مطالعه پارامترهای شیار V شکل ترکدار در نمونه پلیمری PMMA

با استفاده از روش برهم نگاری دیجیتالی

محمدرضا یادگاری دهنوی^۱ و ناصر سلطانی^۲ دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه تهران (تاریخ دریافت: ۱/۲/۲۴؛ تاریخ پذیرش: ۱/۱/۱/۲۰)

چکیدہ

شیارهای ۷ شکل به دلیل تمرکز تنش بالا همواره مستعد شروع و رشد ترک میباشند. از طرفی مطالعه میدان تـنش در مجـاورت شـیارها و ترکها با پیچیدگیهای فراوان همراه است. در این مطالعه، روش تجربی برهم نگاری تصاویر دیجیتالی برای به دست آوردن میدان جابـهجـایی در اطراف شیار ۷ شکل ترک دار در پلیمر PMMA به کار گرفته شده است. با استفاده از اطلاعات استخراج شده از روش برهم نگاری و ارتبـاط میدان جابهجایی و ضرائب شدت تنش بر اساس رابطه ویلیامز و استفاده از روش حداقل مربعات، ضریب شدت تنش مود اول K محاسبه شده است. از آنجـا کـه طـول تـرک و عمـق شـیار از مهـم تـرین پارامترهـای هندسـی مـؤثر بـر میـدان تـنش اطـراف شـیار ۷ میباشند، تأثیر این پارامترها بر ضریب شدت تعش بررسی شده است. در نهایت، نتایج آزمایشهـا بـا نتـایج تحلیل المـان محدود مقایسـه و مطابقت بسیار خوبی مشاهده شده است.

واژههای کلیدی: برهم نگاری دیجیتالی، ضریب شدت تنش، شیار V شکل، ترک

Study of Cracked Tip V Notch's Parameters in PMMA Materials Using Digital Image Correlation Method M.R. Yadegari-Dehnavi and N. Soltani

Mech. Eng. Dep't. Univ.of Tehran (Received: 15 April, 2012; Accepted: 13 April, 2013)

ABSTRACT

V notches are one of the most possible cases of initiation of crack due to the stress concentration. On the other hand study of stress field around notches and cracks is very complex. In this study Digital Image Correlation method was used to obtain displacements fields around V notches with a crack within PMMA specimens. First stress intensity factor was calculated using the data extracted from DIC and the relation between displacement fields and SIF from William's equation and use of linear least square technique. Since in the defined problem crack length and V notch depth have the most considerable effects on SIF, effect of these parameters on the results was investigated. Finally experimental results were compared with those obtained from FE and good agreement was observed.

Keywords: Digital Image Correlation, Stress Intensity Factor, V-Notch, Crack

۳- کارشناس ارشد: m.yadegari@ut.ac.ir

rsoltani@ut.ac.ir: (نویسنده پاسخگو)

۱– مقدمه

محاسبه پارامترهای شکست ازقبیل ضرایب شدت تنش و انتگرال J و نیز بررسی میدان تنش در اطراف شیارها و ترکها برای ارزیابی استحکام و تخمین عمر قطعات امری ضروری است. شیارها به دلیل ایجاد تمرکز تنش بـالا، مسـتعد شـروع و رشد ترک مےباشند. در شیارهای V شکل به دلیل شکل هندسی و تمرکز تنش بروز و رشد ترک مشـاهده مــیشـود. بـه دلیل اهمیت این موضوع، محققین مختلف به بررسی این شیارها و میدان تنش اطراف آنها پرداختهاند. لازارین و همکاران در مطالعات متعدد به بررسی میدان تـنش در اطراف شیارهای V شکل پرداختند [۳- ۱]. آیت اللهی و نجاتی ضرایب شدت تنش را در یک شیار V شکل نوک تیز با استفاده از روش المان محدود به دست آوردند [۴]. حمیدی و سلطانی ضریب شدت تنش مد بازشوندگی را با روش برش نگاری دیجیتالی به دست آوردند [۵]. آیت الهی و دهقانی اثر ترم دوم معادله ویلیامز را بر محاسبه میدان تنش اطراف شیار V شکل بررسی کردند [۶]. زایالورتو^۲ و همکاران با استفاده از حل عددی ضرایب شدت تنش را برای شیارهای U و V شکل با شعاعهای نوک متفاوت، تحت بارگذاری برشی داخل صفحه محاسبه کردند. آنها تأثیر شعاع نوک شیارهای متفاوت در زوایای مختلف را نیز مورد مطالعه قرار دادند [۷]. ولی از آنجا که تحلیلهای عددی در این موارد بسیار پیچیده هستند، روشهای غیرتماسی نوری برای محاسبه این پارامترها اهمیت خاصی پیدا كردهاند. از مهمترین این روشها، می توان به تداخل سنجی هولوگرافی، کاستیک، تداخل جے موری، فوتوالاستیسیته، برشنگاری و برهمنگاری دیجیتالی اشاره کرد [۸ و ۹]. در بین این روشها، روش برهمنگاری تصاویر دیجیتالی به دلیل چیدمان سادهتر و سرعت و دقت بالا اهمیت خاصی پیدا کرده است [١٢ - ١٢].

در این روش بر خلاف روشهای دیگر، میدانهای جابهجایی بدون نیاز به تجهیزات نوری پیچیده و استفاده از تداخل امواج نور و واپیچیدگی فاز^۳ و نیاز به تحلیل هالهها به دست میآید [۱۳]. به همین دلیل، این روش به صورت وسیعی در زمینههای مختلف به کار گرفته شده و محققین زیادی از این روش در مسائل گوناگون ازقبیل اندازه گیری تنشها در قطعات با دمای بالا، دینامیک شکست و اندازه گیری تغییر شکلهای میکرونی استفاده کردهاند [۱۴].

روش برهمنگاری، یک روش اپتیکی تجربی به نسبت جدید و قوی برای اندازه گیری میدان جابه جایی و کرنش است. کاربردهای فراوان این روش در آنالیز میدان تنش- کرنش در مواد مختلف و در ابعاد متفاوت، این روش را بسیار مشهور کرده است. اگر چه این روش دارای چیدمان به نسبت سادهای است ولی الگوریتم آن تا حد زیادی پیچیده است. در این روش، ابتدا روی سطح قطعه یک الگوی لکهای سیاه وسفید ایجاد می شود. برای ایجاد این الگو، از اسپری رنگ سیاه و سفید استفاده میشود. بعد از آمادهسازی نمونه قبل و بعد از بارگذاری، دو عکس از الگوی لکهای تصادفی سطح قطعه گرفته می شود و سیس با تحلیل این دو عکس در الگوریتم برهمنگاری می توان میدان جابه جایی و کرنش را به دست آورد. روش برهمنگاری به عنوان یکی از دقیقترین روشهای تحلیل تجربی جایگاه خاصی پیدا کرده است. این روش برای اولین بار از سال ۱۹۸۲ در دانشگاه کارولینای جنوبی^{^۴ توسط پروفسور} ساتن⁶ برای به دست آوردن میدان جابهجایی معرفی شد [۱۵]. پروفسور پیتر و همکاران در سال بعد از این روش برای به دست آوردن میدان کرنش استفاده کردند [18]. ساتن و

همکارانش این روش را بهبود دادند و دقت آن را در محاسبه میدان کرنش نشان دادند [۱۷]. آنهـا از روش نیـوتن- رفسـون برای بهینهسازی الگوریتم برهمنگاری استفاده کردند [۱۸]. وندروكس الگوريتم اوليه اين روش را بهينهسازي كرد و دقت میدان جابه جایی را افزایش داد [۱۹]. وندروکس^۸ و ناوس^۹ از این روش برای اندازه گیری میدان کرنش در ابعاد کسر میکرونی استفاده کردند [۲۰]. سپس محققین مختلفی بر روی الگوریتم و بهبود آن تحقیق کردند [۲۱ و ۲۲]. جین ' و بروک'' یک الگوريتم جديد براي ايسن روش براي آناليز ميدانهاي غیرپیوسته و دارای ترک ارائه کردند [۲۳]. رتور^{۱۲} و همکاران الگوریتم دیگری را برای تحلیل ترک و ترک یابی توسعه دادنـد [۲۴ و ۲۵]. پروفسور ساتن و همکاران با استفاده از برهمنگاری سه بعدی اثر جابه جایی خارج از صفحه در برهم نگاری دوبعدی را بررسی کردند [۲۶]. آنها با استفاده از برهمنگاری سهبعدی، اثر فاصله قرار گیری دوربین در میدانهای جابهجایی حاصل از برهمنگاری دوبعدی و خطای روش را مورد بررسی

- 5- Sutton
- 6- Peter
- 7- Newton-Raphson 8- Vendroux
- 9- Knauss
- 10- Jin
- 11- Bruck
- 12- Rethore

www.SID.ir

¹⁻ Lazzarin

²⁻ Zappalorto

³⁻ Phase Unwrapping

⁴⁻ South Carolina

قرار دادند. در سال ۲۰۱۲ برنگر^۱ و همکاران تـأثیر روشهـای متفاوت در ایجاد الگوی تصادفی را بـر میـدانهـای جابـهجـایی دوبعدی مطالعه کردند [۲۷].

از زمان پیدایش روش برهمنگاری، این روش توسط محققین مختلف در زمینههای مختلف به کار گرفته شده است. یکی از مهمترین زمینههای مختلف به کار گرفته شده است. استفاده از این روش است. دکتر مک نیل^۲و همکاران، برای اولین بار از این روش برای تخمین این ضرایب استفاده کردند [۲۸]. یونی یاما^۳ و همکاران با استفاده از این روش در یک حالت مود ترکیبی و با استفاده از میدان جابهجایی، ضرایب شدت تنش را محاسبه کردند [۲۹]. محققین دیگری نیز سعی کردند با استفاده از روش برهمنگاری، ضرایب شدت تنش را در ترک سهبعدی به دست بیاورند [۳۰]. محققین دیگر، از این روش برای بررسی و پیشبینی رشد سرطان پوست استفاده کردهاند [۳۱].

در ایت تحقیق، میدان جاب مجایی حاصل از روش برهمنگاری برای محاسبه ضریب شدت تنش مود I در یک نمونه پلیمری ^۴ PMMA دارای شیار V شکل ترک دار استفاده شده است. برای محاسبه ضریب شدت تنش و مجهولات دیگر مانند جابهجایی و چرخش صلب، روش حداقل مربعات خطی به کار گرفته شده است. برای بررسی اثر پارامترهای هندسی بر ضریب شدت تنش مود I، نمونههای با عمق شیار و طول فریب شدت تنش مود I، نمونههای با عمق شیار و طول روش با نتایج روش عددی المان محدود مقایسه شدهاند که مطابقت خوبی را نشان میدهد. در انتها، اثر این پارامترها بر روی نتایج مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان میدهد که در حالت عدم حضور تغییر شکلهای خارج صفحه، این

T-اصول و تئوری روش DIC

در روش برهم نگاری قبل از شروع آزمایش باید نمونه ها آماده سازی شوند. آماده سازی نمونه به معنی ایجاد الگوی لکه ای سیاه و سفید و تصادفی بر روی سطح آن است که با استفاده از اسپری رنگ سفید و سپس رنگ مشکی انجام می شود. ضخامت این لایه رنگ باید حداقل مقدار ممکن باشد. مهم ترین اصل این روش بر این مبنا است که جابه جایی لکه های سیاه و سفید با جابه جایی سطح نمونه یکسان

است. بعد از آماده سازی نمونه و قرار گرفتن آن در دستگاه بارگذاری، با استفاده از دوربین CCD با کیفیت تصویر بالا، از سطح نمونه قبل و بعد از هر مرحله بارگذاری عکس گرفته شده و ذخیره می شود. نکته مهم در چیدمان روش برهم نگاری دوبعدی این است که محور اپتیکی دوربین باید بر سطح نمونه عمود باشد تا میدانهای جابه جایی حاصل از آزمایش به صورت صحیح محاسبه شوند. سپس از الگوریتم ها و تکنیک های پردازش تصویر برای مقایسه دو تصویر استفاده می شود (شکل ۱).



تصویر قبل از بارگذاری



تصویر بعد از بارگذاری شکل (۱): ارتباط بین تصویر قبل و بعد از بارگذاری.

از آنجایی کـه تصـاویر ذخیـره شـده بـه صـورت ۸ بیـت در مقیاس خاکستری میباشند، بنابراین عدد شدت نور هر پیکسل بین ۰ تا ۲۵۵ و به صورت گسسته تغییر میکند.

در روش برهمنگاری، شدت نور هر عکس با یک تابع چند جملهای پیوسته تخمین زده می شود. ساتن و همکاران طی مقالهای نشان دادند که منحنی درجه ۵ بهترین نتایج را نشان می دهد [۳۲]. الگوریتم برهمنگاری هر بار تابع شدت نور دو زیرناحیه از دو تصویر قبل و بعد از بارگذاری با ابعاد nxn پیکسل را با هم مقایسه کرده و آن زیرناحیه از عکس بعد از بارگذاری را که بیشترین تطابق با زیرناحیه عکس مرجع دارد، به عنوان زیرناحیه تغییر یافته در نظر گرفته و جابه جایی و تغییر شکلهای آن را به دست می آورد. این روند برای تمامی زیرناحیه های تصویر مرجع انجام شده و در نهایت میدان جابه جایی کل به دست می آید.

¹⁻ Barranger

^{2 -} Mcneil

^{3 -} Yoney Yama

^{4 -} Poly Methyl Methacrylate

برای بررسی میزان انطباق هر جفت زیرناحیه ضریب برهمنگاری C به صورت زیر تعریف می شود که می تواند معیار مناسبی برای درک مقدار مطابقت دو زیرناحیه متناظر باشد (شکل ۲).

$$C(R) = \frac{\sum_{i=-m}^{i=m} \sum_{j=-m}^{j=m} \left(G_r(X_p, Y_p) - G_d(X_p', Y_p') \right)^2}{\sum_{i=-m}^{i=m} \sum_{j=-m}^{j=m} \left(G_r(X_p, Y_p) \right)^2}, \quad (1)$$

$$\sum_{i=-m}^{i=m} \sum_{j=-m}^{j=m} \left(G_r(X_p, Y_p) \right)^2$$

$$X_{p} = x_{p} + i$$

$$Y_{p} = y_{p} + j$$

$$X_{p}' = x_{p} + i + U_{s}(i, j)$$

$$Y_{p}' = y_{p} + j + V_{s}(i, j).$$
(7)

$$\mathbf{R} = (\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{U}, \mathbf{V}, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial y}). \tag{(7)}$$

ضریب برهمنگاری، نشان دهنده کیفیت انطباق است و اعـداد بین صفر تا یک را در بر مـیگیـرد. مقـدار صـفر نشـان دهنـده تطابق کامل و یک عدم تطابق است.

در معادلات بالا، U و V مؤلفههای جابهجایی در مرکز زیرناحیه، G_r و G_d توابع پیوسته درونیابی شدت نور قبل و بعد از بارگذاری میباشند. (x,y) و ('x,y) به ترتیب مختصات نقاط در زیرناحیههای تصویر مرجع و تصویر بعد از بارگذاری هستند که طبق روابط زیر با همدیگر ارتباط دارند.

$$x' = x + U + \frac{\partial U}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial U}{\partial y} \Delta y$$

$$y' = y + V + \frac{\partial V}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial V}{\partial y} \Delta y,$$
(*)

که در این رابطه، Δx و Δy فواصل افقی و عمودی نقطـه (x,y) از مرکز زیرناحیه است (شکل ۲).



شکل (۲): زیرناحیههای مرجع و تغییر شکل یافته.

در رابطه برهمنگاری، مقدار شدت نور در هر نقطه، از زیرناحیه عکس مرجع با نقطه متناظر آن در زیرناحیه متناظر در عکس بعد از بارگذاری مقایسه شده و اختلاف آنها به دست میآید. سپس مقدار مجذور اختلاف آنها بر مقدار مجذور شدت نور آن نقطه در عکس مرجع تقسیم می شود. عدد به دست مده، معیاری از خطای نسبی در آن نقطه است. برای محاسبه مقدار خطای کل در یک زیرناحیه، مقدار خطای نقاط با یکدیگر جمع می شوند، وقتی ضریب برهمنگاری صفر شود، در حقیقت تابع خطا در کل زیرناحیه صفر شده و این نشان دهنده تطابق کامل است.

بهترین جواب زمانی به دست میآید که ضریب C کمینه شود. به تعبیر دیگر، توابع درونیابی قبل و بعد از بارگذاری در هر نقطه اختلاف کمی داشته باشند. برای کمینه کردن C باید گرادیان آن صفر شود.

$$\nabla C = \left(\frac{\partial C}{\partial R_k}\right)_{k=1,13}.$$
 (Δ)

برای حل معادله بالا و به دست آوردن ریشههای آن، از روش نیوتن- رفسون استفاده میشود. این روش از یک مقدار اولیه تقریبی برای پیدا کردن ریشه معادلات استفاده میکند و تا زمانی که خطا از مقدار معینی کمتر شود تکرار انجام میدهد. از آنجا که ضریب برهمنگاری تابعی از مؤلفههای جابهجایی و گرادیان آنها است، این مجهولات با جستجوی دستهای از ایس مؤلفهها که ضریب برهمنگاری را کمینه کند، قابل دستیابی است.

در الگوریتم روش برهمنگاری، روند جستجو برای محاسبه جابهجاییها و گرادیانهای جابهجایی مجهول با گامهای بلند شروع میشود. در این روند، در ابتدا گرادیان جایهجاییها صغر در نظر گرفته میشوند و الگوریتم با گامهای ۱ پیکسل در ناحیه مورد نظر جستجو کرده و پیکسلی که ضریب برهمنگاری را به حداقل برساند به عنوان جواب اولیه در نظر گرفته میشود. سپس با استفاده از روش نیوتن-رفسون جابهجاییها و گرادیان آنها با دقت کسری از پیکسل به دست میآید. نتایج ایا مرحله به عنوان مقادیر اولیه در الگوریتم نیوتن- رفسون برای زیرناحیه بعدی استفاده میشود. جزئیات بیشتر در این مورد را میتوان در مقاله بروک و همکاران [۱۲] و لو¹ و کری^۲ [۳۳] یافت. Υ٨

www.SID.ir

I -۱-۲ محاسبه ضریب شدت تنش مود I

برای به دست آوردن ضریب شدت تنش مود I، با در نظر گرفتن جابهجاییها و چرخشهای احتمالی صلب داخل صفحه، از رابطه ویلیامز [۳۴] استفاده میشود. این معادله رابطه بین میدانهای جابهجایی نوک ترک و ضرایب شدت تنش برقرار میکند :

$$U_{j} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{r_{j}^{\frac{n}{2}}}{2G} \{a_{n} [(\kappa + \frac{n}{2} + (-1)^{n}) \cos \frac{n}{2}\theta_{j} - \frac{n}{2} \cos(\frac{n}{2} - 2)\theta_{j}]\} + \alpha r_{j} \cos \theta_{j} + U_{0}$$

$$V_{j} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{r_{j}^{\frac{n}{2}}}{2G} \{a_{n} [(\kappa - \frac{n}{2} - (-1)^{n}) \sin \frac{n}{2}\theta_{j}]\} + \alpha r_{j} \cos \theta_{j} + U_{0}$$
(8)

$$V_{j} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2G} \{a_{n} [(\kappa - \frac{1}{2} - (-1)^{\kappa}) \sin \frac{1}{2} \theta_{j} + \frac{n}{2} \sin(\frac{n}{2} - 2) \theta_{j}] \} + \alpha r_{j} \sin \theta_{j} + V_{0},$$

که در این روابط، ز بیان کننده ز آمین نقط ب با مختصات x و y, U_j , U_j , U_j , U_j , V_j , v_j) و y الرزی, v_j) مدول برشی، v_j به ترتیب مؤلفه های جابه جایی در راستای x و y زاوی ه G مدول برشی، v_0 ، v_0 مؤلفه های جابه جایی صلب و ϕ زاوی ه چرخش صلب برحسب رادیان است. در معادله بالا، برای حالت تنش صفحه ای $\kappa = \frac{3-V}{1+v}$ و برای حالت کرنش صفحه ای w_0 ای w_0 ای w_0 ای w_0 ای w_0 مناب و w_0 زاوی مال و w_0 رادیان است. در معادله بالا، برای حالت w_0 مناب w_0 ملب و w_0 رادیان است. در معادله بالا، برای حالت منش صفحه ای w_0 مناب w_0 موله و w_0 رادیان است. در معادله بالا، برای حالت منش مسلم مناب و w_0 رادیان است. در معادله بالا، برای حالت مسلم معند w_0 مناب و w_0 رادیان است. در معادله بالا، برای حالت می حالت کرنش مسلم می مناب و w_0 رادیان است. در معادله بالا، برای حالت مریب شدت مود I می و w_0 به صورت زیر با ضریب شدت منش مود I در ارتباط می باشد:

$$K_{I} = \sqrt{2\pi}a_{1} . \tag{Y}$$

نکته مهم در استفاده از رابطه ویلیامز (۶)، تعداد تـرمهـای سری برای همگرائی نتایج در تحلیل، با استفاده از روش حداقل مربعات است.

جو^۱ و همکاران اثر افزایش تعداد ترمهای سری ویلیامز بر ضرایب شدت تنش حاصل از میدانهای جابهجایی در روش برهمنگاری را بررسی کردند. آنها در این مطالعه نشان دادند که تنها استفاده از ۲ ترم اول سری ویلیامز برای همگرائی نتایج کافی نمیباشد و با خطای قابل توجهی همراه است. بر اساس این مرجع، در صورتی که حداقل از ۳ ترم اول معادله ویلیامز در روش حل حداقل مربعات استفاده شود، حساسیت نتایج به شعاعی که اطلاعات میدان جابهجایی مورد نیاز برای تحلیل از آن استخراج میشود از بین میرود و نتایج همگرا میشوند [۳3]. در شکل ۳ شماتیک نمونه دارای شیار ۷ شکل ترکدار و محل قرار گرفتن دستگاه مختصات مورد نظر برای استفاده از رابطه ویلیامز آورده شده است. با در نظر گرفتن مختصات نوک

محاسبه میباشند:

$$r_{j} = \sqrt{(x_{j} - x_{0})^{2} + (y_{j} - y_{0})^{2}}$$

$$\theta_{j} = \tan^{-1} \left(\frac{y_{j} - y_{0}}{x_{j} - x_{0}} \right),$$
(A)

نکتـه بـاقی مانـده در محاسـبه ایـن مجهـولات، ناحیـهای از میدانهای جابهجایی است که اطلاعات آن در رونـد محاسـبات مورد استفاده قرار میگیرد. با در نظـر گـرفتن معادلـه ویلیـامز، یک میدان تکینه در نوک ترک وجود خواهـد داشت. بنـابراین ناحیه نوک ترک از نظر تئوری باید دارای تنش بینهایت باشـد. از طرفی تنش در یک ماده نمیتواند از تنش تسلیم آن فراتـر رود، بنـابراین در واقعیت در نـوک تـرک تغییـر شکلهای پلاستیک اتفاق میافتد که این ناحیه را ناحیه پلاسـتیک نـوک ترک^۲ مینامند و شعاع این ناحیـه با م^r نشـان داده میشـود و تئوری مکانیک شکست الاستیک خطی LEFM در ایـن ناحیـه به درستی عمل نمیکند [۳۶].



بنابراین اطلاعات میدان های جابه جایی برای انجام محاسبات باید از خارج از این ناحیه استخراج شود. ایروین برای اندازه گیری این ناحیه روابط زیر را پیشنهاد کرده است [78]:

$$r_{p} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{KI}{S_{y}} \right)^{2},$$
 حالت تنش صفحهای
 $r_{p} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{KI}{3S_{y}} \right)^{2},$ (۹)
حالت کرنش صفحهای

که در آن، S_y مقدار مقاومت تسلیم ماده میباشد.

برای انجام این آزمایش ها از نمونه پلیمری PMMA استفاده شد. این پلیمر دارای کاربردهای فراوان در صنعت است و از طرفی حساسیت خاصی به ترک نشان میدهد. از آنجا که نمونههای پلیمری به نرخ کرنش در حین آزمایش حساس میباشند و مدول الاستیسیته آنها با تغییر نرخ کرنش تغییر

می کند، بنابراین لازم است نمونه استاندارد از این جنس ساخته شده و در همان نرخ کرنش مورد نظر، آزمایش کشش بر روی آن انجام شود و از روی منحنی تنش-کرنش مدول الاستیسیته آن محاسبه شود. بعد از خشک شدن کامل، نمونه ها در دستگاه کشش ۲ تن آماده آزمایش گردید. بعد از انجام آزمایش کشش از هر ۳ نمونه با نرخ کرنش ۲۰/۱ بر دقیقه، مدول الاستیسیته آنها بر اساس شیب ۲٪ درصد به دست آمد. پس از میانگین گیری از نتایج، خصوصیات مکانیکی این ماده به صورت جدول ۱ است.

جدول (۱): خواص مكانيكي پليمر PMMA.

مدول الاستيسيته (مگاپاسكال)	ضريب پواسون
۲/۰۲	۰/۳۵

۳- نمونههای آزمایش

برای انجام آزمایش و بررسی هر ۲ پارامتر عمق شیار و طول ترک، ۳۲ نمونه مختلف ساخته شد. این نمونهها دارای عمق شیارهای ۵، ۸، ۱۱ و ۱۳ و طول ترکهای ۳، ۶، ۹ و ۱۲ میلیمتر میباشند. در شکل ۴ مشخصات هندسی این نمونهها دیده میشود. برای به دست آوردن طول و عرض این مناسب، تحلیل المان محدود آن در نرمافزار آباکوس^۱ انجام شد و طول و عرض نمونهها طوری انتخاب شده که بر میدان تنش نوک ترک در بدترین حالت (بزرگترین طول ترک و عمق شیار) اثر نداشته باشد.



۴- چیدمان روش برهمنگاری
بعد از آماده کردن شرایط آزمایش، این چیدمان بر روی میز
جاذب ارتعاش برپا شده است. این چیدمان در شکل ۵ دیده
می شود. در این آزمایش فاصله نمونه تا دوربین ۲۹۰ میلیمتر

در نظر گرفته شده است. دوربین استفاده شده در تمام آزمایشها، یک دوربین CCD متعلق به شرکت آرتری^۲ با مدل ۳۲۰P است. این دوربین دارای رزولوشن ۳/۲ مگاپیکسل میباشد که توانائی گرفتن ۱۶ فریم تصویر در ثانیه را دارد. برای بزرگنمائی از یک لنز شرکت فوجیان با فاصله کانونی ۵۰ میلیمتراستفاده شد.



شکل (۵): چیدمان برهمنگاری در آزمایش کشش است.

برای انجام آزمایش، سرعت فک بالائی دستگاه کشش ۰/۰۱ بر دقیقه تنظیم شد. قبل از شروع آزمایش ۳ تصویر در حالت بدون بارگذاری گرفته شد تا اثر نویز حاصل از نور و ارتعاشات بررسی شود. بعد از اطمینان از شرایط محیط آزمایش، باید سطح نمونه با صفحه دوربین موازی شود. از آنجا که در حالت بدون بار ممکن است سطح نمونه تخت نباشد، بنابراین بعد از قرار دادن نمونه در دستگاه کشش و اطمینان از عمود بودن محور كشش با سطح ميز و محور افقى دوربين، نمونه بايد تحت مقدار کمی بار اولیه قرار گیرد. در این آزمایش بار اولیه ۱ kgf به نمونه اعمال و سپس با استفاده از تراز دیجیتالی با دقت ۰/۰۵ درجه موازی بودن سطح آن با صفحه دوربین بررسی شد. از دو منبع نور سفید به صورت متقارن و در فاصله ۹۰۰ میلیمتر از قطعه برای نورپردازی استفاده شد. دریچه دیافراگم دوربین و بزرگنمائی آن به گونهای تنظیم گردید تا الگوی لکهای روی سطح نمونه با بهترین وضوح دیده شود. سـپس در این حالت تصویر مرجع گرفته شده و اعمال بارگذاری در دستگاه آزمایش کشش شروع شد. در حین بارگذاری در بارهای مختلف با فاصله ۱۰ kgf تصویر گرفته و ذخیره گردید و آزمایش تا شکست نمونه ادامه پیدا کرد. در نهایت بر روی

تصاویر گرفته شده با رزولوشن ۱۷۰۰×۲۲۸۸ پیکسل، تحلیل برهمنگاری انجام شد. با توجه به فاصله ثابت دوربین و سطح نمونه، مقیاس تصاویر ذخیره شده برابـر ۰/۰۳۵ میلـیمتـر بـر پیکسل است. در شکل ۶ میدان جابهجایی و کرنش حاصل از آزمایش در بار ۲۰ kgf آورده شده برای بررسی تعداد جملههای مورد نیاز از معادله ویلیامز برای همگرائی جواب نهایی، ضریب شدت تنش در ۳ بار ثابت ۳۰، ۴۵ و ۷۰kgf با تعداد جمله های ۱، ۲ ، ۳ و ۴ محاسبه گردیده و نتایج آن بر نمودار شکل ۷ نشان داده شده است.

همان طور که در این نمودار دیده می شود با افزایش تعداد جملهها، ضریب شدت تنش تغییر میکند. این تغییر در مورد افزایش از ۱ جمله به ۲ جمله بسیار قابل توجه می باشد. با افزایش تعداد جملهها به ۴ جمله، تغییرات نامحسوس و بیشینه تغییر برابر با ۱/۸٪ است.

این نمودار نشان میدهد استفاده از حداقل ۴ جمله از معادله ویلیامز برای همگرائی کافی میباشد.

۵- تحليل المان محدود

به منظور صحه گذاری نتایج حاصل از روش برهمنگاری، مدل المان محدود در نرم افزار آباکوس ساخته شد و نتایج شکل ٨ نتایج حاصل از برهمنگاری و تحلیل المان محدود برای عمق شیار ۱۴ میلیمتر و طول ترک ۶ میلیمتر در بارهای مختلف را نشان میدهد که مطابقت خوبی بین نتایج این دو روش دیده می شود. همان طور که از نمودارها مشاهده می شود با افزایش بار اختلاف نتایج کمتری شده است. علت عمده این کاهش اختلاف با افزایش مقدار جابهجاییها در بارهای زیادتر می باشد که باعث می شود مقدار این جابه جایی ها بر نویزها غلبه پیدا کند.





شکل (۸): مقایسه نتایج المان محدود و برهمنگاری.

کنترل تری به دست آید. این نوع مش که در شکل ۹ مشاهده می شود مش عنکبوتی (نامیده می شود. همان طور که دیده



شکل (۷): اثر افزایش تعداد ترمهای معادله ویلیامز.

شکل ۹ مدل المان محدود و نوع مش استفاده شده در مجاورت نوک نوک نشان داده شده است. به دلیل وجود تکینگی در نوک ترک در فرایند مش زدن مدل المان محدود از دو نوع مش مستطیلی و مثلثی استفاده گردید تا مش منظمتر و قابل www.SID.ir

¹⁻ Spider Mesh

می شود در این نوع مش تنها در دایره ای با شعاع بسیار کم در نوک ترک از مش نوع مثلثی استفاده می شود و در بقیه نواحی نوع مستطیلی به کار برده می شود.

به دلیل وجود شرط تقارن در مسئله، نصف بالای نمونه مدل شده است. از شرایط مرزی تقارن در مرز پایین استفاده گردیده است. برای محاسبه مقدار ضریب شدت تنش، ۵ کانتور در نوک ترک در نظر گرفته شده است. شکل **۹** مدل تغییر شکل یافته و میدانهای جابهجایی در دو جهت x و y را بعد از اعمال بار کششی نشان میدهد.





V displacement field شکل (۹): میدانهای جابهجایی U و V در نوک ترک و اطراف شیار V شکل.

۶- نتایج و بحث

با قرار دادن میدانهای جابهجایی در معادله ویلیامز با استفاده از روش حداقل مربعات خطی ضریب شدت تنش مود I، جابهجاییها و چرخش صلب محاسبه گردید. مقادیر حداکثر خطای استاندارد و حداقل ضریب انطباق در حل معادله ویلیامز در روش حداقل مربعات به ترتیب ۶- ۳۳ و ۰/۹۷ میباشند. www.SID.ir

در جدول ۲ ضرایب شدت تنش حاصل از آزمایش و تحلیل المان محدود در عمق شیار ثابت ۵ میلی متر برای طول ترکهای متفاوت مقایسه شده است. با توجه به این جدول با افزایش طول ترک و افزایش ضریب شدت تنش، مقدار خطا کاهش می یابد.

جدول (٢): مقایسه ضرایب شدت تنش آزمایش و المان

محدود در عمق شیار ثابت ۵ میلیمتر.					
طول تر ک (mm)	برهمنگاری (KPa. √m)	المان محدود (KPa. √m)	خطا		
٣	177/1	١٨٣/٢	۲/۳/۳		
۶	१९९/٣	۲۰۵/۶	۲/۳/۱		
٩	74./9	248/0	·/.۲/۶		
١٢	۳۳۰/۱	۳۳۸/۴	۰.۲/۵		

جدول ۳ مقایسه بین ضرایب شدت تنش حاصل از روش برهمنگاری و تحلیل المان محدود در طول ترک ثابت ۱۲ میلیمتر و عمق شیارهای مختلف و اختلاف بین این دو روش را نشان میدهد. همانطور که در جدول ۳ مشاهده میشود با افزایش عمق ترک ضرایب شدت تنش افزایش یافته و اختلاف بین نتایج آزمایش و حل المان محدود کاهش مییابد.

جدول (۳): مقایسه ضرایب شدت تنش آزمایش و المان محدود در طول ترک ثابت ۱۲ میلیمتر.

عمق شيار (mm)	برهمنگاری (KPa. √m)	المان محدود (KPa.√ <i>m</i>)	خطا
۵	۳۳۰/۲	۳۳۹/۵	۰/.۲/۷
٨	47.1.	۴۰۸/۷	
11	۵۰۰/۸	۴۸۹/۸	۲/۲٪
14	226/2	548/8	·/.۲/۲

همان گونه که از نمودار شکل ۷ دیده می شود با افزایش بار، ضریب شدت تنش مورد I نیز به صورت خطی تغییر می کند. از طرفی بر اساس جداول ۲ و ۳ با افزایش مقدار عمق شیار و نیز طول ترک و در نتیجه افزایش ضریب شدت تنش، مقدار خطا کاهش می یابد.

نمودار شکل ۱۰ مقادیر ضریب شـدت تـنش محاسـبه شـده از روش برهمنگاری را برای تغییرات طول تـرک نشـان مـیدهـد. همانطور که از نمودار زیر میتوان مشاهده کرد، افـزایش طـول

ترک موجب افزایش ضریب شـدت تـنش مـیشـود ولـی ایـن افزایش از یک رابطه خطی تبعیت نمیکند.

نمودار شکل **۱۱** تغییرات ضریب شدت تنش مود I محاسبه شده از روش برهمنگاری بر اثر تغییرات عمق شیار را نشان میدهد. همان طور که در این نمودار میتوان دید، افزایش عمق شیار موجب افزایش ضریب شدت تنش می شود ولی این افزایش نیز از یک رابطه خطی تبعیت نمی کند.

بر اساس نتایج شکل ۱۰ و ۱۱ افزایش طول ترک و عمق شیار، هر دو باعث افزایش ضریب شدت تنش می شود. ولی نکته قابل توجه این است که ضریب شدت تنش مود I نسبت به طول ترک حساسیت بیشتری دارد و نرخ افزایش ضریب شدت تنش با افزایش طول ترک بیشتر است.





www.SID.ir

۷- نتیجهگیری

در این مطالعه از روش تجربی- نوری برهمنگاری برای به دست آوردن ضریب شدت تنش مود I در نمونه PMMA دارای شیار V شکل ترک دار تحت بارگذاری کششی بهره گرفته شد. نتایج حاصل از این روش با نتایج المان محدود مقایسه گردید و مطابقت خوبی مشاهده شد و این روش به عنوان روشی دقیق و قابل اعتماد برای محاسبه ضرایب شدت تنش ارزیابی شد. بر اساس نمودار ۷ حداقل تعداد جملههای مورد نیاز در رابطه ویلیامز برای رسیدن به همگرائی ۴ جمله میباشد. نتایج به دست آمده نشان میدهند که تغییرات ضریب شـدت تـنش مود I با بار اعمالی نسبت خطی مستقیم دارد و نیز با افزایش بار خطا کاهش می یابد. همچنین بر اساس نمودارهای ۱۰ و ۱۱ با افزایش هر دو پارامتر طول ترک و عمق شیار، ضریب شدت تنش مود I نیز افزایش می یابد، ولے ضریب شدت تنش به تغییرات طول ترک حساستر می باشد و نرخ تغییرات این ضریب با تغییرات طول ترک بیشتر از این نرخ نسبت به تغييرات عمق شيار ميباشد.

۸- مراجع

- Lazzarin, P. and Tovo, R. "A Unified Approach to the Evaluation of Linear Elastic Stress Fields in The Neighborhood of Cracks and Notches", Int. J. Fracture, Vol. 78, No. 1, pp.3-19, 1996.
- Lazzarin, P. and Filippi, S. "A Generalised Stress Intensity Factor to Be Applied to Rounded V-Shaped Notches", Int. J. Solid and Structure, Vol. 43, No. 9, pp.2461–78, 2006.
- Zappalorto, M., Lazzarin, P., and Berto F., "Elastic Notch Stress Intensity Factors for Sharply V-Notched Rounded Bars under Torsion", Eng. Fracture Mech., Vol. 76, No. 3, pp. 439–453, 2009.
- Ayatollahi, M.R. and Nejati, M. "Experimental Evaluation of Stress Field Around the Sharp, Notches Using Photoelasticity", Materials and Design, Vol. 32, No. 2, pp. 561–569, 2001.
- Hamidi, H. and Soltani, N. 'Determination of Stress Intensity Factors in Composite Materials by Means of Optical Experimental Technique of Digital Shearo Graphy', Aerospace Mech. J., Vol. 4. No. 4, pp.15-26, 2009 (In Persian).
- Ayatollahi M.R. and Dehghany M., "On T-Stresses Near V-Notches", Int. J. Fracture, Vol. 165, No. 3, pp.121–126, 2010.
- Zappalorto, M., Lazzarin, P., and Berto, F, "Notch Stress Intensity Factors Applied to U and V-Shaped Radiused Notches under In-Plane Shear Loading", Procedia Eng., Vol. 10, No. 1, pp. 1115–1120, 2011.
- Smith, C.W. and Kobayashi, A.S. "Experimental Fracture Mechanics," Handbook on Experimental Mech., Kobayashi A. S., Ed. VCH, New York, pp. 905-968, 1993.

Deformation", J. of Microscopy, Vol. 218, No. 1, pp. 9–21, 2005.

- Jin, H., and Bruck, H.A. "Point Wise Digital Image Correlation Using Genetic Algorithms", Experimental Techniques, Vol. 29, No. 1, pp.36– 39, 2005.
- Réthoré, J., Hild, F., and Roux, S. "Shear-Band Capturing Using a Multi Scale Extended Digital Image Correlation Technique", Computer Methods Application Mech. Eng., Vol. 196, No's. 49-52, pp. 5016–5030, 2007.
- Réthoré, J., Hild, F., and Roux, S. "Extended Digital Image Correlation with Crack Shape Optimization" Int. J. for Numerical Methods in Eng., Vol. 73, No. 2, pp. 248–272, 2008.
- Sutton, M.A., Yana, J.H., Tiwari V., Schreier, H.W., and Orteu J.J. "The Effect of Out-of-Plane Motion on 2D and 3D Digital Image Correlation Measurements" ,Optics and Lasers in Eng., Vol. 46, No. 10, pp. 746–757, 2008.
- 27. Barranger, Y., Doumalin, P., Dupré, J.C. and Germaneau, A. "Strain Measurement by Digital Image Correlation: Influence of Two Types of Speckle Patterns Made from Rigid or Deformable Marks", Strain, Vol. 48, No. 5, 2012.
- McNeill, S.R., Peters, W.H., and Sutton, M.A. "Estimation of Stress Intensity Factor by Digital Image Correlation", Eng. Fracture Mech., Vol. 28. No. 1, pp.101-112, 1987.
- Yoneyama, S., Ogawa, T., and Kobayashi, Y. "Evaluating Mixed-Mode Stress Intensity Factors from Full-Field Displacement Fields Obtained by Optical Methods" Eng. Fracture Mech., Vol. 74, No. 9, pp. 1399–1412, 2007.
- Roux, S., R'ethor'e, J., and Hild, F. "Digital Image Correlation and Fracture: An Advanced Technique for Estimating Stress Intensity Factors of 2D and 3D Cracks", J. of Physics D: Applied Physics, Vol. 42, No. 21, pp. 214004, 2009.
- Krehbiel, J.D., Lambros, J., Viator, J.A., and Sottos, N.R. "Digital Image Correlation for Improved Detection of Basal Cell Carcinoma", Vol. 50, No. 6, pp. 813-824, 2009.
- Schreier, H.W., Braash, J.R., and Sutton, MA. "Systematic Errors in Digital Image Correlation Caused by Intensity Interpolation", Optical Eng., Vol. 39, No. 11, pp. 2915, 2000.
- Lu, H.M. and Cary, P.D., "Deformation Measurements by digital image correlation: implementation of a Second-Order Displacement Gradient" J. of Experimental Mech., Vol. 40, No. 4, pp. 393-400, 2000.
- Williams, M.L. "On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack", J. of Applied Mech., Vol. 24, No. 1, pp. 109-114, 1957.
- Ju, S.H., Chung, H.Y., and Liu, S.H. "Determining 2D Notch SIFs by the Image-Correlation Method", J. of the Chinese Institute of Eng., Vol. 34, No. 4, pp.503-514, 2011.
- Gdoutos, E.E. "Fracture Mechanics: An Introduction", 2nd Ed. 18. Springer, 2005.

- Chiang, F. "Moire´ and Speckle Methods Applied to Elastic-Plastic Fracture Studies", Experimental Techniques in Fracture Mech., Epstein J. S., ed. VCH, New York, pp. 291-325, 1993
- Sutton, M.A., Cheng, M., Peters, W.H., Chao, Y.J. and McNeil, S.R., "Application of an Optimized Digital Image Correlation Method to Planar Deformation Analysis," Image Vision Computing, Vol. 4, No. 3. pp. 143-150. 1986.
- Sutton, M.A., Wolters, W.J., Peters, W.H., Ranson, W.F., and McNeill, S.R., "Determination of Displacements Using an Improved Digital Correlation Method", Image and Vision Computing, Vol. 1, No. 3, pp. 133-139, 1983.
- Bruck, H.A., McNeill, S.R., Sutton, M.A., and Peters, W.H. "Digital Image Correlation Using Newton-Raphson Method of Partial Differential Correlation", Experimental Mech., Vol. 29, No. 3, pp. 261–268, 1989.
- Yoneyama, S., Morimoto, Y., and Takashi, M. "Automatic Evaluation of Mixed-Mode Stress Intensity Factors Utilizing Digital Image Correlation", Strain, Vol. 42, No. 1, pp. 21-29, 2006.
- Vendroux, G. and Knauss, W.G. "Submicron Deformation Field Measurements: Part 2. Improved Digital Image Correlation", Experimental Mech., Vol. 38, No. 2, pp. 86-92, 1998.
- 15. Peters, W.H. and Ranson, W.F., "Digital Imaging Techniques in Experimental Stress Analysis", Optical Eng., Vol. 21, No. 3, pp. 427-431, 1982.
- Peters, W.H., Ranson, W.F., Sutton, M.A., Chu, T.C., and Anderson, J. "Application of Digital Correlation Methods to Rigid Body Mechanics", Optical Eng., Vol. 22, No. 1, pp. 738–42, 1983.
- Sutton, M.A., Wolters, W.J., Peters, W.H., Ranson, W.F., and McNeil, S.R. "Determination of Displacements Using an Improved Digital Correlation Method, Image and Vision Computing, Determination of Displacements Using an Improved Digital Correlation Method", Image and Vision Computing, Vol. 3, No. 1, pp.133-139, 1983.
- Sutton, M.A., Cheng, M., Peters, W.H., Chao, Y.J., and McNeil, S.R. "Application of an Optimized Digital Image Correlation Method to Planar Deformation Analysis", Image and Vision Computing, Vol. 4, No. 3, pp.143-150, 1986.
- Vendroux, G. "A Digital Image Correlation Program for Displacement and Displacement Gradient Measurements", GALCIT Report SM90-19, California Institute of Tech., 1990.
- Vendroux, G. and Knauss, W.G. "Submicron Deformation Field Measurement: Part 2 improved Digital Image Correlation", Experimental Mech., Vol. 38, No. 2, pp. 86-92, 1998.
- Wang, Y. and Cuitio, A.M. "Full-Field Measurements of Heterogeneous Deformation Patterns on Polymeric Foams Using Digital Image Correlation", Int. J. of Solids and Structures, Vol. 39, No's. 13-14, pp. 3777–3796, 2002.
- Quinta, D, Fonseca, J., Mummery, P.M., and Withers, P.J. "Full-Field Strain Mapping by Optical Correlation of Micrographs Acquired During