

بررسی عددی جریان سیال و انتقال حرارت در محیط متخلخل بین دو صفحه موازی با استفاده از روش شبکه بولتزمن

محمد حسن کیهانی^۱ و رسول محبی^۲

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه صنعتی شاهرود

(تاریخ دریافت: ۹۰/۰۶/۰۷؛ تاریخ پذیرش: ۹۱/۰۷/۱۰)

چکیده

در این مقاله، جریان جابه‌جایی اجباری و انتقال حرارت بین دو صفحه موازی که به صورت جزئی با محیط متخلخل پر شده، به صورت عددی با استفاده از روش شبکه بولتزمن بررسی شده است. محیط متخلخل با استفاده از موانع مربعی، با آرایش منظم ایجاد شده است که امکان بررسی جریان‌های پیچیده در مقیاس حفره را فراهم می‌کند. علی‌رغم استفاده زیاد از روش شبکه بولتزمن، بررسی انتقال حرارت با چیدمان موضعی ماده متخلخل و استفاده از مدل شبکه بولتزمن حرارتی از کارهای نو در این زمینه است. تأثیر اعداد رینولدز مختلف بر روی پروفیل‌های سرعت و دما و همچنین عدد ناسلت، در محیط متخلخل بررسی شده است. در شبیه‌سازی انجام گرفته، میدان جریان و دما با حل هم‌زمان توابع توزیع چگالی و دما، محاسبه شده است. نتایج به دست آمده به خوبی حرکت جریان سیال و توزیع دمای داخل محیط متخلخل را نشان می‌دهد. همچنین گردابه‌های ایجاد شده در پشت موانع مربعی در داخل محیط متخلخل، بر حسب عدد رینولدز نمایش داده شده و تأثیر آن بر انتقال حرارت مطالعه شده است. وجود موانع ثابت در دامنه محاسباتی به عنوان محیط متخلخل، باعث افزایش عملکرد گرمایی و عدد ناسلت متوسط می‌شود. ضمناً، نتایج به دست آمده از روش شبکه بولتزمن، در حالت‌های ساده با حل‌های تحلیلی موجود مقایسه شده است.

واژه‌های کلیدی: روش شبکه بولتزمن، محیط متخلخل، جریان سیال، انتقال حرارت

Numerical Investigation of Fluid Flow and Heat Transfer on the Porous Media Between Two Parallel Plates Using the Lattice Boltzmann Method

M.M. Kayhani and R. Mohebi

Mech. Eng. Dep't.

Shahrood Univ. of Tech.

(Received: 29 August, 2011; Accepted: 01 October, 2012)

ABSTRACT

In this paper, forced convective flow and heat transfer between two parallel plates which partially filled with a porous medium are investigated numerically using the lattice Boltzmann method (LBM). In addition, porous medium is constructed by adiabatic square obstacles with regular arrangement in the computational domain. The effect of varying Reynolds number on the velocity and temperature profiles, and also the Nusselt number are studied. In this simulation velocity and temperature field are calculated using density and temperature distribution functions simultaneously. The flow pattern and temperature distribution in the porous medium are also shown at different Reynolds number. The results show that the average Nusselt number is increased by insertion of some fixed blocks in the channel. The obtained results, in some simplified cases, are compared with analytical solution.

Keywords: Lattice Boltzmann Method, Porous Media, Fluid Flow, Heat Transfer

۱- دانشیار (نویسنده پاسخگو): h_kayhani@shahroodut.ac.ir

۲- دانشجوی دکتری: rasul_mohebbi@yahoo.com

۱- مقدمه

مقیاس منفذی بسیار مناسب خواهد بود. پاره‌ای از مطالعات انجام گرفته با استفاده از روش شبکه بولتزمن در محیط متخلخل در ادامه گردآوری شده است.

زانگ^۸ و همکاران [۶] به بررسی برخی موضوعات بنیادی جریان تک فازی در محیط متخلخل در مقیاس‌های منفذی و محلی پرداخته و وابستگی ضرایب محلی را با مقیاس تخلخل بررسی کردند. پن^۹ و همکاران [۷] جریان سیال یک فازی و دوفازی محیط‌های متخلخل در مقیاس منفذی را بررسی کردند. آنها از پنج دامنه محاسباتی مختلف با محیط متخلخل همگن و ناهمگن استفاده کرده و به‌روش جدیدی در تسریع همگرایی دست یافتند. در زمینه بررسی دقت و قابلیت معادله شبکه بولتزمن در جریان عبوری از محیط متخلخل، تحقیقاتی توسط پن و همکاران [۸] انجام گرفت. محیط متخلخل آنها مکعبی سه‌بعدی با دو آرایش مختلف چیدمان کره‌هایی در مرکز و چیدمان کره‌هایی با اندازه‌های مختلف بود. نتایج آنها که با دو مدل مختلف، زمان آرامش منفرد^{۱۰} و زمان آرامش چندگانه^{۱۱} به‌دست آمده بود، برتری مدل زمان آرامش چندگانه را در بررسی محیط متخلخل نشان داد. شبیه‌سازی جریان دو فازی، لزج و غیردائم سه‌بعدی محیط متخلخل، در یک کانال مربعی توسط اینامورا^{۱۲} [۹] انجام گرفت. وی از طرح شبکه جنبشی^{۱۳} که طرح بهبود یافته روش شبکه بولتزمن بوده و به توابع توزیع سرعت نیاز ندارد، استفاده کرد. نتایج وی نشان داد که روش ذکر شده در شبیه‌سازی جریان سیالات پیچیده بسیار کارآمد است. یوشینو و میزوتانی^{۱۴} [۱۰] جریان سیال دو فازی عبوری از اجسام جامد داخل یک کانال مربعی را بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که روش شبکه بولتزمن در بررسی جریان‌های مایع-گاز عبوری از هندسه‌های پیچیده بسیار مفید است. ستا^{۱۵} و همکاران [۱۱] مطالعاتی در تصدیق قابلیت اعتماد و بازده محاسباتی روش شبکه بولتزمن در شبیه‌سازی جابه‌جایی طبیعی در محیط

قریب به سه دهه اخیر، روش شبکه بولتزمن^۱ به یک تکنیک قدرتمند در شبیه‌سازی دینامیک سیالات محاسباتی تبدیل شده است. این روش که در اوایل سال ۱۹۹۰ گسترش پیدا کرد، تا کنون به‌عنوان یک روش مناسب توسط بسیاری از محققان مورد استفاده قرار گرفته است. روش شبکه بولتزمن در مقابل روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی مرسوم همچون روش اختلاف محدود^۲، حجم محدود^۳ و یا المان محدود^۴ که بر پایه گسسته‌سازی و حل عددی معادلات ناویر استوکس استوار است، در شبیه‌سازی جریان‌های یک فازی، دو فازی و چند مؤلفه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد [۳-۱]. عملکرد این روش براساس یک تصویر جنبشی با استفاده از معادله بولتزمن به‌عنوان شالوده بوده که در آن ذرات ساختگی، در حال حرکت و تأثیر متقابل بر یکدیگر در چارچوب قوانینی خاص، در یک فضای مجازی می‌باشند. در نظر گرفتن تصویر ذره مزایای بسیاری دارد که از آن جمله می‌توان به بقای جرم و مومنت محلی و یا به‌کارگیری ساده شرایط مرزی اشاره کرد که مورد دوم به‌ویژه در مسائل با فصل مشترک پیچیده همچون محیط متخلخل بسیار سودمند است.

رفتار جریان عبوری از میان محیط متخلخل به‌علت ساختار منحصر به فرد و اهمیت کاربرد آن در زمینه‌های گوناگون مهندسی مکانیک، عمران و آب شناسی، مهندسی شیمی و نفت، مدیریت حرارتی در خنک‌سازی الکترونیکی و بهبود عملکرد سیستم‌های انتقال حرارت، برای مهندسين و دانشمندان بسیار قابل توجه است [۴ و ۵]. به‌همین علت تاکنون تحقیقات تحلیلی، عددی و تجربی بسیاری در بررسی این پدیده پیچیده انجام گرفته است. جریان سیال در محیط متخلخل با سه مقیاس طولی مختلف، منفذی^۵ (میکروسکوپی)، محلی^۶ (ماکروسکوپی) و میدانی^۷ مرتبط می‌باشد که در این بین به‌کارگیری روش شبکه بولتزمن در

8- Zhang

9- Pan

10- Single Relaxation Time (BGK)

11- Multiple Relaxation Time (MRT)

12- Inamuro

13- Lattice Kinetic Scheme (LKS)

14- Yoshino and Mizutani

15- Seta

1- Lattice Boltzmann Method

2- Finite Difference

3- Finite Volume

4- Finite Element

5- Pore

6- Local

7- Field

نرخ عبوری بالا از محیط متخلخل، چای^۷ و همکاران [۱۸] به مطالعه رژیم جریان‌های غیر داریسی تراکم‌ناپذیر عبوری از محیط‌های متخلخل نامنظم پرداختند. شبیه‌سازی آنها در مقیاس منفذی و در محدوده اعداد رینولدز ۰/۲ تا ۳۰ و با سه رژیم مختلف داریسی خطی، اینرسی ضعیف و اینرسی قوی انجام گرفت. زو^۸ و همکاران [۱۹] به بررسی جریان با جابه‌جایی طبیعی دوبعدی در محیط متخلخل پرداخته و تأثیر اندازه سلول‌ها، تخلخل و آرایش محیط متخلخل را نیز بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که انتقال حرارت کلی با پایین آوردن میزان تخلخل و اندازه سلول‌ها، افزایش یافته و محیط متخلخل مربعی نسبت به محیط کروی به‌علت ایجاد اختلاط قوی سیال و سطح تماس بیشتر، عملکرد گرمایی بیشتری دارد. شبیه‌سازی عددی مایع - جامد به همراه انتقال حرارت در محیط متخلخل فرکتالی^۹ از جمله مطالعات سای و هوآی^{۱۰} [۲۰] بود. در این مطالعه تأثیر افت فشار و تخلخل بر روی جریان سیال بررسی شد. نتایج آنها نشان داد که روش شبکه بولتزمن به‌خوبی با نتایج حجم محدود منطبق بوده و در ساختارهای متخلخل پیچیده کارایی بالایی دارد. هاسرت^{۱۱} و همکاران [۲۱] جریان هوای عبوری از محیط متخلخل متناوب را بررسی کردند. در زمینه انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری آرام در یک لوله افقی دارای ماده متخلخل، مطالعاتی توسط تی ماه^{۱۲} و همکاران [۲۲] در سه حالت مختلف قرارگیری ماده متخلخل داخل کانال و اعداد داریسی مختلف انجام گرفت. نتایج آنها نشان داد که افزایش شعاع ماده متخلخل، بر عملکرد گرمایی و توان پمپاژ تأثیر منفی می‌گذارد. قاسمی و پاک [۲۳] نیز به مطالعه عددی فاکتورهای تأثیرگذار نفوذپذیری نسبی دو جریان سیال مخلوط نشدنی عبوری از محیط متخلخل پرداختند.

با توجه به مطالعات گذشته، تاکنون در زمینه استفاده از روش شبکه بولتزمن در شبیه‌سازی میدان جریان و دما بین دو صفحه موازی بی‌نهایت که به‌صورت موضعی دارای محیط متخلخل منظم باشد، تحقیقاتی انجام نگرفته است، بنابراین

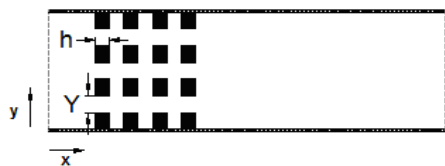
متخلخل در مقیاس حجمی نماینده ابتدایی^۱ انجام دادند. بررسی آنها در عددهای رایلی و داریسی مختلف و با تخلخل‌های متعدد انجام گرفت. تحقیقات دیگری نیز در زمینه جریان دوفازی در محیط متخلخل توسط یوتیس^۲ و همکاران [۱۲] انجام گرفت. در تحقیقات آنها اثر خیس شدگی در سطح تماس مایع - جامد و موئینگی با زاویه‌های تماس مختلف بررسی شد.

کاو^۳ و همکاران [۱۳] جریان سیال داخل میکرو رآکتورهای با بستر ثابت دارای موانع متخلخل را بررسی کردند. این شبیه‌سازی، در اعداد رینولدز مختلف انجام گرفت و یک آرایش بهینه در چیدمان موانع به‌دست آمد. جوئنگ^۴ و همکاران [۱۴] ضریب پخش گرمی و گرمایی را در یک محیط متخلخل بررسی کردند. محیط مورد بررسی آنها دوبعدی بوده و از استوانه‌های جامد پر شده بود. لازم به‌ذکر است که ضریب پخش به دست آمده توسط آنها سازگاری خوبی با نتایج تحلیلی داشت. به‌منظور پیش‌بینی توزیع فاز مایع داخل محیط متخلخل، تحقیقاتی توسط لهمان^۵ و همکاران [۱۵] بر روی خواص هندسی در نفوذپذیری و توزیع فاز سیال در محیط متخلخل انجام گرفت. در زمینه بررسی جریان سیال و انتقال حرارت بین دو صفحه موازی، تحقیقاتی توسط شکوهمند و همکاران [۱۶] صورت گرفت. در تحقیقات آنها، مرکز مجرا با محیط متخلخل پر شده بود و تأثیر پارامترهای مختلف همچون عدد داریسی، ضخامت محیط متخلخل و غیره بررسی شد. تحقیقات آنها نشان داد که تمام پارامترهای ذکر شده تأثیر قابل توجهی در عملکرد گرمایی کانال دارند. رانگ^۶ و همکاران [۱۷] به بررسی جریان‌های گرمایی متقارن محوری داخل محیط متخلخل پرداختند. آنها از مدل دوبعدی جریان دائم و آرام در لوله متخلخل استفاده کردند. نتایج آنها بیانگر سازگاری خوب روش شبکه بولتزمن در حل این‌گونه مسائل بود.

با توجه با ناتوانی قانون داریسی در بررسی جریان‌های با

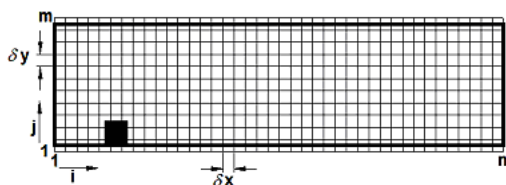
7- Chai
8- Zhao
9- Fractal Porous Medium
10- Cai and Huai
11- Hasert
12- Teamah

1- Representative Elementary Volume Scale
2- Yiotis
3- Kao
4- Jeong
5- Lehmann
6- Rong



شکل (۲): طرح کلی محیط متخلخل مورد استفاده.

جهت حل مسئله، دامنه محاسباتی شبکه‌بندی شده است. شبکه‌سازی شامل مراحل تعریف نواحی ورودی و خروجی و دیواره‌ها و ایجاد شماره گره‌ها می‌باشد. شبکه تولید شده و نحوه قرارگیری یک مانع نمونه در آن در شکل ۳ نشان داده شده است. مطابق شکل، n, m به ترتیب تعداد گره‌ها در راستای i, j و $\delta x, \delta y$ طول شبکه در راستاهای مذکور است که در شبیه‌سازی انجام گرفته $\delta x = \delta y$ بوده و اندازه شبکه نهایی برابر با $n = 3001$ و $m = 103$ در نظر گرفته شده است. قابل ذکر است که به منظور ایجاد راحت‌تر موانع مربعی، شبکه‌بندی مورد اشاره در دیواره بالایی و پایینی به اندازه $\delta y / 2$ بیرون از صفحات در نظر گرفته شده که این عمل نیز یک اقدام جدید و مناسب می‌باشد.



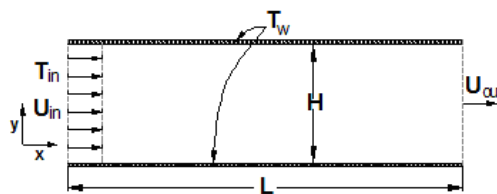
شکل (۳): طرح کلی شبکه تولید شده.

یک شبکه مناسب و تا حد امکان یکنواخت در دقت جواب‌ها و همچنین پایداری حل عددی اهمیت زیادی دارد. عموماً برای حصول جواب دقیق، شبکه را ریز می‌نمایند، از طرف دیگر برای کم کردن حجم محاسبات، شبکه‌بندی مورد استفاده نباید بیش از حد مورد نیاز ریز باشد. بنابراین در یک حل عددی لازم است بین دو پارامتر دستیابی به نتایج با دقت خوب و سرعت انجام محاسبات، توافق منطقی ایجاد شود. به منظور بررسی عدم وابستگی نتایج به تعداد و اندازه مش، سه نوع شبکه‌بندی با اندازه شبکه‌های مختلف تولید شده و کد نوشته شده به زبان فرترن با آنها اجرا شد و اختلاف قابل ملاحظه‌ای بین نتایج به دست آمده مشاهده نشد.

در این مقاله ابتدا جریان سیال جابه‌جایی اجباری بین دو صفحه با حل هم‌زمان تابع جریان و دمای مربوطه شبیه‌سازی شده، سپس به منظور بررسی محیط متخلخل، آرایشی از بلوک‌های جامد عایق بین دو صفحه قرار گرفته و میدان جریان و دما در اعداد رینولدز مختلف بررسی شده است که در نتیجه نوآوری این مقاله با توجه به عدم وجود مطالعه‌ای در حل عددی جریان سیال و انتقال حرارت در مقیاس حفره به منظور محاسبه بهبود انتقال حرارت در کانال، آشکار می‌شود.

۲- هندسه و توصیف مسئله

به منظور بررسی مسئله اشاره شده در قسمت قبل، دامنه محاسباتی دوبعدی در جریان سیال تراکم‌ناپذیر بین دو صفحه موازی مطابق شکل ۱ تعریف می‌شود. در شکل نشان داده شده L طول صفحات و H فاصله بین آنها می‌باشد. در ورودی شرط مرزی سرعت یکنواخت و دمایی ثابت و در خروجی از شرط سرعت خروجی استفاده شده و در صفحه بالا و پایین نیز از شرط مرزی عدم لغزش و دمایی ثابت استفاده شده است. در شبیه‌سازی انجام شده از ضخامت صفحات صرف نظر شده و به منظور رسیدن به حالت توسعه یافتگی در هر دو حالت سرعت و دما، طول صفحات به اندازه کافی طویل در نظر گرفته شده است.



شکل (۱): طرح کلی دامنه محاسباتی و شرایط مرزی.

به منظور بررسی محیط متخلخل نیز، موانع مربعی عایق با آرایش 4×4 در موقعیت $x/L = 0.067$ بین دو صفحه قرار گرفته است. طرح کلی محیط متخلخل مورد استفاده در شکل ۲ نشان داده شده است. مطابق این شکل، h طول موانع و Y فاصله بین آنها بوده که $h/H = 0.138$ و $Y/H = 0.148$ است.

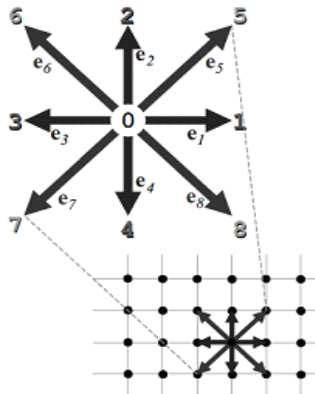
پیوسته بولتزمن به دست آورد [۲۵]. در این معادله، δt گام زمانی و τ_v ویسکوزیته مبنی بر زمان آرامش^۲ می باشد که به صورت زیر تعریف می شود:

$$\tau_v = 3\nu \frac{\delta t}{\delta x^2} + 0.5 \quad (۳)$$

ν ویسکوزیته سینماتیک سیال و برحسب عدد رینولدز معلوم است و به صورت زیر به دست می آید:

$$\nu = \frac{U_{in} \cdot D_h}{Re} \quad (۴)$$

در رابطه بالا، U_{in} سرعت ورودی، D_h قطر هیدرولیکی و برابر $2H$ و Re عدد رینولدز جریان می باشد. در این مطالعه $\delta t = \delta x = 1$ در نظر گرفته شده است.



شکل (۴): مدل D2Q9 شبکه بولتزمن.

تابع توزیع تعادلی تک ذره به میزان چگالی محلی و سرعت سیال وابسته بوده و توسط پنگ^۳ و همکاران [۲۴] بیان شده است:

$$f_i^{eq} = w_i \rho \left[1 + 3 \frac{e_i \cdot u}{c^2} + \frac{9}{2} \frac{(e_i \cdot u)^2}{c^4} - \frac{3}{2} \frac{u^2}{c^2} \right], i = 0 \dots 8 \quad (۵)$$

در رابطه (۵)، تابع وزنی w_i دارای مقادیر $w_0 = 4/9$ ، $w_{1,2,3,4} = 1/9$ و $w_{5,6,7,8} = 1/36$ است. مقادیر محلی همچون چگالی ρ و سرعت u نیز از روابط (۶) و (۷) به دست می آید:

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_i \quad (۶)$$

$$\rho u = \sum_{i=0}^8 f_i e_i \quad (۷)$$

قابل ذکر است که مشخصات رایانه مورد استفاده در این مطالعه به قرار زیر است:

برد اصلی:	Intel DX58SO2
پردازنده:	Intel i7 X990 3.47 GHZ
حافظه:	12 GB
گرافیک:	ATi Radeon HD 5450 4GB
هارد دیسک:	1 TB Seagate

۳- روش شبکه بولتزمن

همان گونه که اشاره شد، روش شبکه بولتزمن یک روش عددی جدیدی است که به تازگی در شبیه سازی جریان سیال و پدیده های انتقال حرارت مورد استفاده قرار می گیرد.

۳-۱- معادله شبکه بولتزمن^۱ جریان سیال

روش شبکه بولتزمن براساس تئوری جنبشی، جریان سیال را با دنبال کردن سیر تکاملی توزیع چگالی تک ذره، شبیه سازی می کند. در این مقاله، از مدل شبکه بولتزمن دوبعدی با ۹ مؤلفه سرعت (D2Q9) جهت حل معادله شبکه بولتزمن در جریان سیال در سطح معادله ناویر استوکس استفاده شده است. طرح کلی این مدل در شکل ۴ نشان داده شده است. مطابق شکل، e_i سرعت منفذی تک ذره است که مقدار آن در هر جهت طبق رابطه زیر مشخص می شود [۲۴]:

$$e_i = \begin{cases} (0,0) & i = 0, \\ (\cos[(i-1)\pi/2], \sin[(i-1)\pi/2]) \cdot c & i = 1,2,3,4, \\ \sqrt{2}(\cos[(i-5)\pi/2 + \pi/4], \sin[(i-5)\pi/2 + \pi/4]) \cdot c & i = 5,6,7,8, \end{cases} \quad (۱)$$

اندیس i بیانگر جهت سرعت تک ذره و c سرعت شبکه می باشد که در اینجا برابر یک در نظر گرفته شده است.

اگر $f_i(x,t)$ و $f_i^{eq}(x,t)$ به ترتیب بیانگر تابع توزیع چگالی تک ذره و تابع توزیع تعادلی آن باشد، معادله تکاملی در میدان سرعت به صورت زیر بیان می شود [۲۴]:

$$f_i(x + e_i \delta t, t + \delta t) - f_i(x, t) = -\frac{1}{\tau_v} [f_i(x, t) - f_i^{eq}(x, t)]. \quad (۲)$$

این معادله با تعیین سیر تکاملی میدان چگالی و سرعت، بقای جرم و مومنتم را بیان می کند. معادله (۲) را می توان از معادله

2- Relaxation Time

3- Peng

1- Lattice Boltzmann Equation

(۶) و (۷) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho_{in} = \frac{[f_0 + f_2 + f_4 + 2(f_3 + f_6 + f_7)]}{(1 - u_{xin})}, \quad (12)$$

$$f_1 = f_3 + \frac{2}{3} \rho_{in} u_{xin}, \quad (13)$$

$$f_5 = f_7 + \frac{1}{6} \rho_{in} u_{xin} - \frac{1}{2} (f_2 - f_4), \quad (14)$$

$$f_8 = f_6 + \frac{1}{6} \rho_{in} u_{xin} + \frac{1}{2} (f_2 - f_4). \quad (15)$$

در خروجی نیز با میان‌یابی از تابع توزیع داخل برای مقادیر مجهول، روابط زیر به دست می‌آید:

$$f_3^n = 2f_3^{n-1} - f_3^{n-2}, \quad (16)$$

$$f_6^n = 2f_6^{n-1} - f_6^{n-2}, \quad (17)$$

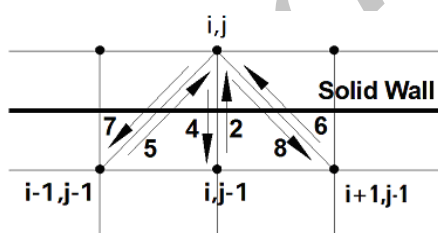
$$f_7^n = 2f_7^{n-1} - f_7^{n-2}. \quad (18)$$

برای دیواره‌های بالا و پایین با فرض عدم لغزش سرعت، از مدل بونس - بک^۳ [۲۸ و ۲۹] استفاده شده است. این مدل اولین و ساده‌ترین مدلی است که شرط عدم لغزش را بیان می‌کند. در این مدل، ذره برخوردی به دیواره جامد در جهت برعکس خود برمی‌گردد. مطابق شکل ۵ برای گره (i, j) مرتبط با دیواره بالایی، توابع توزیع $f_1, f_2, f_3, f_5, f_6, f_8$ با استفاده از گره‌های همجوار به دست آمده و مقادیر مجهول f_4, f_7, f_8 با روش گفته شده به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f_4^{i,j} = f_2^{i,j-1}, \quad (19)$$

$$f_7^{i,j} = f_5^{i-1,j-1}, \quad (20)$$

$$f_8^{i,j} = f_6^{i+1,j-1}. \quad (21)$$



شکل (۵): رفتار گره‌های دیواره با روش بونس - بک.

برای دیواره پایینی نیز روند مشابه دیواره بالایی در نظر گرفته شده است. میزان سرعت در داخل محیط متخلخل نیز به علت عدم نفوذ جریان، صفر خواهد بود، بنابراین جهت برقراری این شرط از روش تغییر مقادیر توابع توزیع چگالی در کل محیط جامد استفاده شده است.

۳-۲- معادله شبکه بولتزمان انتقال حرارت

مطابق بخش قبلی می‌توان معادله حرارتی شبکه بولتزمان را نیز بیان کرد. طبق نتایج هی^۱ و همکاران [۲۶] رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$g_i(x + e_i \delta t, t + \delta t) - g_i(x, t) = -\frac{1}{\tau_g} [g_i(x, t) - g_i^{eq}(x, t)], \quad (8)$$

در این رابطه $g_i(x, t)$ و $g_i^{eq}(x, t)$ به ترتیب تابع توزیع دمایی تک ذره و تابع توزیع تعادلی آن است. τ_g نیز زمان آرامش انتقال انرژی بوده و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tau_g = 3 \frac{k}{(\rho c_p)_f c^2 \delta t} + 0.5, \quad (9)$$

k هدایت گرمایی سیال یا جامد، ρ چگالی و c_p گرمایی ویژه در فشار ثابت هستند که در این مقاله با در نظر گرفتن مقدار $Pr = 0.7$ $\alpha = \frac{k}{\rho c_p} = \frac{v}{Pr}$ محاسبه شده است. در رابطه

(۸) میزان $g_i^{eq}(x, t)$ نیز از رابطه (۱۰) به دست می‌آید:

$$g_i^{eq} = w_i T [1 + 3 \frac{e_i \cdot u}{c^2}] \quad i = 0 \dots 8. \quad (10)$$

دمای محلی نیز از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۲۷]:

$$T = \sum_{i=0}^8 g_i. \quad (11)$$

۴- شرایط مرزی

شرایط مرزی مورد استفاده در مسئله به صورت زیر است:

۴-۱- شرایط مرزی جریان سیال

در روش شبکه بولتزمان، شرایط مرزی در دو دسته شرط جریان و شرط جامد طبقه‌بندی می‌شود. در مطالعه انجام گرفته، ورودی و خروجی میدان جریان به عنوان مرز سیال و دیواره‌های بالایی و پایینی و سطح ماتریس جامد محیط متخلخل به عنوان مرز جامد در نظر گرفته شده است.

در ورودی میدان جریان با فرض سرعت یکنواخت $u_{xin} = 0.5 \text{ m/s}$ و $u_{yin} = 0 \text{ m/s}$ از مدل زو^۲ و هی [۲۸] استفاده گردیده است. طبق این مدل، تابع توزیع گره‌های ورودی $f_0, f_2, f_3, f_4, f_6, f_7$ با استفاده از گره‌های همجوار به دست آمده و مقادیر مجهول f_1, f_5, f_8 طبق روابط

1- He
2- Zou

3- Bounce-Back

۲-۴- شرایط مرزی انتقال حرارت

شرط مرزی دما ثابت $T_w = 1^\circ C$ برای دیواره بالایی و پایینی و $T_{in} = 0^\circ C$ در ورودی جریان در نظر گرفته شده است. جهت اعمال شرط مرزی انتقال حرارت، روش‌های مختلفی وجود دارد [۳۰-۳۴]. در ورودی میدان جریان، تابع توزیع دمای گره‌های $g_0, g_2, g_3, g_4, g_6, g_7$ با استفاده از گره‌های همجوار به دست آمده و برای مقادیر مجهول g_1, g_5, g_8 از رابطه بونس - بک و رابطه زو و هی [۲۸]، رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$g_5 - g_5^{eq} = g_7 - g_7^{eq} \quad (22)$$

با فرض $g_7^{eq} = w_7 T_{in}$ و $g_5^{eq} = w_5 T_{in}$ خواهیم داشت:

$$g_5 = T_{in} (w_5 + w_7) - g_7 \quad (23)$$

مراحل مشابه جهت محاسبه g_1, g_8 تکرار می‌شود و بدین صورت روابط زیر به دست خواهد آمد:

$$g_1 = T_{in} (w_1 + w_3) - g_3 \quad (24)$$

$$g_8 = T_{in} (w_8 + w_6) - g_6 \quad (25)$$

در خروجی نیز جهت محاسبه مقادیر مجهول g_3, g_6, g_7 با استفاده از گره‌های ما قبل، روابط زیر به دست می‌آید:

$$g_3^n = g_3^{n-1} \quad (26)$$

$$g_6^n = g_6^{n-1} \quad (27)$$

$$g_7^n = g_7^{n-1} \quad (28)$$

در دیواره بالا و پایین نیز با توجه به حالت ورودی و با در نظر گرفتن شکل ۵، مقادیر مجهول به دست می‌آید. به عنوان مثال مقادیر مجهول دیواره بالایی بدین صورت خواهد بود:

$$g_4^{i,j} = T_w (w_4 + w_2) - g_2^{i,j-1} \quad (29)$$

$$g_7^{i,j} = T_w (w_7 + w_5) - g_5^{i-1,j-1} \quad (30)$$

$$g_8^{i,j} = T_w (w_8 + w_6) - g_6^{i+1,j-1} \quad (31)$$

به منظور محاسبه تابع توزیع دما در محیط متخلخل عایق، از روش تغییر مقادیر توابع توزیع دما در کل جامد، ذکر شده در بخش ۱-۴، استفاده شده است.

۵- الگوریتم حل

انتخاب یک الگوریتم مناسب به منظور حل مسئله اشاره شده دست‌یابی به نتایج صحیح، بسیار حائز اهمیت است. یک الگوریتم نامطلوب، روند حل مسئله را طولانی کرده و ممکن است باعث واگرا شدن نتایج شود. در روش شبکه بولتزمن،

الگوریتم حل به گونه‌های مختلفی بیان می‌شود. در اینجا متناسب با هندسه مسئله دیگرام گردش بهترین و مناسب‌ترین روش می‌باشد و در شکل ۶ نشان داده شده است. مطابق این شکل، ابتدا پارامترهای اولیه همچون $U_{in}, T_{in}, T_w, \nu, Pr, Re$ و توابع توزیع تعادلی اولیه $f_i = g_i = 0, i = 0 \dots 8$ در گره‌های (۵) و (۱۰)، مقادیر توابع توزیع تعادلی در گره‌های سیال محاسبه می‌شوند. در مرحله تصادم^۱، روابط (۲) و (۸) ارضا شده و مقادیر جدید توابع توزیع (پس از تصادم) محاسبه می‌شوند. پس از آن، مرحله جاری شدن^۲ اجرا می‌شود، که مقادیر توابع توزیع تمامی گره‌ها در راستای خود، بر روی گره‌های همجوار ریخته می‌شوند. بعد از اعمال شرایط مرزی، مقادیر چگالی، سرعت و دما در تمامی شبکه طبق روابط (۶)، (۷) و (۱۱) محاسبه شده و در صورت همگرا شدن نتایج، برنامه پایان می‌یابد در غیر این صورت مراحل شرح داده شده، تکرار خواهند شد.

۶- اعتبارسنجی کد نوشته شده

به منظور اثبات قابلیت اعتماد کد عددی نوشته شده، پروفیل سرعت بی‌بعد انتهای دامنه محاسباتی (بدون محیط متخلخل)، با نتایج تحلیلی [۳۶ و ۳۵] مقایسه شد. در جریان بین دو صفحه موازی، نسبت سرعت در مقطع y به سرعت متوسط سیال، با رابطه (۳۲) بیان می‌شود.

$$\frac{u}{\bar{u}} = \frac{3}{2} \left(\frac{4y}{H} - \left(\frac{2y}{H} \right)^2 \right) \quad (32)$$

نتایج این مقایسه در شکل ۷ نشان داده شده است. مطابق شکل، نتایج به دست آمده از روش شبکه بولتزمن کاملاً منطبق با حل تحلیلی می‌باشد.

به منظور بررسی صحت مدل حرارتی شبکه بولتزمن، عدد ناسلت در دیواره پایینی با استفاده از رابطه (۳۳) محاسبه شد.

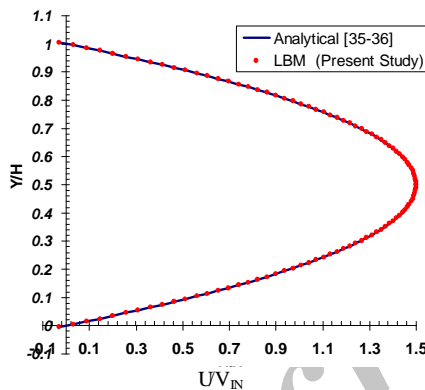
$$Nu = - \frac{D_h \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}}{T_w - T_b} \quad (33)$$

در این رابطه T_b دمای بالک بوده و از رابطه زیر به دست می‌آید.

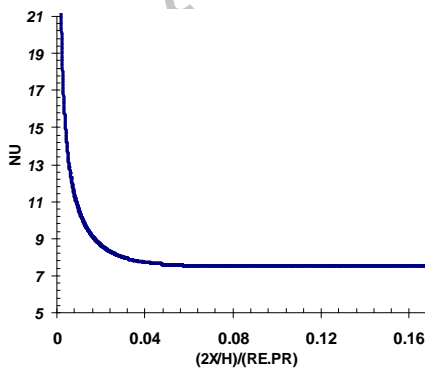
1- Collision
2- Streaming

به منظور بررسی بیشتر اعتبار حل عددی، روش شبکه بولتزمن، با شرایط $U_{in} = 0.1$ ، $T_w = 10$ ، $Re = 10$ و $Pr = 0.7$ ، $T_{in} = 20$ گرفته توسط تانگ و همکاران [۳۸]، سنجش شده و نتایج به دست آمده با نمودارهای بی بعد سرعت و دما در مقاطع مختلف دامنه محاسباتی مقایسه شده است. نتایج در شکل های ۹ و ۱۰ نشان داده شده است. مطابق این شکل ها، نتایج اختلاف بسیار اندکی با یکدیگر داشته و صحت روش شبکه بولتزمن را بیان می نماید.

علت منفی شدن نتایج به دست آمده در نقطه ابتدا و انتهای نمودارها، در نظر گرفتن شبکه مسئله به اندازه $y/2$ بالا و پایین صفحات است. در نتیجه، مقادیر بی بعد سرعت و دما بر روی صفحات، با میان یابی از مقادیر گره های مجاور محاسبه خواهند شد، که کاملاً نتایج تانگ را تأیید می کند.

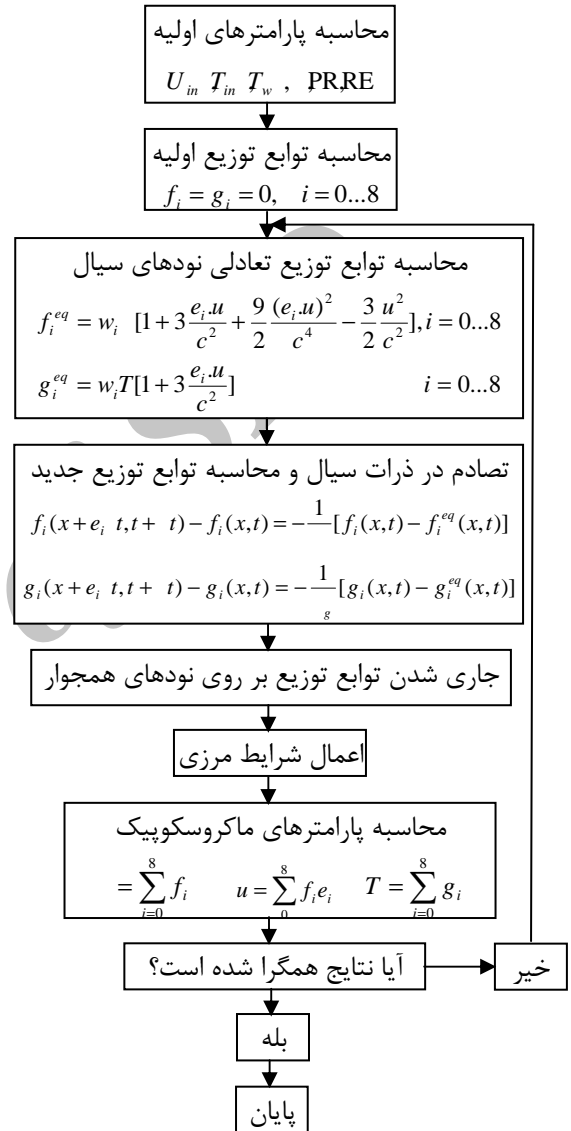


شکل (۷): مقایسه بین نمودار سرعت بی بعد روش شبکه بولتزمن با نتایج تحلیلی در ناحیه توسعه یافته دامنه محاسباتی.



شکل (۸): عدد ناسلت بر حسب مختصات طولی بی بعد.

$$T_b = \frac{\int_0^H u T dy}{\int_0^H u dy} \quad (34)$$

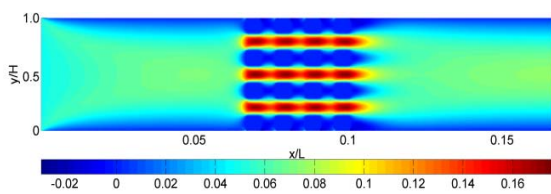


شکل (۶): دیاگرام گردش الگوریتم حل.

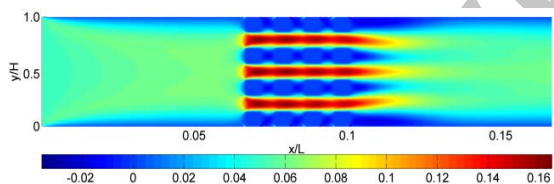
نمودار عدد Nu بر حسب پارامتر بی بعد $(2x/H)/(Re.Pr)$ در شکل ۸ نشان داده شده است. مطابق این شکل، عدد ناسلت محاسبه شده در ناحیه توسعه یافته حرارتی، برابر $7/536$ بوده و مقدار گزارش شده از حل دقیق، برابر $7/54$ می باشد که نشان دهنده 0.053 درصد خطا در محاسبات است.

می‌دهد. خطوط سرعت ثابت موضعی نیز در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ نشان داده شده است. آشکار است، موانع مربعی با مسدود کردن قسمتی از دامنه محاسباتی، الگوی حرکت سیال را تغییر می‌دهند. همچنین با افزایش عدد رینولدز، خطوط سرعت ثابت کشیده شده و در امتداد دو صفحه گسترش می‌یابند.

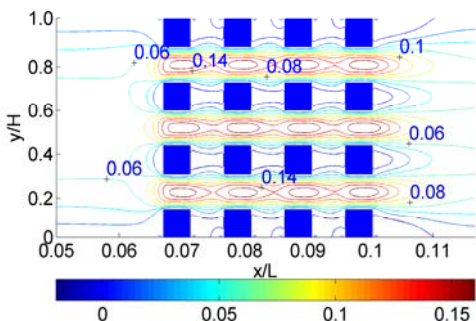
در شکل‌های ۱۵ و ۱۶ خطوط جریان در محیط متخلخل در دو عدد رینولدز مختلف نشان داده شده است. مطابق این شکل‌ها، الگوی جریان از چیدمان موانع جامد تبعیت کرده و حرکت سیال از میان موانع مشهود است. گردابه‌های تشکیل شده در پشت هر مانع مربعی، تأیید کننده این مورد است. افزایش عدد رینولدز نیز باعث بزرگ شدن گردابه‌های تشکیلی در پشت آخرین ردیف موانع مربعی می‌شود.



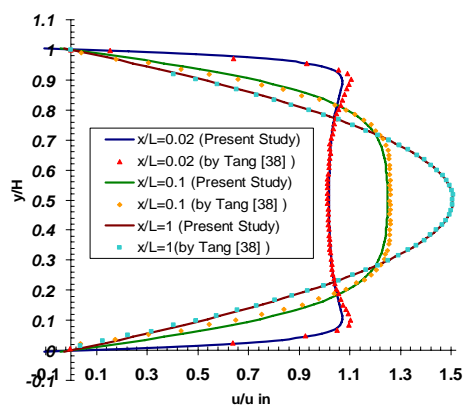
شکل (۱۱): خطوط هم‌تراز موضعی سرعت در محیط متخلخل در $Re = 100$.



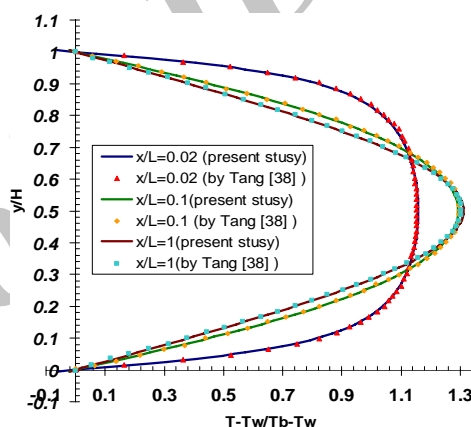
شکل (۱۲): خطوط هم‌تراز موضعی سرعت در محیط متخلخل در $Re = 300$.



شکل (۱۳): خطوط سرعت ثابت موضعی در محیط متخلخل در $Re = 100$.



شکل (۹): مقایسه بین نمودار سرعت بی‌بعد تانگ [۳۸] با نتایج به‌دست آمده از روش شبکه بولتزمن.



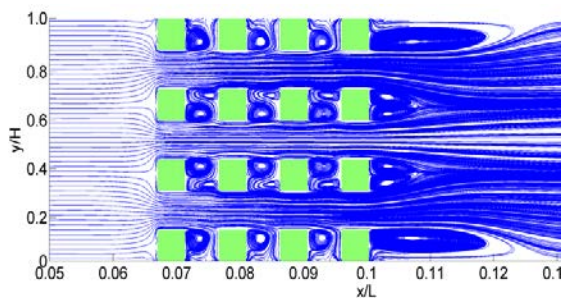
شکل (۱۰): مقایسه بین نمودار دمای بی‌بعد تانگ [۳۸] با نتایج به‌دست آمده از روش شبکه بولتزمن.

۷- نتایج و بحث

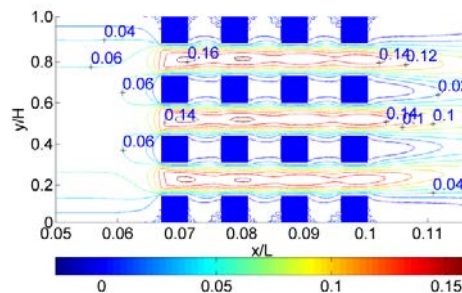
با نصب موانع ذکر شده در بخش ۲ در بین صفحات، روش شبکه بولتزمن در اعداد رینولدز ۱۰۰ تا ۵۰۰ اجرا شده و در هر مرحله، بردارهای سرعت و دما پس از ۱۰۰۰۰۰ مرحله تکرار، محاسبه و ترسیم شد.

۷-۱- جریان سیال در محیط متخلخل

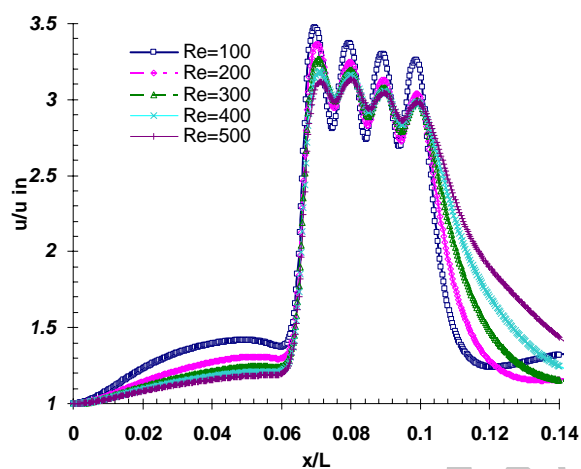
در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ خطوط هم‌تراز موضعی سرعت در محیط متخلخل در دو عدد رینولدز ۱۰۰ و ۳۰۰ به‌عنوان نمونه نشان داده شده است. مطابق این دو شکل، با افزایش عدد رینولدز، نمودار سرعت در محیط متخلخل تغییر کرده و مقدار سرعت افزایش می‌یابد. روش عددی استفاده شده، به‌خوبی حرکت سیال در بین موانع جامد تعبیه شده، را نشان



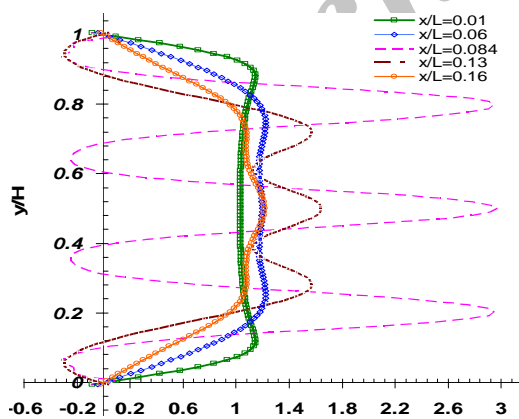
شکل (۱۶): خطوط جریان در محیط متخلخل در $Re = 300$



شکل (۱۴): خطوط سرعت ثابت موضعی در محیط متخلخل در $Re = 300$



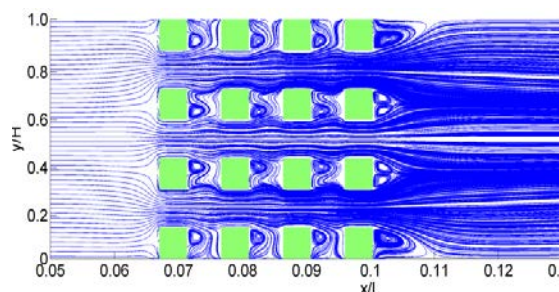
شکل (۱۷): مقایسه بین نمودار سرعت بی بعد طولی در رینولدزهای مختلف در $y/H = 0.5$



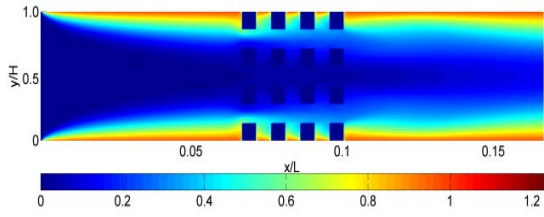
شکل (۱۸): نمودار سرعت بی بعد عرضی در چند مقطع دلخواه در $Re = 500$

تغییرات سرعت بی بعد طولی در موقعیت $y/H = 0.5$ در اعداد رینولدز مختلف نیز در شکل ۱۷ نشان داده شده است. این شکل مربوط به سرعت محلی سیال بین موانع جامد است. مطابق این شکل، نمودار سرعت بی بعد در ابتدا افزایش یافته و با رسیدن به ناحیه متخلخل با یک جهش کلی که ناشی از حضور موانع مربعی همراه است. به تدریج با عبور از این ناحیه به دلیل از دست رفتن انرژی سیال، سرعت تقلیل می یابد.

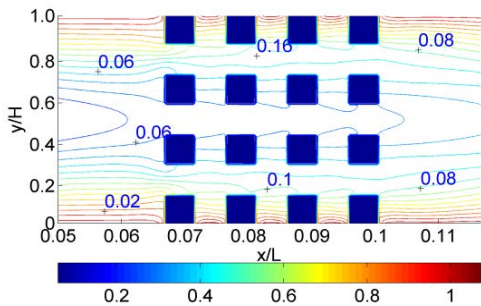
نمودار سرعت بی بعد عرضی در $Re = 500$ در مقاطع مختلف در شکل ۱۸ نشان داده شده است. مطابق این شکل، با نزدیک شدن به موانع مربعی، نمودار سرعت از حالت سهموی خود خارج می شود. در موقعیت $x/L = 0.084$ که مرتبط با مقطع داخل محیط متخلخل است، نمودار سرعت بی بعد به علت تأثیر موانع مربعی و گردابه های تشکیلی حالت نوسانی به خود می گیرد و به تدریج با دور شدن از محیط متخلخل به حالت اولیه خود باز می گردد. قابل ذکر است که روش شبکه بولتزمن به خوبی حرکت سیال در میان محیط متخلخل را نشان می دهد.



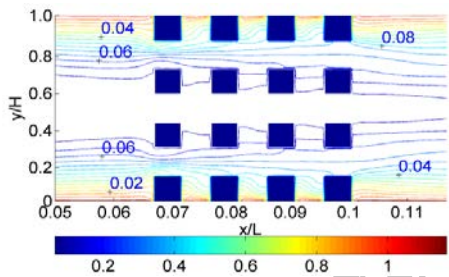
شکل (۱۵): خطوط جریان در محیط متخلخل در $Re = 100$



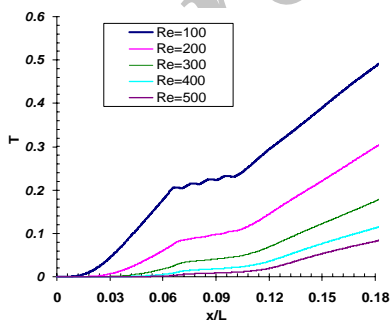
شکل (۲۰): خطوط هم‌تراز موضعی دما در محیط متخلخل در $Re = 300$.



شکل (۲۱): خطوط دما ثابت در محیط متخلخل در $Re = 100$.



شکل (۲۲): خطوط دما ثابت در محیط متخلخل در $Re = 300$.



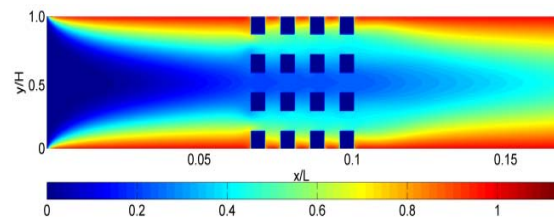
شکل (۲۳): مقایسه بین نمودار دمای طولی در اعداد رینولدز مختلف در $y/H = 0.5$.

۷-۲- توزیع دما در محیط متخلخل

جهت بررسی تأثیر موانع بر روی توزیع دما بین دو صفحه، شکل‌های ۱۹ تا ۲۲ ترسیم شده است. در شکل‌های ۱۹ و ۲۰ که خطوط هم‌تراز دما را در دو عدد رینولدز مختلف نشان می‌دهد، افزایش عدد رینولدز، رشد لایه مرزی حرارتی را کاهش داده و محیط متخلخل باعث به تعویق انداختن توسعه‌یافتگی حرارتی می‌شود.

در شکل‌های ۲۱ و ۲۲ نیز خطوط دما ثابت در حضور موانع جامد عایق، نشان داده شده است. مطابق شکل، عمود بودن خطوط دما ثابت بر موانع عایق، مشخص است. شکل ۲۳ مقایسه بین نمودار دمای طولی در اعداد رینولدز مختلف، در موقعیت $y/H = 0.5$ را نشان می‌دهد. مطابق شکل، نمودار دمای مرکزی کانال، ابتدا با شیب تندی در حال افزایش است، اما با رسیدن به ناحیه متخلخل، این شیب با کاهش چشمگیری مواجه شده و در عبور از این ناحیه دوباره افزایش می‌یابد.

پروفیل دمای بی‌بعد عرضی در مقاطع مختلف در $Re = 500$ نیز در شکل ۲۴ نشان داده شده است. این شکل به خوبی نمودار دمای بی‌بعد را در قبل از محیط متخلخل، داخل آن و همین‌طور در بعد از محیط متخلخل مشخص می‌کند. مطابق این شکل، محیط متخلخل نمودار سهموی شکل دمای بی‌بعد را تغییر می‌دهد. اما به تدریج با دور شدن از محیط متخلخل، به حالت سهموی خود باز می‌گردد.

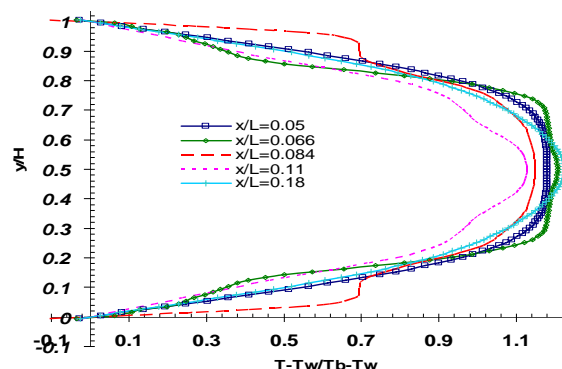


شکل (۱۹): خطوط هم‌تراز موضعی دما در محیط متخلخل در $Re = 100$.

تحلیلی مربوطه منطبق می‌باشد. محیط متخلخل مورد استفاده در این مقاله، با آرایش منظم موانع مربعی به صورت موضعی در دامنه مورد نظر، تشکیل شده است. نتایج به دست آمده در این حالت، بیانگر این می‌باشد که توزیع جریان و دما، تحت اثر محیط متخلخل تغییر کرده و وجود موانع ثابت در دامنه محاسباتی به عنوان محیط متخلخل، باعث افزایش عملکرد گرمایی و عدد ناسلت متوسط می‌شود.

مراجع

1. He, X. and Luo, L.S. "Theory of the Lattice Boltzmann Method: From the Boltzmann Equation to the Lattice Boltzmann Equation", Phys. Rev., E 56, pp. 6811–6817, 1997.
2. Chen, S. and Doolen, G. "Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows", Annu. Rev. Fluid Mech., Vol. 30, No. 3, pp. 329–364, 1998.
3. McNamara, G. and Zanetti, G. "Use of the Boltzmann Equation to Simulate Lattice Gas Automata", Phys. Rev., Lett. 61, pp. 2332–2335, 1988.
4. Scheidegger, A.E. "The Physics of Flow Through Porous Media", Univ. Toronto Press, 1974.
5. Kaviany, M. "Principles of Heat Transfer in Porous Media", Springer, 1995.
6. Zhang, D., Zhang, R., Chen, S., and Soll, W.E. "Pore Scale Study of Flow in Porous Media: Scale Dependency REV, and Statistical REV", Geophys. Res. Lett., Vol. 27, No. 8, pp. 1195–1198, 2000.
7. Pan, C., Prins, J.F., and Miller, C.T. "A High-Performance Lattice Boltzmann Implementation to Model Flow in Porous Media", Int. J. Computer Physics Communications, Vol. 158, No. 2, pp. 89–105, 2004.
8. Pan, C., Luo, L.S., and Miller, C.T. "An Evaluation of Lattice Boltzmann Schemes for Porous", Int. J. Computers & Fluids, Vol. 35, No. 8, pp. 898–909, 2006.
9. Inamuro, T. "Lattice Boltzmann Methods for Viscous Fluid Flows and for Two-Phase Fluid Flows", In. J. Fluid Dynamics Research, Vol. 38, No. 9, pp. 641–659, 2006.
10. Yoshino, M. and Mizutani, Y. "Lattice Boltzmann Simulation of Liquid-Gas Flows Through Solid Bodies in a Square Duct", In. J. Mathematics and Computers in Simulation, Vol. 72, No. 2, pp. 264–269, 2006.
11. Seta, T., Takegoshi, E., and Okui, K. "Lattice Boltzmann Simulation of Natural Convection in Porous Media", In. J. Mathematics and Computers in Simulation, Vol. 72, No. 1, pp. 95–200, 2006.



شکل (۲۴): نمودار دمای بی بعد عرضی در چند مقطع دلخواه در $Re = 500$.

نحوه تأثیر محیط متخلخل و عدد رینولدز بر روی عدد ناسلت متوسط در جدول ۱ نشان داده شده است. این جدول که با متوسط گیری عدد ناسلت محلی در فاصله $x/L = 0.33$ تا $x/L = 0.33$ به دست آمده، گویای این مطلب است که افزایش عدد رینولدز و همچنین استفاده از محیط متخلخل باعث افزایش عدد ناسلت متوسط و در نتیجه بهبود انتقال حرارت می‌شود.

جدول (۱): مقایسه عدد ناسلت متوسط موضعی در اعداد رینولدز مختلف.

عدد ناسلت متوسط موضعی با وجود محیط متخلخل	عدد ناسلت متوسط موضعی بدون وجود محیط متخلخل	عدد رینولدز
۸/۸۴۲۳۵۹	۷/۶۳۳۳۹	۱۰۰
۹/۱۹۴۹۶۷	۷/۸۶۰۹۹	۲۰۰
۹/۶۷۸۰۰۱	۸/۱۴۰۸۹	۳۰۰
۱۰/۱۴۸۷۷	۸/۶۰۸۴۱	۴۰۰
۱۰/۵۰۸۶۷	۸/۹۵۸۲۹	۵۰۰

۸- نتیجه گیری

در این مقاله از روش شبکه بولتزمن جهت بررسی تأثیر محیط متخلخل بر روی جریان سیال و انتقال حرارت بین دو صفحه موازی، استفاده شده است و قابلیت این روش در شبیه سازی محیط‌های پیچیده مورد بررسی قرار گرفته است. در حالت نبود محیط متخلخل، نتایج به دست آمده، کاملاً با حل‌های

- 1512-1522, 2011.
23. Ghassemi, A. and Pak, A. "Numerical Study of Factors Influencing Relative Permeabilities of Two Immiscible Fluids Flowing Through Porous Media Using Lattice Boltzmann Method", In. *J. Petroleum Sci. and Eng.*, Vol. 77, No. 1, pp. 135–145, 2011.
 24. Peng, Y., Shu, C., and Chew, Y.T. "Simplified Thermal Lattice Boltzmann Model for Incompressible Thermal Flows", *Physical Review E* 68, 026701, 2003.
 25. He, X.Y. and Luo, L.S. "A Priori Derivation of the Lattice Boltzmann Equation", *Physical Review E* 55, R6333–R6336, 1997.
 26. He, X.Y., Chen, S.Y., and Doolen, G.D. "A Novel Thermal Model for the Lattice Boltzmann Method in Incompressible Limit", *J. Computational Physics*, Vol. 146, No. 1, pp. 282–300, 1998.
 27. Wang, J.K., Wang, M.R., and Li, Z.X. "A Lattice Boltzmann Algorithm for Fluid–Solid Conjugate Heat Transfer", In. *J. Thermal Sci.*, Vol. 46, No. 3, pp. 228–234, 2007.
 28. Zou, Q.S. and He, X.Y. "On Pressure and Velocity Boundary Conditions for the Lattice Boltzmann BGK Model", *Physics of Fluids*, Vol. 9, No. 6, pp. 1591–1598, 1997.
 29. Inamuro, T., Yoshino, M., and Ogino, F. "A Non-Slip Boundary Condition for Lattice Boltzmann Simulations", *Physics of Fluids*, Vol. 7, No. 12, pp. 2928–2930, 1995.
 30. D’Orazio, A. and Succi, S. "Boundary Conditions for Thermal Lattice Boltzmann Simulations", In: *Computational Science-ICCS 2003*, Springer, Berlin, pp. 977–986, 2003.
 31. Ziegler, D.P. "Boundary Conditions for Lattice Boltzmann Simulations", *J. Statistical Physics*, Vol. 71, No's. 5–6, pp. 1171–1177, 1993.
 32. D’Orazio, A., Corcione, M., and Celata, G.P. "Application to Natural Convection Enclosed Flows of a Lattice Boltzmann BGK Model Coupled with a General Purpose Thermal Boundary Condition", In. *J. Thermal Sci.*, Vol. 43, No. 6, pp. 575–586, 2004.
 33. Tang, G.H., Tao, W.Q., and He, Y.L. "Thermal Boundary Condition for the Thermal Lattice Boltzmann Equation", *Physical Review E* 72, 016703, Vol. 72, No. 1, 6 page, 2005.
 34. D’Orazio, A., Succi, S., and Arrighetti, A. "Lattice Boltzmann Simulation of Open Flows with Heat Transfer", *Physics of Fluids*, Vol. 15, No. 9, 2778–2781, 2003.
 35. Durst, F. "Fluid Mechanics- An Introduction to the Theory of Fluid Flows", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
 36. Kundu, P.K. and Cohen, I.M. "Fluid Mechanics Fourth Edition", Elsevier, USA, 2008.
 12. Yiotis, A.G., Psihogios, J., Kainourgiakis, M.E., Papaioannou, A., and Stubos, A.K. "A Lattice Boltzmann Study of Viscous Coupling Effects in Immiscible Two-Phase Flow in Porous Media", In. *J. Colloids and Surfaces A: Physicochem. Eng. Aspects*, Vol. 300, No. 1, pp. 35–49, 2007.
 13. Kao, P.H., Ren, T.F., and Yang, R.J. "An Investigation into Fixed-Bed Microreactors Using Lattice Boltzmann Method Simulations", In. *J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, No. 21, pp. 4243–4255, 2007.
 14. Jeong, N., Choi, D.H., and Lin, C.L. "Estimation of Thermal and Mass Diffusivity in a Porous Medium of Complex Structure Using a Lattice Boltzmann Method", In. *J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, No. 15, pp. 3913–3923, 2008.
 15. Lehmann, P., Berchtold, M., Ahrenholz, B., Tolke, J., Kaestner, A., Krafczyk, M., Fluhler, M., and Kunsch, H.R. "Impact of Geometrical Properties on Permeability and Fluid Phase Distribution in Porous Media", In. *J. Advances in Water Resources*, Vol. 31, No. 9, pp. 1188–1204, 2008.
 16. Shokouhmand, H., Jam, F., and Salimpour, M.R. "Simulation of Laminar Flow and Convective Heat Transfer in Conduits Filled With Porous Media Using Lattice Boltzmann Method", In. *J. Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, No. 4, pp. 378–384, 2009.
 17. Rong, F., Guo, Z., Chai, Z., and Shi, B. "A Lattice Boltzmann Model for Axisymmetric Thermal Flows Through Porous Media", In. *J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, No. 23, pp. 5519–5527, 2010.
 18. Chai, Z., Shi, B., Lu, J., and Guo, Z. "Non-Darcy Flow in Disordered Porous Media: A Lattice Boltzmann Study", In. *J. Computers & Fluids*, Vol. 39, No. 10, pp. 2069–2077, 2010.
 19. Zhao, C.Y., Dai, L.N., Tang, G.H., Qu, Z.G., and Li, Z.Y. "Numerical Study of Natural Convection in Porous Media (Metals) Using Lattice Boltzmann Method (LBM)", In. *J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 31, No. 5, pp. 925–934, 2010.
 20. Cai, J. and Huai, X. "Study on Fluid–Solid Coupling Heat Transfer in Fractal Porous Medium by Lattice Boltzmann Method", In. *J. Applied Thermal Eng.*, Vol. 30, No. 6, pp. 715–723, 2010.
 21. Hasert, M., Bernsdorf, J., and Roller, S. "Lattice Boltzmann Simulation of Non-Darcy Flow in Porous Media", In. *J. Procedia Computer Sci.*, Vol. 4, No. 1, pp. 1048–1057, 2011.
 22. Teamah, M.A., El-Maghlany, W.M., and Khairat Dawood, M.M. "Numerical Simulation of Laminar Forced Convection in Horizontal Pipe Partially or Completely Filled with Porous Material", In. *J. Thermal Sci.*, Vol. 50, No. 8, pp.

38. Tang, G.H., Tao, W.Q., and He, Y.L. "Simulation of Fluid Flow and Heat Transfer in a Plane Channel Using the Lattice Boltzmann Method", In. J. Modern Physics B, Vol. 17, No. 1, pp. 183-187, 2003.
37. Cengel, Y.A. "Heat and Mass Transfer Third Edition", Mc Graw Hill, Singapore, 2006.

Archive of SID