

# طراحی کنترلرهای مود لغزشی و LQR

## روی سیستم تهویه مطبوع

سید حسین ساداتی<sup>۲</sup> و علی غفاری<sup>۳</sup>

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی

(تاریخ دریافت: ۸۹/۱/۲۰؛ تاریخ پذیرش: ۹۰/۲/۱۹)

سید مهدی ابطحی<sup>۱</sup>

دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین

### چکیده

در این مقاله، مدل غیرخطی سیستم تهویه مطبوع در مد سرمایه‌شسی با استفاده از بالانس معادلات جرم و انرژی استخراج و در فرآیند مدل‌سازی، تمامی اجزای سیستم جداگانه مدل شدند. جهت بررسی اعتبار مدل‌سازی انجام شده، نتایج به دست آمده از سیستم شبیه‌سازی شده با اطلاعات سیستم واقعی و همچنین با سایر تحقیقات مشابه مقایسه شده که نشان از اعتبار مدل‌سازی انجام گرفته است. همچنین مدل غیرخطی سیستم با استفاده از روش خطی‌ساز ژاکوبین، خطی شده و سپس روی مدل خطی شده کنترلرهای خطی و کلاسیک (PID) و کنترلر مدرن و بهینه مربعی خطی (LQR) جهت تنظیم دمای آب ورودی به کوئل سرمایه‌شسی طراحی شده است. در نهایت، کنترلر مود لغزشی (SMC) به عنوان کنترلر غیرخطی و مقاوم، روی مدل غیرخطی سیستم پیاده‌سازی شده است. از مقایسه نتایج حاصل از سیستم‌های کنترلی پیشنهاد شده مشخص می‌شود که کنترلر مود لغزشی باعث کاهش زمان رسیدن به نقطه تنظیم، حذف فراجش و بهبود در کارکرد عملگرهای سیستم با کاهش مصرف انرژی می‌شود.

**واژه‌های کلیدی:** کنترلر غیر خطی، کنترلر مود لغزشی، کنترلر بهینه، سیستم تهویه مطبوع

## Design of Sliding Mode and LQR Controllers for an HVAC System

S.M. Abtahi

Faculty of Industrial and Mech. Eng.  
Qazvin Branch, Islamic Azad Univ.

S.H. Sadati, and A. Ghaffari

Faculty of Mech. Eng.  
Kh.N. Toosi Univ. of Tech.

(Received: 9 April, 2010; Accepted: 9 May, 2011)

### ABSTRACT

In this work, nonlinear model of a Heating, Ventilating, and Air Conditioning (HVAC) system in the cooling mode is first derived using energy and mass balance equations. All components of the system are independently modeled in the modeling process. The responses of the open loop system are then obtained and the reliability of modeling is verified by comparing the actual system records with those of the other researchers. The nonlinear model of the system is linearized using the Jacobian matrix method, and a PID-action as well as the Linear Quadratic Regulator (LQR) controller as the linear control systems are developed on the linear model. PID-action is a classic and robust controller and the LQR is a modern and optimal controller system. In the final part, Sliding Mode Controller (SMC) is designed on the nonlinear model as a robust and proper controller system. The comparison between these proposed controller systems confirms the superiority of the SMC controller, which results in a reduction of the settling time, the omission of overshoot, and an improvement in the actuator's performance via the reduction of energy consumption in the system.

**Key words:** Nonlinear Control, Sliding Mode Control, Optimal Control, HVAC System

۱- دانشجوی دکتری: m.abtahi61@gmail.com

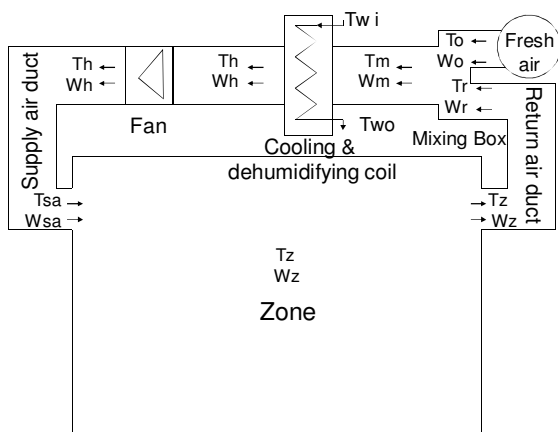
۲- استادیار: sadati@kntu.ac.ir

۳- استاد (نویسنده پاسخگو): ghaffari@kntu.ac.ir

در این مقاله، یک مدل سازی جدید و غیرخطی از مود سرمایشی و رطوبت گیری سیستم تهویه مطبوع ارائه شده و سپس با خطی سازی ترم های غیرخطی مدل کنترل کلاسیک (PID) به عنوان اولین روش کنترلی روی سیستم مدار باز توسعه یافته است. در فاز بعدی به منظور کاهش زمان رسیدن پاسخ ها به مقدار مطلوب<sup>۷</sup> و مقدار مصرف انرژی سیستم، سیستم کنترلی بهینه و خطی مربعی (LQR) برای کنترل سیستم مورد استفاده قرار گرفته است. در نهایت با طراحی سیستم کنترلی مود لغزشی برای مدل غیرخطی سیستم و مقایسه نتایج سیستم های کنترلی مدار بسته، عملکرد مناسب کنترلهای بهینه و مود لغزشی مشخص شده است.

## ۲- مدل سازی دینامیکی سیستم

سیستم تهویه مطبوع شامل محفظه اختلاط، کویل سرمایی و رطوبت گیری، فن و فیلتر است که این بخش ها در دستگاه هواساز جای گرفته و به وسیله کانال، هوای تهویه شده را به اتاق ها منتقل کرده و هوای برگشتی از اتاق را به هواساز بر می گرداند. در شکل ۱ دیاگرام کامل سیستم مدل سازی شده مشاهده می شود:



شکل (۱): دیاگرام سیستم هواساز به همراه اتاق تهویه.

لازم به ذکر است که مدل سیستم به دو بخش دمایی و رطوبتی تقسیم می شود. با استفاده از این دو مدل، می توان دمای هوای خشک و نسبت رطوبت هوای اتاق و نقاط مختلف سیستم را تحلیل نمود. مدل دمایی سیستم، یک مدل غیرخطی با هشت متغیر حالت است که دمای آب سرد ورودی به کویل به عنوان ورودی کنترلی و دمای هوای خشک اتاق به

مود سرمایشی سیستم تهویه مطبوع، شامل دستگاه هوا ساز و فضا های تهویه است. در این سیستم به منظور کنترل دما و رطوبت هوای اتاق، آب سرد ورودی به کویل سرمایشی که توسط یک واحد چیلر تأمین می شود، بخشی از حرارت هوای ورودی به کویل را جذب کرده و در نتیجه باعث کاهش دما و جذب رطوبت هوا می شود [۱ و ۲].

در سال های اخیر، نسبت به مدل سازی و کنترل سیستم های تهویه مطبوع توجه ویژه ای شده است. از آن جمله تاشتوش<sup>۱</sup> و همکارانش [۳] مدل کاملی از سیستم تهویه مطبوع را توسعه دادند که شامل مدل های ساده و خطی از تمامی اجزای سیستم بود. آنها برای مدل سازی کویل سرمایشی و رطوبت گیری، از کار المادی<sup>۲</sup> و میتالاس<sup>۳</sup> [۴] استفاده کردند که کویل مدل شده، شامل یک تابع ریاضی از اطلاعات ورودی و خروجی سیستم است. به این ترتیب که دما و نسبت رطوبت خروجی از کویل تنها به دمای آب سرد ورودی به کویل وابسته و اثر دما و رطوبت هوای ورودی به کویل نادیده گرفته می شد. لازم به ذکر است که این ویژگی ضعف اصلی این مدل سازی قلمداد می شد. این مشکل با تلاش گوآنگ یوو<sup>۴</sup> و همکارانش [۵] برطرف گردید. آنها یک مدل دینامیکی ساده از کویل سرمایی و رطوبت گیری را بر اساس بالانس معادلات انتقال جرم و حرارت استخراج کردند که شرایط هوای خروجی از کویل متأثر از شرایط هوا و آب سرد ورودی به کویل است. در کنار پژوهش های بالا، چندین مقاله در زمینه مدل سازی سیستم های تهویه مطبوع بررسی شده است [۶-۸].

در زمینه کنترل سیستم های تهویه مطبوع، ظهیرالدین<sup>۵</sup> [۹] به توسعه سیستم های کنترلی بهینه و تنظیم کننده تطبیقی برای کنترل دمای ساختمان های هوشمند پرداخت. علاوه بر آن، ظهیرالدین و ژنگ<sup>۶</sup> [۱۰] مدل سیستم تهویه مطبوع هواساز با دبی هوای متغیر (VAV) را به منظور کنترل و مدیریت انرژی استخراج کردند. همچنین با توجه به رویکرد تحقیقی دیگر [۱۱ و ۱۲]، کنترل مود لغزشی (SMC) به دلیل به دست آوردن نتایج مناسب برای کنترل سیستم های غیرخطی مختلف مانند سیستم های فضایی، نیوماتیکی و...، پیشنهاد می شود.

- 1- Tashtoush
- 2- Elmahdy
- 3- Mitalas
- 4- Guang-Yu
- 5- Zaheer-Uddin
- 6- Zheng

7- Settling Time

$$\frac{dT_{chw,o}(t)}{dt} + 6.9431 m_{chw} [T_{chw,o}(t) - T_{chw,i}(t)] = \frac{1.1993 m_a}{1 + 0.8021 \left(\frac{m_a}{m_{chw}}\right)^t} [T_{a,o}(t) - T_{chw,o}(t)] \quad (3)$$

$$\frac{dT_{a,o}(t)}{dt} + 9.3274 m_a [T_{a,o}(t) - T_{a,i}(t)] = \frac{6.4431 m_a}{1 + 0.8021 \left(\frac{m_a}{m_{chw}}\right)^t} [T_{a,o}(t) - T_{chw,o}(t)] \quad (4)$$

ضرایب معادلات بالا وابسته به ساختار و پارامترهای کویل مدل شده است. سطح برخورد هوا با لوله‌های کویل سرمایی برابر  $m$   $0.25 \times 0.25$  با چهار ردیف لوله و  $328$  فین آلومینیومی در هر متر است. ویژگی برجسته مدل کویل سرمایی و رطوبت‌گیری این است که در هر لحظه می‌تواند دمای هوای خشک ( $T_d$ ) و مرطوب ( $T_w$ ) را تحلیل کند. از طرف دیگر مدل‌سازی کل سیستم بر اساس دمای هوای خشک و نسبت رطوبت ( $w$ ) انجام شده است، بنابراین لازم است تا با استفاده از دمای هوای خشک و نسبت رطوبت هوای ورودی به کویل و با استفاده از معادلات حاکم بر نمودار مشخصات هوا<sup>۱</sup>، دمای هوای مرطوب را توسط رابطه (۵) استخراج کرد [۲].

$$T_w = T_d - \left(1 - \frac{W P_a}{0.622 P_s}\right) (4.5 + 0.35 T_d) \quad (5)$$

همچنین در هوای خروجی از کویل، مطابق رابطه (۶)، از روی دمای هوای خشک و مرطوب، نسبت رطوبت هوا استخراج شده تا در مراحل بعدی مدل‌سازی سیستم مورد استفاده قرار گیرد.

$$W = \frac{(T_w - 0.65 T_d + 4.5)(0.622 P_s)}{(0.35 T_d + 4.5)(P_a)} \quad (6)$$

در روابط (۵) و (۶)،  $P_a$  مقداری ثابت و  $P_s$  فشار هوای اشباع است که توسط رابطه (۷) بیان می‌شود [۲].

$$P_s = \exp((-1.04 \times 10^4) T^{-1} - (1.129 \times 10) + (-2.7 \times 10^{-2}) T + (1.289 \times 10^{-5}) T^2 + (-2.478 \times 10^9) T^3 + 6.54 \ln(T)) \quad (7)$$

در معادله بالا  $T$  دمای هوای خشک بر حسب رنکین<sup>۲</sup> است که توسط رابطه  $Ra = [(C \times 1.8) + 32] + 459.67$  به درجه سلسیوس تبدیل می‌شود. به منظور طراحی کنترلرهای خطی، باید ترم‌های غیرخطی بالا خطی‌سازی شوند.

### ۳-۲-۳ مدل کانال هوا

به طور کلی انتقال حرارت در کانال هوا شامل انتقال حرارت هدایتی در ضخامت جداره داکت و جابه‌جایی با هوای اطراف

عنوان خروجی مدل است. همچنین مدل غیرخطی رطوبتی سیستم نیز دارای سه متغیر حالت است که دمای آب سرد ورودی به کویل به منظور رطوبت‌گیری به عنوان ورودی کنترلی و نسبت رطوبت اتاق، خروجی سیستم است.

معادلات دیفرانسیل استخراج شده برای مدل سیستم بر اساس بالانس معادلات انتقال انرژی و جرم می‌باشند. در این مدل‌سازی، از تأثیر دمنده و فیلتر در تغییر دما و رطوبت هوا صرف‌نظر شده است. مدل دینامیکی بخش‌های مختلف سیستم به وسیله معادلات دیفرانسیل و توابع تبدیل بیان شده که در فرایند شبیه‌سازی سیستم به کار می‌روند.

### ۲-۱-۱ مدل محفظه اختلاط

در محفظه اختلاط هوای برگشتی از اتاق با هوای تازه بیرون، به نسبت مساوی با یکدیگر ترکیب می‌شوند. از انتقال حرارت محفظه با هوای بیرون و همچنین اصطکاک جریان هوا با جدار داخلی داکت و افت فشار جریان هوا صرف‌نظر می‌شود. در نتیجه معادلات بالانس جرم و انرژی به صورت زیر بیان می‌شود [۳]:

$$m_r C_{pa} T_r + m_o C_{pa} T_o = m_m C_{pa} T_m \quad (1)$$

$$m_m = m_r + m_o \quad (2)$$

### ۲-۲-۲ مدل کویل سرمایی و رطوبت‌گیری

کویل سرمایی که قادر به رطوبت‌گیری هم می‌باشد، یک مبدل حرارتی هوا-آب است که با جریان یافتن آب سرد به داخل لوله‌های کویل، حرارت را از هوای گرم ورودی به کویل به دست می‌آورد که منجر به کاهش دما و تقطیر رطوبت هوا می‌شود. مدل‌سازی کویل سرمایی بر اساس بالانس معادلات جرم و انرژی انجام می‌شود. در فرآیند مدل‌سازی، فرض می‌شود که هوای مرطوب دارای رفتار گاز ایده‌آل بوده و ظرفیت حرارتی آب و چگالی رطوبت هوا ثابت در نظر گرفته می‌شوند. تغییرات رطوبت هوای اشباع نسبت به دما در محدوده کوچک تغییرات دما خطی فرض شده است. مطابق فرضیات بالا و با توجه به مقاله گوآنگ یوو و همکارانش [۵]، مدل دینامیکی کویل سرمایی و رطوبت‌گیری بر اساس معادلات انتقال جرم و حرارت به صورت زیر استخراج می‌شود [۴ و ۵]:

و  $f_s = 0.192 \text{ m}^3 / \text{s}$  و مقدار حرارت اکتسابی توسط ساکنین و لامپ‌های روشنایی به ترتیب  $0.15 \text{ kw}$  و  $0.05 \text{ kw}$  است. همچنین مقادیر ابعاد قسمت‌های مختلف سیستم واقعی مدل شده، در جدول ۱ داده شده است.

در ادامه مدل سیستم در محیط نرم‌افزاری Matlab7.1-SIMulink شبیه‌سازی شده است. شرایط اولیه سیستم مدار باز، به منظور انجام مقایسه با مدل‌سازی صورت گرفته با مقاله [۳]،  $T_o = 30^\circ \text{C}$  و  $W_o = 0.025 \text{ kg} / \text{kg} (d.a.)$  در نظر گرفته شده و شرایط اولیه سیستم مدار بسته در مقایسه با [۳]  $T_o = 32^\circ \text{C}$  و  $W_o = 0.015 \text{ kg} / \text{kg} (d.a.)$  است.

جدول (۱): ابعاد قسمت‌های مختلف سیستم تهویه مطبوع.

مقادیر	آیتم‌های مدل‌سازی
(۳×۳×۳) m	اتاق
(۰/۲۵×۰/۲۵) m	سطح برخورد هوا با کویل سرمایشی
۴	تعداد ردیف لوله‌های کویل
۳۲۸	تعداد فین‌های آلومینیومی در هر متر لوله
$0.192 \text{ m}^3 / \text{s}$	دبی حجمی هوای تأمین شده توسط هواساز
۱۴ in×۱۲ in	ابعاد داکت هوای ورودی به اتاق
$40^\circ$	عرض جغرافیایی شمالی
$69 \frac{\text{Btu}}{\text{hr} \times \text{ft}^2}$	مقدار بار تابشی خورشید در ۲۱ جولای برای دیوار جنوبی در ظهر
$233 \frac{\text{Btu}}{\text{hr} \times \text{ft}^2}$	مقدار بار تابشی خورشید در ۲۱ جولای برای دیوار جنوبی افقی

### ۳-۱- بررسی اعتبار و آنالیز خطای مدل‌سازی

در این بخش، پاسخ‌های سیستم مدار باز در شکل ۲ نمایش داده می‌شود. مطابق این نمودارها، پاسخ‌های سیستم مدار باز در محیط شبیه‌سازی با اطلاعات حاصل از سیستم واقعی به منظور اعتبارسنجی فرایند مدل‌سازی مقایسه شده و از آنجایی که مدل کلی با سیستم مدل شده توسط تشوش و همکارانش [۳] مشابه می‌باشد، نتایج مدل‌سازی این سیستم با کار آنها نیز مقایسه گردید.

در شکل ۲-a، برای دمای آب ورودی به کویل برابر  $T_{chw,i} = 6/5^\circ \text{C}$  به عنوان ورودی کنترلی دمای اتاق به مقدار  $25^\circ \text{C}$  افزایش یافته و نسبت رطوبت هوای اتاق به مقدار  $0.08 \text{ kg} / \text{kg} (d.a.)$  می‌رسد. قابل ذکر است که به میزان  $T_{chw,i} = 4^\circ \text{C}$  دمای اتاق به  $18^\circ \text{C}$  می‌رسد. همچنین تغییرات دما و رطوبت اتاق نسبت به تغییرات دمای آب ورودی به کویل سرمایی کاملاً منطبق بر سیستم واقعی است که

جدار داخلی و خارجی کانال است. میزان تغییرات دمای داکت که از کار کلارک<sup>۱</sup> و همکارانش [۷] استفاده شده به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{dT_{out}}{dt} = \frac{(h_i + h_o)m_a C_{pa}}{h_i M_d C_d} (T_{in} - T_{out}). \quad (8)$$

### ۳-۴- مدل اتاق تهویه

مدل فضای تهویه به وسیله سه متغیر حالت دمای اتاق ( $T_z$ )، دمای جدارهای اتاق شامل دیوارها و کف ( $T_{w1}$ ،  $T_{w2}$ ،  $T_R$ ) و نسبت رطوبت هوای اتاق ( $W_z$ ) بیان می‌شود. در مدل اتاق، تأثیرات دیوارهای شمالی و جنوبی و همچنین جدارهای شرقی و غربی شبیه هم فرض شده‌اند. تأثیر سقف در انتقال حرارت از اتاق در کنار دیوارها جداگانه محاسبه شده و از انتقال حرارت با کف زمین چشم‌پوشی می‌شود. از تغییرات چگالی هوا در اثر تغییر دما و رطوبت هوا و همچنین از افت فشار هوای ورودی به اتاق با قسمت‌های داخلی اتاق صرف‌نظر می‌شود. از طرف دیگر، گرمای محسوس و نهان تولیدی توسط ساکنین اتاق، لامپ‌ها و... به عنوان ورودی‌های کنترل نشده در نظر گرفته می‌شوند. با توجه به شرایط و فرضیه‌های فوق، معادلات بالانس جرم و انرژی به صورت زیر استخراج می‌شوند [۶]:

$$C_z \frac{dT_z}{dt} = f_{sa} \rho_a C_{pa} (T_{sa} - T_z) + 2U_{w1} A_{w1} (T_{w1} - T_z) + U_R A_R (T_R - T_z) + 2U_{w2} A_{w2} (T_{w2} - T_z) + q. \quad (9)$$

$$C_{w1} \frac{dT_{w1}}{dt} = U_{w1} A_{w1} (T_z - T_{w1}) + U_{w1} A_{w1} (T_o - T_{w1}). \quad (10)$$

$$C_{w2} \frac{dT_{w2}}{dt} = U_{w2} A_{w2} (T_z - T_{w2}) + U_{w2} A_{w2} (T_o - T_{w2}). \quad (11)$$

$$C_R \frac{dT_R}{dt} = U_R A_R (T_z - T_R) + U_R A_R (T_o - T_R). \quad (12)$$

$$V_z \frac{dW_z}{dt} = f_{sa} (W_{sa} - W_z) + \frac{P}{\rho_a}. \quad (13)$$

که در آن p و q پارامترهای ثابت مدل هستند.

### ۳- شبیه‌سازی کامپیوتری سیستم

مدل هر جزء از سیستم که شامل مدل‌های غیرخطی دمایی و رطوبتی است، می‌تواند دمای خشک و رطوبت هوا در هر نقطه‌ای از سیستم را تحلیل نماید. در اینجا با استفاده از روش ژاکوبین [۱۳]، ترم‌های غیرخطی مدل خطی‌سازی شده است. لازم به ذکر است که شرایط هوای بیرون در عملکرد تابستانی برابر  $T_o = 32^\circ \text{C}$  و  $W_o = 0.01251 \text{ kg} / \text{kg} (d.a.)$  است. همچنین دستگاه هواساز مدل‌سازی شده از نوع دبی ثابت و تک ناحیه‌ای بوده و مقدار دبی جریان ثابت هوا برابر

## Archive of SID

ماتریس کنترل‌پذیری که به صورت  

$$P = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B]$$
بیان می‌شود برابر با مرتبه سیستم باشد، در این صورت سیستم کنترل‌پذیر است. پس از محاسبه ماتریس فوق برای مدل‌های دمایی و رطوبتی، مرتبه ماتریس P برای مدل دمایی و رطوبتی به ترتیب برابر ۸ و ۳ می‌باشد که نشان‌دهنده کنترل‌پذیری سیستم است. پس از اثبات کنترل‌پذیری سیستم، کنترلرهای خطی PID و LQR روی مدل خطی سیستم مدار باز طراحی شدند. همچنین برای حصول نتایج مطلوب‌تر، کنترل مقاوم<sup>۳</sup> و غیرخطی مود لغزشی روی مدل غیرخطی مدل طراحی شده است. در این مدل، دمای آب سرد ورودی به کویل برای کنترل دما و رطوبت هوای اتاق تنظیم می‌شود.

عملکرد سیستم کنترلی دما و رطوبت در حالی که کاملاً متفاوت از یکدیگرند اما به طور همزمان روی مدل‌های دمایی و رطوبتی اعمال می‌شوند، زیرا دو مدل دمایی و رطوبتی کوبله هستند و آب سرد ورودی به کویل در یک لحظه، هم دما و هم رطوبت هوای اتاق را تنظیم و کنترل می‌کند. این سیستم کنترلی در اقلیمی با شرایط محیطی گرم و مرطوب که در اینجا مورد بحث است، کارایی دارد. مقادیر ورودی مینا<sup>۴</sup> برای مدل دمایی  $T_{desire} = 25^\circ C$  و برای مدل رطوبتی  $kg/kg(d.a.) = 0.008$  است.

به منظور به کارگیری سیستم‌های کنترلی خطی PID و LQR روی سیستم واقعی، نصب ترموستات (سنسور دما) و هیومیدیستات (سنسور رطوبت) در اتاق و برخی نقاط دستگاه هواساز ضروری است. اما برای اجرا کنترلر مود لغزشی روی سیستم واقعی، یک مشاهدگر حالت ساده برای تخمین برخی مشتقات متغیرهای حالت مورد نیاز است. یک چنین مشاهده‌گر حالتی در کنار ساختار کنترلی مود لغزشی الزامی می‌باشد.

## ۴-۱- کنترلر

در میان سیستم‌های کنترل کلاسیک، کنترلر تناسبی، مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر (PID-action) دارای پایداری مناسب بدون خطای حالت ماندگار می‌باشد. تابع تبدیل کنترلر PID به صورت زیر بیان می‌شود [۳]:

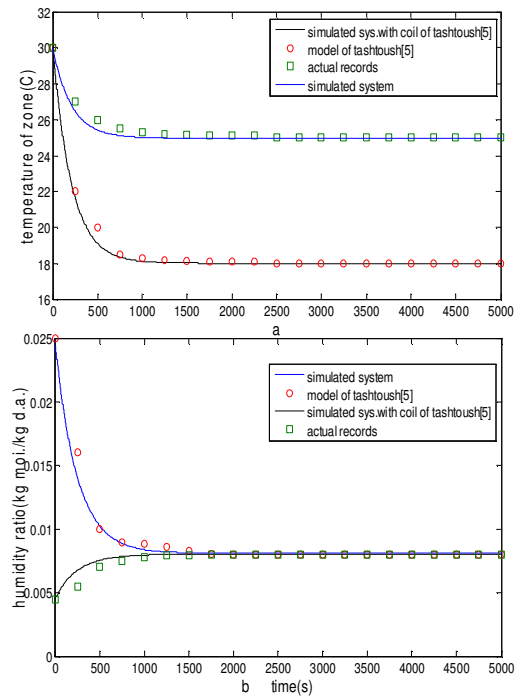
$$G_c(s) = k_p + \frac{k_I}{s} + k_D s, \quad (16)$$

همگی نشان از صحت مدل‌سازی انجام شده در مقایسه با سیستم واقعی دارد، بنابراین اعتبار مدل تأیید می‌شود. در پایان برای بررسی خطای مدل‌سازی، خطای مربعی میانگین ریشه<sup>۱</sup> به صورت روابط (۱۴) و (۱۵) بیان می‌شود.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (T_{sim.} - T_{real})^2} = 6.1 \times 10^{-3}, \quad (14)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (W_{sim.} - W_{real})^2} = 4.7 \times 10^{-3}, \quad (15)$$

که در این معادله،  $T_{real}$  دمای اتاق در سیستم واقعی و  $T_{sim.}$  دمای اتاق در سیستم شبیه‌سازی شده است. همچنین  $W_{sim.}$  و  $W_{real}$  مقادیر نسبت رطوبت اتاق در محیط شبیه‌سازی شده و سیستم واقعی است. مقادیر کم خطاهای آنالیز شده نشان از دقت بالای مدل‌سازی دارد.



شکل (۲): پاسخ سیستم شبیه‌سازی شده مدار باز در مقایسه با اطلاعات سیستم واقعی و نتایج حاصل از مقاله [۳].  
 (a) پاسخ دمایی و (b) پاسخ رطوبتی.

## ۴- سیستم کنترلی

مدل غیرخطی سیستم، توسط روش ماتریس ژاکوبین خطی‌سازی می‌شود [۱۳] که ماتریس‌های فضای حالت مدل خطی در پیوست بیان شده است. قبل از طراحی سیستم کنترلی، کنترل‌پذیری مدل خطی سیستم تهویه مطبوع بررسی می‌شود. مطابق تعریف کنترل‌پذیری، در صورتی که مرتبه<sup>۲</sup>

مورد مطالعه تک ورودی است، ماتریس R،  $1 \times 1$  یا اسکالر می‌باشد و مقدار آن برابر  $10/7$  است.

جدول (۲): گین‌های کنترلی سیستم کنترلی PID.

$k_P$	$k_I$	$k_D$	
۳	۰/۰۲۵	۰/۱	مدل دمایی
۶/۵	۱/۸	۰/۱۲	مدل رطوبتی

بعد از محاسبه مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس همیلتونین، ماتریسی که شامل پاسخ‌های مثبت معادله ریکاتی<sup>۴</sup> است به دست می‌آید. اجزاء ماتریس همان گین‌های کنترلی برای متغیرهای کنترلی است که در رابطه (۱۸) نشان داده شده است.

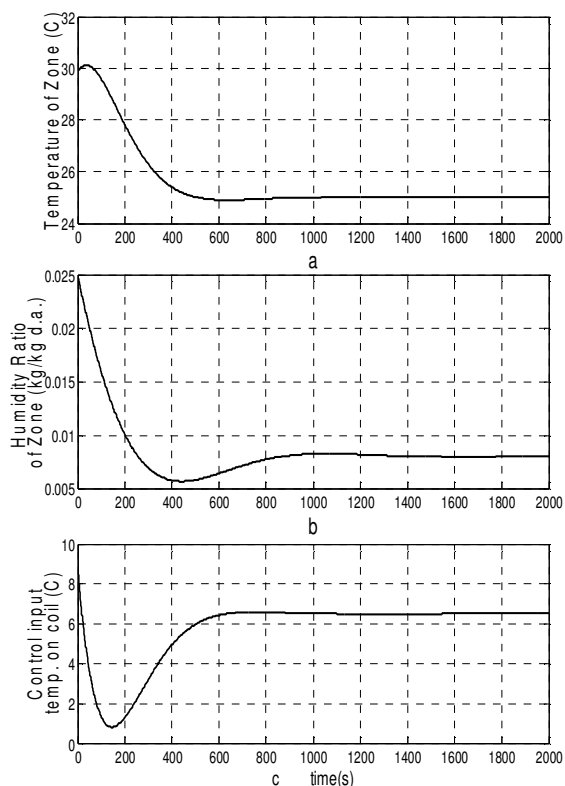
$$K_r = [1.32 \quad 0.56 \quad 0.53 \quad 0.1 \quad 11.8 \quad 4.2 \quad 2.23 \quad 0.4],$$

$$K_w = [0.1 \quad 0.92 \quad 1.57], \quad (18)$$

$$K_r = [2.93],$$

$$K_w = [1.95].$$

نتایج سیستم کنترلی LQR در شکل ۵ نشان داده شده است.



شکل (۳): پاسخ‌های سیستم مدار بسته تحت کنترلر PID، (a) پاسخ‌های دمایی، (b) پاسخ‌های رطوبتی و (c) ورودی کنترلی.

که در آن،  $k_P$  گین تناسبی،  $k_I$  گین انتگرال‌گیر و  $k_D$  گین مشتق‌گیر است. برای محاسبه گین‌های کنترلی، از روش حلقه بسته زیگلر- نیکلز استفاده می‌شود و سپس با سعی و خطا به طور دقیق تنظیم می‌شوند. مقادیر دقیق گین‌های کنترلی در جدول ۲ بیان شده است. نتایج حاصل از سیستم کنترلی PID در شکل ۳ نشان داده شده است.

#### ۴-۲- کنترلر بهینه LQR

به منظور دستیابی به نتایج بهتر در کنار تحقق دیگر اهداف کنترلی، سیستم کنترلی مدرن و بهینه خطی مربعی LQR<sup>۱</sup> روی سیستم مدار باز پیاده‌سازی شده است. برای این کار، تمامی متغیرهای حالت سیستم بازخورد می‌شوند. از آنجایی که مدل دمایی مرتبه ۸ و مدل رطوبتی مرتبه ۳ است، بنابراین در مدل دمایی ۸ سیگنال و در مدل رطوبتی کنترلر بهینه فوق، ۳ سیگنال بازخوردی وجود دارد.

متغیرهای حالت سیستم دمایی  $T_r, T_R, T_{w2}, T_{w1}, T_z$ ،  $T_r, T_R, T_{w2}, T_{w1}, T_z$ ، متغیرهای حالت سیستم رطوبتی  $T_{chw,o(T)}, T_{sa}, T_h$  شامل  $T_{chw,o(W)}$  و  $W_z, W_h$  می‌باشند. که  $T_{chw,o(T)}$  دمای آب خروجی از کویل در مدل دمایی و  $T_{chw,o(W)}$  در مدل رطوبتی است که جداگانه تحلیل می‌شوند.

دیاگرام کنترلی سیستم LQR در شکل ۴ نشان داده شده است. وجود عامل انتگرال‌گیر (I-action) در دیاگرام بالا برای از بین بردن خطای حالت ماندگار سیستم می‌باشد. برای محاسبه گین‌های کنترلی LQR ابتدا مدل فضای حالت سیستم استخراج می‌شود و ماتریس‌های آن که شامل A, B, C و D می‌باشند که برای مدل‌های دمایی و رطوبتی مطابق پیوست محاسبه شده، همچنین ماتریس‌های Q و R برای تعیین پارامترهای سیستم کنترلی طراحی می‌شوند. سپس گین‌های کنترلی به وسیله ماتریس همیلتونین<sup>۳</sup> که به صورت زیر تعریف می‌شود، استخراج می‌گردند:

$$H = \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T & 0 \\ Q & -A^T & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

که R ماتریس مثبت معین و ماتریس Q به صورت  $Q = -C^T C = 1/4 [I]$  تعریف می‌شود. از آنجایی که سیستم

1- Linear Quadratic Regulator  
2- Feedback  
3- Hamiltonian

کنند. در این حالت، نیاز به یک کنترلر مقاوم ضروری به نظر می‌رسد و روش کنترل مود لغزشی برای کنترل سیستم انتخاب می‌شود. برای طراحی سیستم کنترل مود لغزشی، ابتدا معادله غیرخطی سیستم به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{x}^{(n)} = f(x) + b(x)u, \quad (19)$$

$f(x)$  تابع غیرخطی است که اطلاعات کافی از آن در دست نیست و پارامترهایی که در آن قرار دارد به طور دقیق تعریف نشده و تحت شرایطی می‌تواند تغییرات کوچکی داشته باشد. از آن جمله می‌توان به پارامترهای  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \dots$  اشاره کرد که شامل مقادیر ثابتی مانند ظرفیت حرارتی، چگالی هوا و ضریب هدایت حرارتی است که با تغییر دما و رطوبت هوا تغییر می‌کنند. در این سیستم مدل‌سازی، مقادیر پارامترهای تابع فوق در دمای مبنای  $25^\circ\text{C}$  محاسبه می‌شوند. همچنین مقادیر پارامترهای تابع  $f$  در دماهای غیر از دمای مبنای، با استفاده از هندبوک‌های تهویه مطبوع استخراج می‌شوند [2]. به منظور طراحی کنترل مود لغزشی، تابع کلیدزنی<sup>۲</sup> تحت رابطه زیر تعریف می‌شود [13]:

$$S(x, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} \tilde{x}, \quad (20)$$

که  $n$  پارامتر وابسته به مرتبه سیستم و  $\lambda$  پارامتری ثابت در تابع کلیدزنی است. این تابع در واقع همان سطح لغزش<sup>۳</sup> است و رفتار سیستم زمانی که در این سطح قرار می‌گیرد، مود لغزشی نامیده می‌شود. بنابراین طراحی سیستم کنترلی به مسئله پایداری سیستم روی تابع کلیدزن خلاصه می‌شود. در نتیجه با صفر شدن مقدار تابع  $S(x, t)$  یک ورودی کنترلی ایجاد می‌شود تا اینکه تابع  $S^2$  به عنوان تابع لیاپانف، در شرط لغزش مطابق رابطه زیر صدق کند:

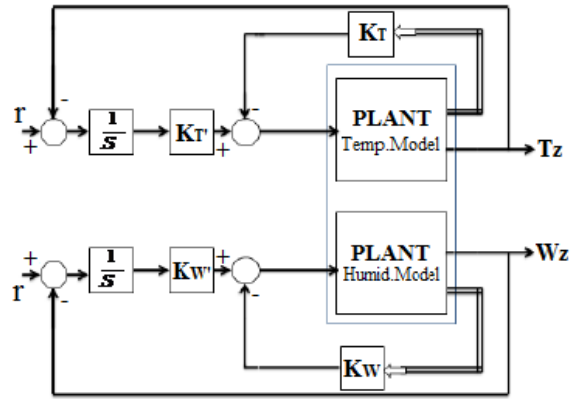
$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} S^2 \leq -\eta |S| \quad ; \quad 0 \leq \eta. \quad (21)$$

بنابراین بهترین تخمین ورودی کنترلی برای سیستم از نتیجه معادله  $\dot{S} = 0$  به صورت (22) به دست می‌آید:

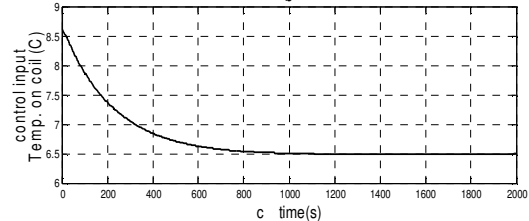
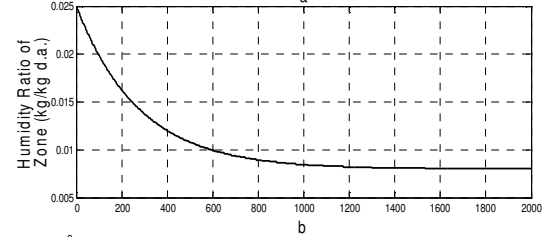
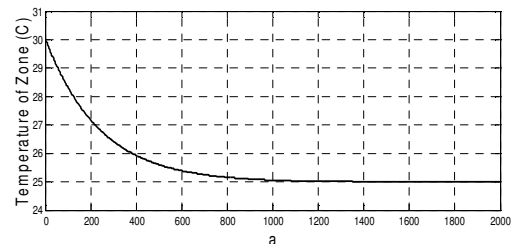
$$\hat{u} = -\hat{f} + \dot{x}_d^{gg} - \lambda \tilde{x}. \quad (22)$$

همچنین برای به دست آوردن شرط لغزش (21)، یک ترم گسسته به سطح لغزش اضافه می‌شود و قانون ورودی کنترلی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$u = \hat{u} - K \operatorname{sgn}(S). \quad (23)$$



شکل (۴): دیاگرام بلوکی سیستم مدار بسته کنترلی LQR.



شکل (۵): پاسخ‌های سیستم مدار بسته تحت کنترلی LQR.

(a) پاسخ‌های دمایی، (b) پاسخ‌های رطوبتی و (c) ورودی کنترلی.

#### ۴-۳- کنترل مود لغزشی (SMC)

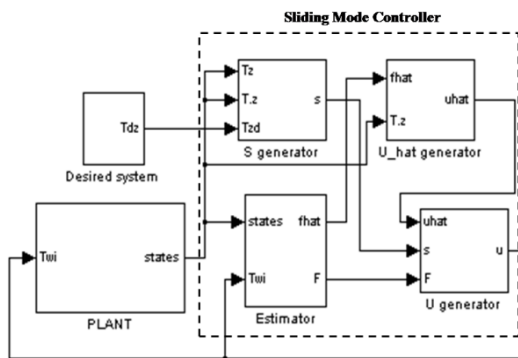
سیستم کنترل مدرن، پاسخ‌های مناسبی را ایجاد می‌کند و عملکرد خوبی دارد، از طرف دیگر مدل سیستم تهویه مطبوع شامل فرایندهای پیچیده‌ای است و جزء سیستم‌های غیرخطی از مرتبه بالا هستند. در نتیجه به دلیل وجود عدم قطعیت غیرساختاری<sup>۱</sup> در فرایند مدل‌سازی، کنترلرهای مدرن ممکن است در حین پیاده‌سازی روی سیستم واقعی به خوبی کار نکنند و یا حتی ممکن است پاسخ‌های سیستم را ناپایدار

برقراری رابطه شرط لغزش (۲۱) در فرایند کنترلی کاملاً مشهود است. همچنین پاسخ‌های سیستم مدار بسته تحت کنترلر مود لغزشی در شکل ۸ قابل مشاهده است.

اگرچه پاسخ‌های سیستم مدار بسته تحت کنترلر مود لغزشی دارای پدیده زیگزاگی در پاسخ‌ها است، اما دامنه آنها بسیار کوچک بوده و از طرف دیگر با توجه به لخت بودن سیستم تهویه مطبوع و ثابت زمانی زیاد آن، حرکت زیگزاگی در پاسخ‌های سیستم واقعی چندان مشهود نبوده و به طور کلی طراحی مناسبی برای کنترل سیستم صورت پذیرفته است. همچنین کنترلر مود لغزشی طراحی شده در برابر نویزهای اعمالی بر سیستم مقاوم می‌باشد. برای اثبات این موضوع، در محیط شبیه‌سازی نویز سفید در ثانیه پنجم بر سیستم وارد می‌شود که پاسخ‌های سیستم حاکی از مقاوم و مناسب بودن رفتار سیستم در برابر نویزهای اعمالی بر سیستم است.

در این سیستم، دمای آب سرد ورودی به کوئل سرمایی و رطوبت‌گیری به عنوان ورودی کنترلی سیستم است. در واقع عملکرد ورودی کنترلی نشان عملکرد عملگرهای<sup>۳</sup> سیستم است. مساحت زیر منحنی ورودی کنترلی بین منحنی تا مقدار ورودی مینا، نشان دهنده مصرف انرژی سیستم می‌باشد. بنابراین ورودی کنترلی تحت سیستم مود لغزشی دارای فراجش<sup>۴</sup> کمی است و در مدت زمان کمی به مقدار حالت ماندگار می‌رسد.

در نهایت مزیت اصلی کنترلر مود لغزشی نسبت به کنترلرهای مدرن، مقاوم بودن سیستم در حین پیاده‌سازی روی سیستم واقعی است. اگرچه کنترلرهای مدرن، پاسخ‌های مناسبی در محیط شبیه‌سازی ایجاد می‌کند اما به دلیل وجود عدم قطعیت‌های ساختاری و پارامتری بین مدل و سیستم واقعی عملکرد مقاومی از خود نشان نمی‌دهند.



شکل (۶): دیاگرام بلوکی سیستم کنترلر مود لغزشی.

به خاطر وجود تابع علامت در رابطه بالا، در عمل پدیده زیگزاگی<sup>۱</sup> در پاسخ‌ها ایجاد می‌شود. برای حل این مشکل، یک لایه مرزی اطراف سطح کلیدزنی معرفی شده و به جای تابع علامت از تابع اشباع<sup>۲</sup> به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$\text{sat}\left(\frac{s}{\varphi}\right) = \begin{cases} \frac{s}{\varphi} & ; \left|\frac{s}{\varphi}\right| \leq 1, \\ \text{sgn}\left(\frac{s}{\varphi}\right) & ; \left|\frac{s}{\varphi}\right| > 1, \end{cases} \quad (24)$$

که در آن،  $\varphi$  ضخامت لایه مرزی است و همچنین  $K$  به صورت زیر است:

$$K = F + \eta. \quad (25)$$

$F$ ، قدر مطلق اختلاف بین توابع  $f$  و  $\hat{f}$  است که همان تخمین تابع  $f$  می‌باشد. به منظور طراحی کنترلر مود لغزشی بر روی مدل سیستم، معادله خروجی سیستم به صورت معادلات زیر بیان می‌شوند که در مدل دمایی به صورت زیر است [۱۳]:

$$C_z T_z^g = \beta T_{sa}^g + \gamma T_{w1}^g + \lambda T_R^g + \delta T_{w2}^g - \alpha T_z^g, \quad (26)$$

و در مدل رطوبتی به صورت زیر است [۱۳]:

$$V_z \dot{W}_z^g = f_{sa} (W_h^g - W_z^g). \quad (27)$$

حالت سیستم به دست می‌آیند و در واقع معادلات (۲۶) و (۲۷) به فرم معادله (۱۹) نوشته می‌شوند. لازم به ذکر است که تعیین توابع  $f$  و  $b$  کار پیچیده‌ای می‌باشد. مقادیر گین‌های کنترلی مود لغزشی در جدول ۳ محاسبه و بیان شده است.

جدول (۳): گین‌های کنترلی سیستم مود لغزشی.

	مدل دمایی	مدل رطوبتی
$\lambda$	۰/۰۰۶	۳
$\eta$	۵۲/۲	۲۰/۵۴

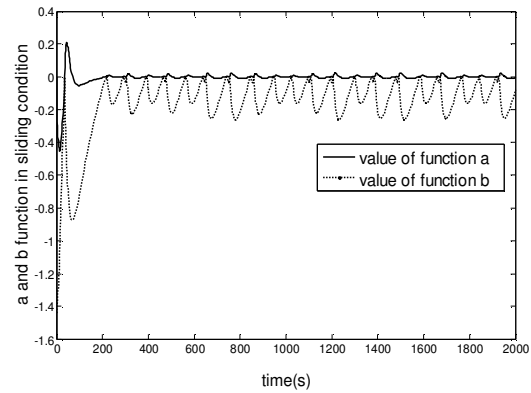
دیاگرام سیستم کنترلی مود لغزشی در شکل ۶ نشان داده شده است. همچنین آنالیز شرط لغزش و نحوه برقراری آن در شکل ۷ نمایش داده شده است. مطابق شکل ۷ که منحنی  $b$  همان تابع  $s^2 \frac{d}{dt} - \eta$  است،



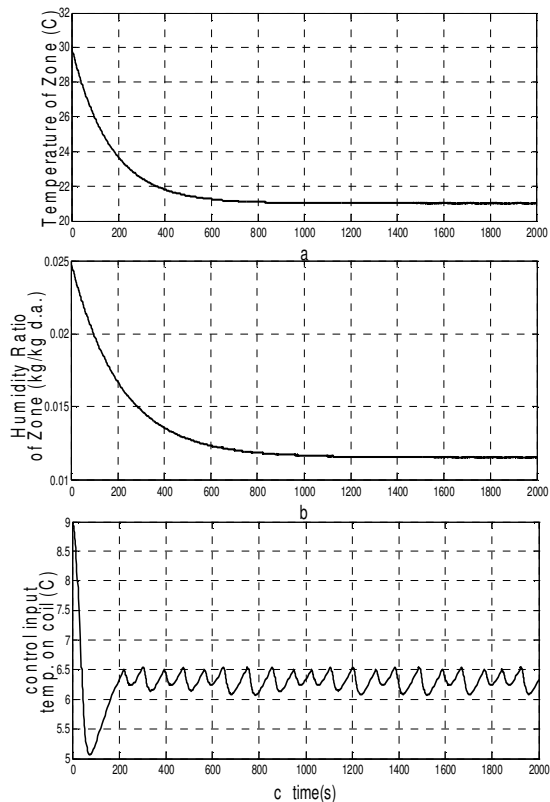
مقالات مشابه، اعتبار مدل سازی تأیید می شود. در این مدل، آب سرد ورودی به کویل سرمایی و رطوبت گیری به عنوان ورودی کنترلی برای تنظیم دما و رطوبت هوای اتاق مورد استفاده قرار می گیرد. برای رسیدن به این هدف، سه استراتژی مختلف کنترلی برای تنظیم دمای آب سرد ورودی به کویل به کار گرفته شده است. در ابتدا کنترل خطی PID روی مدل خطی سازی شده سیستم طراحی شد که گین های کنترلی آن با استفاده از روش زیگلر- نیکلز و سعی و خطا محاسبه شدند. سپس کنترلر مدرن و بهینه LQR به منظور کاهش زمان رسیدن پاسخ به ورودی مینا و کاهش مصرف انرژی بر اساس روش همیلتونین روی مدل پیاده سازی شد. در نهایت سیستم کنترلی غیرخطی و مقاوم مود لغزشی به منظور مقابله با عدم قطعیت های غیرساختاری مدل و همچنین حصول پاسخ های بهتر نسبت به کنترل مدرن بر روی سیستم مدار باز طراحی گردید. پس از شبیه سازی سیستم های کنترلی، پاسخ کنترلر مود لغزشی در زمان مناسب و به صورت کاملاً هموار به مقادیر مطلوب می رسد و کارکرد عملگر سیستم برای تولید آب سرد ورودی به کویل سرمایی توسط رفتار ورودی کنترلی مود لغزشی تحلیل می شود. از آنجایی که سطح زیر منحنی ورودی کنترلی نشان دهنده میزان مصرف انرژی سیستم است و مطابق شکل ۸- c، کنترلر مود لغزشی باعث کاهش زمان نشست، کاهش مقدار فراجشش پاسخ ها و همچنین کاهش میزان مصرف انرژی کلی سیستم می شود.

### مراجع

1. Trott, A.R. and Welch T. "Refrigeration and Air Condition", Third Edition, McGraw Hill 1981.
2. ASHRAE Inc, "ASHRAE Handbook of Fundamentals", Published by the ASHRAE Inc, 1995.
3. Tashtoush, B., Molhim, M., and Al-roushan, M. "Dynamic Model of an HVAC System for Control Analysis", Energy, Vol. 30, No. 10, pp. 1729-1745, 2005.
4. Elmahdy, A.H. and Mitalas, G.P. "Simple Model for Cooling and Dehumidifying Coils for use in Calculating Energy Requirements for Buildings", ASHRAE Trans., Vol. 83, No. 2, pp. 103-117, 1977.
5. Jin, G.Y., Cai, W.J., Wang, Y.W., and Yao, Y. "A Simple Dynamic Model of Cooling Coil Unit", Energy Conversion and Management, Vol. 47, No's. 15-16, pp. 2656-2672, 2006.
6. Riederer, P., Marchio, D., Visier J.C., Husaunndee, A., and Lahrech R. "Effects of Room Modeling and Sensor Position on Performance Assessment of Variable Air Volume System", Energy Building Trans., Vol. 37, No. 1, pp. 777-90, 2002.



شکل (۷): آنالیز شرط لغزش در سیستم کنترلی مود لغزشی.



شکل (۸): پاسخ های سیستم مدار بسته تحت کنترلر مود لغزشی، (a) پاسخ های دمایی، (b) پاسخ های رطوبتی و (c) ورودی کنترلی.

### ۵- نتیجه گیری

در این مقاله، ابتدا مدل دینامیکی غیرخطی مود سرمایشی سیستم تهویه مطبوع با استفاده از بالانس معادلات انتقال جرم و انرژی استخراج شده و مدل، شامل اتاق تهویه و دستگاه هواساز است. توسط این مدل، دما و نسبت رطوبت هر نقطه از سیستم مورد تحلیل قرار می گیرد. در ادامه با مقایسه نتایج شبیه سازی سیستم مدل با اطلاعات حاصل از سیستم واقعی و

## Archive of SID

توابع  $f$  و  $b$  مربوط به معادله (۱۹) برای مدل دمایی به صورت زیر است (به ازاء  $l=0.8$ ):

$$f = \left( \frac{\alpha_h \tau \beta}{C_z \psi} + \frac{x f_{sa} \rho_a \beta \tau}{\xi \psi C_z} \right) T_{chw,o} + \frac{\tau \beta}{C_z (B+D)} T_h^g + \frac{\tau \beta}{C_z (B+D)} T_{chw,o}^g + \frac{C \tau \beta}{C_z (B+D)} T_h - \frac{C \tau \beta}{C_z (B+D)} T_m - \frac{\tau \beta}{C_z} T_{sa} - \frac{\alpha}{C_z} T_z^g + \frac{f_{sa} \rho_a \beta^2 \tau}{\xi \psi C_z} T_m + \left( \frac{\lambda U_{w1} A_{w1}}{C_{w1} C_z} + \frac{\lambda U_{R} A_R}{C_R C_z} + \frac{\delta U_{w2} A_{w2}}{C_{w2} C_z} \right) T_z - \frac{2 \lambda U_{w1} A_{w1} T_{w1}}{C_{w1} C_z} - \frac{2 \lambda U_{R} A_R T_R}{C_R C_z} - \frac{2 \delta U_{w2} A_{w2} T_{w2}}{C_{w2} C_z} + \left( \frac{\lambda U_{w1} A_{w1}}{C_{w1} C_z} + \frac{\lambda U_{R} A_R}{C_R C_z} + \frac{\delta U_{w2} A_{w2}}{C_{w2} C_z} \right) T_o$$

$$b = - \frac{A \tau \beta}{C_z (B+D)}$$

که در آن:

$$A = 6.9431 m_{chw}^{\square}$$

$$B = \frac{1.1993 m_a^{\square}}{1 + 0.8021 \left( \frac{m_a}{m_{chw}} \right)^l}$$

$$C = 9.3274 m_a^{\square}$$

$$D = - \frac{6.4431 m_a^{\square}}{1 + 0.8021 \left( \frac{m_a}{m_{chw}} \right)^l}$$

همچنین برای مدل رطوبتی داریم:

$$f = \frac{0.622 f_{sa} P_a D^g}{V_z a B} T_{chw,o}^g + \frac{0.622 f_{sa} P_s D A}{V_z a B} T_{chw,o} - \frac{0.622 C f_{sa} P_s}{a V_z} T_{wh} + \frac{0.622 C f_{sa} P_s}{a V_z} T_{wm} - \frac{0.4 f_{sa} P_s}{a V_z} T_{dh}^g + \frac{f_{sa} b P_s}{a V_z} - \frac{a b f_{sa} P_s}{a^2 V_z}$$

$$b = - \frac{0.622 D A f_{sa} P_s}{a V_z B}$$

که در آن:

$$a = 5.07 T_{dh}^g + 65.25 \quad \beta = 0.622 T_{wh}^g - 0.4 T_{dh}^g + 2.8$$

$$a^g = 5.07 T_{dh}^g \quad \beta^g = 0.622 T_{wh}^g - 0.4 T_{dh}^g$$

- Clark, D. R., Hurley, C.W., and Hill, C.R. "Dynamic Models for HVAC System Components", ASHRAE Trans., Vol. 91, No. 1, pp. 737-51, 1985.
- Wong, J.K.W. and Li, Heng "Application and Validation of Selection Evaluation Model for Intelligent HVAC Control System", Automation in Construction, Vol. 19, No. 2, pp. 261-169, 2010.
- Zaheer-Uddein, M. "Sub-Optimal Controller for a Space Heating System", ASHRAE Trans., Vol. 99, No. 1, pp. 201-208, 1995.
- Zaheer-Uddein, M. and Zheng, G.R. "A Dynamic Model of a Multizone VAV System for Control Analysis", ASHRAE Trans., Vol. 100, No. 1, Part 1, pp. 219-228, 1994.
- Moosavian, S.A.A., Sadati, S.H., Homaeinejad, M.R. "Regulated Sliding Mode Control of Satellite Rotation: Trade-off Between Tracking Precision and Energy Consumption", Mech. & Aerospace Eng. J. Vol. 89, No. 1, pp. 89-100, 2005 (In Persian)
- Najafi, F. and Fathi, M., "Position Control of an Experimental Servo Pneumatic Actuator, Using Sliding Mode Control", Mech. & Aerospace Eng. J. Vol. 3, No. 3, pp. 60-74, 2006 (In Persian)
- Slotine, J.J.E. and Li, W. "Applied Nonlinear Control", Prentice Hall, 1991.

## پیوست

ماتریس‌های فضای حالت مدل خطی سیستم که با روش ماتریس ژاکوبین محاسبه شدند، در مدل دمایی به صورت زیر است:

$$A = \begin{bmatrix} -0.007 & 7.6 \times 10^{-4} & .001 & 1.9 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2.6 \times 10^{-4} & -5.1 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 \times 10^{-4} & 0 & -8 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.125 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 2.25 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2692 & 0 & 0 & 0 & -0.2692 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.63 & 0.699 & 0.46 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.13 & -1.51 & 0 \\ .2692 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -.2692 \end{bmatrix}$$

$$B = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1.29 \ 0]^T$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

همچنین این ماتریس‌ها در مدل رطوبتی به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$A = \begin{bmatrix} -14 & -1.6 & 0 \\ 32 & 0.6 & 0 \\ 0 & 5 \times 10^{-3} & -5 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$$

$$B = [1.29 \ 0 \ 0]^T$$

$$C = [0 \ 0 \ 1]$$