

اثر سیم‌های SMA بر ارتعاشات آزاد پانل

ساندویچی-کامپوزیتی حافظه‌دار

علی مظفری^۱، محمدکرمی^۲ و امیرحسین آذرنیا^۳

دانشکده هوافضا

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

(تاریخ دریافت: ۹۲/۱۲/۰۱؛ تاریخ پذیرش: ۹۳/۰۳/۲۲)

چکیده

در مقاله حاضر، اثر آلیاژهای حافظه‌دار بر روی رفتار ارتعاشات آزاد پانل‌های ساندویچی-کامپوزیتی با هسته انعطاف‌پذیر بررسی شده است. تعبیه سیم‌های حافظه‌دار SMA، با توجه به ویژگی‌های این آلیاژ می‌تواند بر فرکانس‌ها و رفتار ارتعاشات آزاد این گونه سازه‌ها اثرگذار باشد. جهت بررسی اثر پارامترهای مختلف الیاف حافظه‌دار تعبیه شده در رویه‌های فوقانی و تحتانی ورق ساندویچی-کامپوزیتی بر روی فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای مختلف پانل، در رویه‌ها که به شکل ورق‌های کامپوزیت چندلایه هستند از تئوری برشی مرتبه اول (FSDT) و در هسته میانی از تئوری بهبود یافته مرتبه بالای صفحات ساندویچی (IHSAPT) استفاده شده است. به طوری که در معادله‌ها، اثرات اینرسی هسته میانی و رویه‌ها به طور کامل لحاظ می‌گردد. معادلات برای شرایط مرزی تکیه‌گاه ثابت به صورت تحلیلی و با استفاده از اصل همیلتون به دست می‌آید که تنش بازبایی ناشی از تحریک سیم‌های SMA تعبیه شده در رویه‌ها به صورت کار نیروهای خارجی در نظر گرفته می‌شود. PDE استخراج شده از طریق اعمال روش گالرکین ساده و حل می‌شود.

واژه‌های کلیدی: پانل ساندویچی، آلیاژ حافظه‌دار (SMA)، اصل همیلتون، ارتعاشات آزاد

The Effects of Embedded SMA Wires on Free Vibrations of Shape Memory Sandwich-Composite Panel

A. Mozaffari, M. Karami and A.H. Azarnia

Aerospace Engineering Department

K. N. Toosi University of Technology

(Received: 20 February, 2014; Accepted: 12 June, 2014)

ABSTRACT

Effects of embedded Shape Memory Alloys (SMA) on free vibrations of sandwich-composite panels with a flexible core are investigated. Embedded SMA Wires, according to the characteristics of these alloys, can be effective on frequency and vibration's behavior of these structures. At this study, the SMA wires (NiTiNol) are symmetrically embedded at mid-plan of top and bottom faces which is composite multilayer. For investigation of the effects of various parameters of this wires on natural frequency and shape mode, at the face plates the first order shear deformation theory (FSDT) and for flexible mid-core the Improved high-order theory of sandwich plates (IHSPT) are used so that inertia effects of middle core and face plates are fully considered. Equations for simple boundary conditions, is obtained analytically using Hamilton's principle. Recovery stresses generated by the excitation of built-in SMA wires, is assumed as the work of external forces. Result partial differential equations (PDE) by applying the Galerkin method simple and dissolved.

Keywords: Sandwich Panel, FSDT– IHSPT (SMA), Hamilton's Principle, Free Vibration

۱- دانشیار (نویسنده پاسخگو): mozaffari@kntu.ac.ir

۲- کارشناس ارشد: mohammadkarami61@gmail.com

۳- کارشناس ارشد: azar6344@gmail.com

۱- مقدمه

پوسته بیرونی تمام سازه‌های هوایی و فضایی مافوق صوت، تحت اثر بارهای حرارتی ناشی از گرمایش آیرودینامیکی هستند. این افزایش دما در پوسته با انتقال به سطوح درونی سازه می‌تواند منجر به القاء کمناش گرمایی و ناپایداری دینامیکی گردد. با توجه به تحقیقات انجام شده در سال‌های اخیر، برای کنترل ناپایداری‌ها و مشخصه‌های ارتعاشی پانل‌های متأثر از گرما، از سازه‌های هوشمند (حافظه‌دار) استفاده می‌شود. سازه‌های هوشمند، سازه‌هایی هستند که آلیاژهای هوشمند نظیر مواد پیزوالکتریک، مگنتوالکتریک و آلیاژهای حافظه‌دار یا SMA^۱ در ساخت آن استفاده شده‌اند. از جمله این سازه‌ها، کامپوزیت‌هایی هستند که سیم‌های SMA از جنس نایتینول^۲ به‌عنوان تقویت کننده در صفحه میانی آن با درصد حجمی خاص در جهات مختلف تعبیه شده‌اند.

از اوایل سال ۱۹۸۰ آلیاژهای حافظه‌دار در زمینه‌های وسیعی از جمله تعدیل رفتار آیروالاستیسیته آنتن ماهواره‌ها، کنترل ارتعاش سازه‌های فضایی، کنترل ارتعاش سطوح کنترلی هواپیماها و حتی در شبیه‌سازی‌های پزشکی مورد استفاده قرار گرفته است، توسعه و گسترش فناوری‌های مختلف با کاربرد این آلیاژها همچنان ادامه دارد. سازوکار اصلی که خواص منحصر به فرد SMA را ایجاد می‌کند، مربوط به پروسه تغییر شکل کریستالی این آلیاژ است. به این معنی که ساختار مارتنزیتی در دمای پایین با افزایش دما به ساختار آستنیتی تبدیل می‌شود و در هنگام سرد کردن فرآیند معکوس رخ خواهد داد. در حالی که مواد دیگر به‌وسیله لغزش و حرکت نابجایی‌ها تغییر شکل می‌یابند، آلیاژهای حافظه‌دار به‌وسیله تغییر جهت ساده ساختار کریستال‌های خود و از طریق مرزهای دوقلوبی به تنش‌های اعمال شده، عکس‌العمل نشان می‌دهند. اگر در این آلیاژها در دمای پایین، هنگامی که فاز مارتنزیت حاکم است، تغییر فرم پلاستیکی روی دهد، ساختار کریستالی دو قلوشده‌ای برای آلیاژ ایجاد می‌شود. با گرم کردن آلیاژ تغییر شکل یافته تا دمای شروع فاز آستنیت شکل اولیه بازیافت می‌شود. درحقیقت در اثر فرآیند برگشت به شکل اولیه، تنش‌هایی در آلیاژ تولید می‌شود که این تنش باعث تحریک می‌شود. این تنش‌های حاصل، تنش بازیافتی خوانده می‌شود. فنی که با این تنش به بررسی رفتار سازه می‌پردازد، به

فن^۳ (ASET) موسوم است. در این فن، سیم‌های SMA قبل از جایگذاری در سازه، ابتدا با کرنش ۸-۶ درصدی مواجه شده و با تعبیه در سازه در نقاط مرزی سامانه مقید می‌گردد. با اعمال جریان الکتریکی از داخل این سیم‌ها، گرمای الکتریکی تولید شده در آن منجر به شروع استحاله فازی معکوس و بازیابی طول اولیه سیم‌ها گردیده که ممانعت از بازیابی شکل اولیه در قیود مذکور باعث اعمال تنش بازیابی به‌صورت نیروی متمرکز می‌شود. همچنین با صرف‌نظر از تنش بازیافتی القاء شده از الیاف SMA به سازه، فن کنترلی دیگری به نام^۴ (APT) ارائه می‌گردد. در این فن، الیاف SMA بدون تغییر طول در سازه تعبیه می‌شوند. با تغییر مدول یانگ SMA در طول استحاله فازی، سختی کل سازه نیز تغییر می‌کند که این مسئله در پاسخ دینامیکی ورق به تغییرات شرایط محیطی مؤثر است. بهبود توزیع تنش و کرنش، بهبود خواصی چون مدول یانگ و تنش تسلیم و توانایی کنترل رفتار سامانه، از آثار مفید تنش‌های بازیافتی می‌باشد [۱]. در شکل ۳ رابطه تنش بازیافتی را با توجه به پیش‌کرنش‌های متفاوت و افزایش دما می‌توان مشاهده کرد.

پانل‌های ساندویچی نیز در حدود نیم قرن است که در صنایع مختلف به‌کار می‌روند. یک پانل ساندویچی، به‌طور عمومی متشکل از دو رویه با جنس فلزی یا ورق‌های چندلایه کامپوزیتی و یک هسته از نوع لانه زنبوری می‌باشد که در جهت عمودی سفت و در جهت افقی انعطاف‌پذیر است. در سال‌های اخیر، فوم‌های پلاستیکی جایگزین هسته‌های لانه زنبوری شده‌اند. در این وضعیت رفتار هسته به‌واسطه انعطاف‌پذیری آن در جهت عمودی، با اثرات موضعی ناشی از جابه‌جایی‌ها و تنش‌های موضعی، مرتبط می‌گردد. در نتیجه این موضوع می‌تواند بر ایمنی کل پانل تأثیرگذار باشد [۲]. در تحقیق حاضر، رفتار ارتعاشات آزاد پانل ساندویچی - کامپوزیتی هوشمند مورد مطالعه قرار گرفته است. در پانل مذکور هسته از نوع انعطاف‌پذیر عرضی (فوم) است که رویه‌های کامپوزیتی آن حاوی الیاف SMA در جهات مختلف می‌باشد. در رویه‌ها از تئوری برشی مرتبه اول و در هسته تئوری مرتبه بالای ارتقاء یافته^۵ استفاده شده است. روش به‌کار رفته برای بسط میکرومکانیک کامپوزیت مرکب حافظه‌دار از مرجع [۳] گرفته شده است. در این روش، خواص لایه‌های کامپوزیتی رویه شامل الیاف معمولی گرافیت و ماتریس اپوکسی ابتدا با استفاده از

3- Active StrainEnergy Tuning

4- Active Property Tuning

5- IHSPT

1- Shape Memory Alloy

2- Nitinol

کمانش ورق می‌شود [۶]. خلیلی و همکارانش نیز در سال ۲۰۰۷ اثر سیم‌های SMA را بر روی خمش، کرنش صفحه‌ای و تنش در سازه را بررسی کردند. نتایج آنها مبین نقش مهم کسر حجمی و بعضی پارامترهای دیگر این الیاف در پاسخ دینامیکی و طراحی سازه است [۷]. لی^۵ تحقیقاتش را با استفاده از یک کد ABAQUS برای بررسی اثر سیم‌های SMA تعبیه شده بر روی مشخصه‌های کمانش ورق کامپوزیتی لایه‌ای ادامه داد. سیم‌های تحریک شده SMA که در جهت کمانش ورق تعبیه شده‌اند، مقاومت کمانش و افزایش نیروی بحرانی کمانش را برای شرایط مرزی تکیه‌گاه ثابت نشان می‌دهد [۸]. فرضیه‌های به‌کار گرفته شده برای پانل ساندویچی کامپوزیتی در این مقاله، مطابق با مرجع [۵] و اثر آلیاژهای حافظه‌دار مبتنی بر مراجع [۳ و ۶] است.

۲- معادله حرکت حاکم

با اعمال تئوری مرتبه اول برشی (FSDT) برای رویه‌ها و در نظر گرفتن کل نیروهای اینرسی هسته میانی و رویه‌ها، ممان‌های اینرسی و تغییر شکل‌های برشی در هسته میانی و رویه‌ها (IHSPT)، جهت دستیابی به روابط حاکم بر این پانل از روش انرژی و اصل همیلتون استفاده می‌گردد. طبق تئوری برشی مرتبه اول روابط جابه‌جایی به‌صورت زیر نوشته می‌شود [۵]:

$$\begin{aligned} u_j(x, y, z, t) &= u_{0j}(x, y, t) + z\gamma_{xj} \\ v_j(x, y, z, t) &= v_{0j}(x, y, t) + z\gamma_{yj} \\ w_j(x, y, z, t) &= w_{0j}(x, y, t), \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن، u_{0j}, v_{0j}, w_{0j} به ترتیب تغییر مکان در جهت‌های x, y و z برای صفحه میانی رویه بالا و پایین بوده و γ_{xj} و γ_{yj} نشان‌دهنده چرخش لایه‌ها می‌باشد ($j=t, b$). بنابراین، برای روابط سینماتیکی معادلات به‌شرح زیر می‌باشد [۸]:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{xj} \\ \epsilon_{yj} \\ \gamma_{xyj} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{0j,x} \\ v_{0j,y} \\ u_{0j,y} + v_{0j,x} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \psi_{xj,x} \\ \psi_{yj,y} \\ \psi_{xj,y} + \psi_{yj,x} \end{Bmatrix}, \quad (2)$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w_{0,x} + \psi_x \\ w_{0,y} + \psi_y \end{Bmatrix}. \quad (3)$$

از اصل همیلتون^۶ به‌صورت زیر استفاده می‌شود [۲]:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(U + V - T) dt = 0, \quad (4)$$

میکرومکانیک مناسب محاسبه می‌شوند، سپس با اضافه کردن الیاف حافظه‌دار و استفاده از همان مدل میکرومکانیک، که کامپوزیت معمولی را به‌عنوان ماتریس ایزوتروپیک عرضی در نظر می‌گیرد، خواص کامپوزیت مرکب محاسبه می‌شود.

در ادامه رابطه تنش-کرنش اصلاح شده با رابطه تنش بازیافتی الیاف SMA تعبیه شده در رویه‌ها نیز استخراج می‌گردد. تغییرات عملکرد دینامیکی پانل تحت تنش بازیابی الیاف SMA نسبت به حالت ارتعاشات آزاد بدون الیاف حافظه‌دار بررسی شده است. به کمک تئوری^۱ IHSPT، می‌توان اثرات ناشی از الگوهای غیرخطی جابه‌جایی‌های صفحه‌ای و عمودی در هسته میانی را بر حسب تغییرات ارتفاع بررسی کرد. رویه‌ها و ورق می‌توانند همزمان متقارن یا نامتقارن باشند. با توجه به این که در ورق‌های ساندویچی هسته میانی تحمل شرایط تکیه‌گاهی را ندارد، بنابراین شرایط مرزی فقط روی رویه‌ها اعمال می‌شود [۲]. شرایط تکیه‌گاهی در اطراف رویه‌های بالا و پایین به‌صورت ساده (کاملاً لولا) در نظر گرفته شده است. در دستیابی به معادلات حاکم^۲ بر پانل مذکور از اصل همیلتون استفاده گردیده که شامل استنتاج معادلات حاکم، همراه با شرایط مرزی مناسب می‌باشد. از روش گالرکین نیز برای ساده‌سازی و حل این معادلات استفاده شده است. تاکنون تعدادی از مقالات به بحث در مورد تأثیر الیاف SMA بر روی عملکرد دینامیکی ورق‌های کامپوزیتی پرداخته‌اند.

استاچوویچ^۳ و همکارانش در سال ۲۰۰۰، اثر الیاف SMA را در تغییرات فرکانس طبیعی و کمانش حرارتی یک ورق کامپوزیت چندلایه را بررسی کرده و معادلات آن را براساس روش المان محدود تشریح کرده‌اند. آنها نشان دادند که تحریک الیاف SMA تأثیر زیادی در افزایش فرکانس طبیعی سازه دارد [۴]. ملک‌زاده و همکارانش در سال ۲۰۰۶ میلادی برای تحلیل پاسخ دینامیکی مرتبه بالای پانل ساندویچی دارای هسته انعطاف‌پذیر به ضربه سرعت پایین، معادلات حاکم بر این پانل را به‌دست آوردند [۵]. شیبه یائوکو^۴ و همکارانش در سال ۲۰۰۹ اثرات SMA را بر روی رفتار کمانش یک ورق کامپوزیتی به روش المان محدود بررسی کردند و ماتریس سختی و ماتریس سختی ناشی از تنش بازیافتی وابسته به دما را برای این ورق محاسبه کردند. آنها نشان دادند تمرکز این الیاف در ناحیه میانی ورق، باعث بهبود محسوس بار

1- Improved High-order Sandwich Plates Theory

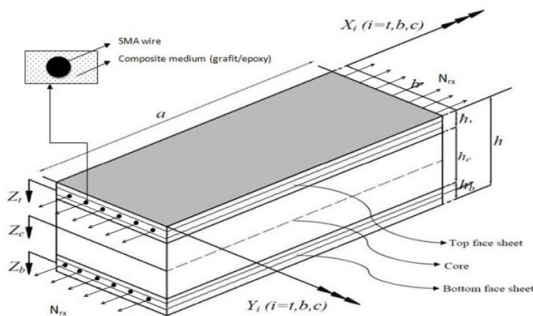
2- Governing Equations

3- Ostachowicz

4- Shih-Yao Kuo

5- Lee

6- Hamilton's Principle



شکل (۱): پانل ساندویچی-کامپوزیتی حافظه‌دار [۱۰].

تغییرات مرتبه اول کار نیروهای خارجی صفحه‌ای حاوی نیروهای بازیافتی سیم‌های نایتینول به صورت زیر است [۶ و ۹]:

$$\delta V = - \int_V [\bar{N}_{xi} \left(\frac{\partial^2 w_{0i}}{\partial x^2} \right) + \bar{N}_{yi} \left(\frac{\partial^2 w_{0i}}{\partial y^2} \right) + 2\bar{N}_{xyi} \left(\frac{\partial^2 w_{0i}}{\partial x \partial y} \right)] dV \delta w_{0i} \quad (7)$$

که در آن، \bar{N}_{ji} بارهای خارجی از نوع درون صفحه‌ای می‌باشند که ماهیت تنش دارند و در تحقیق حاضر نیروی بازیافتی ناشی از استحاله فازی سیم‌های نایتینول تعبیه شده در رویه‌های بالا و پایین پانل است ($j=x, y$ و $i=t, b$).

در این مقاله، نیروهای صفحه‌ای خارجی تنها شامل تنش‌های صفحه‌ای در راستای x است که القاء شده از نیروهای بازیافتی ناشی از استحاله فازی سیم‌های نایتینول به رویه‌ها می‌باشد. این تنش‌ها به شرح زیر نوشته می‌شوند و در آن، N^r نیروی بازیافتی از تحریک سیم‌های SMA است که به صورت تنش کششی بر رویه‌ها اعمال می‌شود [۶].

$$N^r = \iint_{A_w} [\varepsilon_0 - \alpha_s (T - T_0)] E_s dA_w = \alpha' h_s V_s \quad (8)$$

در معادله بالا، E_s و α_s و A_w و h_s و V_s و T_0 و T به ترتیب مربوط به مدول کشسانی، ضریب انبساط حرارتی، سطح مقطع و ضخامت لایه (هیبریدی) محتوی SMA، کسر حجمی نایتینول موجود در لایه و دمای مرجع و دمای حاضر است. ε_0 نیز پیش کرنش مربوط به سیم‌های نایتینول است [۴].

۳- روابط ساختاری

روابط ساختاری برای ورق کامپوزیت مرکب چندلایه با اثرات نیروی بازیافتی الیاف نایتینول (SMA) ادغام گردیده و روابط تنش-کرنش اصلاح شده به دست می‌آید [۲ و ۶]:

که در آن، T ، U و V به ترتیب معرف انرژی جنبشی، کار نیروهای خارجی و انرژی پتانسیل درونی پانل می‌باشد. δ نیز اپراتور تغییرات است. متغیر t زمان را نشان می‌دهد و انتگرال گیری فوق در بازه زمانی $t_1 - t_2$ انجام می‌شود. تغییرات مرتبه اول انرژی جنبشی با فرض شرایط همگن برای سرعت‌ها و تغییر مکان‌ها در لحظات t_1 و t_2 به صورت زیر انجام می‌گیرد:

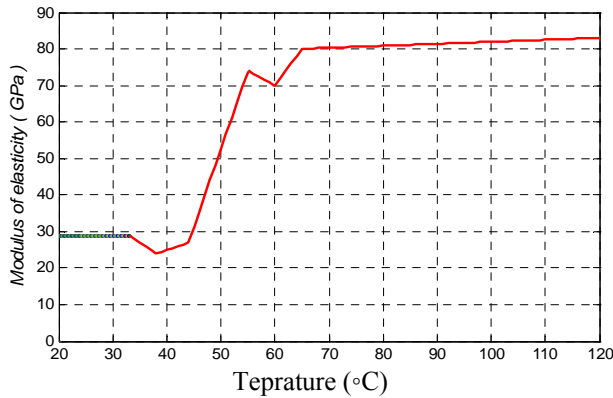
$$\delta T = - \int_{t_1}^{t_2} \int_{V_j} \rho_j [\ddot{u}_j \delta u_j + \dot{v}_j \delta v_j + \dot{w}_j \delta w_j] dV_j dt, \quad (5)$$

که در آن، u ، v و w به ترتیب مبین تغییر مکان‌هاست و t ، b ، c می‌باشد [۹]. تغییرات مرتبه اول انرژی پتانسیل درونی بر حسب کرنش‌های مجازی به صورت زیر است:

$$\delta U = \int_{t_1}^{t_2} \int_{V_j} [\sigma_{xx}^j \delta \varepsilon_{xx}^j + \sigma_{yy}^j \delta \varepsilon_{yy}^j + \tau_{xy}^j \delta \gamma_{xy}^j + \tau_{xz}^j \delta \gamma_{xz}^j + \tau_{yz}^j \delta \gamma_{yz}^j] dV dt + \int_{t_1}^{t_2} \int_{V_c} [\tau_{xz}^c \delta \gamma_{xz}^c + \tau_{yz}^c \delta \gamma_{yz}^c + \sigma_{zz}^c \delta \varepsilon_{zz}^c] dV dt, \quad (6)$$

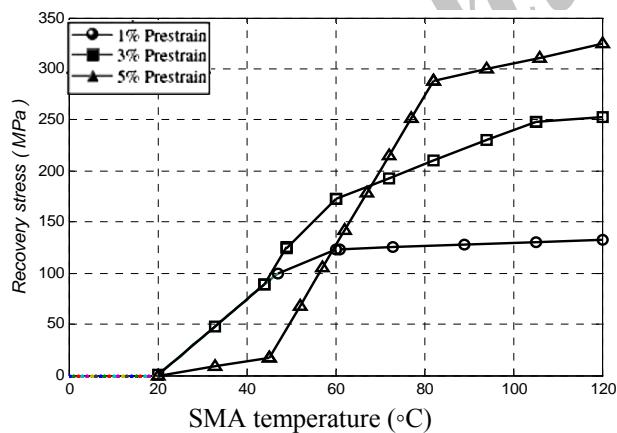
که در آن، σ_{ii} و ε_{ii} به ترتیب تنش‌ها و کرنش‌های نرمال در جهت x و y و z و τ_{iz} و γ_{iz} با توجه به ($i=x$ یا y) به ترتیب تنش‌ها و کرنش‌های برشی قائم در هسته میانی می‌باشند. σ_{zz}^c و ε_{zz}^c به ترتیب تنش‌ها و کرنش‌های نرمال در جهت قائم در هسته میانی می‌باشند [۵]. همان‌طور که در قبل بیان شد، در تئوری مرتبه بالای بهبود یافته (IHSPT) در ۲۰۰۷ تنش‌های صفحه‌ای در هسته انعطاف‌پذیر در نظر گرفته نشده است [۸]. V_b ، V_t و V_{core} به ترتیب حجم‌های رویه‌های فوقانی و تحتانی و هسته میانی می‌باشند. فن فرض شده برای جایگذاری سیم‌های SMA در رویه‌های کامپوزیتی پانل مذکور فن ASET است [۱۰]. در این روش طول سیم‌های SMA تا محدوده پلاستیک افزایش یافته و بدون هیچ‌گونه تنشی در صفحه میانی رویه‌های کامپوزیتی فوقانی و تحتانی پانل در راستای محور x تعبیه و مقید می‌شوند که نتوانند در صورت واقع شدن در دماهای بالاتر از دمای شروع فاز آستنیت به ابعاد طبیعی خود بازگردند (شکل ۱). این ممانعت منجر به تولید تنش بازیافت کششی^۱ می‌گردد که به صورت نیروی صفحه‌ای (یا متمرکز) \bar{N}_x و \bar{N}_y به صفحه میانی رویه‌های پانل در جهات ۱ و ۲ اعمال می‌شوند (اثر حافظه شکل سیم‌های حافظه‌دار) [۱۰].

به صورت تحلیلی نیز محاسبه نمود، ولی در کار حاضر تغییرات این پارامتر مطابق مرجع [۶] در بازه‌های دمایی کوچک به صورت خطی فرض و از شکل ۲ استفاده می‌شود:



شکل (۲): تغییرات مدول الاستیک سیم SMA با افزایش دما.

{ σ^r } یا تنش بازیافتی که تابعی از دما و پیش کرنش است را می‌توان به روش‌های تحلیلی (رابطه ۸) و تجربی به دست آورد. در بسیاری از مراجع، مقدار تنش بازیافتی از منحنی‌های تنش بازیابی برحسب دمای سیم نایتینول (نمودار ۲) استخراج شده است. در این کار تغییرات تنش بازیابی با پیش کرنش‌های متفاوت در بازه‌های کوچک دمایی به صورت خطی فرض، محاسبه و در ادامه از آن استفاده می‌شود [۶].



شکل (۳): تنش بازیابی σ_r برحسب دمای الیاف SMA برای پیش کرنش‌های مختلف.

با انتگرال‌گیری از روابط تنش-کرنش اصلاح شده (رابطه ۹) در ضخامت لایه‌های ورق روابط ساختاری به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} + V_s \begin{Bmatrix} \sigma_1^r \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}$$

که در آن، $[Q_{ij}]$ ماتریس سختی کاهش یافته برای ورق‌های کامپوزیت هیبریدی (ورق متشکل از گرافیت/اپوکسی به عنوان بستر کامپوزیت و سیم‌های نایتینول به عنوان الیاف) می‌باشد و به صورت زیر محاسبه می‌شود [۶]:

$$\begin{aligned} Q_{11} &= E_1 / (1 - \nu_{12}\nu_{21}) \\ Q_{12} &= \nu_{21} E_1 / (1 - \nu_{12}\nu_{21}) \\ Q_{22} &= E_2 / (1 - \nu_{12}\nu_{21}) \\ Q_{66} &= G_{12} \end{aligned} \quad (10)$$

همان‌طور که بیان شد، فرمولاسیون استفاده شده برای محاسبه ثابت‌های هندسی و خواص لایه حافظه‌دار نیز براساس قانون ترکیب است که برای گسترش مدل میکرومکانیکی ورق کامپوزیت معمولی به کار گرفته می‌شود [۶]. این ثابت‌ها برای لایه مرکب حافظه‌دار به صورت جدول ۱ نوشته می‌شود:

جدول (۱): روابط قانون ترکیب.

E_1	$E_{1m}V_m + E_sV_s$
E_2	$E_{2m}E_s / (E_{2m}V_s + E_sV_m)$
u_{12}	$u_{12m}V_m + u_sV_s$
u_{21}	$u_{21m}V_m + u_sV_s$
G_{12}	$G_{12m}G_s / (G_{12m}V_s + G_sV_m)$
G_{23}	$G_{23m}V_m + G_sV_s$

رابطه بین کسر حجمی الیاف حافظه‌دار تعبیه شده در کامپوزیت و کسر حجمی کامپوزیت معمولی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$V_m = 1 - V_s \quad (11)$$

پارامترهای E, V, G و به ترتیب بیانگر مدول الاستیسیته، کسر حجمی، ضریب پواسون و مدول برشی می‌باشند.

اندیس‌های m و s معرف خواص سیم‌های نایتینول و بستر کامپوزیت است. اندیس‌های ۱ و ۲ نیز مبین جهات x و y است. مدول الاستیسیته سیم‌های نایتینول ($E_s(t)$) که وابسته به دمای سیم‌های SMA است را همانند تنش بازیافتی می‌توان

$$\begin{aligned}
 N_{xx,x}^t + N_{xy,y}^t + t_{xz}^c (z_c = 0) &= I_{0t} \ddot{u}_{0t} \\
 N_{yy,y}^t + N_{xy,x}^t + t_{yz}^c (z_c = 0) &= I_{0t} \ddot{v}_{0t} \\
 Q_{x,x}^t + Q_{y,y}^t + \bar{N}_{xt} + s_{zz}^c (z_c = 0) &= I_{0t} \ddot{w}_{0t} \\
 N_{xx,x}^b + N_{xy,y}^b - t_{xz}^c (z_c = c) &= I_{0b} \ddot{u}_{0b} \\
 N_{yy,y}^b + N_{xy,x}^b - t_{yz}^c (z_c = c) &= I_{0b} \ddot{v}_{0b} \\
 Q_{x,x}^b + Q_{y,y}^b + \bar{N}_{xb} - s_{zz}^c (z_c = c) &= I_{0b} \ddot{w}_{0b} \quad (16) \\
 M_{xx,x}^t + M_{xy,y}^t - Q_x^t + t_{xz}^c (z_c = 0) &= I_{2t} \ddot{v}_{xt} \\
 M_{yy,y}^t + M_{xy,x}^t - Q_y^t + t_{yz}^c (z_c = 0) &= I_{2t} \ddot{v}_{yt} \\
 M_{xx,x}^b + M_{xy,y}^b - Q_x^b - t_{xz}^c (z_c = c) &= I_{2b} \ddot{v}_{xb} \\
 M_{yy,y}^b + M_{xy,x}^b - Q_y^b + t_{yz}^c (z_c = c) &= I_{2b} \ddot{v}_{yb} \\
 t_{xz,x}^c + t_{yz,y}^c + s_{zz}^c &= r_{xz}^c \\
 t_{xz,z}^c = r_{xz}^c, t_{yz,z}^c = r_{yz}^c &
 \end{aligned}$$

که در روابط فوق، W_{0t}, W_{0b}, W_c به ترتیب جابه‌جایی عرضی رویه فوقانی، تحتانی و هسته است. u_c, u_{0b}, u_{0t} جابه‌جایی در راستای x برای رویه فوقانی، تحتانی و هسته است. t_{xz}^c, t_{yz}^c و s_{zz}^c در $(z_c = 0, z)$ به ترتیب، تنش‌های برشی و نرمال قائم در سطح مشترک بالا و پایین هسته و رویه‌ها هستند. Q_x^j و Q_y^j نیروهای برشی توزیع شده بر واحد طول لبه‌های پانل به ترتیب در راستای x و y است $(j = t, b)$. r_b و r_t به ترتیب چگالی رویه‌های بالا و پایین است. ممان اینرسی لایه‌ها به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned}
 I_{jb} &= \int_{-h_b/2}^{h_b/2} r_b z^j dz \\
 I_{jt} &= \int_{-h_t/2}^{h_t/2} r_t z^j dz \quad (17) \\
 j &= 0, 2
 \end{aligned}$$

۵- حل معادلات و به‌دست آوردن فرکانس‌های طبیعی سامانه

با استفاده از روابط (۲، ۱۴-۱۲) اعمال مشتقات جزئی آن در مجموعه معادلات (۱۶)، معادلات دینامیکی ارتعاشات آزاد پانل ساندویچی حافظه‌دار با هسته انعطاف‌پذیر به‌دست می‌آید. برای به‌دست آوردن پاسخ دینامیکی ارتعاشات آزاد ورق با هسته میانی انعطاف‌پذیر، می‌توان از روش حل با سری‌های فوریه استفاده کرد. برای ورق^۱ با لبه‌های لولا (تکیه‌گاه ساده)، توابع فوریه استفاده شده برای مؤلفه‌های جابه‌جایی، چرخش و تنش برشی در هسته عبارتند از [۵]:

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon \\ \psi \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N^r \\ M^r \end{Bmatrix}, \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} KA_{45}(w_{0,y} + \psi_y) + KA_{55}(w_{0,x} + \psi_x) \\ KA_{44}(w_{0,y} + \psi_y) + KA_{45}(w_{0,x} + \psi_x) \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^k (1, z, z^2) dz, \quad (14)$$

که در آن، N^r و M^r بردارهای بریند نیروهای بازیافتی و کوپل آن در واحد طول می‌باشند، که به‌وسیله الیاف SMA تولید شده‌اند. برای یک ورق لایه‌ای که الیاف نایتینول به‌طور متقارن و بالانس در لایه‌های آن تعبیه شده‌اند، $B = M^r = 0$ است. N و Q به ترتیب مؤلفه‌های محوری نیرو و نیروهای برشی هستند. A, B و D به‌عنوان ماتریس‌های سختی برشی، کوپل خمشی-برشی و خمشی معرفی می‌شوند. h ضخامت هر لایه است، K نیز فاکتور تصحیح برشی است که توسط مایندلین محاسبه شده است [۶].

با توجه به فرضیه‌های مسئله جاری مبنی بر اینکه دمای ناشی از القاء جریان الکتریکی فقط به سیم‌های نایتینول تعبیه شده در لایه اعمال می‌گردد، بنابراین هیچ‌گونه بار حرارتی یا میدان دمایی درونی و بیرونی بر رویه‌های بالا و پایین تأثیرگذار نمی‌باشد. بنابراین، برای رابطه (۷) معادله (۱۵) به‌شرح زیر می‌باشد:

$$\bar{N}_{xi} = N_i^r, \quad i = t, b. \quad (15)$$

۴- استخراج معادلات

با اعمال روش ذکر شده همیلتون (روش انرژی) و کلیه روابط، اعم از روابط سینماتیکی و سازگاری در رویه و هسته و استفاده از روابط حاکم بین مؤلفه‌های تنش و نیروهای صفحه‌ای و ممان‌های صفحه‌ای، نیروهای بازیافتی سیم‌های SMA، به مجموعه معادلات حاکم بر مسئله می‌توان دست یافت. با انتگرال‌گیری در جهت ضخامت و استفاده از روش انتگرال‌گیری جزء‌به‌جزء و صفر قرار دادن ضرایب تغییرات اول مؤلفه‌های تغییر مکان و چرخش و تنش برشی در رویه‌ها و هسته، می‌توان سامانه معادلات دیفرانسیلی حاکم بر پانل ساندویچی-کامپوزیتی حافظه‌دار (محتوی سیم‌های SMA) و معادلات شرایط مرزی را به‌دست آورد:

خواص آن از طریق نمودار ۲ و با استفاده از جدول ۲ و قانون ترکیب استخراج می‌شود.

جدول (۲): خواص مواد به کار رفته در پانل ساندویچی حافظه‌دار.

[90/0,SMA(0) /90/core/90/0,SMA(0) /90]			
a/h	h_c/h	a/b	Ks
۱۰	۰/۸۴	۱	۰/۳
properties	graphit-epoxy	SMA (NiTiNol)	Core (foam)
E_{11} (Gpa)	۱۵۵	Es(t)	۰/۱۱۳۵
E_{22} (Gpa)	۸/۰۷	Es(t)	۰/۱۱۳۵
E_{33} (Gpa)	۸/۰۷	Es(t)	۰/۱۱۳۵
G_{12} (Gpa)	۴/۵۵	۲۵/۶	۰/۰۱۸۸۶
G_{13} (Gpa)	۴/۵۵	۲۵/۶	۰/۰۱۸۸۶
G_{23} (Gpa)	۳/۲۵	۲۵/۶	۰/۰۱۸۸۶
u_{12}	۰/۲۲	۱/۳	۰/۳۲
u_{13}	۰	۰	۰
u_{23}	۰	۰	۰
r (kg/m^3)	۱۵۸۶	۶۴۵۰	۱۳۰

برای صحنه‌گذاری بر نتایج حاصل از تحریک سیم‌های نایتینول تعبیه شده در رویه‌های پانل ساندویچی حافظه‌دار، با کاهش ضخامت هسته و اعمال شرایط هندسی $a/h=150$ و $a/b=0.75$ ، $h_c/h=1/7$ این ورق ساندویچی هوشمند را با ورق کامپوزیتی مستطیلی با لایه‌های حافظه‌دار مرجع [۱] می‌توان مقایسه نمود. در ادامه با اعمال لایه‌چینی مندرج در مرجع [۱]، اثرات تنش بازیافتی سیم‌های SMA بر فرکانس طبیعی اول و دوم آن با نتایج ورق اورتوتروپ مرجع [۱] مقایسه می‌شود.

شکل ۴ بیانگر هماهنگی کافی بین فرکانس اول مرجع و کار حاضر است. در مود دوم اندکی اختلاف مشاهده می‌شود. این تفاوت بدین دلیل است که تمامی معادلات کار حاضر بر اساس وجود یک هسته ضخیم و انعطاف‌پذیر (فوم) محاسبه شده است. بنابراین، علت تفاوت فرکانس آن نسبت به لمینیت مرجع [۱] وجود یک لایه نرم در پانل حاضر می‌باشد. در شکل ۴ مشاهده می‌شود که افزایش تنش بازیابی اعمال شده به لایه‌ها منجر به افزایش فرکانس سامانه می‌شود.

$$\begin{bmatrix} u_{0j}(x,y,t) \\ v_{0j}(x,y,t) \\ w_{0j}(x,y,t) \\ \psi_{xj}(x,y,t) \\ \psi_{yj}(x,y,t) \\ \tau_{xz}^c(x,y,t) \\ \tau_{yz}^c(x,y,t) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \begin{bmatrix} u_{0jmn} \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \\ v_{0jmn} \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) \\ w_{0jmn} \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \\ A_{0jmn} \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \\ B_{0jmn} \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) \\ T_{cxmn} \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \\ T_{cymn} \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) \end{bmatrix} e^{i\omega t} \quad (18)$$

در رابطه فوق ضرایب فوریه در ماتریس سمت راست، وابسته به زمان هستند و m, n نیز به ترتیب تعداد نیم موج‌ها در جهت x و y می‌باشند. ω نیز فرکانس نوسانات (rad/s) و $j = t, b$ است.

با اعمال روش عددی گالرکین، می‌توان ماتریس جرمی و سختی سامانه مذکور را از معادلات فوق استخراج نمود. با توجه به اینکه در این مسئله المان‌هایی از آلیاژهای حافظه‌دار نیز موجود است که منجر به تولید نیروی بازیافتی در صفحه میانی لایه‌های رویه می‌شوند، بنابراین ماتریس سختی حاصل شده از دو ماتریس سختی هندسی سامانه و ماتریس سختی ناشی از تنش بازیافتی تشکیل شده است [۶]:

$$[K_s]_{10 \times 10} = [K_s] + [K_r] \quad (19)$$

بنابراین، مسئله با استخراج ماتریس‌های جرمی و سختی به یک مسئله استاندارد مقادیر ویژه تبدیل می‌شود.

$$[M]\{\ddot{c}\} + ([K_s] + [K_r])\{c\} = \{0\} \quad (20)$$

M و K_s ماتریس‌های $(10mn) \times (10mn)$ جرمی و سختی هندسی است. K_r ماتریس تعمیم یافته سختی ناشی از تنش بازیافتی سیم‌های SMA می‌باشد. بنابراین معادله (۲۱) به شرح زیر می‌باشد:

$$([K] - \omega^2 [M])\{c\} = 0 \quad (21)$$

با فرض $A = K^{-1}M = l$ معادله مشخص حاصل می‌شود که با صفر قرار دادن دترمینان ماتریس ضرایب آن مقادیر ویژه و فرکانس‌های طبیعی سامانه به دست می‌آید:

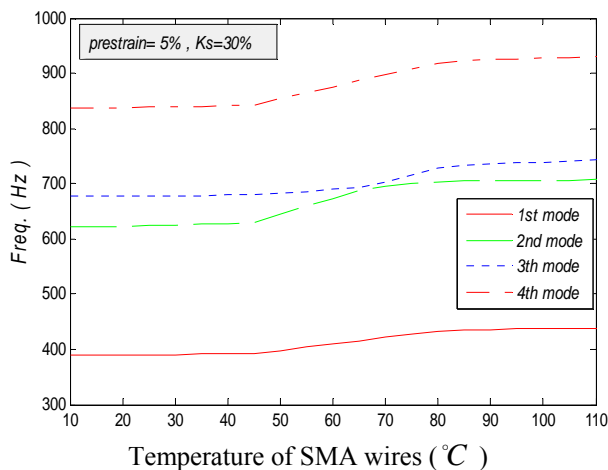
$$|A - lI| = 0 \quad (22)$$

۶- ارزیابی صحت نتایج

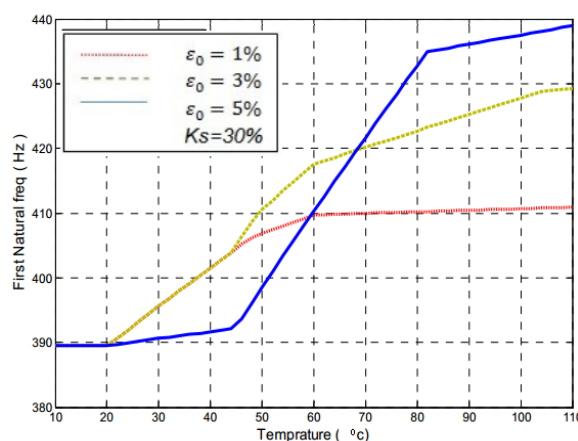
برای حل معادلات مذکور برنامه‌ای جامع در MATLAB تهیه شد که با استفاده از آن، مشخصه‌های دینامیکی مورد نیاز پانل ساندویچی- کامپوزیتی با رویه‌های محتوی سیم SMA مورد بررسی قرار می‌گیرد.

کلیه خصوصیات پانل ساندویچی- کامپوزیتی حافظه‌دار مورد بررسی در این قسمت در جدول ۲ آورده شده است. پانل مذکور دارای رویه‌های ۳ لایه است. لایه میانی رویه، هیبریدی بوده و

مشاهده می‌گردد که با افزایش تنش بازیافتی بر فرکانس سامانه افزوده می‌شود.

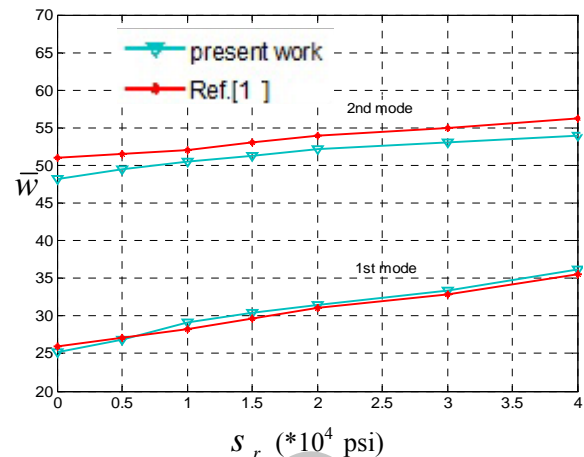


شکل (۵): افزایش چهار فرکانس اول پانل ساندویچی.



شکل (۶): تغییرات فرکانس اول پانل بر حسب افزایش دما برای پیش‌کرنش‌های متفاوت.

در شکل ۷ که برای پانل جدول ۲ به‌دست آمده، مشاهده می‌شود که با افزایش کسر حجمی الیاف نایتینول در دمای خاص 40°C - (دمای کمتر از دمای پایان فاز مارتنزیت) و پیش‌کرنش $\varepsilon_0 = 5\%$ پنج فرکانس اول کاهش می‌یابد. این مسئله ناشی از افزایش جرم سازه پانل در غیاب تنش بازیافتی الیاف SMA است. شکل ۸ اثر پیش‌کرنش‌های متفاوت بر روی مقادیر فرکانس طبیعی سامانه بر حسب کسر حجمی الیاف نایتینول را نشان می‌دهد.



شکل (۴): فرکانس طبیعی بی‌بعد شده اول و دوم برای مرجع [۱] و کار حاضر بر حسب تغییرات تنش بازیافتی با کسر حجمی ۵٪ برای الیاف SMA.

۷- بررسی و تحلیل نتایج

رفتار دینامیکی پانل ساندویچی برای رویه‌های حافظه‌دار با شرایط تکیه‌گاهی ساده و خواص مندرج در جدول ۲ محاسبه شده است. در این پانل، رویه‌ها ارتوتروپ فرض شده و الیاف حافظه‌دار در لایه میانی رویه و در راستای محور x می‌باشد.

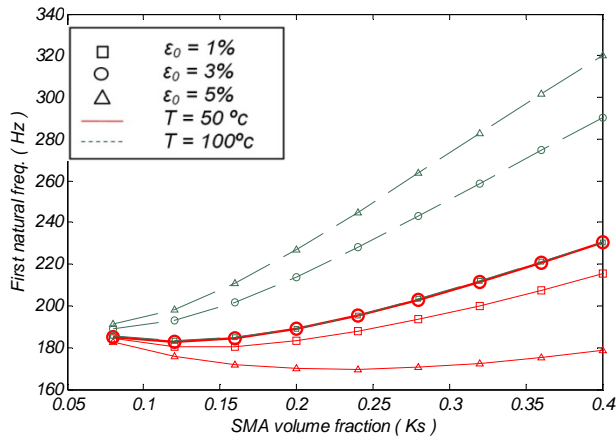
شکل ۵ بیانگر تغییر چهار فرکانس طبیعی اول بر حسب تغییر دما برای پانل حافظه‌دار مذکور است. با افزایش دمای الیاف SMA فرکانس طبیعی سامانه افزایش می‌یابد. این مسئله دو دلیل عمده دارد. دلیل اول بر اساس فن APT سختی آلیاژهای حافظه‌دار طبق شکل ۲ متناسب با دما افزایش می‌یابد. این مسئله با توجه به کسر حجمی الیاف SMA باعث افزایش سختی لایه هیبریدی می‌گردد. هرچند در بهترین حالت، این مشخصه تنها ۲٪ در افزایش نوسان سامانه نقش دارد.

بر اساس فن ASET و با توجه به شکل ۳ به نسبت افزایش گرمای الکتریکی و درصد پیش‌کرنش سیم‌های SMA، تنش بازیافتی به صورت کششی به رویه‌ها اعمال شده و به نوعی باعث سخت‌تر شدن سازه می‌گردد. این پدیده همچنین می‌تواند باعث بهبود رفتار دینامیکی از قبیل کماتش و ... پانل گردد.

با توجه به شکل ۶، نتایج حاصل از فرکانس طبیعی اول، بیانگر وابستگی آن به دمای الیاف SMA و تنش بازیافتی است. در این نمودار به‌وضوح رفتار فرکانس طبیعی پانل ساندویچی بر حسب تغییر دمای الیاف هماهنگ با شکل ۳ تغییر می‌کند.

است که با آغاز استحاله به صورت تنش کششی به رویه‌ها اعمال می‌شود و باعث افزایش سختی هندسی سامانه می‌شود.

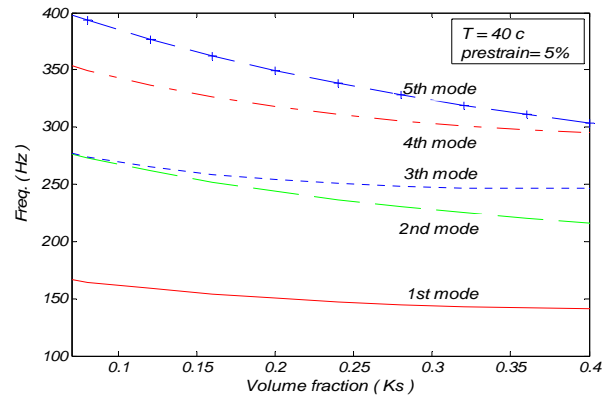
شکل ۹ اثر پیش‌کرنش‌های متفاوت بر روی مقادیر فرکانس طبیعی سامانه بر حسب کسر حجمی الیاف نایتینول در دو دمای ۵۰ و ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد را نشان می‌دهد.



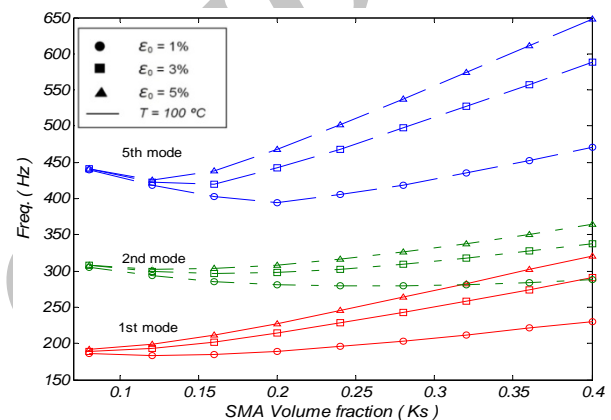
شکل (۹): اثر پیش‌کرنش‌های متفاوت بر روی مقادیر فرکانس طبیعی سامانه بر حسب کسر حجمی الیاف نایتینول در دو دمای ۵۰ و ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد.

با توجه به شکل ۹ که افزایش نوسانات پایه سامانه با پیش‌کرنش‌های متفاوت برای درصد حجمی‌های مختلف در دو دمای پایین و بالا را نشان می‌دهد، استنباط می‌شود که تنش کششی باز یافتی الیاف که وابسته به دمای نایتینول است، با بالا رفتن کسر حجمی منجر به افزایش سختی هندسی سامانه می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود اثرات پیش‌کرنش ۳٪ در دمای ۵۰°C مشابه اثرات پیش‌کرنش ۱٪ در دمای ۱۰۰°C در افزایش سختی پانل است.

در شکل ۱۰، دو نمونه لایه‌چینی برای پانل ساندویچی با $h_c/h = 0.94$ مورد بررسی قرار گرفته که در هر دو نمونه الیاف نایتینول (SMA) به صورت متقارن در رویه‌ها و در راستای جهت اصلی x (زاویه صفر) تعبیه شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که افزایش دما با توجه به مقدار پیش‌کرنش باعث افزایش فرکانس طبیعی اول می‌شود. با افزایش دما و گذار از دمای میانی استحاله معکوس الیاف SMA، به تدریج فرکانس‌های نمونه دوم از نمونه اول بیشتر شده و در انتهای استحاله مقادیر فرکانسی نمونه اخیر بزرگ‌تر از نمونه اول می‌گردد. این مسئله در دمای



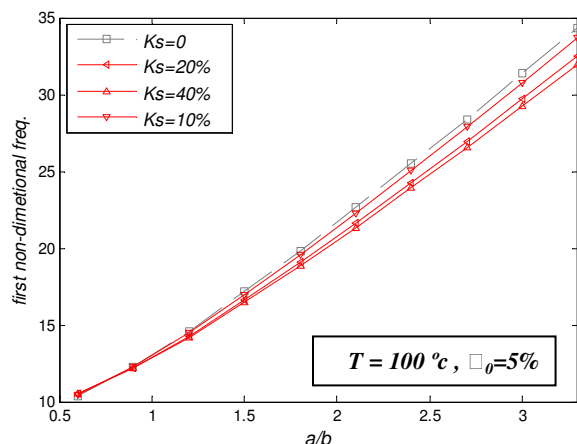
شکل (۷): اثرات افزایش کسر حجمی الیاف نایتینول بر روی تغییرات پنج فرکانس اول پانل در دمای ۴۰°C.



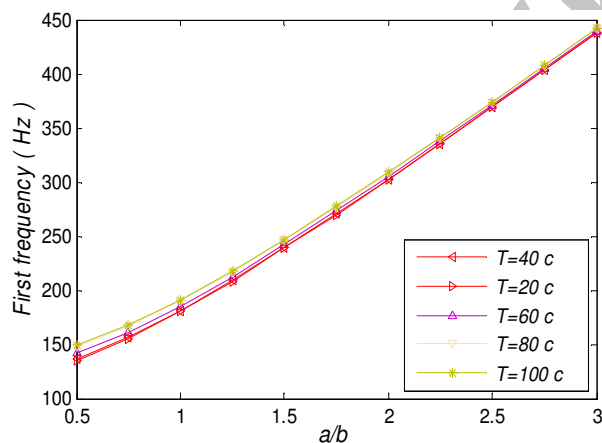
شکل (۸): اثر پیش‌کرنش‌های متفاوت بر روی مقادیر فرکانس طبیعی سامانه بر حسب کسر حجمی الیاف نایتینول.

با توجه به شکل ۸ که تغییرات فرکانسی بر حسب کسر حجمی الیاف SMA برای پیش‌کرنش‌های مختلف را نشان می‌دهد، می‌توان دریافت که در دمای ۱۰۰°C (دمای پایان استحاله معکوس) افزایش کسر حجمی الیاف حافظه‌دار برای نمونه، منجر به افزایش فرکانس‌های طبیعی اول، دوم و پنجم سامانه می‌شود. این اثر در پیش‌کرنش‌های بزرگ‌تر بیشتر است، به این صورت که هرچه پیش‌کرنش بزرگ‌تر باشد، افزایش کسر حجمی اثر بیشتری بر روی پنج فرکانس اول سامانه دارد. بنابراین، رفتار پانل ساندویچی- کامپوزیتی حافظه‌دار با تغییر پیش‌کرنش و کسر حجمی الیاف حافظه‌دار به‌طور مستقیم وابسته به دمای الیاف SMA است. به نحوی که رفتار فرکانسی سامانه در دمای کمتر از دمای استحاله و بعد از آغاز استحاله با هم متفاوت است و این ناشی از وجود تنش باز یافتی این الیاف

می‌یابد و علت آن در ابتدا، کاهش سفتی نسبی پانل در جهت طولی و ثابت ماندن برآیند تنش بازیافتی همزمان با افزایش طول پانل است. بنابراین، با افزایش a/b سفتی ورق افزایش کمتری داشته و فرکانس طبیعی افزایش کمتری نشان خواهد داد. از نظر کاربردی استفاده از الیاف نایتینول در حالت باریکه لول، اثر بسیار کمی در افزایش فرکانس طبیعی خواهد داشت و عملاً بی‌تأثیر خواهد شد.



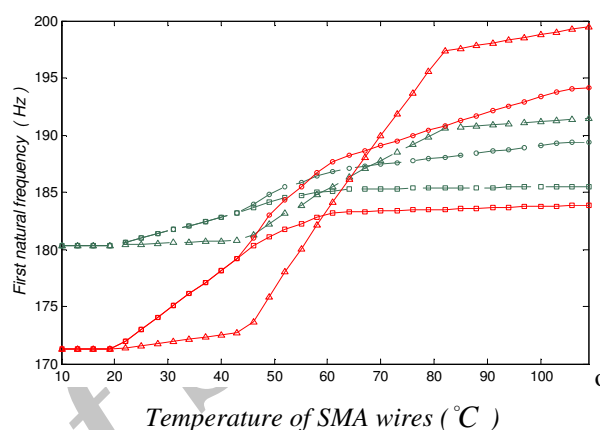
شکل (۱۱): اثر نسبت منظری در فرکانس پانل حافظه‌دار برای کسر حجمی‌های مختلف.



شکل (۱۲): اثر گرما بر فرکانس بر حسب تغییر نسبت منظری.

در شکل ۱۳ رفتار فرکانس اول پانل ساندویچی بر حسب a/h برای مقادیر متفاوت K_s رسم شده است. خصوصیات پانل مطابق جدول ۲ و دما و مقدار پیش‌کرنش الیاف SMA به ترتیب برابر 100°C و ۵٪ است. با توجه به فرکانس اول، در a/h ‌های به نسبت کوچک‌تر، پانل حساسیت کمتری به افزایش کسر حجمی

پایین ناشی از افزایش کسر حجمی الیاف نایتینول و افزایش جرم سازه و در نهایت موجب کاهش فرکانس سامانه می‌شود. با افزایش دما و تولید تنش‌های بازیابی شده کششی الیاف نایتینول مستقر در لایه‌ها، فرکانس‌ها افزایش یافته و چون در نمونه دوم مقادیر بیشتری از الیاف SMA وجود دارد، پاسخ فرکانسی نمونه دوم در دماهای بالا از نمونه اول بیشتر می‌شود.



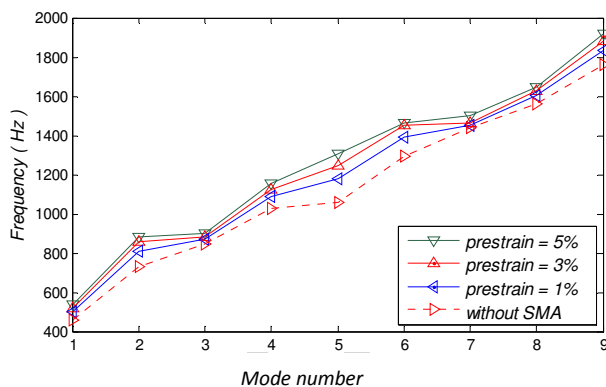
شکل (۱۰): رفتار اولین فرکانس طبیعی پانل ساندویچی برای دو نوع لایه چینی بر حسب دمای نایتینول.

با توجه به شکل ۱۱، اثر کسر حجمی الیاف نایتینول بر رفتار فرکانس اول بر حسب نسبت منظری‌های مختلف پانل ساندویچی-کامپوزیتی حافظه‌دار به نحوی است که اثر افزایش کسر حجمی الیاف نایتینول در نسبت منظری‌های بزرگ‌تر باعث کاهش بیشتر در فرکانس می‌شود، که علت آن ثابت ماندن برآیند تنش بازیافتی و افزایش وزن سازه به علت افزایش طول پانل است. به بیان دیگر با افزایش a/b عرض ورق (b) کاهش یافته و تعداد الیاف نایتینول و متناسب با آن برآیند تنش بازیابی کاهش می‌یابد، در صورتی که وزن سازه به علت افزایش طول سازه بیشتر شده است. با افزایش K_s از صفر به ۴۰ درصد در نسبت منظری برابر ۳، میزان فرکانس حدود ۹٪ کاهش می‌یابد. همچنین فرکانس طبیعی به صورت $\bar{\omega} = \omega \sqrt{a^4 E_c / h^2 \rho_c}$ بی‌بعد شده است.

با توجه به شکل ۱۲ اثر افزایش دما در نسبت‌های منظری کوچک‌تر باعث افزایش بیشتر در فرکانس می‌شود. دماهای بالاتر تنش‌های بازیافتی بزرگ‌تری تولید می‌کند که به صورت کششی بر لایه مورد نظر از رویه‌های پانل اعمال شده و سبب افزایش سفتی نسبی پانل و در نتیجه افزایش نوسانات می‌گردد. هر چه این نسبت افزایش می‌یابد، حساسیت پانل به افزایش حرارت کاهش

حجمی بر تنش بازیافتی کششی غالب شده و سبب کاهش فرکانس سامانه می‌شود. در این دما و کسر حجمی ($K_s=30\%$) در تمام نسبت‌های a/h نوسانات پایین‌تر از حالت $K_s=0$ است. در دمای 100°C (بالاتر از دمای A_f)، تنش بازیافتی کششی کافی برای غلبه بر سنگینی سازه ناشی از کسر حجمی الیاف نایتینول تولید شده است که منجر به افزایش سفتی هندسی سامانه می‌شود. در این حالت برای تمام مقادیر a/h میزان فرکانس بیشتر از حالت $K_s=0$ است.

در شکل ۱۵ تأثیر افزایش پیش کرنش در رشد فرکانس‌های اول تا نهم رسم شده است. خصوصیات پانل منطبق بر خواص جدول ۲ می‌باشد. این نمودار برای دمای 85°C و کسر حجمی نایتینول ۳۰٪ بررسی شده است. مشاهده می‌شود فرکانس سوم و هفتم رشد چندانی در قبال افزایش پیش کرنش ندارند و درصد افزایش فرکانس برای فرکانس‌های دوم، پنجم و ششم از مابقی بیشتر است. در مجموع افزایش پیش کرنش یا به نوعی افزایش تنش بازیافتی موجب افزایش فرکانس‌های مختلف سامانه می‌گردد.



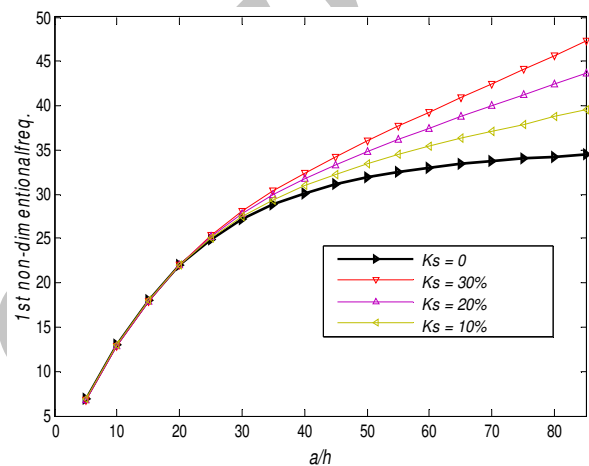
شکل (۱۵): اثر پیش کرنش در افزایش فرکانس‌های اول تا نهم.

در شکل‌های ۱۶ و ۱۷ خیز رویه فوقانی پانل ساندویچی برای دما و کسر حجمی مختلف رسم شده است. این نمودارها برای شرایط $h_c/h=0.8$ ، $\alpha_0=0.5$ و $K_s=10\%$ بررسی شده است.

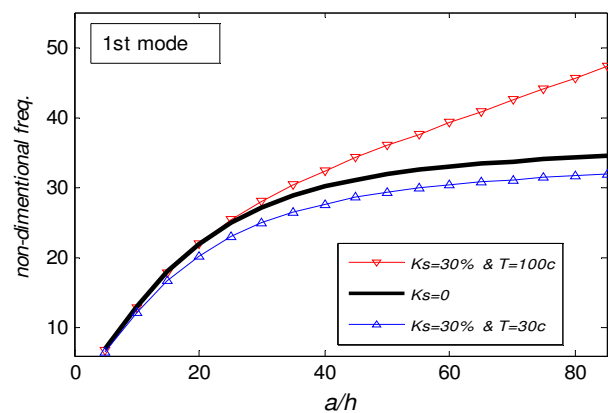
در شکل ۱۶ مشاهده می‌شود با افزایش دما سیم‌های نایتینول تعبیه شده در رویه از 20°C تا 100°C ، تنش‌های بازیافتی افزایش می‌یابد. این تنش که به صورت کششی بر صفحه میانی لایه هیبریدی رویه کامپوزیتی اعمال می‌شود، سبب افت خیز رویه می‌گردد. همان‌طور که از شکل دریافت می‌شود، هر چه دمای سیم‌ها زیاده‌تر می‌شود، افت خیز نیز بیشتر می‌گردد. بنابراین،

الیاف نایتینول دارد. اما میزان حساسیت در a/h ‌های بزرگ‌تر بیشتر می‌شود که علت آن، افزایش برآیند تنش بازیافتی ضمن بزرگ شدن ابعاد پانل به دلیل ثابت ماندن کسر حجمی الیاف نایتینول می‌باشد.

در شکل ۱۴ اثر دمای 30°C (دمای کمتر از دمای شروع استحاله معکوس) و دمای 100°C (دمای بالاتر از دمای پایان استحاله) بر روی فرکانس پانل در a/h ‌های مختلف برای دو کسر حجمی الیاف نایتینول صفر و ۳۰٪ مورد بررسی قرار گرفته است.



شکل (۱۳): اثرات کسر حجمی الیاف SMA بر فرکانس سامانه بر حسب تغییرات نسبت a/h .



شکل (۱۴): اثر محدوده‌های دمایی بر تغییر فرکانس برای نسبت‌های a/h .

با توجه به اینکه در دمای 30°C برآیند تنش بازیافتی الیاف نایتینول ناچیز است، اثر سنگینی سازه ناشی از حضور ۳۰٪ کسر

۸- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، یک مدل تحلیلی برای بررسی اثرات تعبیه الیاف حافظه‌دار (نایتینول) در رویه‌های کامپوزیتی پانل ساندویچی با استفاده از تئوری بهبودیافته مرتبه بالا برای پانل ساندویچی و مرجع [۶] ارائه شد که به‌طور کلی به نتایج زیر می‌توان اشاره کرد:

- الیاف SMA تأثیر مطلوبی در افزایش اکثر فرکانس‌های طبیعی دارند، که این تأثیر در برخی فرکانس‌ها بیشتر محسوس می‌باشد.
- سریع‌ترین افزایش فرکانسی در بازه دمایی استحاله معکوس مارتنزیتی برای سیم‌های SMA روی می‌دهد و در خارج این محدوده اثر الیاف SMA چشم‌گیر نیست. این افزایش فرکانس متناظر با نمودار تنش دمای (شکل ۳) است.

- با بزرگ شدن نسبت طول به ضخامت پانل (a/h)، فرکانس‌ها به‌نحو چشم‌گیری افزایش پیدا می‌کنند.

- با افزایش نسبت منطری (a/h) تأثیر الیاف SMA به‌علت ثابت ماندن برآیند تنش بازیابی و بزرگ شدن طول ورق کاهش می‌یابد.

- افزایش لایه‌های هیبریدی در رویه‌ها موجب سنگینی سازه و کاهش فرکانس سامانه در دمای زیر دمای استحاله می‌شود و در دمای بالاتر از این دما، این مسئله سبب افزایش برآیند تنش بازیافتی و در نهایت افزایش فرکانس سامانه گردیده است.

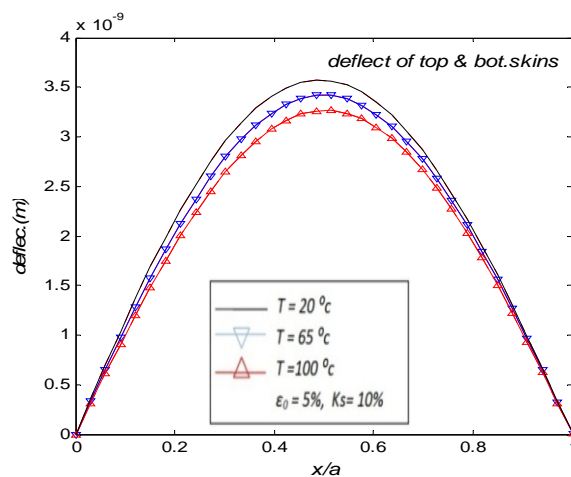
- افزایش کسر حجمی بدون حضور تنش بازیافتی باعث کاهش فرکانس و افزایش خیز رویه‌های پانل می‌شود.

بنابراین، می‌توان با کنترل دما و کسر حجمی اعمالی به سیم‌های الیاف SMA، میزان ارتعاشات سامانه را کنترل نمود.

۹- مراجع

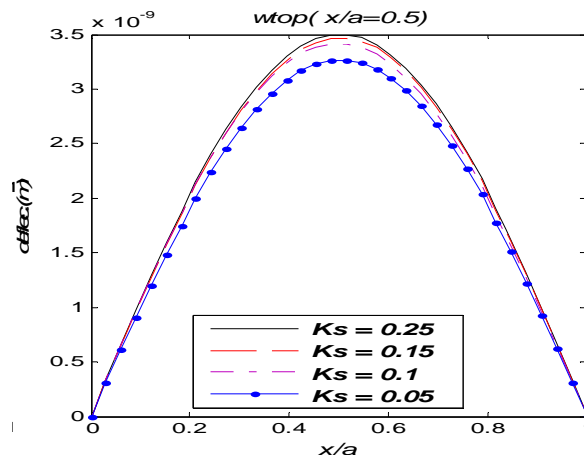
1. Rogers, C. and Jia, J. "Structural Modification of Simply-Supported Laminated Plates Using Embedded Shape Memory Alloy Fibers", Composite and Structure, Vol. 38, No. 5/6, pp. 569-580, 1991.
2. Azarnia, A.H. "Free vibration of Composite-Sandwich with Flexible Core", K.N.T. University of Tehran, 1386.
3. Park, J. and Kim, J. "Vibration of Thermally Post-Buckled Composite Plates Embedded with Shape Memory Alloy Fibers. Composite Structures", Vol. 63, pp. 179-188, 2004.
4. Ostachowicz, W., Krawczuk, M., and Zak, A. "Dynamics and Buckling of a Multilayer Composite Plate with Embedded SMA Wires", Composite Structures, Vol. 48, pp. 163-167, 2000.

می‌توان جهت بهبود مسئله کمانش ورق‌های ساندویچی از تعبیه الیاف حافظه‌دار در سامانه بهره برد.



شکل (۱۶): شکل مود اول و خیز پانل ساندویچی حافظه‌دار در دمای مختلف الیاف نایتینول.

شکل ۱۷ خیز رویه پانل را برحسب تغییرات کسر حجمی نشان می‌دهد. دمای سیم‌های نایتینول در این شکل 25°C در نظر گرفته شده است. مشاهده می‌شود با افزایش کسر حجمی مقدار خیز رویه کامپوزیتی زیادتر می‌شود. این پدیده بدین دلیل است که در غیاب تنش بازیافتی الیاف SMA، سنگینی پانل ناشی از کسر حجمی آنها باعث افت فرکانس و افزایش جابه‌جایی عرضی رویه می‌شود. مشاهده می‌شود که هرچه این پارامتر زیادتر می‌شود، خیز رویه نیز افزایش می‌یابد. هرچند اختلاف میزان خیز در مقادیر مختلف کسر حجمی ناچیز است، ولی می‌توان از ترکیب تنش بازیافتی و کسر حجمی در کنترل خیز سازه کامپوزیتی استفاده کرد.



شکل (۱۷): اثرات کسر حجمی بر خیز رویه فوقانی.

8. Lau, K.T. "Vibration Characteristics of SMA Composite Beams with Different Boundary Conditions", *Materials and Design*. Vol. 23, pp. 741–749, 2002.
- 9 Reddy, J.N. "Energy Principles and Variational Methods in Applied Mechanics", John Wiley & Sons, New Jersey, 2002.
10. John, S. and Hariri, M. "Effect of Shape Memory Alloy Actuation on the Dynamic Response of Polymeric Composite Plates", *Composites, Part A*, Vol. 39, pp.769-776, 2008.
5. Malekzadeh, K., Khalili, M.R., Olsson, R., and Jafari, A. "High-Order Dynamic Response of Composite Sandwich Panels with Flexible Core under Simultaneous Low-Velocity Impact. *Int. J. Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 6667-6687, 2006.
6. Shihyao, K., Shiau, L., and Chen, K. "Buckling Analysis of Shape Memory Reinforced Composite Laminates. *Composite Structures*", Vol. 90, pp.188-195, 2009.
7. Khalili, M.R., Shokuhfar, A., Malekzadeh, K., and Ashenai Ghasemi, F. "Low-Velocity Impact Response of Active Thin-Walled Hybrid Composite Structures Embedded with SMA Wires, *Thin-Walled Structures*, Vol. 45, pp.799-808, 2007.

Archive of SID