

استخراج مدل دینامیکی ژيروسکوپ ارتعاشی MEMS ساختار پیوسته

و حل آن با اعمال نیروی هارمونیک

امیر علی نیک‌خواه^۱ علی اصغر جعفری^۲ رضا اثباتی لواسانی^۳

دانشکده مهندسی هوافضا دانشکده مهندسی مکانیک دانشکده مهندسی هوافضا

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

(تاریخ دریافت: ۹۲/۱۰/۱۹؛ تاریخ پذیرش: ۹۳/۰۲/۲۷)

چکیده

ژيروسکوپ‌های MEMS ساختار پیوسته، همانند ژيروسکوپ‌های MEMS جرم متمرکز بر مبنای نیروی کوریولیس عمل می‌کنند. در این مقاله ژيروسکوپ‌های ارتعاشی MEMS با رزوناتور حلقوی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. تا کنون اشکال متفاوت دایروی و ستاره‌ای ۸ پر برای رزوناتور این ژيروسکوپ‌ها پیشنهاد شده است. در مقاله حاضر این مدل‌ها در نرم‌افزار ABAQUS تحلیل و مدل جدید ستاره‌ای ۱۶ پر پیشنهاد شده است. همچنین، دینامیک ژيروسکوپ حلقه‌ای با پره به کمک حلقه خالص (ایده‌آل بدون پره) تخمین زده شده است. به کمک نرم‌افزار ABAQUS فرکانس مود کاری رزوناتور استخراج و با مقایسه با فرکانس تحلیلی مستخرج از حل معادله دینامیکی صحت‌سنجی شده است. در انتها نیز پاسخ معادلات سامانه از روش گالرکین با وجود اعمال نیروی ورودی هارمونیک با دامنه ثابت ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: ژيروسکوپ‌های ارتعاشی، MEMS، رزوناتور حلقوی، ارتعاشات پیوسته، روش گالرکین

Extracting Dynamic Model of a MEMS Vibratory Gyroscope with Continues Structure and Its Solution for Harmonic Force

A. A. Nikkhah

A. A. Jafari

R. Esbati –Lavasani

Aerospace Engineering Department Mechanical Engineering Department Aerospace Engineering Department

K.N. Toosi University of Technology

(Received: 09 January, 2014; Accepted: 17 May, 2014)

ABSTRACT

Almost all the MEMS gyroscopes are vibratory, and work based on Coriolis force. Analysis of MEMS Vibratory Gyroscopes with ring resonator is proposed in this paper. Different gyro resonators are developed in literature such as circle and 8 edge star. Analyzing these structures with ABAQUS, we introduce a novel 16 edge star resonator. Analytical and simulated frequency answers are compared. Through this ring equation instead of ring model with support and connections is validated. Also response of the system to harmonic input force with constant amplitude is determined.

Keywords: Vibratory Gyroscope, MEMS, Ring Resonator, Continuous Vibrations, Galerkin Method

۱- دانشیار (نویسنده پاسخگو): nikkhah@kntu.ac.ir

۲- دانشیار

۳- دانشجوی دکترا

علائم اختصاری

سرعت	v
سرعت زاویه‌ای	Ω
دما برحسب کلوین	T
ضریب کیفیت	Q_{EFF}
میرایی	c
ولتاژ شارژ	V
فاصله بین صفحات	d
شار جریان	I
زمان برحسب ثانیه	t
جرم	m
ثابت ماده	β
مدول یانگ ماده	E
عملگر لاو	L_i
ضریب مشارکت موдал	η
ضریب میرایی	ζ_k
مد نرمال	$U(\theta)$
جرم	M
	k_y
فرکانس طبیعی	ω_0
ثابت بولتزمان	k_B
دامنه ارتعاش مد تحریک	Q_{drive}
بهره زاویه‌ای ساختار حلقه	A_g
نیروی میدان الکتریکی	F_e
ثابت دی‌الکتریک هوا	ϵ
مساحت صفحات الکتروود موازی	A
سختی خمشی	D
ارتفاع حلقه	h
عرض حلقه	b
زاویه فاز	ϕ
اعداد طبیعی	n
چگالی	ρ
انرژی پتانسیل	U_{ring}
ورودی مرجع	r(t)

۱- مقدمه

ژيروسکوپ‌های MEMS همان‌طور که مشهور است، بر مبنای

آشکارسازی حرکت ثانویه ایجاد شده ناشی از نیروی کوریولیس عمل می‌کنند. بدین لحاظ ایجاد حرکت نسبی داخلی در ژيروسکوپ، که در اندرکنش با چرخش بیرونی بتواند شتاب کوریولیس لازم را به نحو مطلوب تولید نماید، لازمه توانایی اندازه‌گیری این سرعت زاویه‌ای خارجی می‌باشد. بخشی از مکانیزم داخلی یک ژيروسکوپ MEMS، که این نوسانات را تولید می‌کند، به نام رزوناتور خوانده می‌شود. از نظر نوع عملکرد، سه نوع ساختار متداول برای رزوناتور وجود دارد. ۱- ساختار جرم متمرکز^۱، ۲- ساختار تیرهای مرتعش^۲ و ۳- ساختار پوسته‌های ارتعاشی^۳. مناسب‌ترین ساختار پوسته‌ای برای رزوناتور ژيروسکوپ در ابعاد بسیار کوچک شکل حلقوی^۴ می‌باشد. تاکنون شکل‌های متفاوت دایروی و ستاره‌ای ۸ پر، با ۸ پره داخلی برای رزوناتور حلقوی پیشنهاد شده است [۱ و ۲ و ۳]. تبدیل رزوناتور دایره‌ای به ستاره به دلیل افزایش سطح خازن‌های تحریک و تشخیص و در نتیجه نیروهای تحریک بیشتر و در نهایت افزایش قدرت تفکیک ژيروسکوپ می‌باشد. بر این اساس در پژوهش حاضر یک رزوناتور ستاره‌ای ۱۶ پر برای رسیدن به قدرت تفکیک بهتر پیشنهاد شده است، که در ادامه تحلیلهای لازم در مورد آن انجام و کارایی آن نشان داده می‌شود.

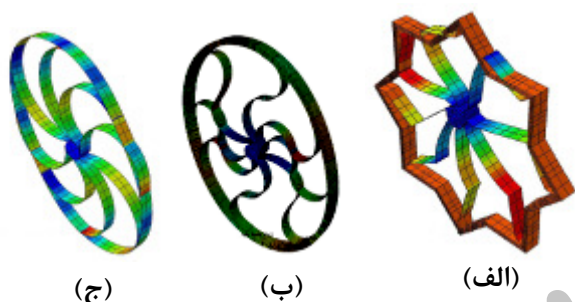
تقریباً تمامی ژيروسکوپ‌های میکروماشینکاری شده ارتعاشی هستند. دو مد ارتعاشی تحریک و دریافت، می‌توانند یک جفت مد کاهش‌یافته یا یک جفت مد کاهش نیافته با توجه به ماهیت مدهای کاری ژيروسکوپ باشند. از نظر فیزیکی، جفت کاهش یافته معرف یک جفت مد ارتعاشی است، که فرکانس تشدید یکسان دارند، در حالی که جفت مد کاهش نیافته ناظر بر یک جفت مد ارتعاشی با فرکانس تشدید متمایز است. ژيروسکوپ‌های جامد پوسته‌ای ارتعاشی از نوع کاهش یافته می‌باشند. در حالی که سایر ژيروسکوپ‌های ارتعاشی از نوع کاهش نیافته هستند. انواع کاهش نیافته را اغلب می‌توان به صورت شتاب سنج‌های مشهور کوریولیس مدل کرد، بدین ترتیب که شامل یک شتاب‌سنج (جرم حساس) و یک رزوناتور (جرم محرک) می‌باشند. این دو می‌توانند دارای فرکانس‌های تشدید یکسان (مد-همه‌نگ) یا مشابه (مد-جدا) باشند. طراحی مد-همه‌نگ در کاربرد غالب می‌باشد، چون نیروی کوریولیس به سبب ضریب مقیاس بالا تقویت می‌شود

1- Proof Mass
2- Torsion bars
3- Shell
4- Ring

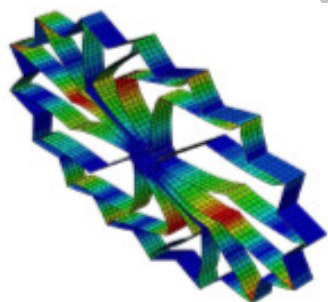
رزوناتور به کار رفته است. این روش‌ها شامل الکترومغناطیس، الکترواستاتیک، حرارتی و پیزوالکتریک می‌باشند. با توجه به اینکه ژيروسکوپ ارتعاشی ترکیب دریافت و تحریک مرتبط با توابع کنترلی هستند و به‌عنوان حسگر هوشمند شناخته می‌شوند.

۳- بررسی و تحلیل مدل‌های موجود در مراجع و ارائه ویژگی‌های آنها

مدل‌های ارائه‌شده در مراجع شامل حلقه و فنر و تکیه‌گاه و یا ستاره با فنرهای داخلی می‌باشد. این مدل‌ها در مراجع [۱، ۲ و ۳] بررسی شده‌اند. این نمونه‌ها در نرم‌افزار المان محدود ABAQUS شبیه‌سازی شده و فرکانس طبیعی و میزان تنش‌ها بر سامانه در شکل‌های ۲ و ۳ نشان داده شده است.



شکل (۲): الف) مدل ستاره‌ای با هشت فنر. ب) مدل دایره‌ای با فنر دونیم دایره‌ای و ج) دایره با فنر نیم‌دایره‌ای [۲].



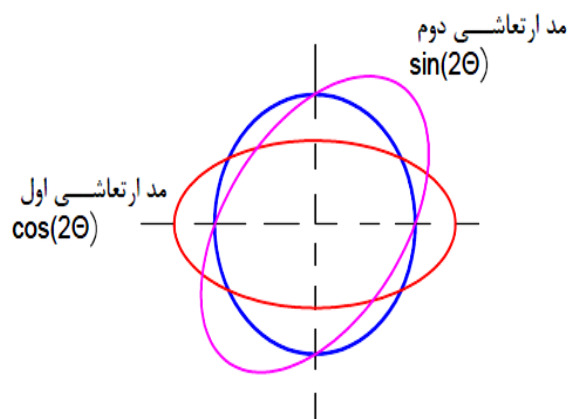
شکل (۳): ستاره ۱۶ پر، با ۱۶ پره داخلی.

شکل ۲ نشان می‌دهد در مد انعطافی (دوم)، رفتار تمام نمونه‌ها مشابه حلقه خالص می‌باشد، تنها تفاوت مهم آنها در فرکانس سامانه می‌باشد. اما نکته حائز اهمیت، تغییر شکل یکسان همگی در مد دوم خمشی می‌باشد. پیشنهاد این مقاله استفاده از ساختار ستاره‌ای ۱۶ پر، با ۱۶ پره (شکل ۳) است. این پیشنهاد دو دلیل عمده دارد: ۱- این شکل به دایره نزدیک‌تر می‌باشد و

و منتج به دریافت و دقت بالاتر با دریافت کمتر می‌شود [۱]. ژيروسکوپ‌های ارتعاشی تحقیق حاضر از انواع کاهش‌یافته است که فرکانس تحریک و دریافت آن یکسان می‌باشد.

۲- اصول کاری ژيروسکوپ‌های ارتعاشی

در شکل ۱ مدهایی که در ژيروسکوپ ارتعاشی و توابع کنترل لازم است تا رزوناتور به‌صورت یک ژيروسکوپ کار کند، نشان داده شده است.



شکل (۱): نوع جابه‌جایی ارتعاش ساکن حلقه دایره چرخش (نگارنده).

مد اولیه^۱ دارای شکم در ۰، ۹۰، ۱۸۰، ۲۷۰ درجه است. بنابراین، این مکان‌ها برای اتصال المان‌های دریافت و عملگرهای پیزوالکتریک مورد استفاده قرار می‌گیرد. مد ثانویه^۲ دارای شکلی مشابه شکل اولیه است اما ۴۵ درجه نسبت به مد اولیه چرخیده است. مد ثانویه دارای شکم در ۴۵، ۱۳۵، ۲۲۵ و ۳۱۵ درجه که المان‌های پیزوالکتریک متصل هستند، می‌باشد. کنترل مد اولیه، مد اولیه را در ۹۰ درجه (و ۲۷۰ درجه) تحریک می‌کند و سیگنال پاسخ را در ۰ و ۱۸۰ دریافت می‌کند. فرکانس تشدید، کنترل مد تابع اولیه رزوناتور را تحریک می‌کند تا دامنه ارتعاش ثابت تولید نماید. کنترل مد ثانویه جهت افزایش پهنای باند ژيروسکوپ مورد استفاده قرار می‌گیرد. برخی طراحی‌ها که از کنترل مد ثانویه استفاده کرده‌اند برای پهنای باند کوچک استفاده شده‌اند. مرحله خروجی، سیگنال را به حلقه کنترل مد دوم بدل می‌کند و یک سیگنال DC متناسب با نرخ چرخش ایجاد می‌کند. روش‌های تبدیل انرژی مختلفی جهت تحریک و دریافت ارتعاشات

1- Cos 2θ
2- Sin 2θ

یا :

$$\omega_{\pi 1,2}^2 = \frac{\omega_0^2(1+n^2)(1+pn^2)}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{(n^2-1)^2}{n^2+1} \frac{4n^2p}{(1+pn^2)^2}} \right]. \quad (9)$$

با فرض اینکه انبساط سطح مرجع ناچیز است رابطه (۱۰) به شرح زیر می‌باشد :

$$\mathcal{E}_{11}^0 = \mathcal{E}_{22}^0 = \mathcal{E}_3^0 = 0 \quad (10)$$

از فرض نتیجه گرفته می‌شود که:

$$\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} = -u_3. \quad (11)$$

با جایگذاری در معادله (۶) و همچنین با در نظر گرفتن فرض

$$\left\{ p = \frac{1}{Aa^2} \right\} \text{ و به صورت زیر نوشته می‌شود:}$$

$$\frac{\partial^6 U_3}{\partial \theta^6} + (2 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}) \frac{\partial^4 U_3}{\partial \theta^4} + (1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - \frac{\omega^2}{p\omega_0^2}) \frac{\partial^2 U_3}{\partial \theta^2} + \frac{\omega^2}{p\omega_0^2} (1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}) U_3 = \frac{a^4}{EI} \frac{\partial}{\partial \theta} (q_\theta + \frac{\partial q_3}{\partial \theta}) \quad (12)$$

معادله حاصل، معادله حرکت حلقه است. جهت به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی، در معادله همگن قرار داده می‌شوند:

$$u_3(\theta, t) = U_3(\theta) e^{j\omega t}. \quad (13)$$

که منجر می‌گردد به:

$$\frac{\partial^6 U_3}{\partial \theta^6} + 2 \frac{d^4 U_3}{d\theta^4} + (1 - \frac{\omega^2}{p\omega_0^2}) \frac{d^2 U_3}{d\theta^2} + \frac{\omega^2}{p\omega_0^2} U_3 = 0. \quad (14)$$

این معادله در حالت کلی حل می‌گردد. با در نظر گرفتن حلقه بسته می‌توان نوشت:

$$u_3(\theta, t) = U_3(\theta) e^{j\omega t}. \quad (15)$$

با جایگذاری این پاسخ رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$-n^6 + 2n^4 - n^2 + \omega^2(n^2 + 1) \frac{1}{p\omega_0^2} = 0. \quad (16)$$

حل معادله برحسب ω فرکانس‌های طبیعی را برای مد n ، m ، n به دست می‌دهد:

$$\omega_n^2 = \frac{n^2(n^2 - 1)^2}{n^2 + 1} p_0^2. \quad (17)$$

چنانچه سامانه با سرعت زاویه Ω بچرخد، در انرژی جنبشی عبارات جدیدی اضافه می‌گردد [۲] و معادله (۱۷) دچار تغییر می‌شود. با فرض $(\omega_0^2 = E/pa^2 \text{ ; } p = 1/Aa^2)$ نتیجه گرفته می‌شود:

رفتاری نزدیک‌تر به حلقه دارد، بنابراین استفاده از معادله‌های حلقه خطای کمتری دارد و ۲- سطح مقطع این شکل از سطح مقطع حلقه با همین ابعاد بیشتر می‌باشد. بنابراین، سطح خازن بیشتری در همان ابعاد جهت اعمال نیرو وجود دارد. علاوه بر این، فرکانس طبیعی مد دوم این سامانه بیشتر می‌باشد. این موضوع با توجه به افزایش تعداد پره‌ها و افزایش سختی سامانه طبیعی است. این افزایش فرکانس منجر به افزایش پهنای باند سامانه و پاسخ سریع‌تر سامانه خواهد شد.

۴- مدل دینامیکی ژيروسکوپ MEMS با ساختار پیوسته حلقه‌ای

جهت استخراج معادله‌های حلقه با پره، از معادله‌های حلقه خالص استفاده شده است. معادله‌های حلقه خالص از قوس حاصل می‌شود. این معادلات از تحلیل تنش و کرنش جابه‌جایی به دست می‌آیند. در حالت بی‌باری، معادلات (۱ و ۲) به صورت زیر می‌باشند [۵ و ۴]:

$$\frac{EI}{a^4} \left(\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^3 u_3}{\partial \theta^3} \right) + \frac{EA}{a^2} \left(\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial u_3}{\partial \theta} \right) + q_\theta' = \rho A \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$\frac{EI}{a^4} \left(\frac{\partial^3 u_\theta}{\partial \theta^3} - \frac{\partial^4 u_3}{\partial \theta^4} \right) + \frac{EA}{a^2} \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_3 \right) + q_3' = \rho A \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \quad (2)$$

با صفر فرض کردن نیرو می‌توان معادلات را دی‌کوپله نمود:

$$L_1 u_\theta - L_2 u_3 = 0, \quad (3)$$

$$L_2 u_\theta - L_3 u_3 = 0. \quad (4)$$

حال معادله (۱ و ۲) با فرض زیر قابل حل است:

$$u_3(\theta, t) = U_3(\theta) e^{j\omega t}. \quad (5)$$

با دیفرانسیل‌گیری جزئی نتیجه زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{\partial^6 U_3}{\partial \theta^6} + (2 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}) \frac{\partial^4 U_3}{\partial \theta^4} + (1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - \frac{\omega^2}{p\omega_0^2}) \frac{\partial^2 U_3}{\partial \theta^2} + \frac{\omega^2}{p\omega_0^2} (1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}) U_3 = 0. \quad (6)$$

پاسخ حلقه می‌تواند متناوب کسینوسی باشد. با انتخاب پاسخ کسینوسی می‌توان نوشت:

$$U_3(\theta) = A_n \cos(n\theta - \varphi), \quad (7)$$

که در آن، $n=1,2,3,\dots$ و A_n و φ ثابت‌های اختیاری می‌باشند، به جز در حالت پاسخ اجباری که شرط تعامد، مقدار $\varphi=0,90$ را دیکته می‌کند. با جایگذاری این پاسخ در معادله (۶) رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\omega^4 - \omega^2 [\omega_0^2(1+n^2)(1+pn^2)] + n^2(n^2 - 1)^2 p \omega_0^4 = 0. \quad (8)$$

بدین ترتیب با جایگذاری در معادلات، فرکانس طبیعی تحلیلی عبارت از $\omega_{analysis} = 21213 \text{ kHz}$ است. با توجه به اینکه مدل انتخاب شده مطابق مرجع [۲] است، مقدار فرکانس طبیعی حاصل، با مقدار فرکانس طبیعی آن مرجع مقایسه می‌شود. فرکانس طبیعی در مرجع [۲] برابر 29kHz ذکر شده است. در مرجع [۲] جهت استخراج فرکانس، جرم و سختی معادل را به دست آورده و سپس با کمک رابطه $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M}}$ مقدار

فرکانس محاسبه شده است، بنابراین معادلات استخراج شده برای حلقه خالص با تقریب خوبی برای حلقه با پره قابل استفاده می‌باشد. بدین ترتیب می‌توان تحلیل رزوناتور را با اتکاء به معادله (۱۲) بررسی نمود. در این قسمت برای تحلیل تقدم رزوناتور، از روش بونوف گالرکین با تقریب حلقه خالص استفاده می‌شود. با توجه به مقایسه فرکانس طبیعی حلقه خالص و حلقه با پره و تکیه‌گاه، این تقریب معقول می‌باشد. چرخش $\Omega(t)$ و تحریک ژيروسکوپ موجود است، بنابراین حرکت چرخشی آن همچون معادله (۱۸) قابل توصیف است و دامنه برابر مقدار ثابت f_0 می‌باشد. در حالت عمومی برای ارتعاش اجباری حالت پایه در مد خمشی ($n=2$)، حل معادله عبارت است از ترکیبی از توابع زمانی که نیرو بر آنها عمل می‌کند و مدهای نرمال سامانه که از پاسخ با نیروی صفر استخراج می‌شود و به صورت تناوبی سینوسی و کسینوسی می‌باشند (معادله ۱۵). بنابراین، حل به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$u(t, \theta) = (a \cos(2\theta) + b \sin(2\theta)) \cos(\omega_n t) + (m \cos(2\theta) + n \sin(2\theta)) \sin \omega_n t, \quad (23)$$

که در آن، پارامترهای a, b, m, n توابع زمانی هستند. این پارامترها ایجاد چرخش در ژيروسکوپ را نشان می‌دهد. با فرض شرایط پایه، این پارامترها محاسبه می‌شوند. ابتدا مشتق جزئی حدس زده شده محاسبه می‌گردد و در معادله (۱۸) قرار داده می‌شود. با ساده‌سازی، معادلات زیر حاصل می‌شوند [۶]:

$$\begin{cases} (5\omega^2 - 36\chi^2)a - 36\zeta_1 \omega m + 8\Omega \omega n = f_0 \\ (5\omega^2 - 36\chi^2)b - 36\zeta_1 \omega n - 8\Omega \omega m = 0 \\ (5\omega^2 - 36\chi^2)m + 36\zeta_1 \omega a - 8\Omega \omega b = 0 \\ (5\omega^2 - 36\chi^2)n + 36\zeta_1 \omega b + 8\Omega \omega a = 0. \end{cases} \quad (24)$$

با حل معادلات بالا در حالت پایه، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial^6 u_3}{\partial \theta^6} + 2 \frac{\partial^4 u_3}{\partial \theta^4} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial \theta^2} + \frac{1}{p\omega_0^2} \left[\frac{\partial^4 u_3}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} + 4\Omega \frac{\partial^2 u_3}{\partial \theta \partial t} + \Omega^2 \left(u_3 - \frac{\partial^2 u_3}{\partial \theta^2} \right) \right] = \frac{a^4}{EI} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(q_0' + \frac{\partial q_3'}{\partial \theta} \right). \quad (18)$$

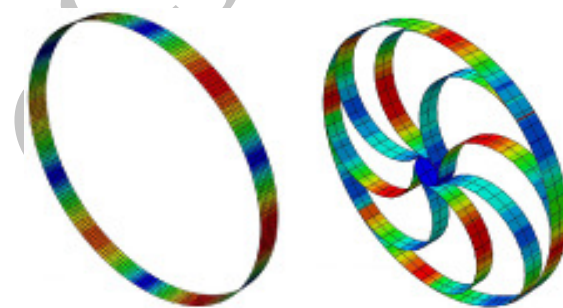
پاسخ این معادله تقریب خوبی برای فرکانس‌های طبیعی حلقه می‌باشد:

$$\omega_{n1,2} = \frac{2\Omega n}{n^2+1} \pm \sqrt{\left(\frac{2\Omega n}{n^2+1} \right)^2 + p\omega_0^2 [(n^2-1)^2 n^2 / (n^2+1)] - \Omega^2}. \quad (19)$$

۵- مقایسه فرکانس طبیعی حاصل از نرم‌افزار ABAQUS و تحلیلی

در حالت تحلیلی مقدار فرکانس طبیعی حلقه ساده از معادله (۱۷) حاصل شد. با جایگذاری مقادیر به دست آمده در بخش قبل، فرکانس مد دوم در حالت تحلیلی به دست می‌آید [۷]:

$$\omega_{analysis} = 14529 \text{ kHz}. \quad (20)$$



شکل (۴): تحلیل فرکانسی حلقه ساده و حلقه با فنر و تکیه‌گاه داخلی در نرم‌افزار ABAQUS.

مقدار فرکانس طبیعی به دست آمده در نرم‌افزار نیز برابر است با:

$$\omega_{abaqus} = 15140 \text{ kHz}. \quad (21)$$

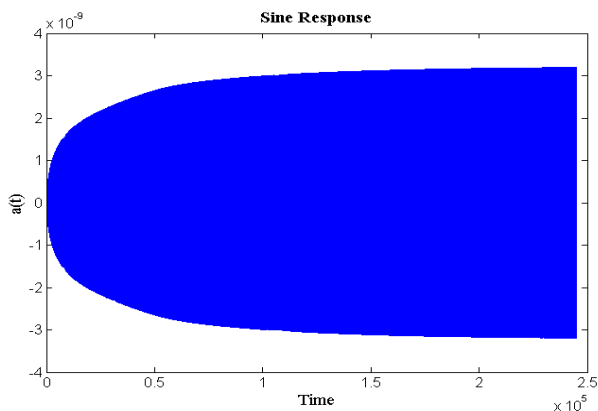
ملاحظه می‌شود این دو مقدار به یکدیگر نزدیک هستند:

$$\omega_{abaqus} = \omega_{analysis} \quad (22)$$

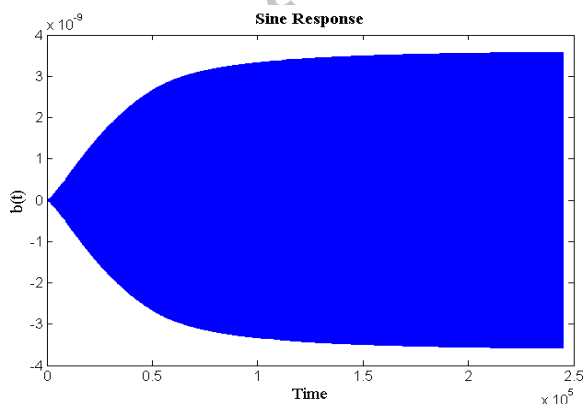
حال با لحاظ اینکه حلقه دارای تکیه‌گاه و اتصالات نیم‌دایروی به تکیه‌گاه متصل باشند، فرکانس‌های طبیعی بررسی و مقایسه می‌شوند. فرکانس طبیعی این مدل حاصل از نرم‌افزار عبارت از $\omega_{abaqus} = 21107 \text{ kHz}$ می‌باشد، (شکل ۴). برای استخراج فرکانس طبیعی تحلیلی ابتدا تغییرات جرم و حجم ناشی از اتصالات و تکیه‌گاه بررسی می‌شود. با دانستن اینکه چگالی عبارت است از جرم بر حجم، با اعمال تغییرات $\text{pring} = \text{pabaqus}$ می‌باشد.

جدول (۱): مشخصات مدل انتخاب شده جهت تحلیل [۱].

مقدار نهایی	پارامتر طراحی
۱/۱ mm	قطر حلقه
۴ μm	پهنای فنرها و حلقه‌ها
۸۰ μm	ارتفاع ساختار حلقه
۱۲۰ μm	قطر میله تکیه‌گاه
۴۷۰ μm	قطر فنر تکیه‌گاه
μm ۱/۴	فاصله فضایی الکتروود دریافت
۶۰ μm	ارتفاع هر الکتروود
۱۸۵ e۹	مدول یانگ ماده
۲۳۲۹ kg/m ³	چگالی ماده
۰/۱ μm	دامنه تحریک



شکل (۵): مقدار a(t).



شکل (۶): مقدار b(t).

$$\begin{cases} a = b = 0, \\ m = \frac{36f_0\zeta_1\omega}{(36\zeta_1\omega)^2 + (8\Omega\omega)^2}, \\ n = \frac{8f_0\Omega\omega}{(36\zeta_1\omega)^2 + (8\Omega\omega)^2} \end{cases} \quad (25)$$

با جایگذاری این پارامترها در پاسخ حدس زده شده:

$$\begin{aligned} u(t, \theta) &= (m \cos(2\theta) + n \sin(2\theta)) \sin \omega_n t \\ &= D \cos(2\theta + \psi), \end{aligned} \quad (26)$$

که در آن، دامنه و فاز حاصل با محاسبات ساده مثلثاتی عبارت است از:

$$D = \sqrt{m^2 + n^2} = \frac{f_0}{\sqrt{(36\zeta_1\omega)^2 + (8\Omega\omega)^2}}, \quad (27)$$

$$\psi = \arctan\left(\frac{n}{m}\right) = -\arctan\left(\frac{2\Omega}{9\zeta_1}\right). \quad (28)$$

این زاویه فاز، زاویه چرخش حالت پایای موج ساکن حلقه می‌باشد. جهت درک بهتر دینامیک ژيروسکوپ می‌توان پارامترهای a, b, m, n را توابع زمانی در نظر گرفت. بدین منظور نیروی وارده در زاویه صفر لحاظ می‌شوند. بدین ترتیب با اعمال مشتق‌گیری جزئی از پاسخ و جایگذاری آن در معادله (۱۸) معادلات زیر حاصل می‌شوند:

$$\begin{cases} \frac{da}{dt} = \frac{1}{5} \\ [(5\omega^2 - 36\chi^2)a - 36\zeta_1\dot{a} - 8\Omega b + 36\zeta_1\omega m - 10\omega\dot{m} + 8\Omega\omega n - f_0] \\ \frac{db}{dt} = \frac{1}{5} \\ [(5\omega^2 - 36\chi^2)b - 36\zeta_1\dot{b} - 8\Omega a + 36\zeta_1\omega n - 10\omega\dot{n} - 8\Omega\omega m] \\ \frac{dm}{dt} = \frac{1}{5} \\ [(5\omega^2 - 36\chi^2)m - 36\zeta_1\dot{m} + 8\Omega\dot{n} + 36\zeta_1\omega a + 10\omega\dot{a} - 8\Omega\omega b] \\ \frac{dn}{dt} = \frac{1}{5} \\ [(5\omega^2 - 36\chi^2)a - 36\zeta_1\dot{n} - 8\Omega\dot{m} + 36\zeta_1\omega b + 10\omega\dot{b} + 8\Omega\omega a] \end{cases} \quad (29)$$

۶- شبیه‌سازی و حل معادلات

مشخصات ژيروسکوپ انتخابی همانند مرجع [۱] در نظر گرفته شده است (جدول ۱). حل این معادله‌ها در نرم‌افزار MATLAB > SIMULINK انجام شده و پاسخ‌ها مطابق شکل‌های ۸-۵ است. نیروی وارد نیروی سینوسی با فرکانس ۹۰ درصد فرکانس تشدید سامانه و با دامنه ثابت ۱۰ میکرومتر می‌باشد [۷].

۷- نتیجه گیری

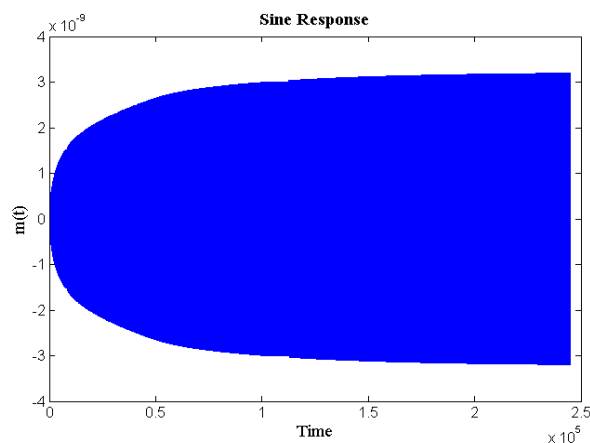
ابتدا با شبیه سازی شکل های مختلف حلقه ای و ستاره ای ملاحظه شد که این شکل ها همگی با توجه به ساختار خود در فرکانس های مختلف دارای مد خمشی مشابه حلقه خالص هستند. بر این مبناء، یک رزنا تور ستاره ای با ۱۶ پره برای ژيروسکوپ پیشنهاد گردید. اساس پیشنهاد مبتنی بر دو دلیل است: ۱- نزدیک شدن شکل به دایره و ۲- افزایش مساحت جانبی سامانه که منجر به افزایش سطح خازن ها و در نتیجه افزایش امکان اعمال نیروی الکترواستاتیکی می شود.

همچنین در تحقیق حاضر فرکانس طبیعی از معادلات حلقه خالص و نرم افزار ABAQUS استخراج و با حلقه پره دار مقایسه شد. ملاحظه گردید که می توان از این معادلات در تحلیل ژيروسکوپ MEMS حلقه ای با پره نیز سود برد. بدین ترتیب با توجه به دینامیک سامانه، پاسخ به صورت ترکیبی از مدهای نرمال تناوبی و توابع زمانی حدس زده شد و پاسخ زمانی سامانه هنگامی که نیروی سینوسی با دامنه ثابت وارد می شود، به دست آمد.

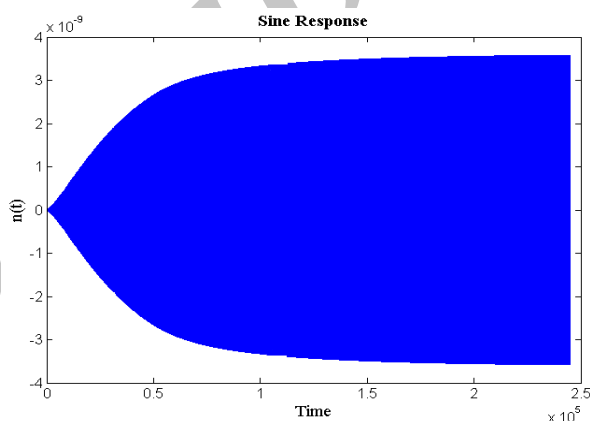
در نهایت ذکر این مطلب لازم است، که در داخل کشور هنوز به قدر لازم به تحقیق و مطالعه ژيروسکوپ های میکرومکانیکی پرداخته نشده و کارهای انجام شده بیشتر مطالعات پایه ای در مورد مکانیک میکرو و نانو سازه ها هستند [۸ و ۹].

۸- مراجع

1. Zaman, M.F. and Ayazi, F. "Degree-Per-Hour Mode-Matched Micromachined Silicon Vibratory Gyroscopes", Ph.D. Thesis, Georgia Institute of Tech., April 2008.
2. Ayazi, F. and Najafi, Kh. "High Aspect-Ratio Combined Poly and Single-Crystal Silicon (HARPSS) MEMS Technology", J. Micro Electromechanical Systems, Vol. 9, No. 3, pp.288-294, 2000.
3. Ayazi, F. and Najafi, Kh. "A HARPSS Polysilicon Vibrating Ring Gyroscope", J. of Micro Electromechanical Systems, Vol. 10, No. 2, pp.169-179, 2001.
4. Soedel, W. "Vibrations of Shells and Plates", Ph.D. Thesis, Dep't. of Mech. Eng., Purdue University, West Lafayette, Indiana, by Marcel Dekker, Inc, 2004.
5. Rao, S. "Vibration of Continuous Systems", John Wiley & Sons, Inc, 2007.
6. Tirtichny, A. "Calculation of Vibrating Ring Gyroscope Characteristics", Saint-Petersburg State Univ. of Aero. Instrumentation, Saint-Petersburg, Russia, 2007.



شکل (۷): مقدار $m(t)$.



شکل (۸): مقدار $n(t)$.

توابع زمانی a, b, n, m تغییر جهت گذرای رزوناتور را در هنگام وارد شدن سرعت زاویه ای و پارامتر $m(t)$ تغییر دامنه ارتعاشات حلقه را در قسمت تحریک الکترودها نشان می دهد. پارامتر $n(t)$ نیز تغییرات دامنه ارتعاشات حلقه را در قسمت الکترودهای دریافت نشان می دهد. با توجه به نمودارها می توان گفت که مقدار کم میرایی به مدت زمان زیاد تابع زمانی گذرای $n(t)$ می انجامد. همچنین مقدار کم میرایی منجر به افزایش زمان در دسترس بودن ژيروسکوپ جهت اندازه گیری سرعت زاویه ای می شود.

با توجه به پاسخ استخراج شده، این مقادیر با گذر زمان افزایش می یابند تا به مقدار نهایی و ثابت برسند. با توجه به نزدیک بودن قطب های سامانه، نیاز به کنترل جهت پایداری سامانه تحریک احساس می شود.

بدین ترتیب نتیجه گرفته می شود که استفاده از معادلات اصلاح شده حلقه خالص در استخراج پاسخ زمانی توابع زمانی گذرا عملیاتی هستند.

9. Esmailzadeh Khadem, S. and Jalali, A. "Nonlinear Vibration and Dynamic Stability Analysis of a Nanocomposite Viscoelastic Microplate under an Electrostatic Actuation", *Aero. Mech. J.* Vol. 8, No. 3, pp. 51-68, 2012 (In Persian).
7. Lavsani, R.S. "Adaptive Control of Drive Mode of a Vibrational MEMS Gyroscope with Continuous Structure", Msc Thesis, K.N. Toosi University of Tech., February 2012.
8. Bijari, A., Keshmiri, S., and Zangoee Motlagh, M. "Modeling of Thermoelastic Damping in Bulk-Mode Vibrations of Micromechanical Ring Resonator Using Energy Method", *Aero. Mech. J.* Vol. 8 No. 3, pp. 35-50, 2012 (In Persian).

Archive of SID