

مطالعه تحلیلی اثرات جریان چرخشی هوا روی اتمیزاسیون اسپری

سید عسکری مهدوی^۱ فتح...امی^۲ احسان موحد نژاد^۳

دانشکده مهندسی مکانیک دانشکده مهندسی مکانیک دانشکده مهندسی مکانیک
دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل دانشگاه تربیت مدرس دانشگاه آزاد اسلامی واحد جلفا
(تاریخ دریافت: ۹۲/۱۲/۱۴؛ تاریخ پذیرش: ۹۳/۰۳/۰۵)

چکیده

مقاله حاضر اثرات چرخش جریان هوا روی اتمیزاسیون یک اسپری مخروطی توخالی لزج چرخان تحت نوسانات سینوسی را مورد بررسی قرار می‌دهد. این کار به روش تحلیلی خطی انجام شده و در نهایت، معادله توزیع بدون بعد نرخ رشد موج به دست می‌آید. این معادله غیرخطی با روش عددی حل و اثر چرخش گاز روی بیشینه نرخ رشد و عدد موج معادل خود بررسی می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که جریان محوری هوای بیرونی در مقایسه با هوای درونی موجب افزایش بیشتر نرخ رشد بیشینه موج و عدد موج معادلش می‌شود. در حالت چرخشی بودن هوا نیز چرخش هوای بیرونی، اثر بیشتری روی افزایش نرخ رشد بیشینه و در نتیجه بهبود اتمیزاسیون دارد. ترکیب چرخش هوای درونی و بیرونی می‌تواند بیشتر از هر کدام از حالت‌های قبل، نرخ رشد موج را افزایش دهد. بیشینه نرخ رشد موج، با طول شکست اولیه اسپری مرتبط بوده و با افزایش آن، طول شکست کوتاه‌تر شده و قطر قطرات کاهش می‌یابد که نتیجه آن بهبود احتراق و کاهش مصرف سوخت در صورت استفاده از این سامانه در موتور می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: جت چرخشی، نرخ رشد، ناپایداری خطی، اتمیزاسیون، شکست اولیه

Analysis Study of Swirling Air Stream Effects on Spray Atomization

S. Askari- Mahdavi

F. Ommi

E. Movahednejad

Mechanical Engineering Department
Babol Noshirvani University of Technology

Mechanical Engineering Department
Tarbiat Modares University

Mechanical Engineering Department
Islamic Azad University Jolfa

(Received: 05 March, 2014; Accepted: 26 May, 2014)

ABSTRACT

This paper investigates the effects of swirling air stream on a viscous hollow cone spray atomization with sinuous instabilities. The dimensionless dispersion equation of wave growth rate was derived with linear stability analysis. The dispersion equation is solved by numerical method and swirling air stream effect on maximum growth rate and its corresponding unstable wave number is investigated. The results show that the maximum growth rate of a swirling liquid sheet subjected to purely outer axial air is more pronounced compared to its counterpart subjected to purely inner axial air. In swirling air stream, swirling of outer air has more effect compared to inner air on maximum growth rate and improves the atomization. The combination of inner and outer air stream swirling has the highest effect on wave growth rate. The growth rate can be related to the breakup length of the liquid sheet and when the growth rate increases, breakup length is shorter. The drop diameter is dependent to the wave number and decreases with the increase of the wave number that can afford improvement of combustion and decrease the specific fuel consumption.

Keywords: Swirling Jet, Growth Rate, Linear Instability, Atomization, Primary Breakup

۱- دانشجوی دکتری: askari1978@yahoo.com

۲- دانشیار (نویسنده پاسخگو): fommi@modares.ac.ir

۳- استادیار: movahed@iauj.ac.ir

۱- مقدمه

اتمی‌زاسیون سوخت، پدیده‌ای مهم در فرایند پاشش است که بهبود آن موجب کوتاه‌تر شدن طول شکست اولیه اسپری و کوچک‌تر شدن قطر متوسط قطرات می‌شود. اتمایزهای چرخان که تولید اسپری مخروط توخالی می‌کنند، به‌طور گسترده در موتورهای توربین گاز، دیگ‌های صنعتی، صنایع کشاورزی و موتورهای با پاشش مستقیم بنزین (GDI) یا موتورهای اشتعال جرقه‌ای (DISI) استفاده می‌شوند [۱]. این اتمایزها، یک اسپری به‌صورت لایه نازک سیال که به‌علت چرخش اولیه به‌طور شعاعی پخش می‌شود را با فشار متوسط تولید می‌کنند [۲].

تجزیه و شکست لایه یا جت سیال به‌علت رشد امواج ناپایدار در سطح مشترک گاز-مایع بر اثر تقابل نیروهای آئرو‌دینامیکی و گریز از مرکز میان گاز و سیال انجام می‌شود. این نوع ناپایداری را کلون هلمهولتز می‌گویند [۳]. مطالعات تحلیلی و تجربی روی سازوکار اتمی‌زاسیون توسط اشخاصی چون رایلی، تیلور، وبر، آنسگ، ریتز، براکو، ابراهیم و دیگر محققان انجام شده است [۴]. هرکدام از افراد ذکر شده، در تحقیقات خود با در نظر گرفتن شرایط مرزی و معادله‌های پیوستگی و مومنتم سیال و گاز و ساده‌سازی، در نهایت به رابطه توزیع نرخ رشد بیشینه موج رسیدند. نرخ رشد بیشینه موج، در واقع بیشینه مقدار بخش موهومی فرکانس موجی است که در یک عدد موج بحرانی رخ داده و موجب شکست جت سیال و تبدیل آن به لیگامنت و سپس قطره می‌شود. برخی از افراد در بررسی‌های خود از لزجت سیال و سرعت چرخشی گاز داخل و بیرون جت بهره برده و برخی دیگر نیز از این پارامترها صرف‌نظر کردند. به‌عنوان مثال، تحلیل پایداری خطی لایه سیال تحت تأثیر گاز محیط، تنش سطحی و ویسکوزیته سیال در فرایند رشد موج توسط ریتز^۱ و همکارانش ارائه شده است [۱].

شن و لی^۲ [۵]، لیائو^۳ و همکارانش [۶]، با در نظر گرفتن ویسکوزیته سیال و چرخش گاز و صرف‌نظر از چرخش سیال، ناپایداری لایه سیال را مورد بررسی قرار دادند. لیائو و همکارانش بار دیگر با صرف‌نظر از ویسکوزیته سیال در یک مرحله با اعمال چرخش و در مرحله بعد بدون اعمال چرخش گاز و سیال

ناپایداری جت سیال را مطالعه کردند [۸-۶]. مهرینگ و سیریگنانو^۴ تحلیل غیرخطی از ناپایداری را با چرخش سیال و صرف‌نظر از چرخش گاز انجام دادند [۹]. ابراهیم با اعمال سیال غیر لزج چرخان و گاز چرخان و غیر چرخان از روش خطی برای تحلیل خود استفاده کرد [۹ و ۱۰].

معمولاً کسانی که اثرات لزجت سیال را در نظر می‌گیرند برای سادگی تحلیل، از تأثیر نوسان‌های سرعت چرخشی سیال و گاز صرف‌نظر می‌کنند [۲]. در مقاله حاضر، اتمی‌زاسیون یک اسپری مخروط توخالی لزج چرخان تحت نوسان‌های سینوسی و جریان هوای غیر لزج چرخان مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- تحلیل پایداری خطی

فرضیه‌های مدل: در این مدل‌سازی، پایداری یک لایه سیال حلقوی چرخان لزج در معرض جریان چرخشی هوا مورد بررسی قرار می‌گیرد. فاز گازی، غیر قابل تراکم و غیر لزج فرض می‌شود. پروفیل سرعت جریان اولیه سیال، هوای درونی و هوای بیرونی به‌ترتیب به‌صورت $(U_i, 0, \Omega r)$ ، $(U_i, 0, \Omega r)$ ، و $(U_o, 0, A_o/r)$ در نظر گرفته شده که در آن، A_i/r ، Ωr ، A_o/r به‌ترتیب سرعت چرخشی سیال، گاز درونی و بیرونی و A_o ، A_i (m^2/s) قدرت چرخش سیال و گاز بیرونی می‌باشند. پروفیل سرعت در سیال و گاز بیرونی به‌صورت گردابه آزاد^۵ و گاز درونی به‌صورت جسم جامد دوار^۶ فرض شده است. ناپایداری لایه به‌علت رشد امواج ناپایدار در سطح مشترک گاز-سیال رخ می‌دهد. نرخ رشد این امواج ناپایدار بستگی به خواص سیال، هندسه نازل و میزان تأثیر هر یک از نیروهای عمل‌کننده در سطح میانی شامل ویسکوزیته، فشار، اینرسی و نیروی گریز از مرکز (در سطح داخل) دارد. در مقاله حاضر تلاش شده تا یک تحلیل ناپایداری خطی جهت تعیین بیشینه نرخ رشد و ناپایدارترین عدد موج انجام شود.

شکل ۱ شماتیکی از یک لایه سیال حلقوی را نشان می‌دهد که در آن، سیال و گاز با سرعت‌های محوری و چرخشی معین شده است. همچنین در این شکل، R_a ، R_b شعاع داخلی و بیرونی لایه در حالت بدون نوسان و ϕ اختلاف فاز لایه داخلی و خارجی می‌باشد.

4- Mehring and Sirignano

5- Free Vortex

6- Solid Vortex

1- Reitz

2- Shen and Li

3- Liao

$$\eta_i(x, \theta, t) = \hat{\eta}_i e^{i(kx + n\theta - \omega t) + i\phi}, \quad (7)$$

$$\eta_o(x, \theta, t) = \hat{\eta}_o e^{i(kx + n\theta - \omega t)}. \quad (8)$$

به منظور تعیین اثر نیروهای مختلف، خواص سیالات و پارامترهای

هندسی دیگر، پارامترهای بدون بعد زیر معرفی شده است:

$$\begin{aligned} We_l &= \frac{\rho_l U_l^2 R_b}{\sigma} & We_i &= \frac{\rho_l U_i^2 R_b}{\sigma} & We_o &= \frac{\rho_o U_o^2 R_b}{\sigma} \\ We_s &= \frac{\rho_l W_l^2 R_b}{\sigma} & We_{si} &= \frac{\rho_l W_i^2 R_b}{\sigma} & We_{so} &= \frac{\rho_o W_o^2 R_b}{\sigma} \\ Re &= \frac{\rho_l U_l R_b}{\mu} & g_i &= \frac{\rho_l}{\rho_l} & g_o &= \frac{\rho_o}{\rho_l} \\ \bar{k} &= kR_b & \bar{\omega} &= \frac{\omega R_b}{U_l} & \frac{U_i}{U_l} &= \sqrt{\frac{We_i}{We_l} \frac{1}{g_i}} \\ \frac{U_o}{U_l} &= \sqrt{\frac{We_o}{We_l} \frac{1}{g_o}} & \frac{A_l}{U_l R_b} &= \sqrt{\frac{We_s}{We_l}} & \frac{A_o}{U_l R_b} &= \sqrt{\frac{We_{so}}{We_l} \frac{1}{g_o}} \\ \frac{\Omega R_b}{U_l} &= \sqrt{\frac{We_{si}}{We_l} \frac{1}{g_i}} & h &= \frac{R_a}{R_b} & \bar{s} &= (\bar{k}^2 + Re(-i\bar{\omega} + i\bar{k}))^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$\bar{\omega}, \bar{k}, \sigma, g_o, g_i, \rho_l, \rho_o, Re, \mu, We_{so}, We_{si}, We_s, We_o, We_i, We_l, U_{l,i,o}$
به ترتیب سرعت محوری سیال و گاز در داخل و خارج، اعداد وبر
با سرعت متوسط محوری و چرخشی سیال و گاز داخل و خارج،
ویسکوزیته سیال، عدد رینولدز جریان سیال، جرم مخصوص
سیال و گاز، نسبت جرم مخصوصها، تنش سطحی، عدد موج
بدون بعد محوری، نرخ رشد بدون بعد موج می باشند.

با اعمال فرضیه های فوق و صرف نظر از ترم نوسان سرعت
چرخشی $w = 0$ معادله های خطی بدون بعد سیال، به صورت زیر است:

معادله پیوستگی:

$$\hat{u}(i\bar{k}) + \frac{d\hat{v}}{dr} + \frac{\hat{v}}{r} = 0. \quad (9)$$

معادله های مومنتم:

$$\hat{u}(-i\bar{\omega} + i\bar{k}) = -i\bar{k}\hat{p} + \frac{1}{Re} \left(\frac{d^2\hat{u}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\hat{u}}{dr} - \frac{\hat{u}}{r^2} (\bar{k}^2 r^2) \right), \quad (10)$$

$$\hat{v}(-i\bar{\omega} + i\bar{k}) = -\frac{d\hat{p}}{dr} + \frac{1}{Re} \left(\frac{d^2\hat{v}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\hat{v}}{dr} - \frac{\hat{v}}{r^2} (\bar{k}^2 r^2 + 1) \right). \quad (11)$$

معادله های خطی بدون بعد گاز درونی و بیرونی نیز به صورت زیر می باشد:

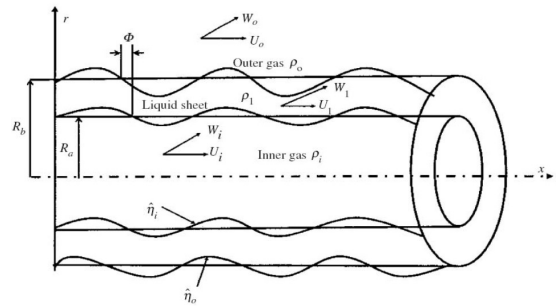
معادله پیوستگی:

$$\hat{u}(i\bar{k}) + \frac{d\hat{v}}{dr} + \frac{\hat{v}}{r} = 0. \quad (12)$$

معادله های مومنتم:

$$\hat{u} \left(-i\bar{\omega} + i\bar{k} \sqrt{\frac{We_j}{We_l} \frac{1}{g_j}} \right) = -\frac{1}{g_j} i\bar{k}\hat{p}, \quad (13)$$

$$\hat{v} \left(-i\bar{\omega} + i\bar{k} \sqrt{\frac{We_j}{We_l} \frac{1}{g_j}} \right) = -\frac{1}{g_j} \frac{d\hat{p}}{dr}. \quad (14)$$



شکل (۱): شکل شماتیک لایه سیال حلقوی چرخان تحت تأثیر چرخش جریان هوا [۱۰].

معادله های نوسان های خطی: معادله های نوازیستوکس حاکم
بر جریان سیال لزج در مختصات استوانه ای، به شرح زیر
است:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{V}{r} + \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} = 0. \quad (1)$$

معادله های مومنتم:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r} W \frac{\partial U}{\partial \theta} = \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r} W \frac{\partial V}{\partial \theta} - \frac{W^2}{r} = \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} - \frac{V}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{1}{r} W \frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{VW}{r} = \\ -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \nu \left(\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} - \frac{W}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

برای به دست آوردن معادله های نوسانی خطی از فرض زیر استفاده
می شود. لازم به ذکر است که ترم های سرعت و فشار، شامل بخش
متوسط با علامت بار، و بخش نوسانی با علامت پریم می باشند.

$$U = \bar{U} + u, \quad V = \bar{V} + v, \quad W = \bar{W} + w, \quad p = \bar{P} + p'. \quad (5)$$

همچنین فرض شده که ترم های نوسانی به شکل زیر هستند:

$$(u, v, w, p') = (\hat{u}(r), \hat{v}(r), \hat{w}(r), \hat{p}(r)) e^{i(kx + n\theta - \omega t)}. \quad (6)$$

ترم های نوسانی به حاصل ضرب دو جزء تقسیم شدند. جزء اول با
علامت ۸، تنها تابعی از r بوده و جزء دیگر سایر پارامترها را
شامل می شود. تغییر نوسان در سطوح مشترک داخلی و خارجی
توسط روابط زیر بیان می شود:

$$\hat{v} = \hat{v}_1 + \hat{v}_2. \quad (23)$$

بخش غیر لزج:

$$\hat{u}_1(ik) + \frac{d\hat{v}_1}{dr} + \frac{\hat{v}_1}{r} = 0, \quad (24)$$

$$\hat{u}_1(-i\bar{\omega} + ik) = -ik\hat{p}, \quad (25)$$

$$\hat{v}_1(-i\bar{\omega} + ik) = -\frac{d\hat{p}}{dr}. \quad (26)$$

بخش لزج:

$$\hat{u}_2(ik) + \frac{d\hat{v}_2}{dr} + \frac{\hat{v}_2}{r} = 0, \quad (27)$$

$$\hat{u}_2(-i\bar{\omega} + ik) = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{d^2\hat{u}_2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\hat{u}_2}{dr} - \frac{\hat{u}_2}{r^2} (\bar{k}^2 r^2) \right), \quad (28)$$

$$\hat{v}_2(-i\bar{\omega} + ik) = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{d^2\hat{v}_2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\hat{v}_2}{dr} - \frac{\hat{v}_2}{r^2} (\bar{k}^2 r^2 + 1) \right). \quad (29)$$

با گرفتن مشتق از رابطه (۲۵) نسبت به r و در نظر گرفتن معادله (۲۶)، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\hat{v}_1 = \frac{1}{ik} \frac{d\hat{u}_1}{dr}. \quad (30)$$

با جایگذاری معادله (۳۰) در معادله (۲۴) رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\left(\frac{d^2\hat{u}_1}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\hat{u}_1}{dr} - \frac{\hat{u}_1}{r^2} (\bar{k}^2 r^2) \right) = 0. \quad (31)$$

معادله فوق یک معادله بسل است که پاسخی به صورت زیر دارد:

$$\hat{u}_1 = C_1 I_0(\bar{k}r) + C_2 K_0(\bar{k}r). \quad (32)$$

با داشتن معادله‌های (۲۵)، (۳۰) و (۳۲) به رابطه‌های زیر رسیده می‌شود:

$$\hat{v}_1 = -i C_1 I_1(\bar{k}r) + i C_2 K_1(\bar{k}r), \quad (33)$$

$$\hat{p} = \frac{\bar{\omega} - \bar{k}}{k} (C_1 I_0(\bar{k}r) + C_2 K_0(\bar{k}r)). \quad (34)$$

فرض می‌شود:

$$\bar{s}^2 = (\bar{k}^2 + \text{Re}(-i\bar{\omega} + ik)). \quad (35)$$

با در نظر گرفتن معادله‌های (۲۸) و (۲۹) و استفاده از فرض معادله (۳۵)، به رابطه‌های زیر رسیده می‌شود:

$$\left(\frac{d^2\hat{u}_2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\hat{u}_2}{dr} - \frac{\hat{u}_2}{r^2} (\bar{s}^2 r^2) \right) = 0, \quad (36)$$

$$\left(\frac{d^2\hat{v}_2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\hat{v}_2}{dr} - \frac{\hat{v}_2}{r^2} (\bar{s}^2 r^2 + 1) \right) = 0. \quad (37)$$

معادله‌های (۳۶) و (۳۷) به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\hat{u}_2 = C_3 I_0(\bar{s}r) + C_4 K_0(\bar{s}r), \quad (38)$$

در روابط فوق $j = i, 0$ و $w_i = \Omega r$, $w_o = \frac{A_o}{r}$ به ترتیب سرعت چرخشی گاز بیرون و درون می‌باشند. در تحلیل ناپایداری $\bar{k} = kR_b$ عدد موج بدون بعد محوری و n عدد موج چرخشی اعدادی حقیقی بوده، درحالی‌که فرکانس موج $\bar{\omega} = \bar{\omega}_r + i\bar{\omega}_i$ عدد مختلط است. بیشینه مقدار بخش موهومی $\bar{\omega}$ نشان دهنده بیشینه نرخ رشد موج می‌باشد [۲].

۳- شرایط مرزی

شرایط مرزی سینماتیکی سیال به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$v = \frac{\partial \eta_i}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \eta_i}{\partial \theta} \sqrt{\frac{We_s}{We_i}} + \frac{\partial \eta_i}{\partial x} \quad \text{at } r = h, \quad (15)$$

$$v = \frac{\partial \eta_o}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \eta_o}{\partial \theta} \sqrt{\frac{We_s}{We_i}} + \frac{\partial \eta_o}{\partial x} \quad \text{at } r = 1. \quad (16)$$

شرایط مرزی سینماتیکی گاز داخلی و خارجی به شرح زیر است:

$$v_i = \frac{\partial \eta_i}{\partial t} + \frac{\partial \eta_i}{\partial \theta} \sqrt{\frac{We_{si}}{We_i}} + \frac{\partial \eta_i}{\partial x} \sqrt{\frac{We_i}{g_i}} \quad \text{at } r = h, \quad (17)$$

$$v_o = \frac{\partial \eta_o}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \eta_o}{\partial \theta} \sqrt{\frac{We_{so}}{We_i}} + \frac{\partial \eta_o}{\partial x} \sqrt{\frac{We_o}{g_o}} \quad \text{at } r = 1. \quad (18)$$

به علت فرض غیر لزج بودن جریان گاز در جهات محوری و مماسی، تنش ویسکوزی در سطح مشترک سیال-گاز صفر است. این مطلب به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad \text{at } r = h, 1. \quad (19)$$

شرایط مرزی دینامیکی در اثر موازنه نیروها نیز به شرح زیر است:

$$p'_i - p'_i = \frac{1}{h^3 We_i} \left(\eta_i + \frac{\partial^2 \eta_i}{\partial \theta^2} + h^2 \frac{\partial^2 \eta_i}{\partial x^2} \right) \quad (20)$$

$$+ h \frac{We_{si}}{We_i} \eta_i - \frac{We_s}{We_i} \frac{\eta_i}{h^3} + \frac{2}{\text{Re}} \frac{\partial v}{\partial r} \quad \text{at } r = h,$$

$$p'_i - p'_o = \frac{-1}{We_i} \left(\eta_o + \frac{\partial^2 \eta_o}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \eta_o}{\partial x^2} \right) \quad (21)$$

$$+ \frac{We_{so}}{We_i} \eta_o - \frac{We_s}{We_i} \eta_o + \frac{2}{\text{Re}} \frac{\partial v}{\partial r} \quad \text{at } r = 1.$$

نوسان‌های فشار در لایه سیال: به دلیل اینکه معادله‌های حاکم بر سیال خطی هستند، می‌توان بخش‌های لزج و غیر لزج را جدا از هم نوشت:

$$\hat{u} = \hat{u}_1 + \hat{u}_2, \quad (22)$$

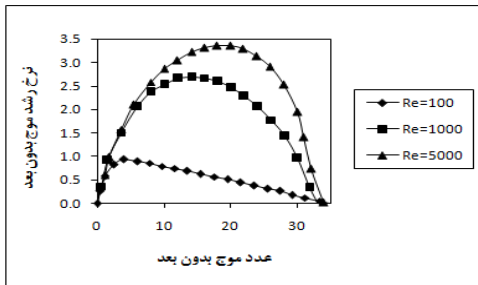
تجربی دامبروسکی قرار داده می‌شود [۱]. بنابراین، طول شکست اولیه لایه مطابق زیر خواهد بود:

$$L = V \cdot \tau = \frac{V}{\bar{\omega}} \ln\left(\frac{\eta_b}{\eta_0}\right), \quad (48)$$

که در این رابطه، V سرعت مطلق و L طول شکست اولیه لایه مایع است. در قسمت نتایج اثر چرخش جریان هوا روی طول شکست اولیه بررسی می‌شود.

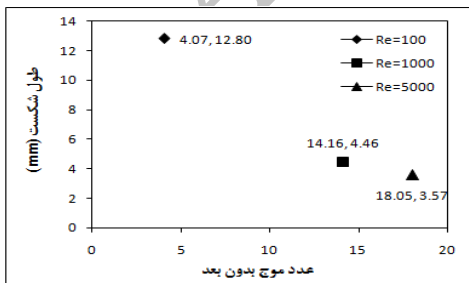
۴- نتایج حل عددی

با حل معادله‌های (۴۸-۴۶) می‌توان تأثیر پارامترهای مختلف را روی نرخ رشد بیشینه موج، زمان و طول شکست اولیه جت مایع نشان داد. شکل ۲-الف حالتی را نشان می‌دهد که جریان مایع دارای مؤلفه سرعت محوری و چرخشی و جریان گاز داخلی دارای مؤلفه سرعت محوری است. شکل زیر نشان می‌دهد که با افزایش عدد رینولدز که نسبت اینرسی مایع به ویسکوزیته آن می‌باشد، نرخ رشد موج و بیشینه مقدار آن افزایش می‌یابد. مطابق رابطه (۴۸) و شکل ۲-ب طول شکست اولیه با بیشینه مقدار نرخ رشد موج رابطه عکس داشته و افزایش آن موجب کاهش طول شکست اولیه جت مایع می‌شود.



(الف)

Wel=Wes=1000, Wei=30, gi=go=0.00123, h=0.9



(ب)

Wel=Wes=1000, Wei=30, gi=go=0.00123, h=0.9

شکل (۲): (الف) نمودار نرخ رشد موج با جریان محوری گاز داخل و جریان محوری و چرخشی مایع، (ب) نمودار طول شکست با جریان محوری گاز داخل و جریان محوری و چرخشی مایع.

$$\hat{v}_2 = C_5 I_1(\bar{s}r) + C_6 K_1(\bar{s}r). \quad (39)$$

با قرار دادن معادله‌های (۳۸ و ۳۹) در معادله پیوستگی (۲۷) رابطه (۴۰) به شرح زیر است:

$$C_3 = -\left(\frac{\bar{s}}{ik}\right)C_5, C_4 = -\left(\frac{\bar{s}}{ik}\right)C_6 \quad (40)$$

مطابق معادله‌های (۲۲ و ۲۳) و استفاده از معادله‌های (۳۲، ۳۳، ۳۸ و ۳۹)، مؤلفه‌های سرعت به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\hat{u} = C_1 I_0(\bar{k}r) + C_2 K_0(\bar{k}r) + C_3 I_0(\bar{s}r) + C_4 K_0(\bar{s}r), \quad (41)$$

$$\hat{v} = -i C_1 I_1(\bar{k}r) + i C_2 K_1(\bar{k}r) + C_5 I_1(\bar{s}r) + C_6 K_1(\bar{s}r). \quad (42)$$

اکنون با استفاده از شرایط مرزی معادله‌های (۱۵، ۱۶ و ۱۹) و استفاده از معادله (۴۰)، یک دستگاه ۶ معادله و ۶ مجهولی تشکیل شده که در آن، ضرایب $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ محاسبه می‌شوند [۱۱].

با جایگذاری ضرایب C_1, C_2 از روابط پیوست در رابطه (۳۴) نوسان فشار در مایع به دست می‌آید:

$$p'_i = \frac{\bar{\omega} - \bar{k}}{k} (C_1 I_0(\bar{k}r) + C_2 K_0(\bar{k}r)) e^{i(\bar{k}x - \bar{\omega}t)}, \quad (43)$$

نوسان فشار در گاز داخل و خارج اسپری نیز مانند آنچه که برای مایع گفته شد مطابق روابط زیر است:

$$p'_i = \frac{g_i \left(\bar{\omega} - \bar{k} \sqrt{\frac{W e_i}{W e_i} \frac{1}{g_i}} \right)^2 \hat{\eta}_i e^{i\varphi}}{k I_1(\bar{k}h)} I_0(\bar{k}h) e^{i(\bar{k}x - \bar{\omega}t)}, \quad (44)$$

$$p'_o = - \frac{g_o \left(\bar{\omega} - \bar{k} \sqrt{\frac{W e_o}{W e_i} \frac{1}{g_o}} \right)^2 \hat{\eta}_o}{\bar{k} K_1(\bar{k})} K_0(\bar{k}) e^{i(\bar{k}x - \bar{\omega}t)}. \quad (45)$$

با قرار دادن نوسانات فشار از معادلات (۴۳، ۴۴ و ۴۵) در معادلات (۲۰ و ۲۱) در نهایت با حذف ترم‌های مشترک معادله توزیع بدون بعد غیرخطی ساده شده به صورت زیر به دست می‌آید:

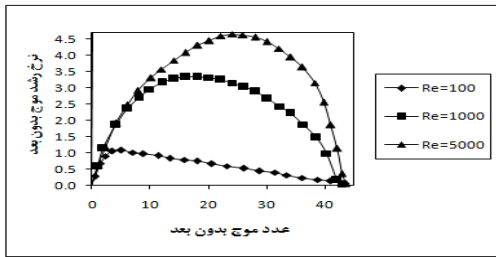
$$f(\bar{\omega}, \bar{k}, \bar{s}, g_i, g_o, Re, We_i, We_o, We_s, We_{si}, We_{so}, h) = 0. \quad (46)$$

معادله (۴۶) با استفاده از روش حل عددی و با تغییر مقادیر ورودی، روی ریشه‌ها یعنی بیشینه بخش موهومی $\bar{\omega}_i$ که نشان‌دهنده نرخ رشد بیشینه نوسان است و طول شکست اولیه بحث می‌شود.

سازوکار شکست: اگر نوسان سطح در هنگام شکست به مقدار η_b برسد، زمان شکست τ از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\eta_b = \eta_0 \exp(\bar{\omega} \tau) \Rightarrow \tau = \frac{1}{\bar{\omega}} \ln\left(\frac{\eta_b}{\eta_0}\right), \quad (47)$$

در این رابطه $\bar{\omega}$ بیشینه نرخ رشد موج است که از طریق حل عددی معادله پخش نهایی محاسبه شده و $\ln\left(\frac{\eta_b}{\eta_0}\right) = 12$ از نتایج



(الف)

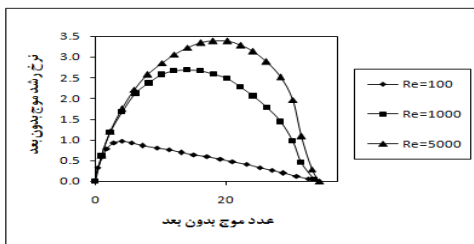
$Wel=Wes=1000$, $Wei=Weo=30$, $gi=go=0.00123$, $h=0.9$



(ب)

$Wel=Wes=1000$, $Wei=Weo=30$, $gi=go=0.00123$, $h=0.9$

شکل (۴): (الف) نمودار نرخ رشد موج با جریان محوری گاز داخل و خارج و جریان محوری و چرخشی مایع، (ب) نمودار طول شکست با جریان محوری گاز داخل و خارج و جریان محوری و چرخشی مایع.



(الف)

$Wel=Wes=1000$, $Wei=Wesi=30$, $gi=go=0.00123$, $h=0.9$

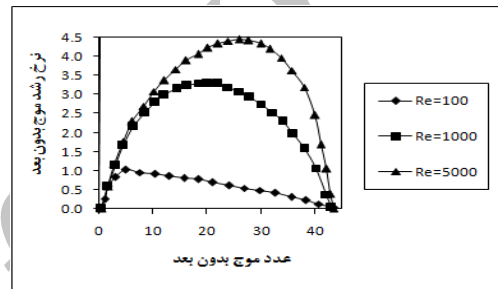


(ب)

$Wel=Wes=1000$, $Wei=Wesi=30$, $gi=go=0.00123$, $h=0.9$

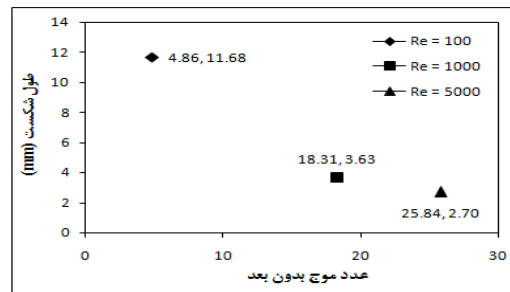
شکل (۵): (الف) نمودار نرخ رشد موج با جریان محوری و چرخشی گاز داخل و جریان محوری و چرخشی مایع، (ب) نمودار طول شکست با جریان محوری و چرخشی گاز داخل و جریان محوری و چرخشی مایع.

شکل ۳- الف حالتی را نشان می‌دهد که گاز خارج دارای جریان محوری و مایع دارای جریان محوری و چرخشی می‌باشد. از مقایسه شکل ۲- ب و ۳- ب مشاهده می‌شود که در محدوده تعیین شده از شرایط اولیه، جریان محوری گاز خارج موجب کاهش بیشتری در طول شکست اولیه و افزایش بیشینه نرخ رشد موج نسبت به جریان محوری گاز داخل می‌شود. همچنین در تمامی نمودارها افزایش عدد رینولدز در سرعت یکسان که بیانگر کاهش ویسکوزیته مایع است، موجب افزایش بیشینه نرخ رشد موج و کاهش طول شکست اولیه می‌شود.



(الف)

$Wel=Wes=1000$, $Weo=30$, $gi=go=0.00123$, $h=0.9$



(ب)

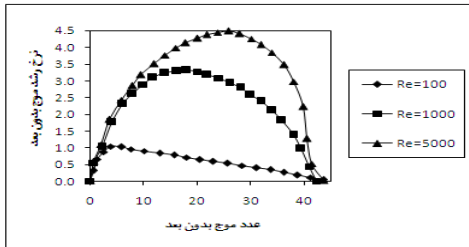
$Wel=Wes=1000$, $Weo=30$, $gi=go=0$

شکل (۳): (الف) نمودار نرخ رشد موج با جریان محوری گاز خارج و جریان محوری و چرخشی مایع، (ب) نمودار طول شکست با جریان محوری گاز خارج و جریان محوری و چرخشی مایع.

شکل ۴- الف شرایط دارای جریان محوری گاز داخل و خارج را نشان می‌دهد. این حالت مطابق شکل‌های ۴- الف و ۴- ب در مقایسه با نمودارهای قبلی موجب بهبود در افزایش بیشینه نرخ رشد موج و کاهش طول شکست اولیه جت مایع می‌شود. شکل‌های ۵- الف و ۵- ب بیانگر حالتی هستند که گاز داخل دارای جریان محوری و چرخشی بوده و جریان گاز خارجی وجود ندارد.

افزایش بیشینه نرخ رشد موج و در نتیجه طول شکست اولیه تأیید می‌شود.

همچنین شکل‌های ۷-الف و ۷-ب حالت دارای ترکیب جریان محوری و چرخشی گاز داخل و خارج را نشان می‌دهند. بر اساس این دو نمودار و در مقایسه با نمودارهای دیگر، ترکیب دو جریان، موجب ایجاد بیشترین مقدار بیشینه نرخ رشد موج و کمترین مقدار طول شکست اولیه جت مایع می‌گردد.



(الف)

$Wel=Wes=1000$, $Wei=Wesi=30$, $Weo=Weso=30$, $gi=go=0.00123$, $h=0.9$



(ب)

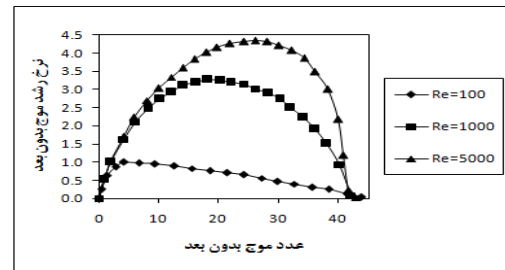
$Wel=Wes=1000$, $Wei=Wesi=30$, $Weo=Weso=30$, $gi=go=0.00123$, $h=0.9$

شکل (۷): الف) نمودار نرخ رشد موج با جریان محوری و چرخشی گاز داخل و خارج و جریان محوری و چرخشی مایع، ب) نمودار طول شکست با جریان محوری و چرخشی گاز داخل و خارج و جریان محوری و چرخشی مایع.

۶- نتیجه‌گیری

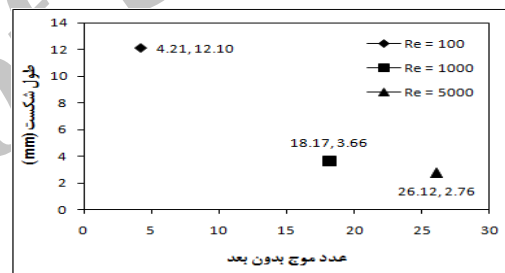
در مقاله حاضر، نتایج حاصل از حل عددی معادله نرخ رشد موج نشان می‌دهد که در حالت کلی و با اعداد وبر بالا (در حدود بیشتر از ۲ برای گاز) [۱]، تأثیر جریان گاز خارجی اسپری مخروطی توخالی چرخان با مؤلفه سرعت محوری و چرخشی بیشتر از جریان گاز داخلی است. ترکیب جریان داخلی و خارجی نیز از هر دو حالت مؤثرتر است. همچنین عوامل افزایشدهنده نرخ رشد موج (فرکانس موج) طول شکست اولیه و قطر قطرات

شکل‌های ۶-الف و ۶-ب شرایط دارای جریان محوری و چرخشی گاز خارج و عدم وجود جریان گاز داخل را نشان می‌دهند. این حالت در مقایسه با چرخشی بودن گاز داخل (شکل ۵-الف و ۵-ب) وضعیت بهتر و در مقایسه با حالت بدون چرخش گاز خارج (شکل ۳-الف و ۳-ب) موجب کاهش بیشینه نرخ رشد موج و افزایش طول شکست اولیه می‌شود.



(الف)

$Wel=Wes=1000$, $Weo=Weso=30$, $gi=go=0.00123$



(ب)

$Wel=Wes=1000$, $Weo=Weso=30$, $gi=go=0.00123$, $h=0.9$

شکل (۶): الف) نمودار نرخ رشد موج با جریان محوری و چرخشی گاز خارج و جریان محوری و چرخشی مایع و ب) نمودار طول شکست با جریان محوری و چرخشی گاز خارج و جریان محوری و چرخشی مایع.

۵- اعتبارسنجی نتایج

همان‌گونه که در توضیحات انتهای بخش مقدمه از مراجع [۵-۱۰] درخصوص فرضیه‌های مدل‌ها ذکر شد، هرکدام از نویسندگان جهت سادگی مدل‌سازی یکی از پارامترهای ویسکوزیته مایع یا چرخش جریان مایع یا گاز را در نظر نگرفتند. ولی در مقایسه کار حاضر با مدل‌سازی جریان غیرلزج مرجع [۱۰] به دلیل نزدیکی شرایط، نتایج مشابه حاصل می‌شود. در مقاله مذکور آمده است که در شرایط چرخشی بودن جریان سرعت بالای مایع، جریان چرخشی و یا محوری گاز خارج نقش غالب را در اتمیزاسیون ایفا می‌نماید. همچنین تأثیر مثبت ترکیب جریان چرخشی و محوری گاز داخل و خارج نیز روی

6. Liao, Y., Jeng, S.M., Jog, M.A., and Benjamin, M.A. "Advanced Sub-Model for Airblast Atomizers", *J. Propulsion Power* Vol. 17, No. 2, pp. 411-417, 2001.
 7. Liao, Y., Jeng, S.M., Jog, M.A., and Benjamin, M.A. "Instability of an Annular Liquid Sheet Surrounded by Swirling Airstreams", *AIAA J.* Vol. 38, No. 3, pp. 453-460, 2000.
Liao, Y., Jeng, S.M., Jog, M.A., and Benjamin, M.A. "Comprehensive Model to Predict Simplex Atomizer Performance", *J. Engng. Gas Turbines Power*, Vol. 121, No. 2, pp. 285-294, 1999.
 8. Ibrahim, A.A., Jog, M.A., and Jeng, S.M. "Effect of Liquid Swirl Velocity Profile on the Instability of a Swirling Annular Liquid Sheet", *Atomization Spray*, Vol. 16, No. 3, pp. 237-263, 2006.
 9. Ibrahim, A.A. and Jog, M.A. "Effect of Liquid and air Swirl Strength and Relative Rotational Direction on the Instability of an Annular Liquid Sheet", *Acta Mechanica*, Vol. 186, No. 1, pp. 113-133, 2006.
 10. Ghodsi, S.R.M., Taeibi-Rahni, M. Ramezani-Zadeh, D., and Jarrah-Bashi. "Simulation of 3-D Turbulent Jet-into-Cross Flow, Using Hybrid LES/URANS Approach", *Aero. Mech. J.* Vol. 7, No. 3, pp. 39-52, 2011.
- سوخت را کاهش داده و در نتیجه موجب بهبود احتراق و کاهش مصرف سوخت ویژه و کاهش انتشار آلاینده‌های زیست محیطی می‌شوند.

۷- مراجع

1. Senecal, P.K., Schmidt, D.P., Nouar, I., Rutland, C.J., Reitz, R.D., and Corradini, M.L. "Modeling High-Speed Viscous Liquid Sheet Atomization", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 25, No. 6, pp. 1073-1097, 1999.
2. Ashraf, I. "Comprehensive Study of Internal Flow Field and Linear and Nonlinear Instability of an Annular Liquid Sheet Emanating from an Atomizer", Ph.D. Thesis, Univ. of Cincinnati, UMI Number: 3231127, 2006.
3. Panton, R.L. "Incompressible flow", John Wiley and Sons, ISBN: 0471593583, 1996.
4. Reitz, R.D. "Spray Technology Short Course", Wisconsin Univ., May 7, 1996.
5. Shen, J., Li, X., "Instability of an Annular Viscous Liquid Jet", *Acta Mech.* Vol. 114, No's. 1-4, pp. 167-183, 1996.

Archive of SID