

مطالعه پارامترهای شیار V شکل ترک‌دار در نمونه پلیمری PMMA

با استفاده از روش برهم نگاری دیجیتالی

محمد رضا یادگاری دهنوی^۱ و ناصر سلطانی^۲

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت: ۹۱/۲/۲۴؛ تاریخ پذیرش: ۹۱/۱۱/۲۰)

چکیده

شیارهای V شکل به دلیل تمرکز تنش بالا همواره مستعد شروع و رشد ترک می‌باشند. از طرفی مطالعه میدان تنش در مجاورت شیارها و ترک‌ها با پیچیدگی‌های فراوان همراه است. در این مطالعه، روش تجربی برهم نگاری تصاویر دیجیتالی برای به دست آوردن میدان جابه‌جایی در اطراف شیار V شکل ترک‌دار در پلیمر PMMA به کار گرفته شده است. با استفاده از اطلاعات استخراج شده از روش برهم نگاری و ارتباط میدان جابه‌جایی و ضرائب شدت تنش بر اساس رابطه ویلیامز و استفاده از روش حداقل مربعات، ضریب شدت تنش مود اول K_I محاسبه شده است. از آنجا که طول ترک و عمق شیار از مهم‌ترین پارامترهای هندسی مؤثر بر میدان تنش اطراف شیار V شکل ترک‌دار می‌باشند، تأثیر این پارامترها بر ضریب شدت تنش بررسی شده است. در نهایت، نتایج آزمایش‌ها با نتایج تحلیل المان محدود مقایسه و مطابقت بسیار خوبی مشاهده شده است.

واژه‌های کلیدی: برهم نگاری دیجیتالی، ضریب شدت تنش، شیار V شکل، ترک

Study of Cracked Tip V Notch's Parameters in PMMA Materials Using Digital Image Correlation Method

M.R. Yadegari-Dehnavi and N. Soltani

Mech. Eng. Dep't.

Univ. of Tehran

(Received: 15 April, 2012; Accepted: 13 April, 2013)

ABSTRACT

V notches are one of the most possible cases of initiation of crack due to the stress concentration. On the other hand study of stress field around notches and cracks is very complex. In this study Digital Image Correlation method was used to obtain displacements fields around V notches with a crack within PMMA specimens. First stress intensity factor was calculated using the data extracted from DIC and the relation between displacement fields and SIF from William's equation and use of linear least square technique. Since in the defined problem crack length and V notch depth have the most considerable effects on SIF, effect of these parameters on the results was investigated. Finally experimental results were compared with those obtained from FE and good agreement was observed.

Keywords: Digital Image Correlation, Stress Intensity Factor, V-Notch, Crack

^۱ - کارشناس ارشد: m.yadegari@ut.ac.ir

^۲ - استاد (نویسنده پاسخگو): nsoltani@ut.ac.ir

۱- مقدمه

روش برهم‌نگاری، یک روش اپتیکی تجربی به نسبت جدید و قوی برای اندازه‌گیری میدان جابه‌جایی و کرنش است. کاربردهای فراوان این روش در آنالیز میدان تنش-کرنش در مواد مختلف و در ابعاد متفاوت، این روش را بسیار مشهور کرده است. اگر چه این روش دارای چیدمان به نسبت ساده‌ای است ولی الگوریتم آن تا حد زیادی پیچیده است. در این روش، ابتدا روی سطح قطعه یک الگوی لکه‌ای سیاه و سفید ایجاد می‌شود. برای ایجاد این الگو، از اسپری رنگ سیاه و سفید استفاده می‌شود. بعد از آماده‌سازی نمونه قبل و بعد از بارگذاری، دو عکس از الگوی لکه‌ای تصادفی سطح قطعه گرفته می‌شود و سپس با تحلیل این دو عکس در الگوریتم برهم‌نگاری می‌توان میدان جابه‌جایی و کرنش را به دست آورد. روش برهم‌نگاری به عنوان یکی از دقیق‌ترین روش‌های تحلیل تجربی جایگاه خاصی پیدا کرده است. این روش برای اولین بار از سال ۱۹۸۲ در دانشگاه کارولینای جنوبی^۴ توسط پروفیسور ساتن^۵ برای به دست آوردن میدان جابه‌جایی معرفی شد [۱۵]. پروفیسور پیترو^۶ و همکاران در سال بعد از این روش برای به دست آوردن میدان کرنش استفاده کردند [۱۶]. ساتن و همکارانش این روش را بهبود دادند و دقت آن را در محاسبه میدان کرنش نشان دادند [۱۷]. آنها از روش نیوتن-رفسون^۷ برای بهینه‌سازی الگوریتم برهم‌نگاری استفاده کردند [۱۸]. وندروس^۸ الگوریتم اولیه این روش را بهینه‌سازی کرد و دقت میدان جابه‌جایی را افزایش داد [۱۹]. وندروس^۸ و ناس^۹ از این روش برای اندازه‌گیری میدان کرنش در ابعاد کسر میکرونی استفاده کردند [۲۰]. سپس محققین مختلفی بر روی الگوریتم و بهبود آن تحقیق کردند [۲۱ و ۲۲]. جین^{۱۰} و بروک^{۱۱} یک الگوریتم جدید برای این روش برای آنالیز میدان‌های غیرپیوسته و دارای ترک ارائه کردند [۲۳]. رتور^{۱۲} و همکاران الگوریتم دیگری را برای تحلیل ترک و ترک یابی توسعه دادند [۲۴ و ۲۵]. پروفیسور ساتن و همکاران با استفاده از برهم‌نگاری سه بعدی اثر جابه‌جایی خارج از صفحه در برهم‌نگاری دوبعدی را بررسی کردند [۲۶]. آنها با استفاده از برهم‌نگاری سه بعدی، اثر فاصله قرارگیری دوربین در میدان‌های جابه‌جایی حاصل از برهم‌نگاری دوبعدی و خطای روش را مورد بررسی

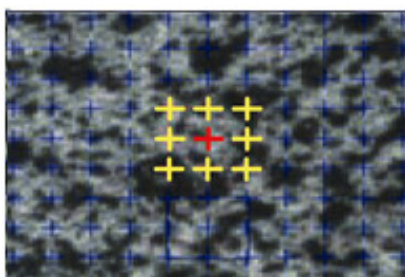
محاسبه پارامترهای شکست از قبیل ضرایب شدت تنش و انتگرال J و نیز بررسی میدان تنش در اطراف شیارها و ترک‌ها برای ارزیابی استحکام و تخمین عمر قطعات امری ضروری است. شیارها به دلیل ایجاد تمرکز تنش بالا، مستعد شروع و رشد ترک می‌باشند. در شیارهای V شکل به دلیل شکل هندسی و تمرکز تنش بروز و رشد ترک مشاهده می‌شود. به دلیل اهمیت این موضوع، محققین مختلف به بررسی این شیارها و میدان تنش اطراف آنها پرداخته‌اند. لازارین^۱ و همکاران در مطالعات متعدد به بررسی میدان تنش در اطراف شیارهای V شکل پرداختند [۳-۱]. آیت‌اللهی و نجاتی ضرایب شدت تنش را در یک شیار V شکل نوک تیز با استفاده از روش المان محدود به دست آوردند [۴]. حمیدی و سلطانی ضریب شدت تنش مد بازشدگی را با روش برش‌نگاری دیجیتالی به دست آوردند [۵]. آیت‌اللهی و دهقانی اثر ترم دوم معادله ویلیامز را بر محاسبه میدان تنش اطراف شیار V شکل بررسی کردند [۶]. زاپالورتو^۲ و همکاران با استفاده از حل عددی ضرایب شدت تنش را برای شیارهای U و V شکل با شعاع‌های نوک متفاوت، تحت بارگذاری برشی داخل صفحه محاسبه کردند. آنها تأثیر شعاع نوک شیارهای متفاوت در زوایای مختلف را نیز مورد مطالعه قرار دادند [۷]. ولی از آنجا که تحلیل‌های عددی در این موارد بسیار پیچیده هستند، روش‌های غیرتماسی نوری برای محاسبه این پارامترها اهمیت خاصی پیدا کرده‌اند. از مهمترین این روش‌ها، می‌توان به تداخل سنجی هولوگرافی، کاستیک، تداخل جی موری، فوتوالاستیسیته، برش‌نگاری و برهم‌نگاری دیجیتالی اشاره کرد [۸ و ۹]. در بین این روش‌ها، روش برهم‌نگاری تصاویر دیجیتالی به دلیل چیدمان ساده‌تر و سرعت و دقت بالا اهمیت خاصی پیدا کرده است [۱۰-۱۲].

در این روش بر خلاف روش‌های دیگر، میدان‌های جابه‌جایی بدون نیاز به تجهیزات نوری پیچیده و استفاده از تداخل امواج نور و واپیچیدگی فاز^۳ و نیاز به تحلیل هاله‌ها به دست می‌آید [۱۳]. به همین دلیل، این روش به صورت وسیعی در زمینه‌های مختلف به کار گرفته شده و محققین زیادی از این روش در مسائل گوناگون از قبیل اندازه‌گیری تنش‌ها در قطعات با دمای بالا، دینامیک شکست و اندازه‌گیری تغییر شکل‌های میکرونی استفاده کرده‌اند [۱۴].

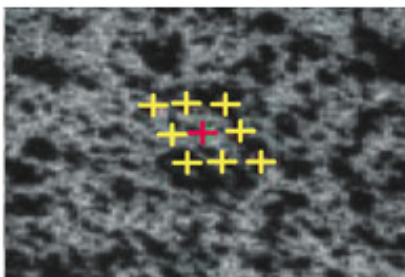
4- South Carolina
5- Sutton
6- Peter
7- Newton-Raphson
8- Vendroux
9- Knauss
10- Jin
11- Bruck
12- Rethore

1- Lazzarin
2- Zappalorto
3- Phase Unwrapping

است. بعد از آماده‌سازی نمونه و قرار گرفتن آن در دستگاه بارگذاری، با استفاده از دوربین CCD با کیفیت تصویر بالا، از سطح نمونه قبل و بعد از هر مرحله بارگذاری عکس گرفته شده و ذخیره می‌شود. نکته مهم در چیدمان روش برهم‌نگاری دوبعدی این است که محور اپتیکی دوربین باید بر سطح نمونه عمود باشد تا میدان‌های جابه‌جایی حاصل از آزمایش به صورت صحیح محاسبه شوند. سپس از الگوریتم‌ها و تکنیک‌های پردازش تصویر برای مقایسه دو تصویر استفاده می‌شود (شکل ۱).



تصویر قبل از بارگذاری



تصویر بعد از بارگذاری

شکل (۱): ارتباط بین تصویر قبل و بعد از بارگذاری.

از آنجایی که تصاویر ذخیره شده به صورت ۸ بیت در مقیاس خاکستری می‌باشند، بنابراین عدد شدت نور هر پیکسل بین ۰ تا ۲۵۵ و به صورت گسسته تغییر می‌کند.

در روش برهم‌نگاری، شدت نور هر عکس با یک تابع چند جمله‌ای پیوسته تخمین زده می‌شود. ساتن و همکاران طی مقاله‌ای نشان دادند که منحنی درجه ۵ بهترین نتایج را نشان می‌دهد [۳۲]. الگوریتم برهم‌نگاری هر بار تابع شدت نور دو زیرناحیه از دو تصویر قبل و بعد از بارگذاری با ابعاد $n \times n$ پیکسل را با هم مقایسه کرده و آن زیرناحیه از عکس بعد از بارگذاری را که بیشترین تطابق با زیرناحیه عکس مرجع دارد، به عنوان زیرناحیه تغییر یافته در نظر گرفته و جابه‌جایی و تغییر شکل‌های آن را به دست می‌آورد. این روند برای تمامی زیرناحیه‌های تصویر مرجع انجام شده و در نهایت میدان جابه‌جایی کل به دست می‌آید.

قرار دادند. در سال ۲۰۱۲ برنگر^۱ و همکاران تأثیر روش‌های متفاوت در ایجاد الگوی تصادفی را بر میدان‌های جابه‌جایی دوبعدی مطالعه کردند [۲۷].

از زمان پیدایش روش برهم‌نگاری، این روش توسط محققین مختلف در زمینه‌های مختلف به کار گرفته شده است. یکی از مهم‌ترین زمینه‌ها، تعیین ضرایب شدت تنش با استفاده از این روش است. دکتر مک نیل^۲ و همکاران، برای اولین بار از این روش برای تخمین این ضرایب استفاده کردند [۲۸]. یونی یاما^۳ و همکاران با استفاده از این روش در یک حالت مود ترکیبی و با استفاده از میدان جابه‌جایی، ضرایب شدت تنش را محاسبه کردند [۲۹]. محققین دیگری نیز سعی کردند با استفاده از روش برهم‌نگاری، ضرایب شدت تنش را در ترک سه‌بعدی به دست بیاورند [۳۰]. محققین دیگر، از این روش برای بررسی و پیش‌بینی رشد سرطان پوست استفاده کرده‌اند [۳۱].

در این تحقیق، میدان جابه‌جایی حاصل از روش برهم‌نگاری برای محاسبه ضریب شدت تنش مود I در یک نمونه پلیمری PMMA^۴ دارای شیار V شکل ترک دار استفاده شده است. برای محاسبه ضریب شدت تنش و مجهولات دیگر مانند جابه‌جایی و چرخش صلب، روش حداقل مربعات خطی به کار گرفته شده است. برای بررسی اثر پارامترهای هندسی بر ضریب شدت تنش مود I، نمونه‌های با عمق شیار و طول ترک‌های متفاوت تحت آزمایش قرار گرفته‌اند. نتایج تجربی این روش با نتایج روش عددی المان محدود مقایسه شده‌اند که مطابقت خوبی را نشان می‌دهد. در انتها، اثر این پارامترها بر روی نتایج مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که در حالت عدم حضور تغییر شکل‌های خارج صفحه، این روش از دقت بالایی برخوردار است.

۲- اصول و تئوری روش DIC

در روش برهم‌نگاری قبل از شروع آزمایش باید نمونه‌ها آماده‌سازی شوند. آماده‌سازی نمونه به معنی ایجاد الگوی لکه‌ای سیاه و سفید و تصادفی بر روی سطح آن است که با استفاده از اسپری رنگ سفید و سپس رنگ مشکی انجام می‌شود. ضخامت این لایه رنگ باید حداقل مقدار ممکن باشد. مهم‌ترین اصل این روش بر این مبنا است که جابه‌جایی لکه‌های سیاه و سفید با جابه‌جایی سطح نمونه یکسان

1- Barranger
2- Mcneil
3- Yoney Yama
4- Poly Methyl Methacrylate

در رابطه برهم‌نگاری، مقدار شدت نور در هر نقطه، از زیرناحیه عکس مرجع با نقطه متناظر آن در زیرناحیه متناظر در عکس بعد از بارگذاری مقایسه شده و اختلاف آنها به دست می‌آید. سپس مقدار مجذور اختلاف آنها بر مقدار مجذور شدت نور آن نقطه در عکس مرجع تقسیم می‌شود. عدد به دست آمده، معیاری از خطای نسبی در آن نقطه است. برای محاسبه مقدار خطای کل در یک زیرناحیه، مقدار خطای نقاط با یکدیگر جمع می‌شوند، وقتی ضریب برهم‌نگاری صفر شود، در حقیقت تابع خطا در کل زیرناحیه صفر شده و این نشان دهنده تطابق کامل است.

بهترین جواب زمانی به دست می‌آید که ضریب C کمینه شود. به تعبیر دیگر، توابع درون‌یابی قبل و بعد از بارگذاری در هر نقطه اختلاف کمی داشته باشند. برای کمینه کردن C باید گرادیان آن صفر شود.

$$\nabla C = \left(\frac{\partial C}{\partial R_k} \right)_{k=1,13} \quad (5)$$

برای حل معادله بالا و به دست آوردن ریشه‌های آن، از روش نیوتن-رفسون استفاده می‌شود. این روش از یک مقدار اولیه تقریبی برای پیدا کردن ریشه معادلات استفاده می‌کند و تا زمانی که خطا از مقدار معینی کمتر شود تکرار انجام می‌دهد. از آنجا که ضریب برهم‌نگاری تابعی از مؤلفه‌های جابه‌جایی و گرادیان آنها است، این مجهولات با جستجوی دسته‌ای از این مؤلفه‌ها که ضریب برهم‌نگاری را کمینه کند، قابل دست‌یابی است.

در الگوریتم روش برهم‌نگاری، روند جستجو برای محاسبه جابه‌جایی‌ها و گرادیان‌های جابه‌جایی مجهول با گام‌های بلند شروع می‌شود. در این روند، در ابتدا گرادیان جابه‌جایی‌ها صفر در نظر گرفته می‌شوند و الگوریتم با گام‌های ۱ پیکسل در ناحیه مورد نظر جستجو کرده و پیکسلی که ضریب برهم‌نگاری را به حداقل برساند به عنوان جواب اولیه در نظر گرفته می‌شود. سپس با استفاده از روش نیوتن-رفسون جابه‌جایی‌ها و گرادیان آنها با دقت کسری از پیکسل به دست می‌آید. نتایج این مرحله به عنوان مقادیر اولیه در الگوریتم نیوتن-رفسون برای زیرناحیه بعدی استفاده می‌شود. جزئیات بیشتر در این مورد را می‌توان در مقاله بروک و همکاران [۱۲] و لو^۱ و کری^۲ [۳۳] یافت.

برای بررسی میزان انطباق هر جفت زیرناحیه ضریب برهم‌نگاری C به صورت زیر تعریف می‌شود که می‌تواند معیار مناسبی برای درک مقدار مطابقت دو زیرناحیه متناظر باشد (شکل ۲).

$$C(R) = \frac{\sum_{i=-m}^{i=m} \sum_{j=-m}^{j=m} (G_r(X_p, Y_p) - G_d(X'_p, Y'_p))^2}{\sum_{i=-m}^{i=m} \sum_{j=-m}^{j=m} (G_r(X_p, Y_p))^2} \quad (1)$$

که در این رابطه:

$$\begin{aligned} X_p &= x_p + i \\ Y_p &= y_p + j \\ X'_p &= x_p + i + U_s(i, j) \\ Y'_p &= y_p + j + V_s(i, j) \end{aligned} \quad (2)$$

و R بردار مجهولات به صورت زیر می‌باشد:

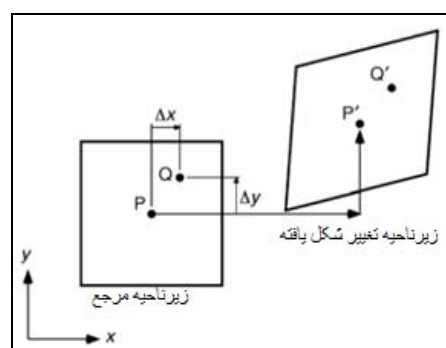
$$R = (x, y, U, V, \frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial y}) \quad (3)$$

ضریب برهم‌نگاری، نشان دهنده کیفیت انطباق است و اعداد بین صفر تا یک را در بر می‌گیرد. مقدار صفر نشان دهنده تطابق کامل و یک عدم تطابق است.

در معادلات بالا، U و V مؤلفه‌های جابه‌جایی در مرکز زیرناحیه، G_d و G_r توابع پیوسته درونیابی شدت نور قبل و بعد از بارگذاری می‌باشند. (x, y) و (x', y') به ترتیب مختصات نقاط در زیرناحیه‌های تصویر مرجع و تصویر بعد از بارگذاری هستند که طبق روابط زیر با همدیگر ارتباط دارند.

$$\begin{aligned} x' &= x + U + \frac{\partial U}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial U}{\partial y} \Delta y \\ y' &= y + V + \frac{\partial V}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial V}{\partial y} \Delta y \end{aligned} \quad (4)$$

که در این رابطه، Δx و Δy فواصل افقی و عمودی نقطه (x, y) از مرکز زیرناحیه است (شکل ۲).



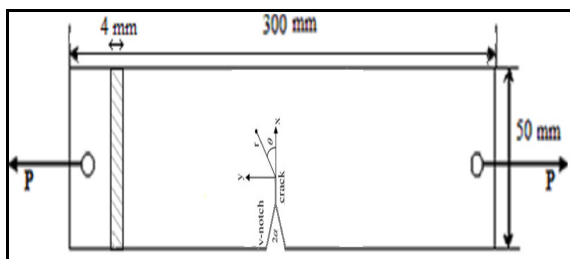
شکل (۲): زیرناحیه‌های مرجع و تغییر شکل یافته.

محاسبه می‌باشند:

$$r_j = \sqrt{(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2}$$

$$\theta_j = \tan^{-1} \left(\frac{y_j - y_0}{x_j - x_0} \right), \quad (8)$$

نکته باقی مانده در محاسبه این مجهولات، ناحیه‌ای از میدان‌های جابه‌جایی است که اطلاعات آن در روند محاسبات مورد استفاده قرار می‌گیرد. با در نظر گرفتن معادله ویلیامز، یک میدان تکینه در نوک ترک وجود خواهد داشت. بنابراین ناحیه نوک ترک از نظر تئوری باید دارای تنش بی‌نهایت باشد. از طرفی تنش در یک ماده نمی‌تواند از تنش تسلیم آن فراتر رود، بنابراین در واقعیت در نوک ترک تغییر شکل‌های پلاستیک اتفاق می‌افتد که این ناحیه را ناحیه پلاستیک نوک ترک^۱ می‌نامند و شعاع این ناحیه با r_p نشان داده می‌شود و تئوری مکانیک شکست الاستیک خطی LEFM در این ناحیه به درستی عمل نمی‌کند [۳۶].



شکل (۳): شکل شماتیک نمونه دارای شیار ترک دار.

بنابراین اطلاعات میدان‌های جابه‌جایی برای انجام محاسبات باید از خارج از این ناحیه استخراج شود. ابروین برای اندازه‌گیری این ناحیه روابط زیر را پیشنهاد کرده است [۳۶]:

$$r_p = \frac{1}{\pi} \left(\frac{KI}{S_y} \right)^2, \quad \text{حالت تنش صفحه‌ای}$$

$$r_p = \frac{1}{\pi} \left(\frac{KI}{3S_y} \right)^2, \quad \text{حالت کرنش صفحه‌ای} \quad (9)$$

که در آن، S_y مقدار مقاومت تسلیم ماده می‌باشد.

برای انجام این آزمایش‌ها از نمونه پلیمری PMMA استفاده شد. این پلیمر دارای کاربردهای فراوان در صنعت است و از طرفی حساسیت خاصی به ترک نشان می‌دهد. از آنجا که نمونه‌های پلیمری به نرخ کرنش در حین آزمایش حساس می‌باشند و مدول الاستیسیته آنها با تغییر نرخ کرنش تغییر

۲-۱- محاسبه ضریب شدت تنش مود I

برای به دست آوردن ضریب شدت تنش مود I، با در نظر گرفتن جابه‌جایی‌ها و چرخش‌های احتمالی صلب داخل صفحه، از رابطه ویلیامز [۳۴] استفاده می‌شود. این معادله رابطه بین میدان‌های جابه‌جایی نوک ترک و ضرایب شدت تنش برقرار می‌کند:

$$U_j = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{r_j^{\frac{n}{2}}}{2G} \{ a_n [(\kappa + \frac{n}{2} + (-1)^n) \cos \frac{n}{2} \theta_j - \frac{n}{2} \cos(\frac{n}{2} - 2)\theta_j] \} + \alpha r_j \cos \theta_j + U_0 \quad (6)$$

$$V_j = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{r_j^{\frac{n}{2}}}{2G} \{ a_n [(\kappa - \frac{n}{2} - (-1)^n) \sin \frac{n}{2} \theta_j + \frac{n}{2} \sin(\frac{n}{2} - 2)\theta_j] \} + \alpha r_j \sin \theta_j + V_0,$$

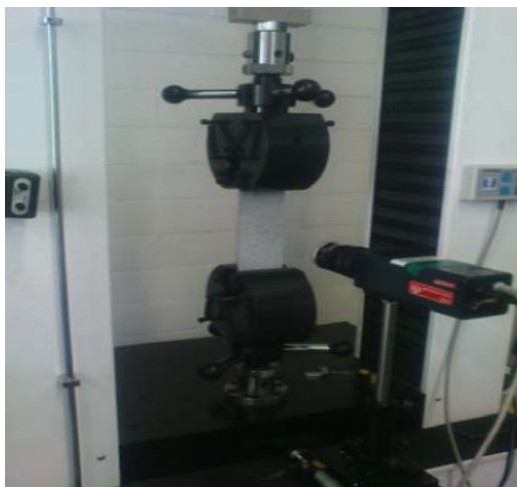
که در این روابط، ζ بیان‌کننده زامین نقطه با مختصات (x_j, y_j) ، U_j ، V_j به ترتیب مؤلفه‌های جابه‌جایی در راستای x و y، G مدول برشی، V_0 ، U_0 مؤلفه‌های جابه‌جایی صلب و Φ زاویه چرخش صلب برحسب رادیان است. در معادله بالا، برای حالت تنش صفحه‌ای $\kappa = 3 - \frac{\nu}{1 + \nu}$ و برای حالت کرنش صفحه‌ای $\kappa = 3 - 4\nu$ است. در رابطه (۶) ترم‌های ضریب a_n متناظر با شکست مود I است و a_1 به صورت زیر با ضریب شدت تنش مود I در ارتباط می‌باشد:

$$K_I = \sqrt{2\pi} a_1. \quad (7)$$

نکته مهم در استفاده از رابطه ویلیامز (۶)، تعداد ترم‌های سری برای همگرایی نتایج در تحلیل، با استفاده از روش حداقل مربعات است.

جو^۱ و همکاران اثر افزایش تعداد ترم‌های سری ویلیامز بر ضرایب شدت تنش حاصل از میدان‌های جابه‌جایی در روش برهم‌نگاری را بررسی کردند. آنها در این مطالعه نشان دادند که تنها استفاده از ۲ ترم اول سری ویلیامز برای همگرایی نتایج کافی نمی‌باشد و با خطای قابل توجهی همراه است. بر اساس این مرجع، در صورتی که حداقل از ۳ ترم اول معادله ویلیامز در روش حل حداقل مربعات استفاده شود، حساسیت نتایج به شعاعی که اطلاعات میدان جابه‌جایی مورد نیاز برای تحلیل از آن استخراج می‌شود از بین می‌رود و نتایج همگرا می‌شوند [۳۵]. در شکل ۳ شماتیک نمونه دارای شیار v شکل ترک‌دار و محل قرار گرفتن دستگاه مختصات مورد نظر برای استفاده از رابطه ویلیامز آورده شده است. با در نظر گرفتن مختصات نوک ترک (x_0, y_0) ، مؤلفه‌های مختصات قطبی به صورت زیر قابل

در نظر گرفته شده است. دوربین استفاده شده در تمام آزمایش‌ها، یک دوربین CCD متعلق به شرکت آرتری^۲ با مدل P-۳۲۰ است. این دوربین دارای رزولوشن ۳/۲ مگاپیکسل می‌باشد که توانایی گرفتن ۱۶ فریم تصویر در ثانیه را دارد. برای بزرگ‌نمایی از یک لنز شرکت فوجیان با فاصله کانونی ۵۰ میلی‌متر استفاده شد.



شکل (۵): چیدمان برهم‌نگاری در آزمایش کشش است.

برای انجام آزمایش، سرعت فک بالایی دستگاه کشش ۰/۰۱ بر دقیقه تنظیم شد. قبل از شروع آزمایش ۳ تصویر در حالت بدون بارگذاری گرفته شد تا اثر نویز حاصل از نور و ارتعاشات بررسی شود. بعد از اطمینان از شرایط محیط آزمایش، باید سطح نمونه با صفحه دوربین موازی شود. از آنجا که در حالت بدون بار ممکن است سطح نمونه تخت نباشد، بنابراین بعد از قرار دادن نمونه در دستگاه کشش و اطمینان از عمود بودن محور کشش با سطح میز و محور افقی دوربین، نمونه باید تحت مقدار کمی بار اولیه قرار گیرد. در این آزمایش بار اولیه ۱ kgf به نمونه اعمال و سپس با استفاده از تراز دیجیتالی با دقت ۰/۰۵ درجه موازی بودن سطح آن با صفحه دوربین بررسی شد. از دو منبع نور سفید به صورت متقارن و در فاصله ۹۰۰ میلی‌متر از قطعه برای نورپردازی استفاده شد. درپچه دیافراگم دوربین و بزرگ‌نمایی آن به گونه‌ای تنظیم گردید تا الگوی لکه‌ای روی سطح نمونه با بهترین وضوح دیده شود. سپس در این حالت تصویر مرجع گرفته شده و اعمال بارگذاری در دستگاه آزمایش کشش شروع شد. در حین بارگذاری در بارهای مختلف با فاصله ۱۰ kgf تصویر گرفته و ذخیره گردید و آزمایش تا شکست نمونه ادامه پیدا کرد. در نهایت بر روی

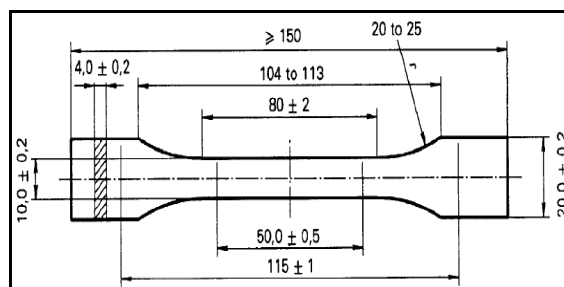
می‌کند، بنابراین لازم است نمونه استاندارد از این جنس ساخته شده و در همان نرخ کرنش مورد نظر، آزمایش کشش بر روی آن انجام شود و از روی منحنی تنش-کرنش مدول الاستیسیته آن محاسبه شود. بعد از خشک شدن کامل، نمونه‌ها در دستگاه کشش ۲ تن آماده آزمایش گردید. بعد از انجام آزمایش کشش از هر ۳ نمونه با نرخ کرنش ۰/۰۱ بر دقیقه، مدول الاستیسیته آنها بر اساس شیب ۲٪ درصد به دست آمد. پس از میانگین‌گیری از نتایج، خصوصیات مکانیکی این ماده به صورت جدول ۱ است.

جدول (۱): خواص مکانیکی پلیمر PMMA.

| ضریب پواسون | مدول الاستیسیته (مگاپاسکال) |
|-------------|-----------------------------|
| ۰/۳۵ | ۲/۰۲ |

۳- نمونه‌های آزمایش

برای انجام آزمایش و بررسی هر ۲ پارامتر عمق شیار و طول ترک، ۳۲ نمونه مختلف ساخته شد. این نمونه‌ها دارای عمق شیارهای ۵، ۸، ۱۱ و ۱۳ و طول ترک‌های ۳، ۶، ۹ و ۱۲ میلی‌متر می‌باشند. در شکل ۴ مشخصات هندسی این نمونه‌ها دیده می‌شود. برای به دست آوردن طول و عرض این مناسب، تحلیل المان محدود آن در نرم‌افزار آباکوس^۱ انجام شد و طول و عرض نمونه‌ها طوری انتخاب شده که بر میدان تنش نوک ترک در بدترین حالت (بزرگ‌ترین طول ترک و عمق شیار) اثر نداشته باشد.



شکل (۴): ابعاد هندسی نمونه استاندارد آزمایش کشش

بر اساس استاندارد ISO ۵۲۷.

۴- چیدمان روش برهم‌نگاری

بعد از آماده کردن شرایط آزمایش، این چیدمان بر روی میز جاذب ارتعاش برپا شده است. این چیدمان در شکل ۵ دیده می‌شود. در این آزمایش فاصله نمونه تا دوربین ۲۹۰ میلی‌متر

2- Artray

1- Abaqus

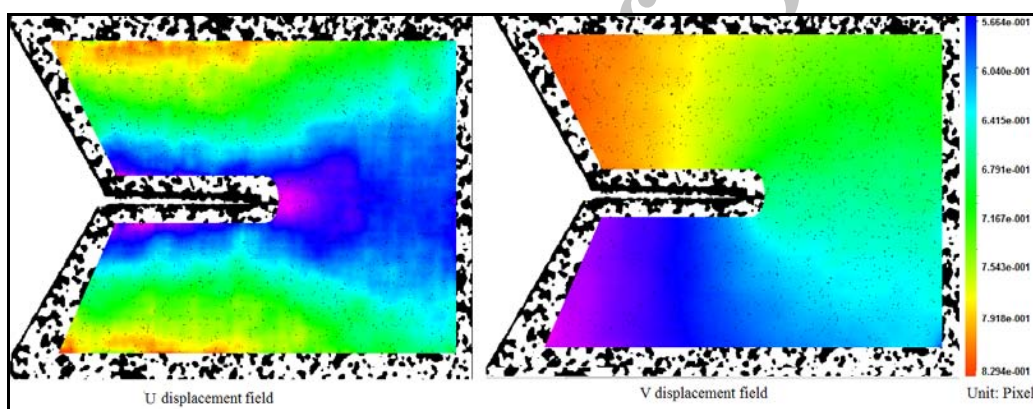
این نمودار نشان می‌دهد استفاده از حداقل ۴ جمله از معادله ویلیامز برای همگرایی کافی می‌باشد.

۵- تحلیل المان محدود

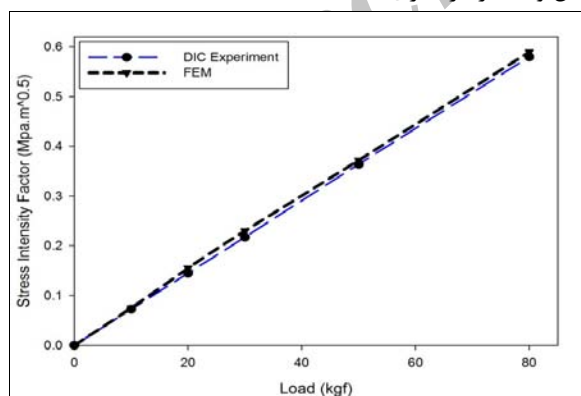
به منظور صحت‌گذاری نتایج حاصل از روش برهم‌نگاری، مدل المان محدود در نرم افزار آباکوس ساخته شد و نتایج شکل ۸ نتایج حاصل از برهم‌نگاری و تحلیل المان محدود برای عمق شیار ۱۴ میلی‌متر و طول ترک ۶ میلی‌متر در بارهای مختلف را نشان می‌دهد که مطابقت خوبی بین نتایج این دو روش دیده می‌شود. همان‌طور که از نمودارها مشاهده می‌شود با افزایش بار اختلاف نتایج کمتری شده است. علت عمده این کاهش اختلاف با افزایش مقدار جابه‌جایی‌ها در بارهای زیادتر می‌باشد که باعث می‌شود مقدار این جابه‌جایی‌ها بر نویزها غلبه پیدا کند.

تصاویر گرفته شده با رزولوشن 2288×1700 پیکسل، تحلیل برهم‌نگاری انجام شد. با توجه به فاصله ثابت دوربین و سطح نمونه، مقیاس تصاویر ذخیره شده برابر 0.35 میلی‌متر بر پیکسل است. در شکل ۶ میدان جابه‌جایی و کرنش حاصل از آزمایش در بار 20 kgf آورده شده برای بررسی تعداد جمله‌های مورد نیاز از معادله ویلیامز برای همگرایی جواب نهایی، ضریب شدت تنش در ۳ بار ثابت 30 ، 45 و 70 kgf با تعداد جمله‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ محاسبه گردیده و نتایج آن بر نمودار شکل ۷ نشان داده شده است.

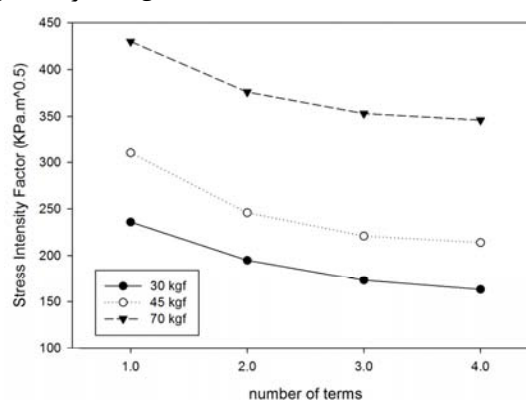
همان‌طور که در این نمودار دیده می‌شود با افزایش تعداد جمله‌ها، ضریب شدت تنش تغییر می‌کند. این تغییر در مورد افزایش از ۱ جمله به ۲ جمله بسیار قابل توجه می‌باشد. با افزایش تعداد جمله‌ها به ۴ جمله، تغییرات نامحسوس و بیشینه تغییر برابر با $1/8\%$ است.



شکل (۶): ارتباط بین تصویر قبل و بعد از بارگذاری.



شکل (۸): مقایسه نتایج المان محدود و برهم‌نگاری.



شکل (۷): اثر افزایش تعداد ترم‌های معادله ویلیامز.

کنترل‌تری به دست آید. این نوع مش که در شکل ۹ مشاهده می‌شود مش عنکبوتی^۱ نامیده می‌شود. همان‌طور که دیده

شکل ۹ مدل المان محدود و نوع مش استفاده شده در مجاورت نوک نوک نشان داده شده است. به دلیل وجود تکینگی در نوک ترک در فرایند مش زدن مدل المان محدود از دو نوع مش مستطیلی و مثلثی استفاده گردید تا مش منظم‌تر و قابل

در جدول ۲ ضرایب شدت تنش حاصل از آزمایش و تحلیل المان محدود در عمق شیار ثابت ۵ میلی‌متر برای طول ترک‌های متفاوت مقایسه شده است. با توجه به این جدول با افزایش طول ترک و افزایش ضریب شدت تنش، مقدار خطا کاهش می‌یابد.

جدول (۲): مقایسه ضرایب شدت تنش آزمایش و المان محدود در عمق شیار ثابت ۵ میلی‌متر.

| خطا | المان محدود (KPa. \sqrt{mm}) | برهم‌نگاری (KPa. \sqrt{mm}) | طول ترک (mm) |
|------|------------------------------------|-----------------------------------|-----------------|
| ٪۳/۳ | ۱۸۳/۲ | ۱۷۷/۱ | ۳ |
| ٪۳/۱ | ۲۰۵/۶ | ۱۹۹/۳ | ۶ |
| ٪۲/۶ | ۲۴۶/۵ | ۲۴۰/۹ | ۹ |
| ٪۲/۵ | ۳۳۸/۴ | ۳۳۰/۱ | ۱۲ |

جدول ۳ مقایسه بین ضرایب شدت تنش حاصل از روش برهم‌نگاری و تحلیل المان محدود در طول ترک ثابت ۱۲ میلی‌متر و عمق شیارهای مختلف و اختلاف بین این دو روش را نشان می‌دهد. همان‌طور که در جدول ۳ مشاهده می‌شود با افزایش عمق ترک ضرایب شدت تنش افزایش یافته و اختلاف بین نتایج آزمایش و حل المان محدود کاهش می‌یابد.

جدول (۳): مقایسه ضرایب شدت تنش آزمایش و المان محدود در طول ترک ثابت ۱۲ میلی‌متر.

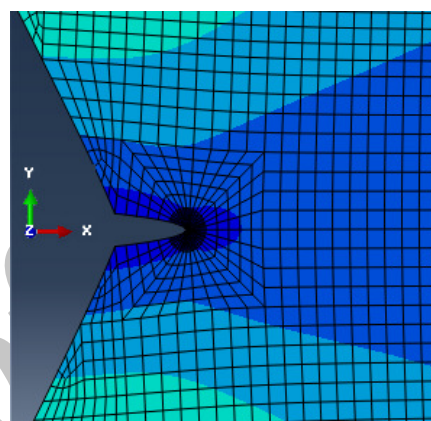
| خطا | المان محدود (KPa. \sqrt{mm}) | برهم‌نگاری (KPa. \sqrt{mm}) | عمق شیار (mm) |
|------|------------------------------------|-----------------------------------|------------------|
| ٪۲/۷ | ۳۳۹/۵ | ۳۳۰/۲ | ۵ |
| ٪۲/۸ | ۴۰۸/۷ | ۴۲۰/۰ | ۸ |
| ٪۲/۳ | ۴۸۹/۸ | ۵۰۰/۸ | ۱۱ |
| ٪۲/۲ | ۵۴۶/۶ | ۵۳۴/۵ | ۱۴ |

همان‌گونه که از نمودار شکل ۷ دیده می‌شود با افزایش بار، ضریب شدت تنش مورد I نیز به صورت خطی تغییر می‌کند. از طرفی بر اساس جداول ۲ و ۳ با افزایش مقدار عمق شیار و نیز طول ترک و در نتیجه افزایش ضریب شدت تنش، مقدار خطا کاهش می‌یابد.

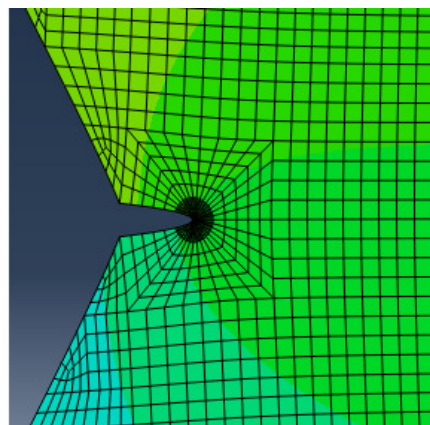
نمودار شکل ۱۰ مقادیر ضریب شدت تنش محاسبه شده از روش برهم‌نگاری را برای تغییرات طول ترک نشان می‌دهد. همان‌طور که از نمودار زیر می‌توان مشاهده کرد، افزایش طول

می‌شود در این نوع مش تنها در دایره‌ای با شعاع بسیار کم در نوک ترک از مش نوع مثلثی استفاده می‌شود و در بقیه نواحی نوع مستطیلی به کار برده می‌شود.

به دلیل وجود شرط تقارن در مسئله، نصف بالای نمونه مدل شده است. از شرایط مرزی تقارن در مرز پایین استفاده گردیده است. برای محاسبه مقدار ضریب شدت تنش، ۵ کانتور در نوک ترک در نظر گرفته شده است. شکل ۹ مدل تغییر شکل یافته و میدان‌های جابه‌جایی در دو جهت x و y را بعد از اعمال بار کششی نشان می‌دهد.



U displacement field



V displacement field

شکل (۹): میدان‌های جابه‌جایی U و V در نوک ترک و اطراف شیار V شکل.

۶- نتایج و بحث

با قرار دادن میدان‌های جابه‌جایی در معادله ویلیامز با استفاده از روش حداقل مربعات خطی ضریب شدت تنش مورد I، جابه‌جایی‌ها و چرخش صلب محاسبه گردید. مقادیر حداکثر خطای استاندارد و حداقل ضریب انطباق در حل معادله ویلیامز در روش حداقل مربعات به ترتیب ۳e-۶ و ۰/۹۷ می‌باشند.

۷- نتیجه‌گیری

در این مطالعه از روش تجربی-نوری برهم‌نگاری برای به دست آوردن ضریب شدت تنش مود I در نمونه PMMA دارای شیار V شکل ترک دار تحت بارگذاری کششی بهره گرفته شد. نتایج حاصل از این روش با نتایج المان محدود مقایسه گردید و مطابقت خوبی مشاهده شد و این روش به عنوان روشی دقیق و قابل اعتماد برای محاسبه ضرایب شدت تنش ارزیابی شد. بر اساس نمودار ۷ حداقل تعداد جمله‌های مورد نیاز در رابطه ویلیامز برای رسیدن به همگرایی ۴ جمله می‌باشد. نتایج به دست آمده نشان می‌دهند که تغییرات ضریب شدت تنش مود I با بار اعمالی نسبت خطی مستقیم دارد و نیز با افزایش بار خطا کاهش می‌یابد. همچنین بر اساس نمودارهای ۱۰ و ۱۱ با افزایش هر دو پارامتر طول ترک و عمق شیار، ضریب شدت تنش مود I نیز افزایش می‌یابد، ولی ضریب شدت تنش به تغییرات طول ترک حساس‌تر می‌باشد و نرخ تغییرات این ضریب با تغییرات طول ترک بیشتر از این نرخ نسبت به تغییرات عمق شیار می‌باشد.

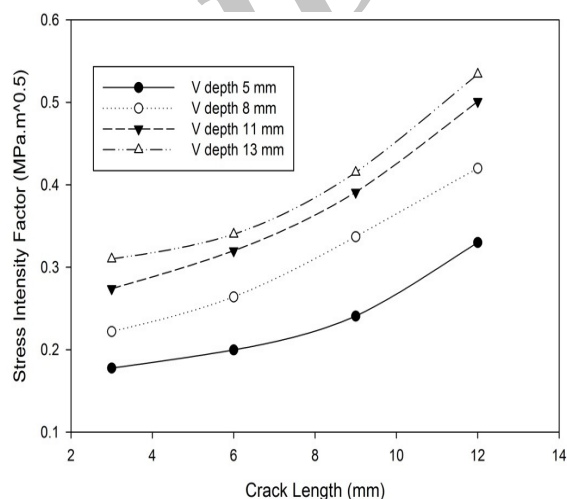
۸- مراجع

- Lazzarin, P. and Tovo, R. "A Unified Approach to the Evaluation of Linear Elastic Stress Fields in The Neighborhood of Cracks and Notches", Int. J. Fracture, Vol. 78, No. 1, pp.3-19, 1996.
- Lazzarin, P. and Filippi, S. "A Generalised Stress Intensity Factor to Be Applied to Rounded V-Shaped Notches", Int. J. Solid and Structure, Vol. 43, No. 9, pp.2461-78, 2006.
- Zappalorto, M., Lazzarin, P., and Berto F., "Elastic Notch Stress Intensity Factors for Sharply V-Notched Rounded Bars under Torsion", Eng. Fracture Mech., Vol. 76, No. 3, pp. 439-453, 2009.
- Ayatollahi, M.R. and Nejati, M. "Experimental Evaluation of Stress Field Around the Sharp, Notches Using Photoelasticity", Materials and Design, Vol. 32, No. 2, pp. 561-569, 2001.
- Hamidi, H. and Soltani, N. "Determination of Stress Intensity Factors in Composite Materials by Means of Optical Experimental Technique of Digital Shearography", Aerospace Mech. J., Vol. 4, No. 4, pp.15-26, 2009 (In Persian).
- Ayatollahi M.R. and Dehghany M., "On T-Stresses Near V-Notches", Int. J. Fracture, Vol. 165, No. 3, pp.121-126, 2010.
- Zappalorto, M., Lazzarin, P., and Berto, F., "Notch Stress Intensity Factors Applied to U and V-Shaped Radiused Notches under In-Plane Shear Loading", Procedia Eng., Vol. 10, No. 1, pp. 1115-1120, 2011.
- Smith, C.W. and Kobayashi, A.S. "Experimental Fracture Mechanics," Handbook on Experimental Mech., Kobayashi A. S., Ed. VCH, New York, pp. 905-968, 1993.

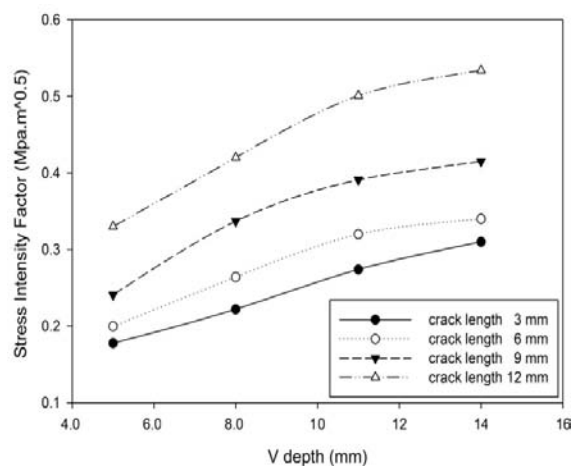
ترک موجب افزایش ضریب شدت تنش می‌شود ولی این افزایش از یک رابطه خطی تبعیت نمی‌کند.

نمودار شکل ۱۱ تغییرات ضریب شدت تنش مود I محاسبه شده از روش برهم‌نگاری بر اثر تغییرات عمق شیار را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این نمودار می‌توان دید، افزایش عمق شیار موجب افزایش ضریب شدت تنش می‌شود ولی این افزایش نیز از یک رابطه خطی تبعیت نمی‌کند.

بر اساس نتایج شکل ۱۰ و ۱۱ افزایش طول ترک و عمق شیار، هر دو باعث افزایش ضریب شدت تنش می‌شود. ولی نکته قابل توجه این است که ضریب شدت تنش مود I نسبت به طول ترک حساسیت بیشتری دارد و نرخ افزایش ضریب شدت تنش با افزایش طول ترک بیشتر است.



شکل (۱۰): نمودار تغییرات ضریب شدت تنش بر اساس تغییرات طول ترک.



شکل (۱۱): نمودار تغییرات ضریب شدت تنش در مقابل تغییرات عمق شیار.

- Deformation”, *J. of Microscopy*, Vol. 218, No. 1, pp. 9–21, 2005.
23. Jin, H., and Bruck, H.A. “Point Wise Digital Image Correlation Using Genetic Algorithms”, *Experimental Techniques*, Vol. 29, No. 1, pp.36–39, 2005.
 24. Réthoré, J., Hild, F., and Roux, S. “Shear-Band Capturing Using a Multi Scale Extended Digital Image Correlation Technique”, *Computer Methods Application Mech. Eng.*, Vol. 196, No's. 49-52, pp. 5016–5030, 2007.
 25. Réthoré, J., Hild, F., and Roux, S. “Extended Digital Image Correlation with Crack Shape Optimization” *Int. J. for Numerical Methods in Eng.*, Vol. 73, No. 2, pp. 248–272, 2008.
 26. Sutton, M.A., Yana, J.H., Tiwari V., Schreier, H.W., and Orteu J.J. “The Effect of Out-of-Plane Motion on 2D and 3D Digital Image Correlation Measurements” *Optics and Lasers in Eng.*, Vol. 46, No. 10, pp. 746–757, 2008.
 27. Barranger, Y., Doumalin, P., Dupré, J.C. and Germaneau, A. “Strain Measurement by Digital Image Correlation: Influence of Two Types of Speckle Patterns Made from Rigid or Deformable Marks”, *Strain*, Vol. 48, No. 5, 2012.
 28. McNeill, S.R., Peters, W.H., and Sutton, M.A. “Estimation of Stress Intensity Factor by Digital Image Correlation”, *Eng. Fracture Mech.*, Vol. 28, No. 1, pp.101-112, 1987.
 29. Yoneyama, S., Ogawa, T., and Kobayashi, Y. “Evaluating Mixed-Mode Stress Intensity Factors from Full-Field Displacement Fields Obtained by Optical Methods” *Eng. Fracture Mech.*, Vol. 74, No. 9, pp. 1399–1412, 2007.
 30. Roux, S., Réthoré, J., and Hild, F. “Digital Image Correlation and Fracture: An Advanced Technique for Estimating Stress Intensity Factors of 2D and 3D Cracks”, *J. of Physics D: Applied Physics*, Vol. 42, No. 21, pp. 214004, 2009.
 31. Krehbiel, J.D., Lambros, J., Viator, J.A., and Sottos, N.R. “Digital Image Correlation for Improved Detection of Basal Cell Carcinoma”, Vol. 50, No. 6, pp. 813-824, 2009.
 32. Schreier, H.W., Braash, J.R., and Sutton, MA. “Systematic Errors in Digital Image Correlation Caused by Intensity Interpolation”, *Optical Eng.*, Vol. 39, No. 11, pp. 2915, 2000.
 33. Lu, H.M. and Cary, P.D., “Deformation Measurements by digital image correlation: implementation of a Second-Order Displacement Gradient” *J. of Experimental Mech.*, Vol. 40, No. 4, pp. 393-400, 2000.
 34. Williams, M.L. “On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack”, *J. of Applied Mech.*, Vol. 24, No. 1, pp. 109-114, 1957.
 35. Ju, S.H., Chung, H.Y., and Liu, S.H. “Determining 2D Notch SIFs by the Image-Correlation Method”, *J. of the Chinese Institute of Eng.*, Vol. 34, No. 4, pp.503-514, 2011.
 36. Gdoutos, E.E. “Fracture Mechanics: An Introduction”, 2nd Ed. 18. Springer, 2005.
 9. Chiang, F. “Moire´ and Speckle Methods Applied to Elastic-Plastic Fracture Studies”, *Experimental Techniques in Fracture Mech.*, Epstein J. S., ed. VCH, New York, pp. 291-325, 1993
 10. Sutton, M.A., Cheng, M., Peters, W.H., Chao, Y.J. and McNeil, S.R., “Application of an Optimized Digital Image Correlation Method to Planar Deformation Analysis,” *Image Vision Computing*, Vol. 4, No. 3. pp. 143-150. 1986.
 11. Sutton, M.A., Wolters, W.J., Peters, W.H., Ranson, W.F., and McNeill, S.R., “Determination of Displacements Using an Improved Digital Correlation Method” *Image and Vision Computing*, Vol. 1, No. 3, pp. 133-139, 1983.
 12. Bruck, H.A., McNeill, S.R., Sutton, M.A., and Peters, W.H. “Digital Image Correlation Using Newton-Raphson Method of Partial Differential Correlation”, *Experimental Mech.*, Vol. 29, No. 3, pp. 261–268, 1989.
 13. Yoneyama, S., Morimoto, Y., and Takashi, M. “Automatic Evaluation of Mixed-Mode Stress Intensity Factors Utilizing Digital Image Correlation”, *Strain*, Vol. 42, No. 1, pp. 21-29, 2006.
 14. Vendroux, G. and Knauss, W.G. “Submicron Deformation Field Measurements: Part 2. Improved Digital Image Correlation”, *Experimental Mech.*, Vol. 38, No. 2, pp. 86-92, 1998.
 15. Peters, W.H. and Ranson, W.F., “Digital Imaging Techniques in Experimental Stress Analysis”, *Optical Eng.*, Vol. 21, No. 3, pp. 427-431, 1982.
 16. Peters, W.H., Ranson, W.F., Sutton, M.A., Chu, T.C., and Anderson, J. “Application of Digital Correlation Methods to Rigid Body Mechanics”, *Optical Eng.*, Vol. 22, No. 1, pp. 738–42, 1983.
 17. Sutton, M.A., Wolters, W.J., Peters, W.H., Ranson, W.F., and McNeil, S.R. “Determination of Displacements Using an Improved Digital Correlation Method, Image and Vision Computing, Determination of Displacements Using an Improved Digital Correlation Method”, *Image and Vision Computing*, Vol. 3, No. 1, pp.133-139, 1983.
 18. Sutton, M.A., Cheng, M., Peters, W.H., Chao, Y.J., and McNeil, S.R. “Application of an Optimized Digital Image Correlation Method to Planar Deformation Analysis”, *Image and Vision Computing*, Vol. 4, No. 3, pp.143-150, 1986.
 19. Vendroux, G. “A Digital Image Correlation Program for Displacement and Displacement Gradient Measurements”, GALCIT Report SM90-19, California Institute of Tech., 1990.
 20. Vendroux, G. and Knauss, W.G. “Submicron Deformation Field Measurement: Part 2 improved Digital Image Correlation”, *Experimental Mech.*, Vol. 38, No. 2, pp. 86-92, 1998.
 21. Wang, Y. and Cuitio, A.M. “Full-Field Measurements of Heterogeneous Deformation Patterns on Polymeric Foams Using Digital Image Correlation”, *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 39, No's. 13-14, pp. 3777–3796, 2002.
 22. Quinta, D, Fonseca, J., Mummery, P.M., and Withers, P.J. “Full-Field Strain Mapping by Optical Correlation of Micrographs Acquired During