال به کمک روش تحلیلی در سه حالت مختلف صفحه بالایی کانــال ($1 = \overline{V}$ و $1 = \overline{V}$ و $\overline{V} = -1$) حــل شـده اسـت. در تحلیل هیدرودینامیکی و قانون اول عبارتهای صریحی برای توزيع سرعت و دما بهدست آمده و عدد ناسلت با استفاده از روش انتگرال گیری عددی تعیین شده است. در همه مقادیر و S با افزایش Br، عدد ناسلت افزایش می یابد. در دو حالت \overline{V} یا 1 = \overline{V} به ازای مقادیر مختلف S با افزایش عدد $\overline{V} = 0$ نادسن، عدد ناسلت کاهش می یابد. افزایش S نیز باعث کاهش عـدد ناسـلت مــیشـود. در حالـت 1 – = \overline{V} بـه ازای مقادیر مختلف S و در Br بزرگ، مقدار بهینهای برای عدد نادسن وجود دارد که در آن عدد ناسلت بیشینه است، در این حالت، با افزایش S عدد ناسلت نیز افزایش می یابد.

در تحلیل قانون دوم با تعریف عدد بدون بعد تولید آنتروپی و عدد بیجان، سهم انتقال حرارت و اصطکاک جریان سیال در تولید آنتروپی مورد مطالعه قرار گرفته است. در هر سه حالت صفحه بالایی کانال با افزایش نسبت Ω/B و S عدد بیبعد تولید آنتروپی افزایش و عدد بیجان کاهش مییابد. پروفیل توزیع تولید آنتروپی در ارتفاع کانال به حالت صفحه بالای کانال وابسته است. در هر سه حالت صفحه بالایی کانال با افزایش نسبت Ω/B عدد تولید آنتروپی متوسط افزایش مییابد و در هر حالت مقداری از عدد نادسن وجود دارد که در آن عدد تولید آنتروپی متوسط مستقل از S میباشد.