

## بررسی تجربی اثر عمق آب در کاهش فرکانس خمش اجسام کشیده

محمد علی شهرآبادی<sup>۱</sup>      حسن سالاریه<sup>۲</sup>      روح الله دهقانی فیروزآبادی<sup>۳</sup>

دانشکده فنی و مهندسی      دانشکده مکانیک      دانشکده هوافضا  
دانشگاه جامع امام حسین (ع)      دانشگاه صنعتی شریف      دانشگاه صنعتی شریف  
(تاریخ دریافت: ۹۰/۰۸/۲۰؛ تاریخ پذیرش: ۹۱/۹/۲۲)

### چکیده

آنالیز مودال سازه‌های ثابت و متحرک دریایی به منظور به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها در طراحی مهندسی یکی از گام‌های اساسی می‌باشد. در صورتی که فرکانس تحریک سازه نزدیک فرکانس طبیعی آن شود، سازه دچار تشدید و ناپایداری خواهد شد. فرکانس‌های طبیعی یک سازه به دلیل بزرگی جرم افزوده در آب، کمتر از فرکانس‌های طبیعی آن در خلأ می‌باشد. از این رو یافتن نحوه کاهش فرکانس‌های طبیعی سازه‌ها در زیر آب و شکل وابستگی فرکانس ارتعاشات به عمق در زیر آب، برای پایش شرایط تشدید مسئله مهمی می‌باشد. در این مقاله، به بررسی فرکانس طبیعی اجسام استوانه‌ای در هوا و زیر آب پرداخته و اثرات سطح بر میزان کاهش فرکانس طبیعی سازه با استفاده از روش‌های تجربی مورد بررسی قرار گرفته است. به همین منظور سه نمونه مدل استوانه‌ای متشکل از ۷ کابین با شکل خارجی متفاوت و از جنس آلومینیوم طراحی و ساخته شده و سپس روی نمونه‌های موردنظر در هوا توسط دستگاه ارتعاش سنج تست آنالیز مودال انجام شده است. پس از به دست آوردن فرکانس طبیعی و شکل مودهای نمونه در هوا بر روی هر سه نمونه در ۱۵ عمق مختلف آب (از حالت شناور تا عمق ۳ متری) آزمون آنالیز مودال انجام و اطلاعات مورد نظر (فرکانس طبیعی و شکل مود) به دست می‌آید. در قسمت بعد نتایج حل عددی تحلیلی نمونه‌ها در هوا و در نرم‌افزار ANSYS و نیز یک تکنیک نیمه تحلیلی در شرایط کاملاً غوطه‌ور، با نتایج به دست آمده از آزمون‌های تجربی مقایسه شده که تطابق خوبی را نشان می‌دهند، البته اندکی انحراف در این نتایج مشاهده می‌شود که لازم است در آینده بررسی بیشتری روی آن صورت گیرد.

**واژه های کلیدی:** فرکانس طبیعی، آنالیز مودال، شکل مود، عمق آب، جسم کشیده

## Experimental Study on the Effects of Water Depth in Frequency Reduction of Slender Bodies

M.A. Shahrabadi      H. Salarieh      R. Dehghani Firouzabadi  
Eng. Dep't.      Mech. Eng. Dep't.      Aerospace. Eng. Dep't.  
Imam Hossein Univ.      Sharif Univ. of Tech      Sharif Univ. of Tech

(Received: 11 November, 2011; Accepted: 12 December, 2012)

### ABSTRACT

Modal Analysis for obtaining the shape modes and frequencies of a structure is a major step in design and analysis of marine structures. It is known that the natural frequency is reduced due to added mass effects under the water, and excitation near the natural frequencies may result in dangerous vibrations in the system. So understanding how the vibration property of a structure is changed under water is an important problem. In this paper modal analysis of a cylindrical structure under water and also in the air is investigated. The effects of water depth and water surface on the mode shapes and natural frequencies of the structure are studied via experimental and numerical methods. To this end three Aluminum cylindrical structures consist of 7 cabins with different diameters are constructed. Then modal experiments are performed in the air and also under water with 15 different depths from surface to 3- meter depth. Different test results are compared with the numerical/analytical results obtained from the ANSYS software and a semi-analytical method. The results show that there is a nearly good agreement between the numerical/analytical and experimental results; however some differences between the results are considered which should be studied further in future works.

**Keywords:** Natural Frequency, Modal Analysis, Mode Shape, Water Depth, Slender Body

۱- کارشناس ارشد: mash.sh54@yahoo.com

۲- دانشیار (نویسنده پاسخگو): salarieh@sharif.edu

۳- استادیار: firouzabadi@sharif.edu

استوانه‌های غوطه‌ور به دست آوردند. [۱] راس<sup>۲</sup> در سال ۱۹۹۲ و بعد از آن به بررسی ارتعاش‌های پوسته‌های استوانه و مخروطی غوطه‌ور پرداخت و آزمایش‌هایی را در این زمینه بر روی چند مدل نمونه انجام داد. او همچنین پوسته‌های استوانه-ای را در حالت‌های آزاد و تحت فشار به صورت غوطه‌ور مورد آزمایش قرار داد [۶-۲].

ارگین و اوگورلو<sup>۳</sup> در سال ۲۰۰۸ اثرات مختلف روی رفتار و پاسخ ساختار بدنه استوانه‌ای در تماس کامل با سیال را، با استفاده از روش المان محدود و روش المان مرزی مورد بررسی قرار دادند [۷]. چن هونگ مین، هان ایل پارک و هیون جی جونگ<sup>۴</sup> در سال ۲۰۱۱ مطالعه آزمایشی روی تحلیل و آنالیز ارتعاشات فرکانس بالای یک بدنه استوانه‌ای را در تماس با آب انجام داده و توابع انتقال فرکانس سازه در هوا و آب و اثرات هیدروالاستیک آن را مورد بررسی قرار دادند [۷]. جیا هونگ لیو و پی تای چن<sup>۵</sup> در سال ۲۰۰۹ حل عددی پوسته‌های استوانه‌ای با طول محدود در سیال را با استفاده از روش‌های المان محدود (FEM) و المان مرزی (BEM) مورد بررسی قرار دادند [۸].

در این مقاله نحوه به دست آوردن فرکانس سازه‌های استوانه‌ای غوطه‌ور در سیال، با روش‌های مختلف از جمله نرم‌افزار FEM و تجربی بیان شده و نقش محیط بر فرکانس‌های طبیعی بررسی شده است. از مقایسه فرکانس‌های طبیعی و شکل موده‌های به دست آمده از آزمون تجربی با نتایج حاصل از حل عددی و با توجه به جزئی بودن اختلاف نتایج، درستی انجام آزمون و مراحل مختلف تحلیل نرم‌افزاری نتیجه‌گیری می‌شود. همچنین نتایج آزمایشگاهی حاصل به کمک بی‌بعدسازی می‌تواند نیاز مهندسان طراح را در طراحی اجسام متحرک کشیده در زیر آب (نظیر اژدها و یا زیر دریایی‌ها و ...) بر طرف کنند. بنابراین ایجاد یک بانک اطلاعاتی معتبر برای اعتبارسنجی نتایج تقریبی تئوری و عددی و دقیق نمودن نتایج بسیار ضروری است.

## ۲- تعریف مسئله

هدف از انجام این پروژه بررسی مسئله کاهش فرکانس اجسام کشیده در زیر آب به روش آزمایشگاهی و به کمک آزمایش آنالیز مودال است. برای این منظور مجموعه‌ای از سناریوهای آزمون برای انجام آنالیزهای مودال در عمق کاری مختلف در

سازه‌های استوانه‌ای، بخش اصلی تشکیل‌دهنده بسیاری از سازه‌های مهندسی می‌باشند که به صورت گسترده در سازه‌های مکانیکی از قبیل بدنه موشک، زیر دریایی و ... استفاده می‌شوند. بنابراین شناخت خصوصیات سازه‌ها از جمله فرکانس طبیعی در آنها ضرورت دارد و مسئله ارتعاشات آنها نیز موضوع مهمی در مهندسی است. در علم مهندسی بسیاری از اجزاء ماشین‌ها و سازه‌ها تحت بارهای دینامیکی قرار می‌گیرند. بار دینامیکی ممکن است توسط حرکت وسیله، نامتعادل بودن آن، اعمال فشار آکوستیکی در آب و ... به وجود آید که این باعث ارتعاش سازه می‌شود.

دو رده کلی برای ارتعاش‌ها با عنوان آزاد و واداشته وجود دارد. ارتعاش‌های آزاد وقتی روی می‌دهد که یک سیستم تحت کنش نیروهای ذاتی خود نوسان کند و نیروهای برانگیزش خارجی وجود نداشته باشد. سیستمی که ارتعاشات آزاد دارد با فرکانس‌های طبیعی خود نوسان می‌نماید. این فرکانس‌ها خواص دینامیکی سیستم هستند که با توزیع جرم و سفتی آن تعیین می‌شوند. ارتعاش‌هایی که تحت برانگیزش بارهای خارجی روی می‌دهد ارتعاش‌های واداشته نامیده می‌شوند. وقتی برانگیزش نوسانی است سیستم با فرکانس برانگیزش نوسان می‌کند. اگر فرکانس برانگیزش با یکی از فرکانس‌های طبیعی سیستم برابر شود، تشدید روی می‌دهد و ممکن است نوسان‌های بزرگ و خطرناک به وجود آیند. شکست سازه‌های بزرگی مانند پل‌ها، ساختمان‌ها، یا بال‌های هواپیما از جمله حوادثی است که می‌تواند بر اثر تشدید روی دهد. از این‌رو محاسبه فرکانس‌های طبیعی در مطالعات ارتعاش‌ها بسیار مهم است.

مسئله ارتعاش‌های زیر آب در طراحی مناسب سازه در منطقه فرکانسی مناسب و با صلبیت کافی و نیز طراحی کنترلر برای اجسام متحرک زیر آب، بسیار حائز اهمیت است. تأثیر جرم افزوده و وجود لزجت سبب می‌شود که فرکانس ارتعاش‌ها در زیر آب در مقایسه با بیرون آب تغییرهای قابل توجهی داشته باشد. بیشتر تئوری‌های موجود بر اساس فرض کشیده بودن جسم و تقریب آن با تیر استوار است و این سبب می‌شود که نتایج تئوری کاهش فرکانس ارتعاش‌ها و حتی نتایج عددی آن تقریبی و غیر دقیق باشد.

نیوتن و زینکویچ<sup>۱</sup> در سال ۱۹۶۹ روابط مربوط به جرم اضافه شده و ماتریس سختی هندسی را برای ارتعاش

2- C.T.F Ross

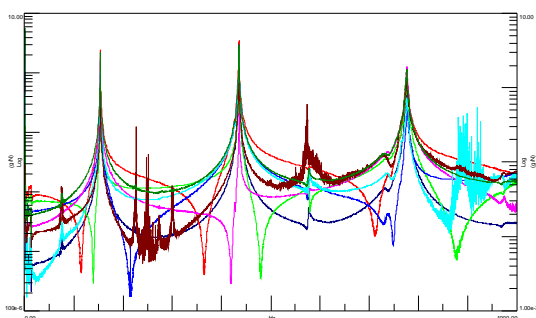
3- Ergin and Ugurlu

4- Park and Jung

5- Chia-Hung Liu and Pei-TaiChen

1- Newton and Zienkiewicz

هر کانال ۵۰ kHz و دو کانال خروجی آنالوگ جهت شیکر است. شتابسنج‌های مورد استفاده ساخت شرکت PCB با حساسیت ۱۰۰ mV/g و پهنای باند حدود ۵ kHz و نیروسنج به کار رفته که در آزمون دارای محدوده اندازه‌گیری ۴۵۰ N و حساسیت ۱۵٪ (۱۱ mV/N، ۵۰ mv/lb) می‌باشد. لرزاننده نیز از نوع الکتروپنایمیکی و با توان ۲۰۰ N می‌باشد. جهت استخراج پارامترهای مودال از داده‌های حوزه فرکانس، از نرم‌افزار تجاری آنالیز مودال LMS و نیز از کد تهیه شده تحت نرم‌افزار Matlab استفاده شده است. نحوه تنظیم دستگاه و تجهیزات آزمایش مودال در شکل ۳ نمایش داده شده است.



شکل (۲): نمونه پاسخ فرکانسی سیستم.

### ۳-۱- اساس و مقدمات آنالیز تجربی

برای انجام آزمون و به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی سازه مورد بررسی، با اعمال ضربه به سازه و دریافت و تحلیل پاسخ فرکانسی آن، فرکانس‌های طبیعی سازه و شکل مودهای آن استخراج می‌شود. اساس کار به این صورت است که ضربه اعمال شده طیف گسترده، فرکانسی را تحریک می‌کند. بنابراین در فرکانس‌های طبیعی سازه تشدید رخ خواهد داد و با آنالیز FFT و فاز، به راحتی می‌توان فرکانس‌های تشدید که همان فرکانس‌های طبیعی می‌باشد را پیدا کرد.

در انجام آزمون‌های تجربی بررسی مقدماتی از جمله تعریف و شناسایی دقیق مدل نمونه مورد آزمون، روش و مدت تحریک، مشخص کردن نقاط تحریک روی نمونه، نیروی تحریک چکش و میدل آن، انتخاب سیگنال تحریک مناسب باید بررسی شود تا اطلاعات و داده‌های مورد انتظار را از کار تجربی به دست آوریم.

نمونه‌های مورد آزمون شامل سه مدل (a، b و c) آلومینیومی با ساختار استوانه توخالی و با مقطع متغیر که هر مدل متشکل از ۷ کابین تو خالی به طول تقریبی ۳۰۰ mm و ضخامت بدنه ۱۰ mm است که به وسیله درپوش از کابین‌های

زیر آب (برای بررسی مسئله اثرهای سطحی آب بر روی فرکانس نوسانات) طراحی و اجرا می‌شود. در نهایت نتایج تجربی و عددی به دست آمده از نرم‌افزار المان محدود ANSYS مقایسه می‌شود، تا بتوان به یک روش و قاعده ساده برای محاسبه میزان کاهش فرکانس طبیعی سازه‌های مشابه در زیر آب دست یافت.

### ۳- آزمایش مودال

نحوه انجام آزمایش مودال بدین ترتیب است که سیستم مورد آزمایش در صورت امکان با قیود مکانیکی طبیعی خود و در غیر این صورت با تکیه‌گاهی که مدل فرضی سیستم و پارامترهای مودال آن را مغشوش نکند، مهار شده و سنسورهایی برای سنجش شتاب با توجه به نیازمندی آزمایش در قسمت مشخصی از آن نصب می‌گردد. طریقه نصب سنسور شتابسنج بر روی نمونه در شکل ۱ نشان داده شده است.



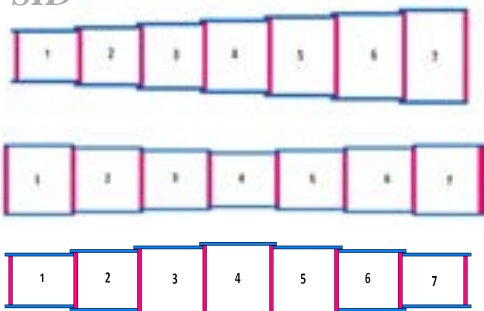
شکل (۱): نحوه نصب سنسورهای شتابسنج بر روی نمونه.

تحریک سیستم معمولاً توسط لرزاننده<sup>۱</sup> یا ضربه به وسیله یک چکش خاص<sup>۲</sup> انجام می‌شود. سیگنال تحریک و سیگنال پاسخ به صورت هم‌زمان توسط دستگاه تحلیل‌گر<sup>۳</sup> دریافت می‌گردد. معمولاً نسبت جابه‌جایی به تحریک (X/F) در دامنه فرکانسی، مونیتور می‌گردد که دارای مفهوم فیزیکی پرکاربرد است. این نسبت جابه‌جایی به تحریک، تابع پاسخ فرکانسی سیستم<sup>۴</sup> (FRF) نامیده می‌شود. با انجام آزمایش مودال نمونه‌ای از نمودار پاسخ فرکانسی نشان داده شده در شکل ۲ به دست می‌آید.

برای تحلیل فرکانسی و آنالیز ارتعاشی از دستگاه ارتعاشات NI-PXI1033 استفاده شده است. تحلیل‌گر مورد استفاده دارای یک کارت ۸ کاناله مخصوص داده‌برداری ارتعاشی با پهنای باند

- 1- Shaker
- 2- Modal Hamer
- 3- Analyzer
- 4- Frequency Response Function

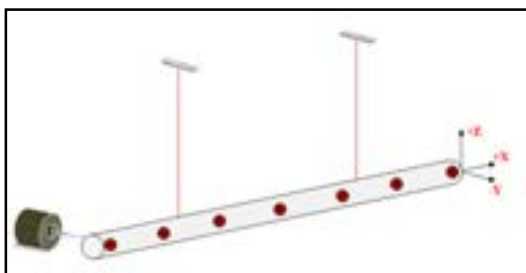
## Archive of SID



شکل (۴): نمونه های مورد آزمون.

جدول (۱): قطر خارجی کابین های مورد آزمون (میلی متر).

نمونه	کابین ها	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
a	قطر خارجی	۱۶۰	۱۵۰	۱۴۰	۱۳۰	۱۴۰	۱۵۰	۱۶۰
b	قطر خارجی	۱۰۰	۱۱۰	۱۲۰	۱۳۰	۱۲۰	۱۱۰	۱۰۰
c	قطر خارجی	۱۰۰	۱۱۰	۱۲۰	۱۳۰	۱۲۰	۱۱۰	۱۶۰



شکل (۵): نمونه تکیه گاه و محل نصب شتابسنج ها.

هدف از انجام این گروه از آزمون ها بررسی شکل سازه و اثر سطح آب بر روی فرکانس طبیعی و شکل مود<sup>۱</sup> سیستم می باشد. بنابراین در این گروه هر مدل ابتدا در هوا مورد آزمایش قرار می گیرد و سپس مدل در آب به حالت شناور و بعد مماس و در نهایت در عمق های مختلف آب مورد آزمون قرار گرفت. در تمامی حالات فوق فرکانس طبیعی و شکل مود به دست آمد.

دیگر جدا شده و در شکل ۴ نشان داده شده است. قطر خارجی کابین ها نیز مطابق با جدول ۱ می باشد.



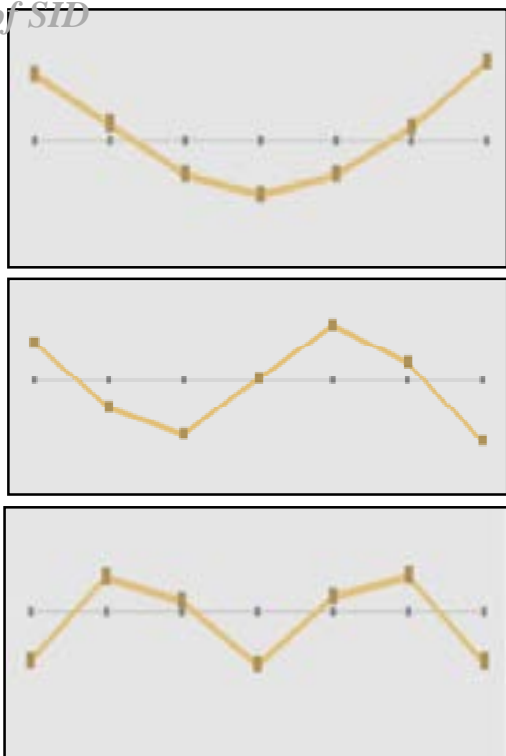
شکل (۳): دستگاه و تجهیزات آنالیز مودال در آزمون.

با توجه به اینکه شکل یا هندسه نمونه های آزمون در نتایج حاصله ممکن است مؤثر باشد، سه نمونه آزمایشی از نظر تغییر قطر در راستای طولی متفاوت در نظر گرفته شده اند، تا اثر احتمالی تغییر هندسه در تغییر فرکانس ملاحظه شود. این مدل ها پس از ساخت با اعمال شرایط مرزی آزاد که در شکل ۵ نشان داده شده مورد آزمایش قرار گرفت. برای اعمال شرایط مرزی آزاد با آویزان کردن سازه مورد نظر توسط طناب های کشی که فرکانس بسیار پایینی دارند و کمترین اثر را در تغییر فرکانس طبیعی ایجاد می کنند، این امکان فراهم شده است.

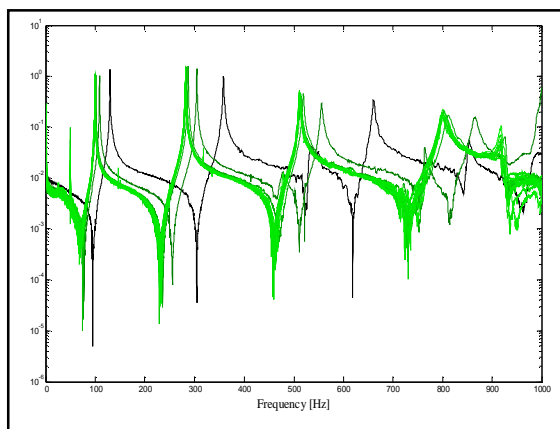
نکته دیگر، اتصال بین کابین ها است که جوش می باشد. این اتصال جوشی سبب می شود که لقی احتمالی ناشی از رزوه و پیچ، تأثیری در کاهش فرکانس نوسانات طبیعی نداشته باشد. از طرفی با توجه به نتایج آزمون در هوا، که در این مقاله ارائه شده است، ملاحظه می شود فرکانس مجموعه با نتایج تحلیل عددی که در آن کل مجموعه یکپارچه در نظر گرفته شده، یکسان بوده و در نتیجه کیفیت جوش ها مناسب می باشد و سبب کاهش فرکانس نمی شود.

محل قرارگیری شتابسنج ها که در شکل ۵ آورده شده است، به گونه ای است که ارتعاشات عرضی تیر را در صفحه تحریک لرزاننده اندازه گیری نمایند.

1- Mode Shape



شکل (۷): شکل ۳ مود اول نمونه a در هوا.



شکل (۸): پاسخ فرکانسی نمونه a در آب.

جدول (۳): پارامترهای مودال نمونه b در هوا.

ردیف	مود	فرکانس [hz]
۱	اول	۱۳۷/۸
۲	دوم	۳۳۷/۴
۳	سوم	۶۲۳/۵

#### ۴- آزمون‌های انجام شده بر روی نمونه‌ها

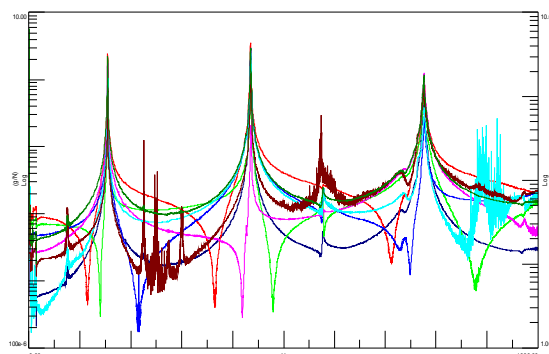
بر روی هر سه نمونه آزمون‌های مختلفی انجام، که به شرح آن می‌پردازیم.

##### ۴-۱- آزمون‌های نمونه a

بر روی نمونه a آزمون‌های مختلفی در محیط هوا و عمق‌های مختلف آب انجام گردید که نتایج آزمون‌ها در هوا و آب، در جدول‌های ۲ و ۵ آورده شده است. FRF های این آزمون در شکل ۶ آورده شده است.

جدول (۲): پارامترهای مودال نمونه a در هوا.

ردیف	مود	فرکانس [hz]
۱	اول	۱۵۳/۹۱
۲	دوم	۴۳۵/۰۴
۳	سوم	۷۷۶



شکل (۶): پاسخ فرکانسی نمونه a در هوا.

شکل مودهای اول تا سوم آزمون بالا در شکل ۷ آمده است. نمایش شکل مودها و شباهت آن در زیر آب و در هوا نشان از درستی آزمون انجام شده دارد و در آزمون‌های مودال مرسوم است.

FRF های نمونه a در آزمون زیر آب و شکل مودهای آن در عمق ۶ cm مطابق با شکل ۸ به دست آمده است. شکل مودها در آب و هوا مشابه هستند و بنابراین از ارائه آن صرف نظر می‌شود.

##### ۴-۲- آزمون‌های نمونه b

نتایج مربوط به آزمون نمونه b در هوا و آب در جدول‌های ۳ و ۶ ارائه شده است.

FRF های نمونه b در آزمون داخل هوا در شکل ۹ ارائه

شده است.

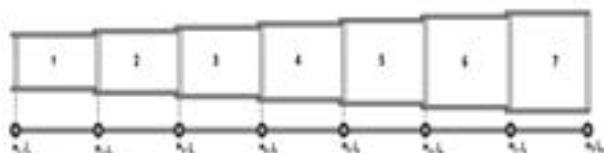
خصوص انجام نشده است. به علت اینکه در حالت نیمه مغروق باید اثرات سطح نیز مدل شود و تحلیل عددی نسبتاً مفصلی برای آن مورد نیاز است و در کارهای بعدی نتایج آن ارائه خواهد شد.

### ۵- مدل سازی تحلیلی

مدل سازی تحلیلی برای نمونه‌ها در هوا و آب انجام شده است.

#### ۵-۱- مدل سازی تحلیلی در هوا

جهت مدل سازی تحلیلی سازه، قسمت‌های استوانه‌ای توسط تئوری تیر اویلر-برنولی و درپوش‌ها توسط جرم‌های متمرکز در نظر گرفته می‌شوند. در شکل ۱۰ شماتیکی از مدل سازی تیر و جرم متمرکز سازه نشان داده شده است.



شکل (۱۰): مدل تیر-جرم متمرکز سازه.

جرم درپوش‌ها  $m_i, i = 1, \dots, 8$  از رابطه (۱) محاسبه می‌شود:

$$m_i = \frac{\rho}{4} \bar{D}_i^2 h, \quad (1)$$

که در آن،  $\bar{D}_i$  قطر خارجی و  $h = 10 \text{ mm}$  ضخامت درپوش‌ها می‌باشند. ممان اینرسی جرمی درپوش‌ها نیز از رابطه (۲) محاسبه می‌شود.

$$J_i = \frac{1}{16} m_i \bar{D}_i^2 + \frac{1}{12} m_i h^2. \quad (2)$$

ممان اینرسی سطح مقطع و مساحت آن از روابط (۳) محاسبه می‌شوند.

$$I_i = \frac{\rho}{64} (D_i^4 - d_i^4) \quad i = 1, \dots, 7, \quad (3)$$

$$A_i = \frac{\rho}{4} (D_i^2 - d_i^2) \quad i = 1, \dots, 7.$$

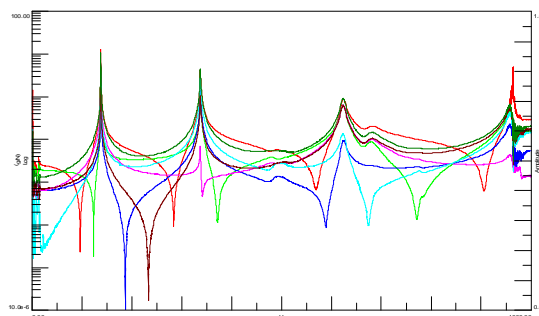
رفتار ارتعاش آزاد قسمت‌های تیری مدل سازه را می‌توان توسط رابطه (۴) نشان داد [۹].

$$EI_i \frac{\partial^4 w_i(x, t)}{\partial x^4} + A_i \frac{\partial^2 w_i(x, t)}{\partial t^2} = 0. \quad (4)$$

که در آن،  $EI$  سختی خمشی، فرکانس طبیعی و  $\rho$  چگالی سازه می‌باشد.

از آنجا که در ارتعاش آزاد رفتار تیر هارمونیک می‌باشد. با استفاده از روش جداسازی متغیرها خواهیم داشت [۹]:

$$w_i(x, t) = \phi_i(x) \sin(\omega_i t), \quad (5)$$



شکل (۹): پاسخ فرکانسی نمونه b در هوا.

#### ۴-۳- آزمون‌های نمونه c

نتایج مربوط به آزمون نمونه c در هوا و آب در جدول‌های ۴ و ۷ ارائه شده است.

#### جدول (۴) پارامترهای مودال نمونه c در هوا.

ردیف	مود	فرکانس [hz]
۱	اول	۱۴۱
۲	دوم	۳۶۴.۳
۳	سوم	۶۷۶

همان‌طور که از نتایج آزمون‌های زیر برمی‌آید، کاهش فرکانس از سطح آزاد تا عمق ۲۰ تا ۳۰ سانتی‌متر (بین ۱ تا ۲ کالیبر) صورت می‌گیرد و از حدود عمق ۳۰ سانتی‌متر به بعد فرکانس‌ها ثابت می‌مانند. این پدیده این‌طور می‌تواند توجیه شود که جرم افزوده سیال که یک عامل مهم در کاهش فرکانس است، از یک عمق به بعد ثابت باقی می‌ماند. فرکانس طبیعی با افزایش عمق تا جایی که هنوز جسم کاملاً مغروق نشده است، روند نزولی دارد و این روند تا جایی که عمق فروروی جسم به حدود یک تا دو کالیبر برسد، ادامه دارد. بعد از اینکه کاملاً جسم مغروق شد و عمق فروروی جسم در آب از حدود قطر بیشینه استوانه‌ها تجاوز کرد فرکانس طبیعی، ثابت باقی می‌ماند. برای توجیه این پدیده، جرم افزوده<sup>۱</sup> که نقش مهمی در کاهش فرکانس طبیعی بازی می‌کند، تقریباً وابسته به میزان سیال جابه‌جا شده توسط جسم است. بنابراین با افزایش میزان غرق شدن جسم تا جایی که جسم کاملاً غرق شود و توسط سیال کاملاً احاطه شود، به تدریج فرکانس طبیعی کاهش بیشتری پیدا می‌کند. در عمق‌های زیاد (در اینجا در حدود یک کالیبر) اثر جرم افزوده با افزایش بیشتر عمق تغییر چندانی نمی‌کند. نتایج آزمایش‌های تجربی مؤید این مطلب است. با این حال کار عددی یا تحلیلی در این

$$\frac{\partial w_1(L,t)}{\partial x} = \frac{\partial w_2(L,t)}{\partial x}, \quad (13)$$

$$EI_1 \frac{\partial^2 w_1(L,t)}{\partial x^2} + J_2 \frac{\partial^3 w_1(L,t)}{\partial x \partial t^2} = EI_2 \frac{\partial^2 w_2(L,t)}{\partial x^2}, \quad (14)$$

$$-EI_1 \frac{\partial^3 w_1(L,t)}{\partial x^3} + m_2 \frac{\partial^3 w_1(L,t)}{\partial t^2} = -EI_2 \frac{\partial^3 w_2(L,t)}{\partial x^3}, \quad (15)$$

و در نهایت خواهیم داشت:

$$w_1(L) = w_2(L), \quad (16)$$

$$\dot{w}_1(L) = \dot{w}_2(L), \quad (17)$$

$$EI_1 \ddot{w}_1(L) - J_2 \dot{w}_1(L) = EI_2 \ddot{w}_2(L), \quad (18)$$

$$EI_1 \dddot{w}_1(L) + m_2 \ddot{w}_1(L) = EI_2 \dddot{w}_2(L). \quad (19)$$

به همین ترتیب برای تمام جرم‌ها محاسبه کرده و در نهایت مجموعه شرایط مرزی فوق یک دسته معادله به صورت  $[H]\{x\} = 0$  را تشکیل می‌دهند، که در آن بردار حاوی ضرایب توابع شکل مود می‌باشند. دسته معادلات فوق در صورتی دارای جواب غیر صفر می‌باشد که دترمینان ماتریس ضرایب صفر باشد. یعنی:

$$\det([H]) = 0. \quad (20)$$

رابطه (۲۰) معادله‌ای بر حسب  $x$  را تشکیل می‌دهد. با حل این معادله فرکانس‌های طبیعی سازه مطابق با جدول ۸ محاسبه خواهد شد.

که در معادله (۵)،  $w_i(x)$  تابع شکل مود مربوط به قسمت‌های مختلف تیر می‌باشد. جهت به دست آوردن شکل مودها با جایگزینی معادله (۵) درون معادله (۴) خواهیم داشت:

$$w_i''''(x) - \lambda_i^4 w_i(x) = 0, \quad \lambda_i^4 = \frac{A_i}{EI_i}. \quad (6)$$

با حل معادله (۶) تابع شکل مود قسمت‌های مختلف تیر به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$w_i(x) = C_{1i} \sin(\lambda_i x) + C_{2i} \cos(\lambda_i x) + C_{3i} \sinh(\lambda_i x) + C_{4i} \cosh(\lambda_i x). \quad (7)$$

ضرائب  $C_{ji}$  با اعمال شرایط مرزی  $i = 1, \dots, 7, j = 1, \dots, 4$  حاکم بر تیر محاسبه می‌شوند. شرایط مرزی تیر به صورت زیر تعریف می‌شوند:

شرایط مرزی در ابتدای تیر در محل جرم  $m_1$  عبارتند از:

$$EI_1 \frac{\partial^2 w_1(0,t)}{\partial x^2} = J_1 \frac{\partial^3 w_1(0,t)}{\partial x \partial t^2}, \quad (8)$$

$$EI_1 \frac{\partial^3 w_1(0,t)}{\partial x^3} = -m_1 \frac{\partial^3 w_1(0,t)}{\partial t^2}. \quad (9)$$

با جایگزینی معادله (۵) درون معادله (۹-۸) خواهیم داشت:

$$EI_1 \ddot{w}_1(0) = -J_1 \dot{w}_1(0), \quad (10)$$

$$EI_1 \dddot{w}_1(0) = m_1 \ddot{w}_1(0). \quad (11)$$

به همین ترتیب در محل جرم  $m_2$  داریم:

$$w_1(L,t) = w_2(L,t), \quad (12)$$

جدول (۵): نتایج آزمون نمونه a در عمق‌های مختلف درون آب.

عمق [cm]	نیم شناور	کامل شناور	۶	۱۱	۱۷	۲۰	۲۶	۳۳	۴۰	۴۶	۵۹	۹۰	۲۲۰	۳۰۰
فرکانس مود اول [Hz]	۱۲۹/۲۵	۱۰۸/۵۵	۱۰۱/۴	۱۰۰/۱	۹۹/۶۵	۹۹/۴۵	۹۹/۳۵	۹۹/۲۵	۹۹/۲	۹۹/۲	۹۹/۲	۹۹/۲	۹۹/۲	۹۹/۲
فرکانس مود دوم [Hz]	۳۵۳/۶	۳۰۵/۲۵	۲۸۶/۶	۲۸۳/۳	۲۸۲/۱۵	۲۸۱/۸	۲۸۱/۵	۲۸۱/۳۵	۲۸۱/۳	۲۸۱/۳	۲۸۱/۳	۲۸۱/۳	۲۸۱/۳	۲۸۱/۳
فرکانس مود سوم [Hz]	۶۶۱/۷	۵۵۶	۵۱۹/۶	۵۱۴/۵	۵۱۲/۷	۵۱۲	۵۱۱/۷	۵۱۱/۵۵	۵۱۱/۱	۵۱۱/۱	۵۱۱/۱	۵۱۱/۱	۵۱۱/۱	۵۱۱/۱

جدول (۶): نتایج آزمون نمونه b در عمق‌های مختلف درون آب.

عمق [cm]	نیم شناور	کامل شناور	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۷	۶۴	۹۰	۲۲۰	۳۰۰
فرکانس مود اول [Hz]	۱۱۲/۳	۱۰۰/۶۵	۹۵/۵	۹۴/۱۵	۹۳/۸۵	۹۳/۷	۹۳/۶	۹۳/۵	۹۳/۵۵	۹۳/۵	۹۳/۵	۹۳/۵	۹۳/۵	۹۳/۵	۹۳/۵
فرکانس مود دوم [Hz]	۲۷۳/۸	۲۴۶/۱	۲۳۳/۹	۲۳۰/۸	۲۳۰/۱۵	۲۲۹/۸۵	۲۲۹/۷	۲۲۹/۶	۲۲۹/۶۵	۲۲۹/۶	۲۲۹/۵	۲۲۹/۵	۲۲۹/۵	۲۲۹/۵	۲۲۹/۵
فرکانس مود سوم [Hz]	۵۰۲/۲	۴۵۴/۵۵	۴۳۳/۱	۴۲۷/۸	۴۲۶/۸	۴۲۶/۳	۴۲۶/۱	۴۲۶	۴۲۵/۹	۴۲۵/۹	۴۲۵/۹	۴۲۵/۹	۴۲۵/۹	۴۲۵/۹	۴۲۵/۹

## جدول (۷): نتایج آزمون نمونه c در عمق‌های مختلف درون آب.

عمق [cm] L	نیم شناور	کامل شناور	۵	۱۲	۱۶	۲۲	۳۰	۳۵	۴۰	۴۷	۶۳	۹۵	۲۳۰	۳۰۰
فرکانس مود اول [Hz]	۱۱۸/۱	۱۰۱/۷	۹۷/۱۵	۹۵/۱	۹۴/۷۵	۹۴/۵	۹۴/۳۵	۹۴/۳	۹۴/۳	۹۴/۳	۹۴/۳	۹۴/۳	۹۴/۳	۹۴/۳
فرکانس مود دوم [Hz]	۳۰۴/۲	۲۶۴	۲۵۲/۷	۲۴۷/۹	۲۴۷/۲	۲۴۶	۲۴۶/۵۵	۲۴۶/۵	۲۴۶/۵	۲۴۶/۵	۲۴۶/۵	۲۴۶/۵	۲۴۶/۵	۲۴۶/۵
فرکانس مود سوم [Hz]	۵۵۹/۵	۴۸۵/۹	۴۶۶	۴۵۷/۷	۴۵۶/۱	۴۵۵/۳۰	۴۵۴/۴	۴۵۳/۸	۴۵۳/۷	۴۵۳/۷	۴۵۳/۷	۴۵۳/۷	۴۵۳/۷	۴۵۳/۷

در رابطه  $w = 997 \text{ kg/m}^3$  و  $\rho_{AL} = 2700 \text{ kg/m}^3$  (۲۱) می‌باشد. رفتار ارتعاش آزاد قسمت‌های تیری نمونه را می‌توان توسط رابطه (۲۲) نشان داد.

$$EI_i \frac{\partial^4 w_i(x,t)}{\partial x^4} + \rho_i A_i \frac{\partial^2 w_i(x,t)}{\partial t^2} = 0. \quad (22)$$

از آنجا که در ارتعاش آزاد رفتار تیر هارمونیک می‌باشد، استفاده از روش جداسازی متغیرها داریم:

$$w_i(x,t) = \phi_i(x) \sin(\omega_i t), \quad (23)$$

که در آن،  $\phi_i(x)$  تابع شکل مود مربوط به قسمت‌های مختلف تیر می‌باشد. جهت به دست آوردن شکل مودها با جایگزینی معادله (۲۳) در معادله (۲۲) داریم:

$$\phi_i''''(x) - \lambda_i^4 \phi_i(x) = 0, \quad \lambda_i^4 = \frac{\rho_i A_i \omega_i^2}{EI_i}. \quad (24)$$

با حل معادله فوق مانند روش قبل که بیان شد، فرکانس و شکل مودهای نمونه‌ها به دست خواهد آمد. فرکانس طبیعی نمونه‌ها در جدول ۱۰ آورده شده است.

## جدول (۱۰): فرکانس‌های طبیعی نمونه‌ها در آب (هرتز).

نمونه	خمشی اول	خمشی دوم	خمشی سوم
نمونه a	۸۹/۷۵	۲۶۶/۷۵	۵۳۰/۵
نمونه b	۹۷/۷۵	۲۳۸/۵	۴۵۶/۷۵
نمونه c	۹۰/۲۴	۲۵۲	۴۸۹/۷۵

## ۶- مدل‌سازی با نرم‌افزار المان محدود

بررسی عددی رفتار دینامیکی سازه‌های مهندسی به کمک تکنیک‌های اجزاء محدود به عنوان ابزاری قدرتمند در طراحی و تحلیل مورد پذیرش همه محققان می‌باشد. این مهم به مدد قابلیت‌های فوق‌العاده نرم‌افزارهای اجزاء محدود مانند ANSYS و ... محقق شده است.

هدف از این مدل‌سازی تعیین فرکانس طبیعی سیال در شرایط محیطی مختلف و مقایسه آن با نتایج حاصل از آزمایش می‌باشد. برای انجام شبیه‌سازی از نرم‌افزار المان محدود

## جدول (۸): فرکانس‌های طبیعی مدل تحلیلی نمونه c در هوا (هرتز).

نمونه c	خمشی اول	خمشی دوم	خمشی سوم
تحلیلی	۱۵۳/۷۵	۴۱۶/۵	۸۰۷/۲۵

فرآیندی مشابه آنچه در فوق برای سازه c انجام شد، برای دو سازه باقی‌مانده نیز انجام می‌شود و فرکانس‌های طبیعی مدل تحلیلی آنها مطابق با جدول ۹ به دست می‌آید.

## جدول (۹): فرکانس‌های طبیعی مدل تحلیلی نمونه‌های a و b در هوا (هرتز).

نمونه	خمشی اول	خمشی دوم	خمشی سوم
نمونه a	۱۵۴/۵	۴۶۰	۹۰۷
نمونه b	۱۵۴	۳۸۳	۷۳۴

## ۵-۲- مدل‌سازی تحلیلی در آب

جهت مدل‌سازی نمونه‌ها، مانند بخش قبل، قسمت‌های استوانه‌ای توسط تئوری تیر اویلر-برنولی و درپوش‌ها توسط جرم‌های متمرکز در نظر گرفته می‌شوند. اثر سیال بیرون کابین‌ها به صورت تصحیح چگالی قسمت‌های تیر لحاظ می‌شود. از آنجا که مدول الاستیسیته آب در مقایسه با آلومینیوم بسیار ناچیز می‌باشد، آب تنها اثر جرمی بر کابین‌های مختلف بر جای می‌گذارد. بنابراین جهت در نظر گرفتن اثر آب برای هر قسمت استوانه‌ای (که در مدل تحلیلی توسط تیر اویلر-برنولی مدل می‌شود) یک چگالی معادل (دربرگیرنده چگالی قسمت‌های استوانه‌ای و سیال بیرونی) تعریف می‌شود. جهت تعیین چگالی معادل قسمت‌های تیری برای کابین‌های حاوی جرم از رابطه (۲۱) استفاده می‌شود.

$$\rho_i = \frac{\rho_{AL} A_i + \rho_W \bar{A}_i}{A_i}, \quad \bar{A}_i = \frac{\pi}{4} D_i^2, \quad (21)$$

$$A_i = \frac{\pi}{4} (D_i^2 - d_i^2).$$



دارد، تغییرات چگالی  $\rho$  و مدول یانگ  $E$  است. میزان  $\rho$  را با توجه به مطالبی که اشاره می‌شود به صورت معادل به دست می‌آوریم. برای محاسبه نیروی هیدرواستاتیک وارد شده از طرف سیال بر جسم مورد نظر، نظریه شناخته شده بدنه‌های باریک<sup>۱</sup> به کار گرفته می‌شود. طبق این نظریه نیروی برای<sup>۲</sup> وارد شده از طرف سیال به جسم از رابطه زیر پیروی می‌کند [۱۰]:

$$L = - \rho_{\infty} U \frac{dS}{dx} w_a - \rho_{\infty} S \frac{Dw_a}{Dt}, \quad (25)$$

که در رابطه بالا،  $\rho_{\infty}$  چگالی سیال،  $U$  سرعت جسم و  $S$  سطح مقطع بیرونی بدنه است. پارامتر  $w_a$  نیز نشانگر سرعت خیز عرضی نسبت به سیال در نقطه مورد نظر است. همچنین  $\frac{D}{Dt}$  مشتق کامل زمانی بوده طبق رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{Dx}{Dt} \frac{\partial}{\partial x} \quad (26)$$

در صورتی که سیال ساکن تلقی شود و با توجه به اینکه جسم با سرعت  $U$  درون سیال ساکن حرکت می‌کند، برای سیال  $\frac{Dx}{Dt} = -U$  خواهد بود. همچنین برای سرعت خیز عرضی جسم نسبت به سیال داریم [۱۰]:

$$w_a = w - xq + \dot{e} - U\dot{e} \quad (27)$$

که در آن،  $e$  تغییر مکان الاستیک و  $w_a$  سرعت خیز عرضی جسم نسبت به سیال می‌باشد. در نتیجه نیروی برا وارد شده از طرف سیال به جسم طبق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$L(x, t) = \rho_{\infty} U \frac{dS}{dx} (w - xq - U\dot{e} + \dot{e}) + \rho_{\infty} S (-\dot{w} + x\dot{q} - U\dot{q} - U^2 e'' + 2U\dot{e}' - \ddot{e}) \quad (28)$$

به منظور بررسی ارتعاشات آزاد، با قرار دادن  $U = 0$  و حذف سرعت مرکز جرم، این نیرو به شکل زیر ساده می‌شود:

$$L = -\rho_{\infty} S \ddot{e}. \quad (29)$$

از طرفی طبق مدل تیر اویلر برنولی حرکت تیر از رابطه ذیل پیروی می‌کند:

$$(EIe'')'' + m\ddot{e} = q(x), \quad (30)$$

که در آن  $q(x)$  بار گسترده روی تیر بوده و در مسئله حاضر این نیروی گسترده همان نیروی هیدرواستاتیک وارد شده از آب می‌باشد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$(EIe'')'' + (m + \rho_{\infty} S)\ddot{e} = 0. \quad (31)$$

رابطه بالا بیانگر این مطلب است که وجود سیال چگالی مانند آب پیرامون جسم، جرم آن را به اندازه جرم حجمی که جسم در سیال اشغال کرده است، افزایش می‌دهد. میزان  $\rho$  را با توجه به مطالب بیان شده به صورت معادل به دست می‌آوریم.

ANSYS استفاده شده است. با توجه به نتایج به دست آمده از این پژوهش، ملاحظه شد که این فرض با دقت بالایی با نتایج آزمایشگاهی مطابقت دارد.

### ۶-۱- مدل‌سازی با نرم‌افزار المان محدود نمونه‌ها در هوا

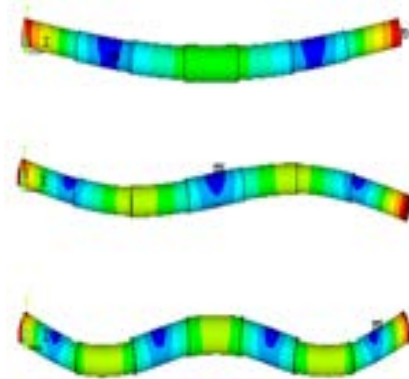
ابتدا نمونه‌ها را در نرم‌افزار مدل‌سازی نموده و مشخصات آلومینیوم را مطابق با جدول ۱۱ جایگذاری می‌نماییم. پس از تحلیل، نتایج به دست آمده برای هر سه نمونه مطابق با جدول ۱۲ می‌باشد. در شکل ۱۱ نمونه‌ای از شکل مودهای نمونه  $a$  در تحلیل در هوا نشان داده شده است.

جدول (۱۱): مشخصات نمونه‌های استوانه‌ای مدل شده در

ANSYS		
Poisson's ratio	Density	Yong module
۰/۲۸	$۲۷۰۰ \text{ (Kg/m}^3\text{)}$	$۷۰ \text{ (Gpa)}$

جدول (۱۲): فرکانس‌های طبیعی توسط ANSYS در هوا.

نمونه	فرکانس اول (Hz)	فرکانس دوم (Hz)	فرکانس سوم (Hz)
نمونه a	۱۳۹/۱۹	۳۹۴/۱۱	۷۳۲/۸۴
نمونه b	۱۴۱/۵۲	۳۴۳/۱۸	۶۳۲/۹۲
نمونه c	۱۴۰/۹۳	۳۶۹/۵۹	۶۸۳/۷۷



شکل (۱۱): شکل ۳ مود اول نمونه  $a$  با استفاده از ANSYS در هوا.

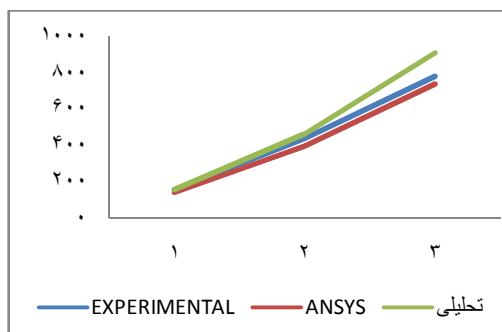
### ۶-۲- اصلاح مدل‌سازی با نرم‌افزار المان محدود برای

#### ملاحظه اثر آب

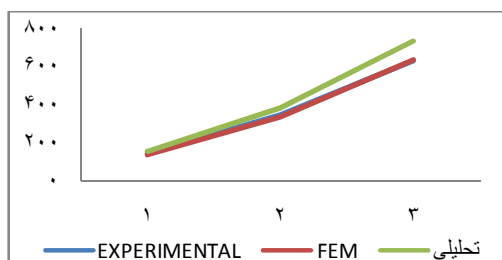
در این قسمت فرکانس طبیعی نمونه‌های مورد نظر را در محیط آب از طریق نرم‌افزار ANSYS بدون مدل‌سازی سیال به دست می‌آوریم. تنها تغییراتی که این حالت نسبت به حالت در هوا

مقایسه نتایج تحلیلی، عددی و تجربی برای نمونه‌ها در آزمون‌های هوا در شکل ۱۲ نمایش داده شده است. با توجه به نمودارها دریافته می‌شود که اختلاف بین مدل اجزاء محدود و نتایج تحلیلی قابل پیش‌بینی است، زیرا در مدل تحلیلی، سازه توسط تئوری تیر اوپلر- برنولی مدل‌سازی شده است که سختی بالاتری نسبت به المان shell که در اجزاء محدود استفاده شده، دارد.

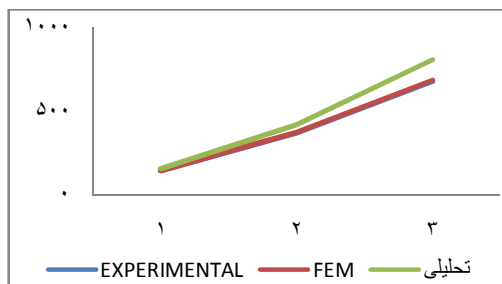
نتایج عددی، تحلیلی و تجربی نمونه‌ها در آب در جدول ۱۵ ارائه شده است. همان‌طوری که ملاحظه می‌شود، خطای میان نتایج تجربی و تحلیلی بین ۲ تا ۱۰ درصد است، که نسبتاً قابل قبول است، ولی خطای سایر روش‌ها اندکی زیاد است که عمدتاً مشکل از روش مدل‌سازی شرایط مرزی دارد.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل (۱۲): مقایسه فرکانس‌های طبیعی نمونه‌های آزمون در آب، الف) نمودار فرکانس طبیعی ۳ مود اول نمونه a در هوا، ب) نمودار فرکانس طبیعی ۳ مود اول نمونه b در هوا و ج) نمودار فرکانس طبیعی ۳ مود اول نمونه C در هوا.

$$\rho_i = \frac{\rho_{AL} A_i + \rho_W \bar{A}_i}{A_i}, \quad \bar{A}_i = \frac{\pi}{4} D_i^2, \quad (32)$$

$$A_i = \frac{\pi}{4} (D_i^2 - d_i^2).$$

همچنین برای افزایش دقت، باید به جای مدول الاستیسته آلومینیوم از مدول اصلاحی  $E_S$  استفاده نمود که جهت کالیبراسیون نتایج عددی در آزمون‌های مودال لازم است. میزان  $E_S$  معادل از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{E_S(FEM)}{E_S} = \left( \frac{\omega_S(FEM)}{\omega_{EXP}} \right)^2, \quad (33)$$

که در رابطه فوق  $E_S(FEM)$  و  $\omega_S(FEM)$  به ترتیب مدول یانگ (آلومینیوم) و فرکانس طبیعی به دست آمده از تحلیل نرم‌افزاری در هوا می‌باشد و  $\omega_{EXP}$  نیز فرکانس سازه که از آزمون‌های تجربی در هوا به دست آمده است.

پس از به دست آوردن چگالی معادل و  $E_S$  و جایگزینی در نرم‌افزار، فرکانس نمونه‌ها مطابق با جدول ۱۳ می‌باشد. نکته مهم آن است در این طریق مدل‌سازی در حقیقت اثر آب (یا هر سیال دیگری که جسم در آن قرار گرفته است)، به شکل تغییر در چگالی و سختی جسم مدل می‌شود. این سبب می‌شود که برای تحلیل اجسام مشابه، به جای تحلیل‌های نسبتاً طولانی که در آن اثر متقابل سیال و جامد در تحلیل عددی دیده می‌شود، تنها یک روش سرانگشتی مبتنی بر تغییر چگالی و سختی جایگزین شود، که در نتیجه تحلیل‌های مهندسی ساده‌تر می‌شود. حتی می‌توان از مدل تیر اولر برنولی (با پذیرش اندکی خطا) به همراه چگالی و سختی اصلاح شده توسط روابط (۳۲) و (۳۳) استفاده کرد.

#### ۷- نتایج و بحث

نتایج به دست آمده از آزمون‌های تجربی با نتایج حاصل از نرم‌افزار المان محدود ANSYS و نتایج تحلیلی در جدول ۱۴ با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

همان‌طور که دیده شد نتایج عددی با تقریب خوبی نزدیک به نتایج آزمون می‌باشد. از این رو حل عددی ANSYS صحیح است. بنابراین نتایج عددی را می‌توان با نتایج تجربی مقایسه کرد و خطای به وجود آمده به دلیل شرایط مرزی اعمال شده در آزمون می‌باشد. زیرا نخ‌های ارتجاعی که به عنوان تکیه‌گاه استفاده شده، نوعی قیدگیر ایجاد می‌کند. نکته دیگر میرایی زیر آب است، نتایج آزمون (که البته جهت اختصار در اینجا آورده نشده است) نشان می‌دهد میرایی در آب کمتر از ۱ درصد است و تأثیر چندانی روی تغییر فرکانس‌های تشدید نمی‌گذارد.

شکل های ۱۶ تا ۱۸ نیز بیانگر تغییرات فرکانس طبیعی سازه در هر ۳ مود سازه می باشد که با توجه به روند کاهش فرکانس در مدهای اول تا سوم، تغییرات فرکانس در عمق های گوناگون در هر ۳ مود یکسان می باشد.

**جدول (۱۳):** فرکانس های طبیعی نمونه ها از تحلیل ANSYS با چگالی و سختی اصلاحی.

فرکانس سوم	فرکانس دوم	فرکانس اول	
۳۸۱/۹۸۷	۲۰۵/۱۰۸	۷۲/۴۹۵	نمونه a
۳۵۳/۴۲۶	۱۹۱/۷۳۷	۷۹/۰۹۸	نمونه b
۳۲۸/۸۱۷	۱۷۹/۸۴۳	۶۸/۶۱۱	نمونه c

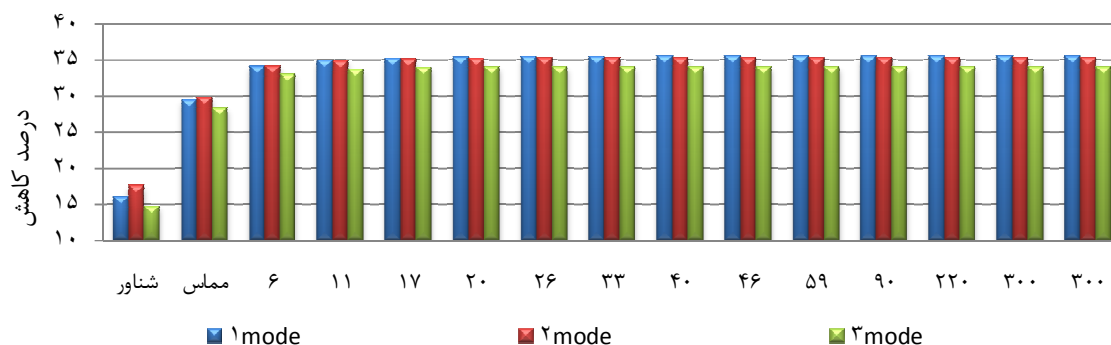
با ملاحظه شکل موده های سازه در هوا و آب دریافته می شود که شکل مود سازه در هوا و آب برای نمونه ها یکی است، پس تغییر محیط سیال تأثیری بر شکل موده های سازه ها ندارد. به جهت اختصار این شکل مودها نشان داده نشده است. با توجه به شکل های ۱۳ تا ۱۵ که درصد تغییرات فرکانس طبیعی سازه بر حسب عمق های گوناگون آب را نشان می دهد به این نتیجه می رسیم که عمده تغییرات فرکانس های طبیعی تا عمق ۱۰ سانتی متری آب می باشد، که این موضوع به علت وجود اثر سطح است. اما از عمق ۲۰ سانتی متر به بعد تغییرات فرکانس طبیعی بسیار ناچیز بوده که به علت عدم تغییر جرم افزوده سیال بر روی سازه می باشد.

**جدول (۱۴):** مقایسه نتایج عددی، تحلیلی و تجربی نمونه ها در هوا.

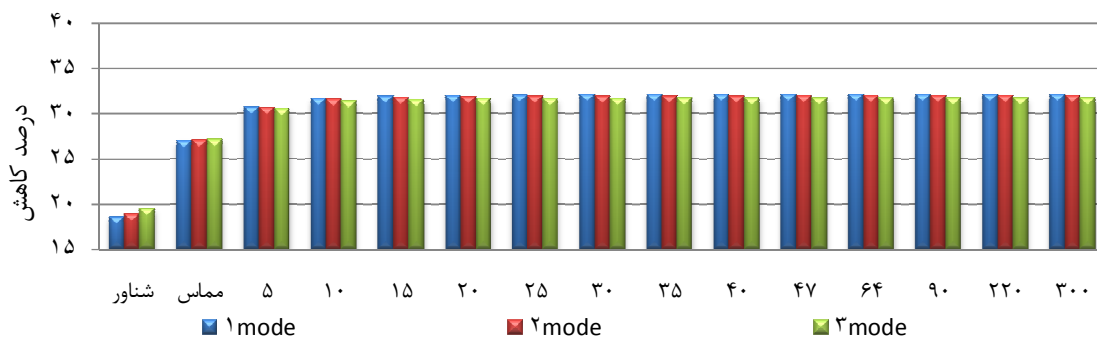
پارامترهای مودال	نتایج تحلیلی	نتایج ANSYS	نتایج تجربی	اختلاف تحلیلی، FEM	خطا FEM، تجربی	خطا تحلیلی، تجربی
نمونه a	فرکانس اول	۱۳۹/۱۹	۱۵۳/۹۱	%۹/۷	%۹/۵۵	%۰/۳۸
	فرکانس دوم	۳۹۴/۱۱	۴۳۵/۰۴	%۱۴/۳	%۹/۴۰	%۵/۳۴
	فرکانس سوم	۷۳۲/۸۴	۷۷۶/۰۰	%۱۹/۱	%۵/۵۶	%۱۴/۴۵
نمونه b	فرکانس اول	۱۴۱/۵۲	۱۳۷/۸۰	%۸/۱	%۲/۶۹	%۱۰/۵۱
	فرکانس دوم	۳۴۳/۱۸	۳۲۷/۴۰	%۱۰/۴	%۱/۶۸	%۱۱/۹
	فرکانس سوم	۶۳۲/۹۲	۶۲۳/۵۰	%۱۳/۷	%۱/۴۸	%۱۵/۰۵
نمونه c	فرکانس اول	۱۴۰/۹۳	۱۴۱/۰۰	%۸/۳	%۰/۶۴	%۸/۳
	فرکانس دوم	۳۶۹/۵۹	۳۶۴/۳۰	%۱۱/۳	%۱/۴۳	%۱۲/۵۳
	فرکانس سوم	۸۰۷/۲۵	۶۷۶/۰۰	%۱۵/۳	%۱/۴	%۱۶/۳۵

**جدول (۱۵):** مقایسه نتایج عددی، تحلیلی و تجربی نمونه ها در آب.

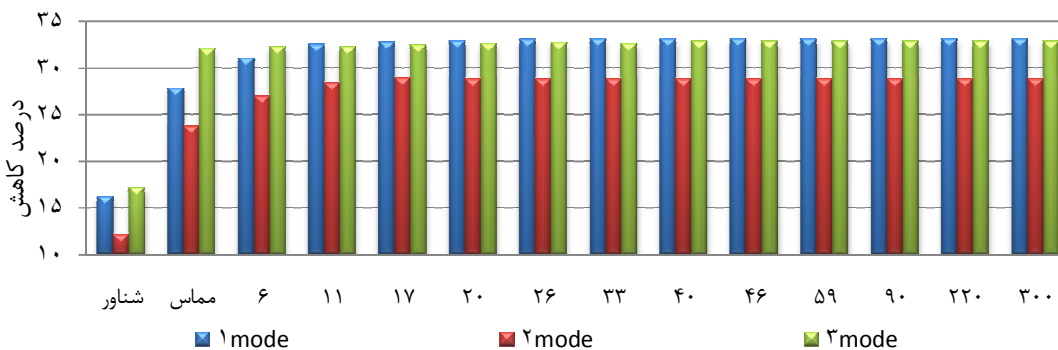
پارامترهای مودال	نتایج تحلیلی	نتایج ANSYS	نتایج تجربی	اختلاف تحلیلی، FEM	خطا FEM، تجربی	خطا تحلیلی، تجربی
نمونه a	فرکانس اول	۷۲/۴۹۵	۹۹/۲	%۲۳/۸۷	%۲۶/۹	%۱۰/۵۲
	فرکانس دوم	۲۰۵/۱۰۸	۲۸۱/۳	%۳۰/۰۵	%۳۷/۱۵	%۵/۴۵
	فرکانس سوم	۳۸۱/۹۸۷	۵۱۱/۵	%۳۸/۸	%۳۳/۹۳	%۳/۵۸
نمونه b	فرکانس اول	۷۹/۰۹۸	۹۳/۵	%۲۳/۶	%۱۸/۲۱	%۴/۳۷
	فرکانس دوم	۱۹۱/۷۳۷	۲۲۹/۵۵	%۲۴/۴	%۱۹/۷	%۲/۵۵
	فرکانس سوم	۳۵۳/۴۲۶	۴۲۵/۹	%۲۹/۸	%۲۰/۵	%۶/۹
نمونه c	فرکانس اول	۶۸/۶۱۱	۹۴/۳	%۳۱	%۳۷/۳	%۴/۴۹
	فرکانس دوم	۱۷۹/۸۴۳	۲۴۶/۵	%۳۹/۲	%۳۷/۰۹	%۲/۱۸
	فرکانس سوم	۳۲۸/۸۱۷	۴۵۳/۷	%۴۲	%۳۷/۹۸	%۷/۳



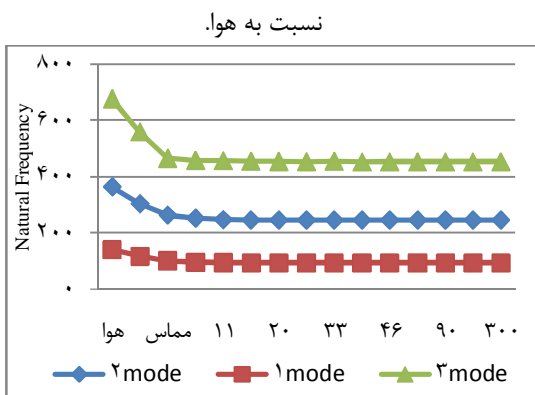
شکل (۱۳): درصد کاهش فرکانس طبیعی نمونه a در آب نسبت به هوا.



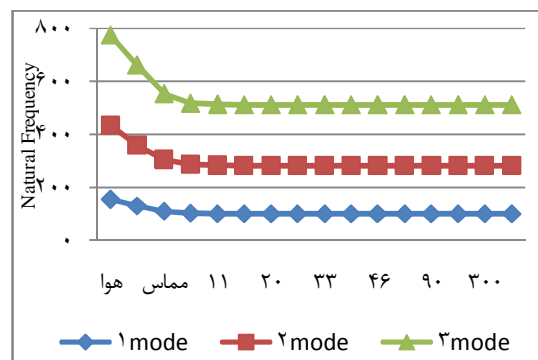
شکل (۱۴): درصد کاهش فرکانس طبیعی نمونه b در آب نسبت به هوا.



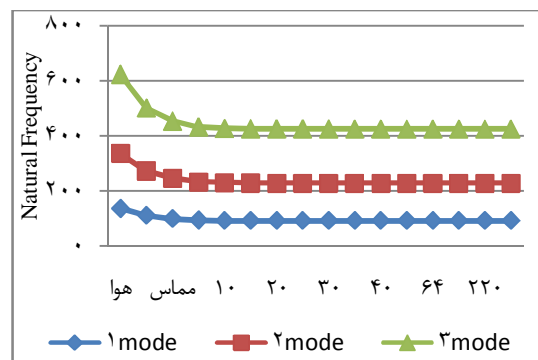
شکل (۱۵): درصد کاهش فرکانس طبیعی نمونه c در آب نسبت به هوا.



شکل (۱۸): روند کاهش فرکانس طبیعی نمونه c در آب نسبت به هوا.



شکل (۱۶): نمودار فرکانس طبیعی بر حسب عمق در ۳ مد اول برای نمونه a.



شکل (۱۷): روند کاهش فرکانس طبیعی نمونه b در آب

### ۸- نتیجه گیری

در اثر ارتعاش سازه درون آب، جرم آب موجود در اطراف سازه به وزن سازه افزوده می شود (جرم افزوده) که این عامل سبب کاهش فرکانس های طبیعی سازه می شود. اما در نزدیکی سطح عاملی که باعث کاهش محسوس فرکانس می باشد، اثر سطح سیال است و کاهش فرکانس نیز تا عمق کمی از آب به صورت زیاد و پس از آن کاهش به صورت جزئی است. علت اصلی این

- Archive of SID*
4. Ross, C.T.F. and Etheridge, J., "The buckling and vibration of tube-stiffened axisymmetric shells under external hydrostatic", Ocean Engineering Vol 27 (2000).
  5. Ross, C.T.F. and Johns, T., "Vibration of Thin - Walled Domes Under External Water Pressure" J. Sound and Vibration Vol. 114, No. 3, pp. 453-463, Academic Press Inc.(London),1987.
  6. Ross, C.T.F. and Ko, PH. and Andrew, P.F. and Tewkesbury, G., "Vibration of a Thin-Walled Prolate Dome Under External Water Pressure" Ocean Eng., Vol. 34, No's. 3-4, pp. 560 - 575, 2007.
  7. Hong, M.Ch., Park, H.I., Jung, H.G., and Yoo, J.H. "An Experimental Study on High-Frequency Vibration Analysis of a Circular Cylindrical Shell in Contact with Water" Proc. of the Twenty-First Int. Offshore and Polar Eng. Conf. Maui, Hawaii, USA, June 19-24, 2011.
  8. Liu, Ch.H. and Taichen, P. "Numerical Analysis of Immersed Finite Cylindrical Shell Using a Coupled BEM/FEM and Spatial Spectrum Approach", Applied Acoustics, Vol. 70, No. 7, pp. 256-266, 2009.
  9. Hodges, D.H. and Alvin, P.G. "Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity", Cambridge Univ. Press First Published 2002.
  10. Puidoussis, M.P. "Fluid Structure Interaction Slender Structures and Axial Flow" Academic Press, Vol. 1, London 1998.

امر را می توان در کاهش تغییرات جرم افزوده در اثر افزایش عمق غوطه وری جسم دانست.

از نظر شکل مودهای سازه نیز شکل مودهای به دست آمده از ارتعاش یک سازه استوانه ای مغروق با شکل مودهای حاصل از ارتعاش همان سازه در هوا تفاوتی ندارد و محیط سیال هیچ تأثیری بر شکل مودها ندارد.

با مقایسه فرکانس های طبیعی و شکل مودهای به دست آمده از حل عددی توسط نرم افزار ANSYS با خروجی های حاصل از آزمون تجربی و با توجه به جزئی بودن اختلاف نتایج، درستی انجام آزمون و مراحل مختلف تحلیل نرم افزاری را می توان نتیجه گیری کرد. البته اندک اختلاف موجود را باید با اصلاح کدهای نرم افزاری و الگوریتم تحلیل کاهش داد.

#### ۹- مراجع

1. I Zienkiewicz, O.C. and Newton, R.E. "Coupled Vibrations of a Structure Submerged in a Compressible Fluid", Int. Symposium on Finite Element Techniques. Germany: Univ. of Stuttgart, 1969.
2. Ross, C.T.F, Johns, F., and Stefan, T. "Vibration of Circular Cylindrical Shells Under External Water Pressure", Proc. Instant Mech. Eng., Vol. 206, pp.79-86,1992.
3. Ross, C.T.F. and Taylor, M.W. and Richards, W.D. and Little, A.P.F., "Vibration of Varying Thickn Ess Circular Cylinders Under Uniform External Water Pressure" Computers and Struct. 73 (1999) pp. 453-463, Pergamon Computer & Struct., 1999.