

تحلیل جریان لغزشی کوئت-پوازیه بین دو صفحه موازی حاوی محیط متخلخل با شار گرمای ثابت دیوار از دید قانون اول و دوم ترمودینامیک

مرتضی یاری^۱ و فریدون مولانی^۲

دانشکده فنی

دانشگاه محقق اردبیلی

(تاریخ دریافت: ۸۹/۰۷/۰۵؛ تاریخ پذیرش: ۹۰/۰۳/۲۷)

چکیده

در این مقاله، انتقال حرارت جابه‌جایی و تحلیل آنتروپی یک جریان کوئت-پوازیه بین دو صفحه موازی حاوی محیط متخلخل با شرط لغزش، پرش دمایی، اتلاف لزجی و شار گرمای ثابت دیوار به کمک روش تحلیل مورد بررسی قرار گرفته است. معادله مومنتم و معادله انرژی به کمک روش تحلیلی در سه وضعیت مختلف صفحه بالایی کانال ($\bar{V} = -1$ و $\bar{V} = 1$ و $\bar{V} = 0$) حل شده است. عبارت‌های صریحی برای توزیع سرعت و دما به دست آمده و عدد ناسلت با استفاده از روش انتگرال‌گیری عددی تعیین شده است. به طور کلی مشاهده شده که با افزایش عدد برینکمن و کاهش عدد نادسن، عدد ناسلت افزایش یافته است. وضعیت صفحه بالایی کانال در تعیین تأثیر پارامتر شکل محیط متخلخل بر عدد ناسلت تعیین کننده است. پس از تعیین پروفیل سرعت و دما، به تحلیل آنتروپی در این سیستم پرداخته شده است. با تعیین عدد بدون بعد تولید آنتروپی و رسم منحنی‌های آن، مشاهده شده که با افزایش نسبت Br/Ω و پارامتر شکل محیط متخلخل تولید آنتروپی افزایش یافته است. با تعریف عدد بیجان و رسم نمودارهای مربوط به آن، مشاهده شده که با کاهش نسبت Br/Ω و افزایش پارامتر شکل محیط متخلخل، عدد بیجان افزایش می‌یابد. وضعیت صفحه بالایی کانال در تعیین پروفیل توزیع تولید آنتروپی و عدد بیجان تعیین کننده است. به طور کلی با افزایش عدد نادسن، عدد بی بعد تولید آنتروپی کاهش و عدد بیجان افزایش یافته است.

واژه‌های کلیدی: محیط متخلخل، عدد ناسلت، تولید آنتروپی، لغزش، پرش دمایی، عدد بیجان

Analysis of the Couette-Poiseuille Slip-Flow Between two-Parallel Plate Containing Porous Media with Constant Wall Heat Flux from the First and Second Law of Thermodynamics

M. Yari and F. Meulany

Faculty of Eng.

Univ. of Mohaghegh Ardabili

(Received: 27 September, 2010; Accepted: 17 June, 2011)

ABSTRACT

In this paper, heat transfer and entropy analysis are carried out for Couette-Poiseuille flow between two parallel plates containing porous media, considering the viscous effect and constant heat flux at the walls. The considered flow is with a temperature jump and slip. The momentum and energy equations are solved analytically. The solution was performed at three situations of channel upper plate movement ($\bar{V} = 0, \bar{V} = 1, \bar{V} = -1$). Explicit expressions are obtained for velocity and temperature distributions and Nusselt number has been calculated through numerical integration. The results show that, as the Brinkman number increases and Knudsen number decreases the Nusselt number increases. However, the upper plate situation is a determinant factor in establishing the effect of porous media shape parameter on the Nusselt number. It was observed that, as the ratio (Br/Ω) and the porous media shape parameter increase the entropy generation increases. In addition, decreasing (Br/Ω) and increasing S results in an increase of Be number. Moreover, with increasing Kn number, the non-dimensional entropy generation number decreases and Be number increases.

Keywords: Porous Media, Nusselt Number, Entropy Generation, Slip, Temperature Jump, Bejan Number

۱- دانشجویار (نویسنده پاسخگو): myari@uma.ac.ir

۲- کارشناسی ارشد: ferydon.meulany@gmail.com

فهرست علائم

	A	مساحت، m^2
	Be	عدد بیجان
	Br	عدد برینکمن
	C_p	گرمای ویژه در فشار ثابت، kJ/kgK
	Da	عدد دارسی
	G	منفی تغییر فشار، Pa/m
	H	نصف پهنای کانال، m
	K	نفوذپذیری
	k_m	رسانندگی گرمایی در محیط متخلخل، W/mK
	Kn	عدد نادسن
	M	نسبت لزجت
	N_H	عدد تولید آنتروپی ناشی از انتقال حرارت
	N_F	عدد تولید آنتروپی ناشی از اصطکاک جریان سیال
	N_s	عدد تولید آنتروپی کل
	$N_{s,av}$	عدد تولید آنتروپی متوسط
	Nu	عدد ناسلت
	P	محیط گرم شده، m
	Pr	عدد پرانتل
	q_w	شار گرمای دیوار، W/m^2
	S	پارامتر شکل محیط متخلخل
	T	دما، K
	U	سرعت، m/s
	V	سرعت صفحه بالای کانال، m/s
	ϕ	کار لزجت (رابطه (۱۱))
	γ	نسبت گرمای ویژه
	λ	متوسط فاصله آزاد مولکولی
	μ	لزجت دینامیکی، Pa.s
	$\tilde{\mu}$	لزجت مؤثر در معادله ممنتم
	θ	دمای بی‌بعد
	ρ	چگالی، kg/m^3
	Ω	اختلاف دمای بی‌بعد

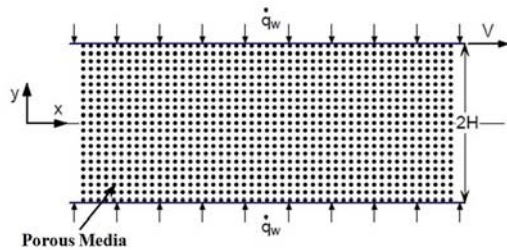
علائم یونانی

- 1- Viscous Dissipation
 2- Nield
 3- Hooman
 4- Mahmud

۱- مقدمه

بررسی جریان کوئت-پوازیه بین دو صفحه موازی حاوی محیط متخلخل با شار گرمای ثابت دیوار یکی از مسائل کلاسیک در محیط متخلخل به‌شمار می‌رود. با مطرح شدن شرط لغزش، پرش دمایی و اتلاف لزج^۱ عدد بدون بعد نادسن و عدد بدون بعد برینکمن در روابط ظاهر می‌شوند. روابط حاکم بر جریان سیال و انتقال حرارت در محیط‌های متخلخل به‌صورت مبسوط توسط وفایی [۱] ارائه شده است. نیلد^۲ و همکاران [۲] انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری با شرط لغزش و شار گرمای ثابت دیوار کانال با مقطع دایره‌ای حاوی محیط متخلخل که با گاز ایده‌آل پر شده است را به‌صورت تحلیلی بررسی کرده‌اند. هومن^۳ [۳] جریان جابه‌جایی اجباری توسعه یافته در میکروکانال مستطیلی در دو حالت با محیط متخلخل و بدون محیط متخلخل را براساس سریه فوریه تحلیل کرده است. هاشمی و همکاران [۴] جریان جابه‌جایی اجباری توسعه یافته در میکروکانال حلقوی حاوی محیط متخلخل را به‌کمک حل تحلیلی بررسی کرده‌اند. در بررسی دیگر، هومن [۵] انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری بین دو صفحه موازی حاوی محیط متخلخل با شار گرمای ثابت دیوار را به دو صورت تحلیلی و عددی مورد بررسی قرار داده است. با تعیین پروفیل سرعت و دما می‌توان قانون دوم را برای جریان سیال به‌منظور تحلیل آنتروپی به‌کار گرفت. محمود^۴ و همکاران [۶] به بررسی قانون دوم در مسائل کلاسیک انتقال حرارت جابه‌جایی پرداخته و روابط مربوط به تولید آنتروپی و عدد بیجان را در این مسائل بیان کرده‌اند. یاری [۷] تولید آنتروپی در جریان کوئت-پوازیه در میکروکانال با صفحات

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \bar{\mu} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{\mu}{K} v. \quad (5)$$



شکل (۱): شماتیک از جریان کوئت-پوزایه با شار گرمای ثابت دیوار.

برای جریان توسعه یافته هیدرودینامیکی پایا بین دو صفحه موازی همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده جهت جریان در جهت محور x است، بنابراین $v = 0$ و از معادله پیوستگی $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$ می‌باشد. همچنین رابطه (۵) نشان می‌دهد که توزیع فشار در جهت محور y هیدرواستاتیکی می‌باشد. براساس مطالب ذکر شده و با در نظر گرفتن G به‌عنوان منفی تغییر فشار در جهت محور x می‌توان معادله مومنتم را به‌صورت زیر بیان کرد:

$$G = \frac{\mu u}{K} - \bar{\mu} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right). \quad (6)$$

نسبت لزجت (M)، عدد دارسی (Da) و پارامتر شکل محیط متخلخل (S) سه پارامتر مطرح در محیط متخلخل می‌باشند، که در زیر تعریف شده‌اند [۴]. لازم به ذکر است که تعریف پارامترهای اخیر و بیان هندسه محیط متخلخل به‌صورت مبسوط توسط وفايي [۱] ارائه شده و در کار حاضر از تکرار آن خودداری می‌شود.

$$M = \frac{\bar{\mu}}{\mu}, Da = \frac{K}{H^2}, S = \sqrt{\frac{1}{MDa}}. \quad (7)$$

با توجه به هندسه مسئله عدد نادسن و برینکمن به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۷]:

$$Kn = \frac{\lambda}{2H}, Br = \frac{\mu u_m^2 H}{2q_w K}. \quad (8)$$

پارامترهای بی‌بعد مناسب مسئله در زیر بیان شده است:

$$Y = \frac{y}{H}, \bar{u} = \frac{u}{u_m}, \bar{v} = \frac{v}{u_m}. \quad (9)$$

موازی و شار گرمای ثابت دیوار را مورد بررسی قرار داده است. محمود و همکاران [۸] انتقال حرارت جابه‌جایی و تولید آنتروپی را در جریان توسعه یافته بین دو صفحه موازی حاوی محیط متخلخل با دمای ثابت دیوار، به هر دو صورت عددی و تحلیلی بررسی کرده‌اند.

با توجه به مقالات موجود، در زمینه انتقال حرارت جابه‌جایی و تحلیل آنتروپی در میکروکانال حاوی محیط متخلخل یک جریان کوئت-پوزایه بین دو صفحه موازی با شار گرمای ثابت دیوار تا اکنون کاری انجام نگرفته است. اهمیت کار حاضر در این است که شرط لغزش، پرش دمایی و اتلاف لزجتی سیال را در حل تحلیلی در نظر می‌گیرد.

۲- معادلات حاکم

در این بررسی جریان بین دو صفحه موازی حاوی محیط متخلخل همگن با شار گرمای ثابت دیوار را آرام، پایا، تراکم‌ناپذیر، دوبعدی و از نظر هیدرودینامیکی و گرمایی توسعه یافته، با خواص مستقل از دما در نظر بگیرید. اتلاف لزجتی سیال در معادله انرژی وارد می‌شود. شکل ۱ شماتیک مسئله مورد نظر را نشان می‌دهد. با توجه به هندسه، شرایط مرزی لغزشی و پرش دما به‌صورت زیر است [۷]:

$$y = -H \quad u = \lambda \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=-H}, \quad (1)$$

$$y = H \quad u = V - \lambda \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=H},$$

$$T_s - T_w = -\frac{2\gamma}{1 + \gamma Pr} \frac{\lambda}{Pr} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=wall}. \quad (2)$$

۲-۱- تحلیل هیدرودینامیکی

در تحلیل هیدرودینامیکی جریان آرام، پایا، تراکم‌ناپذیر، دوبعدی و توسعه یافته هیدرودینامیکی بین دو صفحه موازی در محیط متخلخل می‌توان معادلات پیوستگی و مومنتم حاکم را به‌صورت زیر بیان کرد:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \bar{\mu} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{\mu}{K} u, \quad (4)$$

با اعمال قانون اول ترمودینامیک در یک حجم محدود از سیستم مورد مطالعه با توجه به هومن [۱۰] می‌توان نوشت:

$$\frac{dT_m}{dx} = (q_w P + \int \phi dA) / \dot{m} C_p. \quad (۱۶)$$

دمای بی‌بعد مناسب به صورت زیر تعریف می‌شود [۷]:

$$\theta = \frac{T - T_s}{q_w H / k_m}. \quad (۱۷)$$

با جایگذاری عبارتهای اخیر در معادله انرژی و حل دقیق آن پروفیل دمای بی‌بعد جریان کوئت-پوازیه در محیط متخلخل به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \theta = & \frac{a_0}{f_3 f_5} \left[\frac{f_7}{S^2} e^{SY} - \frac{f_8}{S^2} e^{-SY} + \frac{f_3 f_6}{2} Y^2 - a_1 Y \right. \\ & \left. - a_3 \right] - 2Br \left(\frac{1}{f_3 f_5} \right)^2 \left[\frac{f_7^2}{4S^2} e^{2SY} + \frac{f_8^2}{4S^2} e^{-2SY} \right. \\ & \left. + \frac{2f_3 f_6}{S^2} (f_7 e^{SY} - f_8 e^{-SY}) + \right. \\ & \left. ((f_3 f_6)^2 - 2f_7 f_8) \frac{Y^2}{2} - a_2 Y - a_4 \right]. \end{aligned} \quad (۱۸)$$

ضرایب a_i رابطه اخیر در زیر ارائه شده است:

$$\begin{aligned} a_0 = & \left\{ P + 2Br \left(\frac{1}{f_3 f_5} \right)^2 \left[\frac{\sinh(2S)}{S} (f_7^2 + f_8^2) \right. \right. \\ & \left. \left. + 4 \frac{\sinh(S)}{S} f_3 f_6 (f_7 - f_8) + \right. \right. \\ & \left. \left. 2((f_3 f_6)^2 - 2f_7 f_8) \right] \right\} / 2, \\ a_1 = & \frac{\sinh(S)}{S^2} (f_7 + f_8), \\ a_2 = & \frac{\sinh(2S)}{4S^2} (f_7^2 - f_8^2) \\ & + 2 \frac{\sinh(S)}{S^2} f_3 f_6 (f_7 + f_8), \\ a_3 = & \frac{\cosh(S)}{S^2} (f_7 - f_8) + \frac{f_3 f_6}{2}, \\ a_4 = & \frac{\cosh(2S)}{4S^2} (f_7^2 + f_8^2) \\ & + 2 \frac{\cosh(S)}{S^2} f_3 f_6 (f_7 - f_8) \\ & + ((f_3 f_6)^2 - 2f_7 f_8) / 2. \end{aligned} \quad (۱۹)$$

با توجه به یاری [۷] شرط مرزی پرش دمای به صورت زیر اعمال می‌شود:

$$\theta_s - \theta_w = - \frac{4\gamma Kn}{1 + \gamma Pr}, \quad (۲۰)$$

$$\theta^* = \theta - \frac{4\gamma Kn}{1 + \gamma Pr}. \quad (۲۱)$$

با حل دقیق معادله دیفرانسیل مرتبه دوم خطی غیر همگن مومنتم، پروفیل سرعت بی‌بعد جریان کوئت-پوازیه در محیط متخلخل به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\bar{u} = \frac{1}{f_3 f_5} [f_7 e^{SY} - f_8 e^{-SY} + f_3 f_6]. \quad (۱۰)$$

ضرایب f_i رابطه اخیر در زیر آورده شده است:

$$\begin{aligned} f_1 = & (1 + 2KnS)e^S, \\ f_2 = & (1 - 2KnS)e^{-S}, \\ f_3 = & f_1^2 - f_2^2, \\ f_4 = & \frac{\sinh(S)}{Sf_3}, \\ f_5 = & 2f_4(f_2 - f_1) + 1, \\ f_6 = & 1 - \bar{V}f_4(f_1 - f_2), \\ f_7 = & (\bar{V}f_5 - f_6)f_1 + f_6f_2, \\ f_8 = & (\bar{V}f_5 - f_6)f_2 + f_6f_1. \end{aligned} \quad (۱۱)$$

۲-۲- تحلیل قانون اول

معادله انرژی در محیط متخلخل برای جریان آرام، پایا، تراکم‌ناپذیر و دوبعدی بین دو صفحه موازی با در نظر گرفتن اتلاف لزجتی سیال به صورت زیر بیان می‌شود:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{K_m}{\rho C_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho C_p} \phi. \quad (۱۲)$$

در رابطه اخیر، ϕ اتلاف ناشی از لزجت سیال است و از رابطه زیر قابل محاسبه است [۸-۹ و ۲]:

$$\phi = \frac{\mu}{K} (u^2 + v^2). \quad (۱۳)$$

با در نظر گرفتن فرض‌های که در حل معادله مومنتم مورد استفاده قرار گرفتند، می‌توان معادله انرژی را به صورت زیر بیان کرد:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{K_m}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\mu}{\rho C_p K} u^2. \quad (۱۴)$$

برای حل معادله انرژی ابتدا باید عبارت مربوط به دیفرانسیل دما در امتداد جریان مشخص شود. یاری [۷] برای جریان توسعه یافته با شار گرمای یکنواخت دیوار این عبارت را به صورت زیر بیان کرده است:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_w}{dx} = \frac{dT_m}{dx}. \quad (۱۵)$$

عدد تولید آنتروپی متوسط در یک سطح مقطع را می توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$N_{s,av} = \frac{\int N_s dA}{A} = \frac{\int N_s H dY}{2H} = 0.5 \int_{-1}^1 N_s dY \quad (26)$$

لازم به توضیح است که، محاسبه دمای متوسط بی بعد و عدد تولید آنتروپی متوسط از رابطه های (۲۲) و (۲۶) با روش های انتگرال گیری عددی ممکن است و به این منظور از نرم افزار EES استفاده شده است.

۳- نتایج

در این بررسی، انتقال حرارت جابه جایی و تحلیل آنتروپی یک جریان کوئت- پوزایه بین دو صفحه موازی حاوی محیط متخلخل با شرط لغزش، پرش دمایی و شار گرمای ثابت دیوار با در نظر گرفتن اثر اتلاف ناشی از لزجت سیال مورد مطالعه قرار گرفته است. با توجه به شکل ۱ می توان سه وضعیت متفاوت را برای صفحه بالایی کانال در نظر گرفت:

- ساکن ($\bar{V} = 0$),
- حرکت در جهت محور x ($\bar{V} = 1$) و
- حرکت در خلاف جهت محور x ($\bar{V} = -1$).

در تحلیل قانون اول تأثیر پذیری عدد ناسلت از عدد نادسن (Kn), عدد برینکمن (Br) و پارامتر شکل محیط متخلخل (S) در شرایط مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. عدد برینکمن ناشی از اتلاف لزجتی سیال می باشد، عدد نادسن نیز نقش شرط مرزی لغزش و پرش دمایی را نشان می دهد. تغییرات عدد ناسلت بر حسب عدد نادسن به ازای مقادیر مختلف عدد برینکمن و پارامتر شکل محیط متخلخل در شکل های ۲ تا ۷ آورده شده است. با توجه به منحنی های عدد ناسلت مشاهده می شود که در همه مقادیر S و \bar{V} با افزایش Br , عدد ناسلت افزایش می یابد، که این امر ناشی از وجود لزجت سیال است. این نکته در مورد بررسی محمود و همکاران [۸] نیز صدق می کند. با توجه به شکل های ۲ تا ۵ هنگامی که $\bar{V} = 0$ یا $\bar{V} = 1$ باشد، در مقادیر مختلف S با افزایش عدد نادسن، به علت کاهش اصطکاک جریان سیال عدد ناسلت کاهش می یابد. افزایش S نیز باعث کاهش عدد ناسلت می شود.

دمای متوسط بی بعد از رابطه زیر به دست می آید:

$$T_m = \frac{\int \rho u T dA}{\int \rho u dA} \xrightarrow{(7),(14),(18)} \theta_m^* = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \theta^* \bar{u} dY \quad (27)$$

با توجه به نیند [۲] و هومن [۵] عدد ناسلت به صورت زیر تعریف می شود:

$$Nu = \frac{q_w 2H}{K_m (T_w - T_m)} = -\frac{2}{\theta_m^*} \quad (28)$$

برای ارزیابی درستی نتایج روابط کار حاضر، عدد ناسلت را برای چند مقدار مختلف S در شرایط مشابه با رابطه (۴.۱۰۲) وفایی [۱] ($Kn = 0, Br = 0, V = 0$) و هومن [۵] به دست آورده و در جدول ۱ ارائه شده است. مقایسه این نتایج درستی کار حاضر را نشان می دهد.

جدول (۱): مقایسه عدد ناسلت به ازای مقادیر مختلف از S .

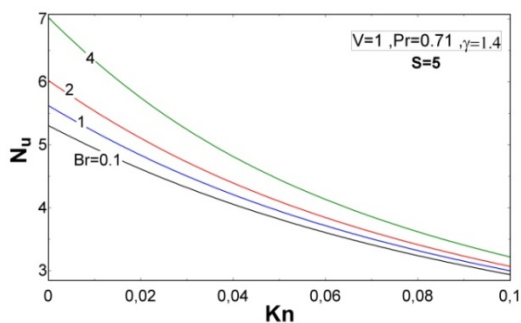
S	کار حاضر	وفایی [۱]	هومن [۵]	
			تحلیلی	عددی
۰/۱	۴/۱۱۸	۴/۱۱۸	-	-
۱/۰	۴/۱۵۹	۴/۱۵۹	۴/۱۵۸	۴/۱۸۱
۱۰/۰	۵/۱۲۹	۵/۱۲۹	۴/۸۰۰	۵/۱۳۹
۲۰/۰	۵/۴۹۲	۵/۴۲۹	-	-

۳-۲- تحلیل قانون دوم

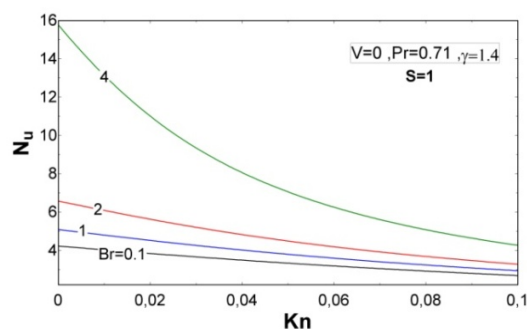
آنتروپی در اثر وجود بازگشت ناپذیری در یک فرآیند یا سیستم تولید می شود. انتقال حرارت جابه جایی فرآیندی بازگشت ناپذیر است، هر دو عامل اصطکاک سیال و انتقال حرارت در تولید آنتروپی نقش دارند. برای بیان پروفیل تولید آنتروپی از عدد تولید آنتروپی (N_s) استفاده می شود. عدد تولید آنتروپی کل آنتروپی تولید شده را نشان می دهد. با تعریف عدد بیجان و رسم آن نسبت سهم تولید آنتروپی ناشی از انتقال حرارت مشخص می شود. محمود و همکاران [۸] عدد تولید آنتروپی و عدد بیجان در محیط متخلخل را به صورت زیر بیان کرده اند:

$$N_s = N_H + N_F = \left(\frac{\partial \theta^*}{\partial Y}\right)^2 + \frac{2Br}{\Omega} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial Y}\right)^2 \quad (29)$$

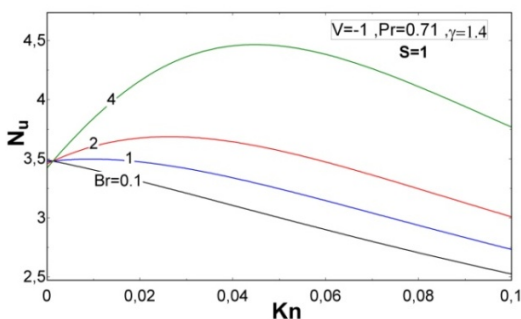
$$Be = \frac{N_H}{N_H + N_F} \quad (30)$$



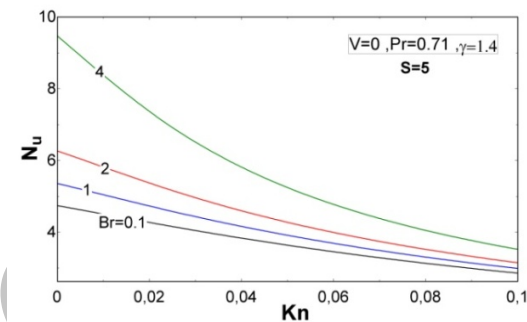
شکل (۵): عدد ناسلت بر حسب عدد نادسن در Br مختلف و $S = 5, V = 1$



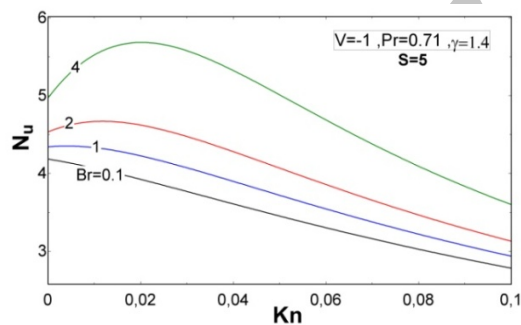
شکل (۲): عدد ناسلت بر حسب عدد نادسن در Br مختلف و $S = 1, V = 0$



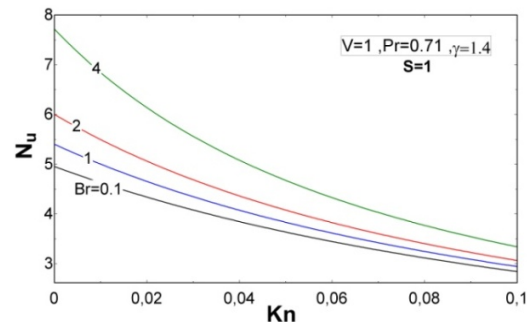
شکل (۶): عدد ناسلت بر حسب عدد نادسن در Br مختلف و $S = 1, V = -1$



شکل (۳): عدد ناسلت بر حسب عدد نادسن در Br مختلف و $S = 5, V = 0$



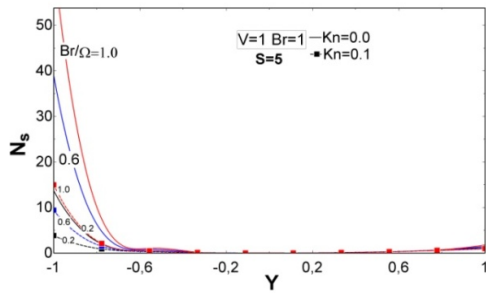
شکل (۷): عدد ناسلت بر حسب عدد نادسن در Br مختلف و $S = 5, V = -1$



شکل (۴): عدد ناسلت بر حسب عدد نادسن در Br مختلف و $S = 1, V = 1$

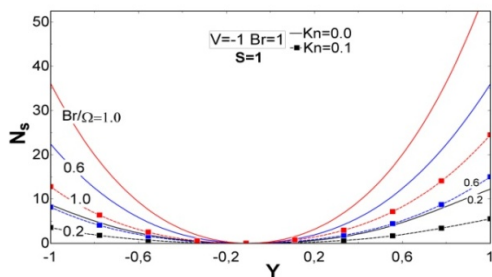
می‌توان گفت که به‌طور متوسط، در مقادیر Kn مختلف هنگامی که صفحه بالایی کانال ساکن است، عدد ناسلت بزرگ‌تر از حالتی است که این صفحه متحرک باشد. اما در حالتی که صفحه بالایی کانال دارای حرکت در خلاف جهت

با توجه به شکل‌های ۶ و ۷ هنگامی که $\bar{V} = -1$ باشد، در مقادیر مختلف S به ازای Br بزرگ مقدار بهینه‌ای برای عدد نادسن وجود دارد که به ازای آن عدد ناسلت بیشینه است. با افزایش S عدد ناسلت افزایش می‌یابد. با توجه به نتایج



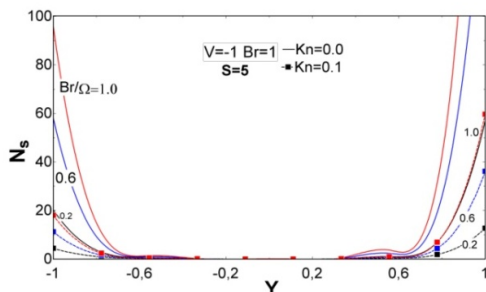
شکل (۱۱): عدد تولید آنتروپی بر حسب Y در Br/Ω , Kn

مختلف و $S = 5, Br = 1, \bar{V} = 1$.



شکل (۱۲): عدد تولید آنتروپی بر حسب Y در Br/Ω , Kn

مختلف و $S = 1, Br = 1, \bar{V} = -1$.



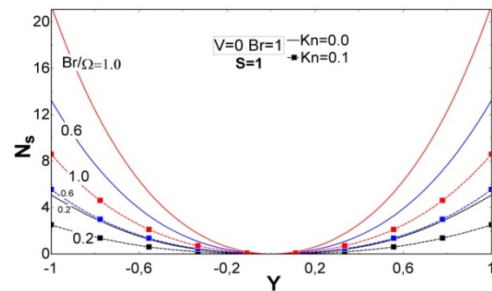
شکل (۱۳): عدد تولید آنتروپی بر حسب Y در Br/Ω , Kn

مختلف و $S = 5, Br = 1, \bar{V} = -1$.

با افزایش نسبت Br/Ω در اثر وجود اتلاف ناشی از لزجت سیال تولید آنتروپی افزایش می‌یابد، در حالی که با افزایش Kn به علت کاهش اصطکاک جریان سیال تولید آنتروپی کاهش می‌یابد. همچنین افزایش S موجب وقوع گرادیان سرعت و دما در یک ناحیه نازک مجاور دیواره‌های کانال می‌شود که این امر بیشینه شدن تولید آنتروپی در مجاورت دیواره‌های کانال را به دنبال دارد. بنابراین، توزیع تولید

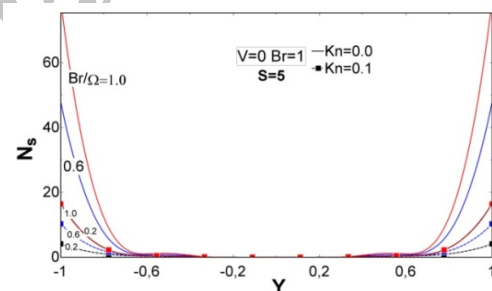
محور x ($\bar{V} = -1$) است، برای عدد ناسلت مقدار بزرگتری حاصل می‌شود.

با تحلیل قانون دوم، سهم انتقال حرارت و اصطکاک جریان سیال در تولید آنتروپی مورد مطالعه قرار گرفته است. در هر سه وضعیت صفحه بالایی کانال اثر نسبت Br/Ω بر پروفیل عدد تولید آنتروپی در مقادیر مختلف Kn و پارامتر شکل محیط متخلخل در شکل‌های ۸-۱۳ آورده شده است.



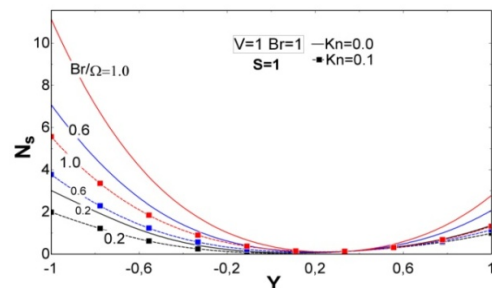
شکل (۸): عدد تولید آنتروپی بر حسب Y در Br/Ω , Kn

مختلف و $S = 1, Br = 1, \bar{V} = 0$.



شکل (۹): عدد تولید آنتروپی بر حسب Y در Br/Ω , Kn

مختلف و $S = 5, Br = 1, \bar{V} = 0$.

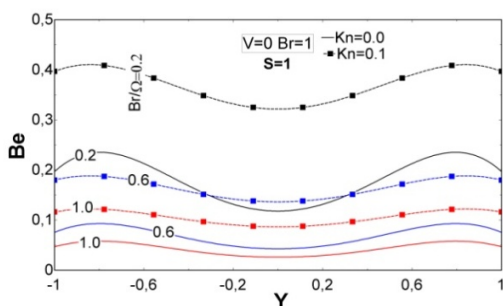


شکل (۱۰): عدد تولید آنتروپی بر حسب Y در Br/Ω , Kn

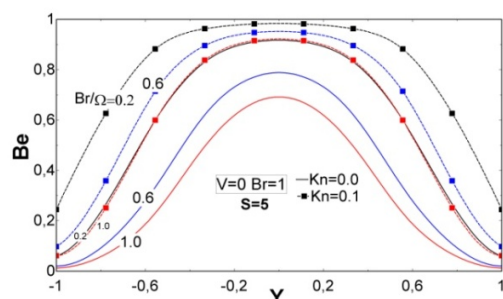
مختلف و $S = 1, Br = 1, \bar{V} = 1$.

عدد بیجان در ارتفاع کانال در وضعیت‌های مختلف صفحه بالای کانال، متفاوت است و با استدلالی مشابه آنچه که برای تولید آنتروپی در هر سه حالت صفحه بالایی کانال بیان شد، قابل توجیه است.

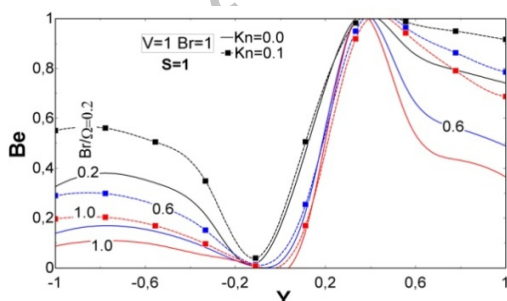
در نمودارهای عدد بیجان، با افزایش S مقدار کمینه نسبی منحنی عدد بیجان افزایش می‌یابد، زیرا افزایش S موجب مسطح شدن پروفیل سرعت در کانال شده و گرادیان سرعت فقط در یک ناحیه باریک مجاور دیواره اتفاق می‌افتد.



شکل (۱۴): عدد بیجان بر حسب Y در Kn ، Br/Ω مختلف و $S = 1, Br = 1, \bar{V} = 0$.



شکل (۱۵): عدد بیجان بر حسب Y در Kn ، Br/Ω مختلف و $S = 5, Br = 1, \bar{V} = 0$.

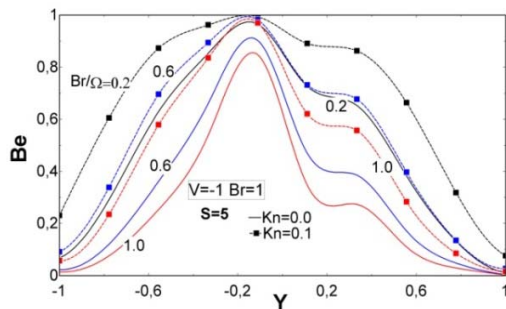


شکل (۱۶): عدد بیجان بر حسب Y در Kn ، Br/Ω مختلف و $S = 1, Br = 1, \bar{V} = 1$.

آنتروپی در ارتفاع کانال از یک مقدار کمینه در ناحیه‌ای که سرعت سیال بیشینه می‌باشد تا رسیدن به بیشترین مقدار خود در مجاورت دیواره‌های کانال که بیشترین گرادیان سرعت و دما در آنجا اتفاق می‌افتد، افزایش می‌یابد.

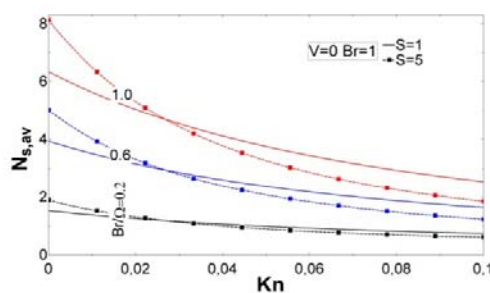
پروفیل توزیع تولید آنتروپی در ارتفاع کانال در وضعیت‌های مختلف صفحه بالای کانال، متفاوت است. در حالت $\bar{V} = 0$ با توجه به متقارن بودن گرادیان سرعت روی دیواره‌ها پروفیل تولید آنتروپی نسبت به مرکز کانال متقارن است. در حالت $\bar{V} = 1$ به دلیل هم‌جهت بودن جریان سیال و صفحه بالایی کانال گرادیان سرعت کمتری در این ناحیه اتفاق می‌افتد و در نتیجه آن بیشترین مقدار تولید آنتروپی مربوط به صفحه پایینی کانال می‌باشد. در حالی که، در حالت $\bar{V} = -1$ به علت غیر هم‌جهت بودن جریان سیال و صفحه بالای کانال گرادیان سرعت بیشتری در این ناحیه اتفاق می‌افتد، بنابراین بیشترین مقدار آنتروپی در مجاورت صفحه بالایی کانال تولید می‌شود.

برای بررسی این نکته که چه سهمی از تولید آنتروپی ناشی از انتقال حرارت و چه سهمی از آن ناشی از اصطکاک جریان سیال می‌باشد، می‌توان توزیع عدد بیجان در ارتفاع کانال را تحلیل کرد. اثرپذیری پروفیل عدد بیجان از نسبت Br/Ω در مقادیر مختلف عدد نادسن و پارامتر شکل محیط متخلخل در شکل‌های ۱۹-۱۴ آورده شده است. در هر سه حالت صفحه بالایی کانال، با کاهش نسبت Br/Ω و افزایش Kn و S عدد بیجان افزایش می‌یابد. در اثر وجود اتلاف ناشی از لزجت سیال با افزایش نسبت Br/Ω تولید آنتروپی ناشی از اصطکاک جریان سیال افزایش یافته، بنابراین عدد بیجان کاهش می‌یابد. در حالی که با افزایش Kn به علت کاهش اصطکاک جریان سیال، تولید آنتروپی ناشی از اصطکاک کاهش یافته و در نتیجه عدد بیجان افزایش می‌یابد. همان‌طور که قبلاً نیز بیان شده افزایش S موجب ایجاد یک لایه نازک در مجاورت دیواره‌های کانال شده که گرادیان سرعت و دما با شیب زیاد در آنجا اتفاق می‌افتد. این امر باعث می‌شود که تولید آنتروپی ناشی از انتقال حرارت سهم بیشتری از تولید آنتروپی را به خود اختصاص دهد و عدد بیجان افزایش یابد. زمانی که عدد بیجان صفر شود، کل بازگشت‌ناپذیری ناشی از اصطکاک جریان سیال است. توزیع



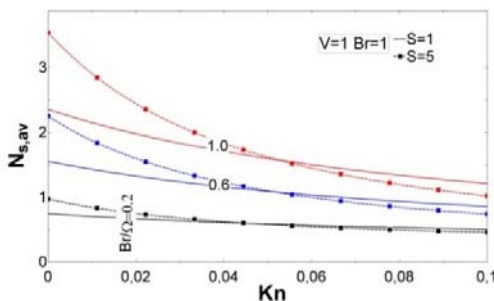
شکل (۱۹): عدد بیجان بر حسب Y در Kn , Br/Ω مختلف

و $S = 5, Br = 1, \bar{V} = -1$



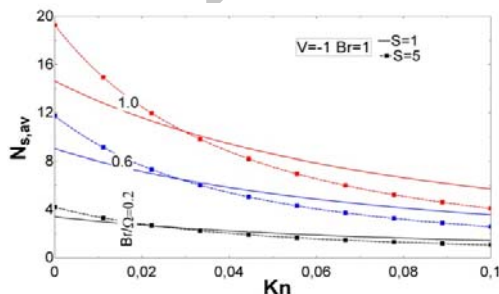
شکل (۲۰): عدد تولید آنتروپی متوسط بر حسب Kn در

Br/Ω , S مختلف و $Br = 1, \bar{V} = 0$



شکل (۲۱): عدد تولید آنتروپی متوسط بر حسب Kn در

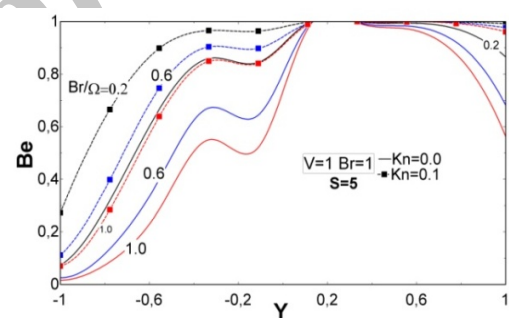
Br/Ω , S مختلف و $Br = 1, \bar{V} = 1$



شکل (۲۲): عدد تولید آنتروپی متوسط بر حسب Kn در

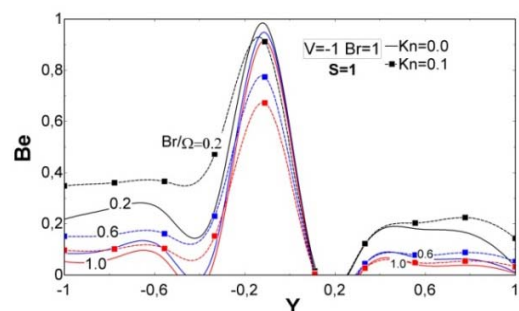
Br/Ω , S مختلف و $Br = 1, \bar{V} = -1$

تغییرات عدد تولید آنتروپی متوسط بر حسب عدد نادسن در مقادیر مختلف نسبت Br/Ω و S در شکل‌های ۲۰-۲۲ آورده شده است. با توجه به منحنی‌های عدد تولید آنتروپی متوسط مشاهده شد، که در هر سه حالت صفحه بالایی کانال با افزایش نسبت Br/Ω آنتروپی متوسط افزایش می‌یابد. در هر سه وضعیت مقداری از عدد نادسن (Kn) وجود دارد که در آن آنتروپی متوسط مستقل از پارامتر شکل محیط متخلخل می‌باشد، برای Kn کوچک‌تر از این مقدار با افزایش S آنتروپی متوسط افزایش و برای Kn بزرگتر از این مقدار با افزایش S آنتروپی متوسط کاهش می‌یابد. تغییر عدد نادسن نقش شرایط مرزی لغزشی و پرش دما را نشان می‌دهد. با توجه به نتایج به دست آمده در حالت کلی، با افزایش عدد نادسن، عدد تولید آنتروپی، عدد تولید بیجان متوسط و در نتیجه بازگشت‌ناپذیری کاهش و عدد بیجان افزایش می‌یابد.



شکل (۱۷): عدد بیجان بر حسب Y در Kn , Br/Ω مختلف

و $S = 5, Br = 1, \bar{V} = 1$



شکل (۱۸): عدد بیجان بر حسب Y در Kn , Br/Ω مختلف

و $S = 1, Br = 1, \bar{V} = -1$

۴- نتیجه‌گیری

در کار حاضر، یک جریان کوئت-پوازیه بین دو صفحه موازی حاوی محیط متخلخل از نظر قانون اول و دوم مورد بررسی قرار گرفته است. معادله مومنتم با استفاده از پارامتر شکل محیط متخلخل و شرط مرزی لغزش و معادله انرژی با در نظر گرفتن شرط مرزی پرش دمایی و اتلاف لزجی سیال به کمک روش تحلیلی در سه حالت مختلف صفحه بالایی کانال ($\bar{V} = -1$ و $\bar{V} = 1$ و $\bar{V} = 0$) حل شده است. در تحلیل هیدرودینامیکی و قانون اول عبارتهای صریحی برای توزیع سرعت و دما به دست آمده و عدد ناسلت با استفاده از روش انتگرال‌گیری عددی تعیین شده است. در همه مقادیر \bar{V} و S با افزایش Br ، عدد ناسلت افزایش می‌یابد. در دو حالت $\bar{V} = 1$ یا $\bar{V} = 0$ به ازای مقادیر مختلف S با افزایش عدد ناسلت، عدد ناسلت کاهش می‌یابد. افزایش S نیز باعث کاهش عدد ناسلت می‌شود. در حالت $\bar{V} = -1$ به ازای مقادیر مختلف S و در Br بزرگ، مقدار بهینه‌ای برای عدد ناسلت وجود دارد که در آن عدد ناسلت بیشینه است. در این حالت، با افزایش S عدد ناسلت نیز افزایش می‌یابد.

در تحلیل قانون دوم با تعریف عدد بدون بعد تولید آنتروپی و عدد بیجان، سهم انتقال حرارت و اصطکاک جریان سیال در تولید آنتروپی مورد مطالعه قرار گرفته است. در هر سه حالت صفحه بالایی کانال با افزایش نسبت Br/Ω و S عدد بی‌بعد تولید آنتروپی افزایش و عدد بیجان کاهش می‌یابد. پروفیل توزیع تولید آنتروپی در ارتفاع کانال به حالت صفحه بالای کانال وابسته است. در هر سه حالت صفحه بالایی کانال، با افزایش نسبت Br/Ω عدد تولید آنتروپی متوسط افزایش می‌یابد و در هر حالت مقداری از عدد ناسلت وجود دارد که در آن عدد تولید آنتروپی متوسط مستقل از S می‌باشد.

مراجع

1. Vafai, K. "Handbook of Porous Media", Taylor and Francis, Boca Raton, 2005.
2. Nield, D.A. and Kuznetsov, A.V. "Forced Convection with Slip-Flow in a Channel or Duct Occupied by a Hyper-Porous Medium Saturated by a Rarefied Gas", *Transport in Porous Media*, Vol. 64, No. 2, pp. 161-170, 2006.
3. Hooman, K. "Heat and Fluid Flow in a Rectangular Microchannel Filled with a Porous Medium", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, No's. 25-26, pp. 5804-5810, 2008.
4. Hashemi, S.M.H., Fazeli, S.A., and Shokouhmand, H. "Fully Developed Non-Darcian Forced Convection Slip Flow in a Micro Annulus Filled with a Porous Medium", *Energy Conversion and Management*, Vol. 52, No. 2, pp. 1054-1060, 2010.
5. Hooman, K. "A Perturbation Solution for Forced Convection in a Porous-Saturated Duct", *J. Computational and Applied Mathematics*, Vol. 211, No. 1, pp. 57 - 66, 2008.
6. Mahmud, Sh. and Fraser, R.A. "The Second Law Analysis in Fundamental Convective Heat Transfer Problems", *Int. J. Thermal Sciences*, Vol. 42, No. 2, pp. 177-186, 2003.
7. Yari, M. "Entropy Generation Analysis for Couette-Poiseuille Flow Through Parallel-Plates Microchannel", *Int. J. Exergy*, Vol. 6, No. 6, pp. 809-825, 2009.
8. Mahmud, Sh. and Fraser, R.A. "Flow, Thermal, and Entropy Generation Characteristics Inside a Porous Channel with Viscous Dissipation", *Int. J. Thermal Sci.*, Vol. 44, No. 1, pp. 21-32, 2005.
9. Nield, D.A., Kuznetsov, A.V., and Xiong "Thermally Developing Forced Convection in a Porous Medium: Parallel Plate Channel with Walls at Uniform Temperature, with Axial Conduction and Viscous Dissipation Effects", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, No. 4, pp. 643-651, 2003.
10. Hooman, K. "Entropy Generation for Microscale Forced Convection Effects of Different Thermal Boundary Conditions, Velocity Slip, Temperature Jump, Viscous Dissipation, and Duct Geometry", *Int. Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 34, No. 8, pp. 945-957, 2007.