استخراج مدل دینامیکی ژیروسکوپ ارتعاشی MEMS ساختار پیوسته

و حل آن با اعمال نیروی هارمونیک

امیر علی نیک خواه کلی اصغر جعفری زضا اثباتی لواسانی

دانشکده مهندسی هوافضا دانشکده مهندسی مکانیک دانشکده مهندسی هوافضا دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

(تاریخ دریافت: ۲۹/۱۰/۱۹؛ تاریخ پذیرش: ۹۳/۱۰/۱۹)

چکیدہ

ژیروسکوپهای MEMS ساختار پیوسته، همانند ژیروسکوپهای MEMS جرم متمرکز برمبنای نیروی کوریولیس عمل میکنند. در این مقاله ژیروسکوپهای ارتعاشی MEMS با رزناتور حلقوی مورد بررسی قرار گرفتهاند. تا کنون اشکال متفاوت دایروی و ستارهای ۸ پر برای رزوناتور این ژیروسکوپها پیشنهاد شده است. در مقاله حاضر این مدلها در نرمافزار ABAQUS تحلیل و مدل جدید ستارهای ۶۲ پر پیشنهاد شده است. همچنین، دینامیک ژیروسکوپ حلقهای با پره به کمک حلقه خالص (ایدهآل بدون پره) تخمین زده شده است. به کمک نرمافزار ABAQUS فرکانس مود کاری رزناتور استخراج و با مقایسه با فرکانس تحلیلی مستخرج از حل معادله دینامیکی صحتسنجی شده است. در انتها نیز پاسخ معادلات سامانه از روش گالرکین با وجود اعمال نیروی ورودی هارمونیک با دامنه ثابت ارائه شده است.

واژههای کلیدی: ژیروسکوپهای ارتعاشی، MEMS، رزناتور حلقوی، ارتعاشات پیوسته، روش گالرکین

Extracting Dynamic Model of a MEMS Vibratory Gyroscope with Continues Structure and Its Solution for Harmonic Force

. . . .

A. A. Nikkhah A. A. Jafari R. Esbati – Lavasani Aerospace Engineering Department K.N. Toosi University of Technology (Received: 09 Janury, 2014; Accepted: 17 May, 2014)

ABSTRACT

Almost all the MEMS gyroscopes are vibratory, and work based on Coriolis force. Analysis of MEMS Vibratory Gyroscopes with ring resonator is proposed in this paper. Different gyro resonators are developed in literature such as circle and 8 edge star. Analyzing these structures with ABAQUS, we introduce a novel 16 edge star resonator. Analytical and simulated frequency answers are compared. Through this ring equation instead of ring model with support and connections is validated. Also response of the system to harmonic input force with constant amplitude is determined.

Keywords: Vibratory Gyroscope, MEMS, Ring Resonator, Continuous Vibrations, Galerkin Method

۲– دانشیار

۳- دانشجوی دکترا

۱- دانشیار (نویسنده پاسخگو): nikkhah@kntu.ac.ir

علائم اختصاري

| علانه اختصاري | |
|--------------------|--------------------------|
| v | سرعت |
| Ω | سرعت زاويەاي |
| Т | دما برحسب كلوين |
| Q_{EFF} | ضريب كيفيت |
| с | میرایی |
| V | ولتاژ شارژ |
| d | فاصله بين صفحات |
| Ι | شار جریان |
| t | زمان برحسب ثانيه |
| m | جرم |
| β | ثابت ماده |
| E | مدول يانگ ماده |
| Li | عملگر لاو |
| η | ضريب مشاركت مودال |
| ζ _k | ضریب میرایی |
| U(θ) | مد نرمال |
| М | جرم |
| ky | |
| ω ₀ | فركانس طبيعي |
| k _B | ثابت بولتزمان |
| q _{drive} | دامنه ارتعاش مد تحریک |
| Ag | بهره زاویهای ساختار حلقه |
| Fe | نيروى ميدان الكتريكي |
| з | ثابت دىالكتريك هوا |
| А | مساحت صفحات الكترود م |
| D | سختی خمشی |
| h | ارتفاع حلقه |
| b | عرض حلقه |
| φ | زاويه فاز |
| n | اعداد طبيعي |
| ρ | چگالی |
| Uring | انرژی پتانسیل |

آشکارسازی حرکت ثانویه ایجاد شده ناشی از نیروی کوریولیس عمل میکنند. بدین لحاظ ایجاد حرکت نسبی داخلی، در ژیروسکوپ، که در اندرکنش با چرخش بیرونی بتواند شتاب کوریولیس لازم را به نحو مطلوب تولید نماید، لازمه توانایی اندازه گیری این سرعت زاویهای خارجی می باشد. بخشی از مکانیزم داخلی یک ژیروسکوپ MEMS، که این نوسانات را تولید می کند، به نام رزناتور خواهنده می شود. از نظر نوع عملکرد، سه نوع ساختار متداول برای رزناتور وجود دارد. ۱- ساختار جرم متمرکز'، ۲-ساختار تیرهای مرتعش و ۳-ساختار یوستههای ار تعاشی . مناسب ترین ساختار پوسته ای برای رزناتور ژیروسکوپ در ابعاد بسیار کوچک شکل حلقوی میباشد. تاکنون شکل های متفاوت دایروی و ستارهای ۸ پر، با ۸ پـره داخلـی بـرای رزونـاتور حلقوی پیشنهاد شده است [۱و ۲ و ۳]. تبدیل رزوناتور دایرهای به ستاره بهدلیل افزایش سطح خازن های تحریک و تشخیص و در نتیجه نیروهای تحریک بیشتر و در نهایت افزایش قدرت تفکیک ژیروسکوپ می باشد. بر این اساس در پژوهش حاضر یک رزوناتور ستارهای ۱۶ پر برای رسیدن به قدرت تفکیک بهتر پیشنهاد شده است، که در ادامه تحلیلهای لازم در مورد آن انجام و کارآیی آن نشان داده میشود.

تقریباً تمامی ژیروسکوپهای میکروماشینکاری شده ارتعاشی هستند. دو مد ارتعاشی تحریک و دریافت، میتوانند یک جفت مد کاهش یافته یا یک جفت مد کاهش نیافته با توجه به ماهیت مدهای کاری ژیروسکوپ باشند. از نظر فیزیکی، جفت کاهش یافته معرف یک جفت مد ارتعاشی است، که فرکانس تشدید یکسان دارند، در حالی که جفت مد کاهش نیافته ناظر بر یک جفت مد ارتعاشی با فرکانس تشدید متمایز است. ژیروسکوپهای جامد ژیروسکوپهای از نوع کاهش یافته میباشند. در حالی که سایر ژیروسکوپهای ارتعاشی از نوع کاهش نیافته هستند. انواع کاهش نیافته را اغلب میتوان به صورت شتاب سنجهای مشهور کوریولیس مدل کرد، بدین ترتیب که شامل یک شتابسنج (جرم حساس) و یک رزوناتور (جرم محرک) میباشند. این دو میتوانند دارای فرکانسهای تشدید یکسان (مد- هماهنگ) یا مشابه (مد - جدا) باشند. طراحی مد- هماهنگ در کاربرد غالب میباشد،

4- Ring

۱– مقدمه

r(t)

ژیروسکوپهای MEMS همانطور که مشهور است، بر مبنای

ورودى مرجع

¹⁻ Proof Mass

²⁻ Torsion bars

^{3 -} Shell

و منتج به دریافت و دقت بالاتر با دریفت کمتر می شود [۱]. ژیروسکوپهای ارتعاشی تحقیق حاضر از انواع کاهشیافته است که فرکانس تحریک و دریافت آن یکسان می باشد.

۲ – اصول کاری ژیروسکوپهای ارتعاشی

در شکل ۱ مدهایی که در ژیروسکوپ ارتعاشی و توابع کنترل لازم است تا رزوناتور به صورت یک ژیروسکوپ کار کند، نشان داده شده است.



مد اولیه ^۱ دارای شکم در ۰، ۹۰، ۱۸۰ ۲۷۰ درجه است. بنابراین، این مکانها برای اتصال المانهای دریافت و عملگرهای پیزوالکتریک مورد استفاده قرار می گیرد. مد ثانویه ۲ دارای شکلی مشابه شکل اولیه است اما ۴۵ درجه نسبت به مد اولیه چرخیده است. مد ثانویه دارای شکم در ۱۳۵٬۴۵، ۲۵۵ و ۳۱۵ درجه که امانهای پیزوالکتریک متصل هستند، میباشد. کنترل مد اولیه، مد اولیه را در ۹۰ درجه (و ۲۷۰ درجه) تحریک میکند و سیگنال پاسخ را در ۰ و ۱۸۰ دریافت میکند. فرکانس تشدید، کنترل مد تابع اولیه رزوناتور را تحریک میکند تا دامنه ارتعاش ثابت تولید نماید. کنترل مد ثانویه جهت افزایش پهنای باند ثیروسکوپ مورد استفاده قرار می گیرد. برخی طراحیها که از شدهاند. مرحله خروجی، سیگنال را به حلقه کنترل مد دوم بدل میکند و یک سیگنال کا متناسب با نرخ چرخش ایجاد میکند. روشهای تبدیل انرژی مختلفی جهت تحریک و دریافت ارتعاشات

رزوناتور به کار رفته است. ایـن روشها شـامل الکترومغنـاطیس، الکترواستاتیک، حرارتی و پیزوالکتریک میباشند. با توجه به اینکه ژیروسکوپ ارتعاشی ترکیب دریافت و تحریـک مـرتبط بـا توابـع کنترلی هستند و بهعنوان حسگر هوشمند شناخته میشوند.

۳-بررســی و تحلیــل مــدلهـای موجــود در مراجـع و ارائــه ویژگیهای آنها

مدلهای ارائهشده در مراجع شامل حلقه و فنر و تکیه گاه و یا ستاره با فنرهای داخلی می باشد. این مدلها در مراجع [۱، ۲ و ۳] بررسی شدهاند. این نمونهها در نرم افزار المان محدود ABAQUS شبیه سازی شده و فرکانس طبیعی و میزان تنشها بر سامانه در شکلهای ۲ و ۳ نشان داده شده است.



دایرهای با فنر دونیم دایرهای و ج)دایره با فنر نیمدایرهای [۲].



شکل (۳): ستاره ۱۶ پر، با ۱۶ پره داخلی.

شکل ۲ نشان میدهد در مد انعطافی (دوم)، رفتار تمام نمونهها مشابه حلقه خالص میباشد، تنها تفاوت مهم آنها در فرکانس سامانه میباشد. اما نکته حائز اهمیت، تغییر شکل یکسان همگی در مد دوم خمشی میباشد. پیشنهاد این مقاله استفاده از ساختار ستارهای ۱۶ پر، با ۱۶ پره (شکل ۳) است. این پیشنهاد دو دلیل عمده دارد: ۱- این شکل به دایره نزدیکتر میباشد و

¹⁻ Cos 2θ

²⁻ Sin 2θ

رفتاری نزدیکتر به حلقه دارد، بنابراین استفاده از معادلههای حلقه خطای کمتری دارد و ۲- سطح مقطع این شکل از سطح مقطع حلقه با همین ابعاد بیشتر میباشد. بنابراین، سطح خازن بیشتری در همان ابعاد جهت اعمال نیرو وجود دارد. علاوه بر این، فرکانس طبیعی مد دوم این سامانه بیشتر میباشد. این موضوع با توجه به افزایش تعداد برهها و افزایش سختی سامانه طبیعی است. این افزایش فرکانس منجر به افزایش پهنای باند سامانه و پاسخ سریعتر سامانه خواهد شد.

۴-مدل دینامیکی ژیروسکوپ MEMS با ساختار پیوسته حلقه ای جهت استخراج معادلههای حلقه با پره، از معادلههای حلقه خالص استفاده شده است. معادلههای حلقه خالص از قوس حاصل میشود. این معادلات از تحلیل تنش و کرنش جابهجایی بهدست میآیند. در حالت بیباری، معادلات (۱ و ۲)به صورت زیر میباشند[۴و۵]:

$$\frac{\text{EI}}{\text{a}^{4}} \left(\frac{\partial^{2} u_{\theta}}{\partial \theta^{2}} - \frac{\partial^{3} u_{3}}{\partial \theta^{3}} \right) + \frac{\text{EA}}{\text{a}^{2}} \left(\frac{\partial^{2} u_{\theta}}{\partial \theta^{2}} + \frac{\partial u_{3}}{\partial \theta} \right)$$

$$+ q_{\theta}^{2} = \rho A \frac{\partial^{2} u_{\theta}}{\partial t^{2}}$$

$$(1)$$

$$\frac{\mathrm{EI}}{\mathrm{a}^{4}} \left(\frac{\partial^{3} u_{\theta}}{\partial \theta^{3}} - \frac{\partial^{4} u_{3}}{\partial \theta^{4}} \right) + \frac{\mathrm{EA}}{\mathrm{a}^{2}} \left(\frac{\partial u_{\theta}}{\partial \theta} + u_{3} \right)$$

$$+ q'_{3} = \rho A \frac{\partial^{2} u_{3}}{\partial t^{2}}$$

$$(Y)$$

$$L_1 u_\theta - L_2 u_3 = 0, \tag{(7)}$$

$$L_2 u_\theta - L_3 u_3 = 0. \tag{(f)}$$

$$u_{3}(\theta,t) = U_{3}(\theta)e^{\theta} \qquad (0)$$

$$\frac{\partial^{6}U_{3}}{\partial\theta^{6}} + (2 + \frac{\omega^{2}}{\omega_{0}^{2}})\frac{\partial^{4}U_{3}}{\partial\theta^{4}} + (1 - \frac{\omega^{2}}{\omega_{0}^{2}} - \frac{\omega^{2}}{p\omega_{0}^{2}})\frac{\partial^{2}U_{3}}{\partial\theta^{2}}$$
(9)

$$\begin{split} + \frac{\omega^2}{p\omega_0^2}(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2})U_3 &= 0. \end{split}$$
پاسخ حلقه میتواند متناوب کسینوسی باشد. بـا انتخـاب پاسـخ
کسینوسی میتوان نوشت:
 $U_3(\theta) = A_n \cos(n\theta - \varphi), \qquad (Y)$
که در آن،...,1,2,3,... و An و φ ثابـتهـای اختیاری میباشـند،
 $\varphi = 0,90$ اختیاری میادلد (عدار در حالت پاسخ اجباری که شرط تعامد، مقـدار (9,90 را
بهجز در حالت پاسخ اجباری که شرط تعامد، مقـدار (۶) رابطـه زیـر
بهدست میآید:
 $\omega^4 - \omega^2[\omega_0^2(1 + n^2)(1 + pn^2)] + n^2(n^2 - \Lambda)^2p\omega_0^4 = 0. \end{split}$

www.SID.ir

$$\omega_{\pi 1,2}^{2} = \frac{\omega_{0}^{2}(1+n^{2})(1+pn^{2})}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{n^{2}-1}{n^{2}+1}\right)^{2} \frac{4n^{2}p}{(1+pn^{2})^{2}}} \right].$$
(9)

با فرض اینکه انبساط سطح مرجع ناچیز است رابطه (۱۰) بهشرح زیر میباشد :

 $\mathcal{E}_{11}^{0} = \mathcal{E}_{22}^{0} = \mathcal{E}_{3}^{0} = 0 \tag{(1)}$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = -u_3. \tag{11}$$

∂u⊿

با جایگذاری در معادله (۶) و همچنین با درنظر گرفتن فرض 1

$$\frac{\partial^{6}U_{3}}{\partial\theta^{6}} + (2 + \frac{\omega^{2}}{\omega_{0}^{2}})\frac{\partial^{4}U_{3}}{\partial\theta^{4}} + (1 - \frac{\omega^{2}}{\omega_{0}^{2}} - \frac{\omega^{2}}{p\omega_{0}^{2}})\frac{\partial^{2}U_{3}}{\partial\theta^{2}} + \frac{\omega^{2}}{p\omega_{0}^{2}}(1 - \frac{\omega^{2}}{\omega_{0}^{2}})U_{3} = \frac{a^{4}}{EI}\frac{\partial}{\partial\theta}(q_{\theta}^{'} + \frac{\partial q_{3}^{'}}{\partial\theta})$$

$$(17)$$

معادله حاصل، معادله حرکت حلقه است. جهت بهدست آوردن فرکانسهای طبیعی، در معادله همگن قرار داده میشوند: $u_3(\theta,t) = U_3(\theta)e^{j\omega t}$. (۱۳)

$$\frac{\partial^{6}U_{3}}{\partial\theta^{6}} + 2\frac{d^{4}U_{3}}{d\theta^{4}} + (1 - \frac{\omega^{2}}{p\omega_{0}^{2}})\frac{d^{2}U_{3}}{d\theta^{2}} + \frac{\omega^{2}}{p\omega_{0}^{2}}U_{3} = 0.$$
(15)

این معادله در حالت کلی حل می گردد. با درنظر گرفتن حلقه بسته می توان نوشت:

$$u_3(\theta,t) = U_3(\theta)e^{j\omega t}.$$
(10)

$$-n^{6} + 2n^{4} - n^{2} + \omega^{2}(n^{2} + 1)\frac{1}{p\omega_{0}^{2}} = 0.$$
(19)

$$\omega_n^2 = \frac{n^2 (n^2 - 1)^2}{n^2 + 1} p_0^2. \tag{1V}$$

چنانچه سامانه با سـرعت زاویـه Ω بچرخـد، در انـرژی جنبشـی عبارات جدیدی اضافه میگـردد [۲] و معادلـه (۱۷) دچـار تغییـر میشود. با فرض (ω₀ = E/pa² به = I/Aa²) نتیجه گرفته میشود:

$$\frac{2\Omega n}{n^{2}+1} \pm \sqrt{\left(\frac{2\Omega n}{n^{2}+1}\right)^{2} + p\omega_{0}^{2}[(n^{2}-1)^{2}n^{2}/(n^{2}+1)] - \Omega^{2}}.$$
 (19)

۵-مقایسه فرکانس طبیعی حاصل از نرمافزار ABAQUS و تحلیلی
 در حالت تحلیلی مقدار فرکانس طبیعی حلقه ساده از معادله
 (۱۷) حاصل شد. با جایگذاری مقادیر به دست آمده در بخش قبل،
 فرکانس مد دوم در حالت تحلیلی به دست می آید[۷]:

 @_{analysis} = 14529 kHz.
 (۲۰)



شکل (۴): تحلیل فرکانسی حلقه ساده و حلقه با فنر و تکیهگاه داخلی در نرمافزار ABAQUS.

مقدار فرکانس طبیعی بهدست آمده در نرمافزار نیز برابر است با:

$$\omega_{abaqus} = 15140 \ kHz.$$
 (۲۱)
ملاحظه می شود این دو مقدار به یکدیگر نزدیک هستند:

$$\omega_{abaqus} = \omega_{analysiss} \tag{(TT)}$$

حال با لحاظ اینکه حلقه دارای تکیهگاه و اتصالات نیمدایروی به تکیهگاه متصل باشند، فرکانسهای طبیعی بررسی و مقایسه میشوند. فرکانس طبیعی این مدل حاصل از نرمافزار عبارت از میشوند. فرکانس طبیعی این مدل حاصل از انرمافزار عبارت از طبیعی تحلیلی ابتدا تغییرات جرم و حجم ناشی از اتصالات و تکیهگاه بررسی میشود. با دانستن اینکه چگالی عبارت استاز جرم بر حجم،بااعمال تغییرات هموی و موام میباشد.

بدین ترتیب با جایگذاری در معادلات، فرکانس طبیعی تحلیلی عبارت از
$$2123kHz$$
 21213 kHz است. با توجه به اینکه مدل انتخاب شده مطابق مرجع [۲] است، مقدار فرکانس طبیعی حاصل، با مقدار فرکانس طبیعی آن مرجع مقایسه میشود. فرکانس طبیعی در مرجع [۲] برابر 29kHz ذکر شده است. در مرجع [۲] جهت استخراج فرکانس، جرم و سختی معادل را فرکانس طبیعی در مرجع [۲] برابر 29kHz ذکر شده است. در مرجع [۲] جهت استخراج فرکانس، جرم و سختی معادل را فرکانس محاسبه شده است. در مرجع [۲] جهت استخراج فرکانس، جرم و سختی معادل را فرکانس محاسبه شده است. در مرجع [۲] برابر 29kHz ذکر شده است. در فرکانس طبیعی در مرجع [۲] برابر 29kHz ذکر شده است. در مرجع [۲] جهت استخراج فرکانس، جرم و سختی معادل را فرکانس محاسبه شده است، بنابراین معادلات استخراج شده برای میاهد بدین ترتیب میتوان تحلیل رزوناتور را با اتکاء به معادله می برای میاهد. برای تعلیل تقدم رزوناتور، از میا (۱۲) بررسی نمود. در این قسمت برای تحلیل تقدم رزوناتور، از روش بوبنوف گالرکین با تقریب حلقه خالص استفاده میشود. با ژورمه بو بنوف گالرکین با تقریب حلقه خالص استفاده می شود. با ژورمه بو بونوف گالرکین با تقریب حلقه خالص استفاده می شود. با ژورس بوبنوف گالرکین با تقریب حلقه خالص استفاده می شود. با ژورس بوبنوف گالرکین با تقریب حلقه خالص استفاده می شود. با زور بر آنها میا می معادله در این قسمت برای تحلیل تقدم رزوناتور، از معیدان در حالت عمومی برای ارتعاش اجباری حالت پایه در مد می می بشد. در حالت عمومی برای ارتعاش اجباری حالت پایه در مد می می بشد. در حالت عمومی برای ارتعاش اجباری حالت پایم با خمشی (2=n)، حل معادله عبارت است از ترکیبی از توابع زمانی می بنشد. در حالت می می بادن و مدهای نرمال سامانه که از پاسخ با خمشی (وی سینوسی می باشند (معادله ۵۸). بنابراین، حل به صورت زیر نور تینوبی می بادند (ماد ۵۹). بنابراین، حل به می بود زیر نور گرفته می شود:

$$u(t, \theta) = (a\cos(2\theta) + b\sin(2\theta))\cos(\omega_n t)$$
 (۲۳)
+ $(m\cos(2\theta) + n\sin(2\theta))\sin\omega_n t$,
که در آن، پارامترهای a,b,m,n توابع زمانی هستند. این پارامترها
ایجاد چرخش در ژیروسکوپ را نشان میدهد. با فرض شرایط پایا،
این پارامترها محاسبه میشوند. ابتدا مشتق جزئی حدسزده شده
محاسبه میگردد و در معادلـه (۱۸) قـرار داده مـیشـود. بـا
سادهسازی، معادلات زیر حاصل میشوند [۶]:

$$\begin{cases} (5\omega^2 - 36\chi^2)a - 36\zeta_1\omega m + 8\Omega\omega n = f_0 \\ (5\omega^2 - 36\chi^2)b - 36\zeta_1\omega n - 8\Omega\omega m = 0 \\ (5\omega^2 - 36\chi^2)m + 36\zeta_1\omega a - 8\Omega\omega b = 0 \\ (5\omega^2 - 36\chi^2)n + 36\zeta_1\omega b + 8\Omega\omega a = 0. \end{cases}$$
(14)

جدول (۱): مشخصات مدل انتخاب شده جهت تحليل [۱].

| پارامتر طراحي | مقدار نهایی |
|----------------------------|-------------|
| قطر حلقه | ۱/۱ mm |
| پهنای فنرها و حلقهها | ۴µm |
| ارتفاع ساختار حلقه | λ∙μm |
| قطر ميله تكيهگاه | ۱۲۰µm |
| قطر فنر تکیهگاه | ۴۷۰μm |
| فاصله فضايي الكترود دريافت | µm۱/۴ |
| ارتفاع هر الكترود | ۶۰µm |
| مدول یانگ مادہ | ۱۸۵ е۹ |
| چگالی مادہ | ۲۳۲۹kg/m³ |
| دامنه تحريک | •/\ µm |



$$\begin{cases} a = b = 0, \\ m = \frac{36f_0\zeta_1\omega}{(36\zeta_1\omega)^2 + (8\Omega\omega)^2}, \\ n = \frac{8f_0\Omega\omega}{(36\zeta_1\omega)^2 + (8\Omega\omega)^2} \end{cases}$$
(Y Δ)

با جایگذاری این پارامترها در پاسخ حدسزده شده:

$$u(t,\theta) = (m\cos(2\theta) + n\sin(2\theta))\sin\omega_n t$$

= $D\cos(2\theta + \psi),$ (79)

$$D = \sqrt{m^2 + n^2} = \frac{f_0}{\sqrt{(36\zeta_1\omega)^2 + (8\Omega\omega)^2}},$$
 (YY)

$$\Psi = \arctan(\frac{n}{m}) = -\arctan(\frac{2\Omega}{9\zeta_1}).$$
(YA)

این زاویه فاز، زاویه چرخش حالت پایای موج ساکن حلقه میباشد.جهت درک بهتر دینامیک ژیروسکوپ میتوان پارامترهای a,b,m,n را توابع زمانی درنظر گرفت. بدینمنظور نیروی وارده در زاویه صفر لحاظ میشوند. بدینترتیب با اعمال مشتق گیری جزئی از پاسخ و جایگذاری آن در معادله (۱۸) معادلات زیر حاصل میشوند:

$$\begin{cases} \frac{d\dot{a}}{dt} = \frac{1}{5} \\ [(5\omega^2 - 36\chi^2)a - 36\zeta_1 \dot{a} - 8\Omega \dot{b} + 36\zeta_1 \omega m - 10\omega \dot{m} + 8\Omega \omega n - f_0] \\ \frac{d\dot{b}}{dt} = \frac{1}{5} \\ [(5\omega^2 - 36\chi^2)b - 36\zeta_1 \dot{b} - 8\Omega \dot{a} + 36\zeta_1 \omega n - 10\omega \dot{n} - 8\Omega \omega m] \\ \frac{d\dot{m}}{dt} = \frac{1}{5} \\ [(5\omega^2 - 36\chi^2)m - 36\zeta_1 \dot{m} + 8\Omega \dot{n} + 36\zeta_1 \omega a + 10\omega \dot{a} - 8\Omega \omega b] \\ \frac{d\dot{n}}{dt} = \frac{1}{5} \\ [(5\omega^2 - 36\chi^2)a - 36\zeta_1 \dot{n} - 8\Omega \dot{m} + 36\zeta_1 \omega b + 10\omega \dot{b} + 8\Omega \omega a] \end{cases}$$

۶- شبیه سازی و حل معادلات

مشخصات ژیروسکوپ انتخابی همانند مرجع [۱] درنظر گرفته شده است (جدول ۱). حل این معادلهها در نرمافزار MATLAB> SIMULINK انجام شده و پاسخها مطابق شکلهای ۸– ۵ است. نیروی وارد نیروی سینوسی با فرکانس ۵۰درصد فرکانس تشدید سامانه و با دامنه ثابت ۱۰ میکرومتر می باشد [۷].



توابع زمانی a,b,n,m تغییر جهت گذرای رزوناتور را در هنگام وارد شدن سرعت زاویهای و پارامتر (m(t) تغییر دامنه ارتعاشات حلقه را در قسمت تحریک الکترودها نشان میدهد. پارامتر (t) n نیز تغییرات دامنه ارتعاشات حلقه را در قسمت الکترودهای دریافت نشان میدهد.با توجه به نمودارها میتوان گفت که مقدار کم میرایی بهمدت زمان زیاد تابع زمانی گذرای (t) n میانجامد. همچنین مقدار کم میرایی منجر به افزایش زمان در دسترس بودن ژیروسکوپ جهت اندازه گیری سرعت زاویهای میشود.

با توجه به پاسخ استخراج شده، این مقادیر با گذر زمان افزایش مییابند تا به مقدار نهایی و ثابت برسند. با توجه به نزدیک بودن قطبهای سامانه، نیاز به کنترل جهت پایدارسازی دامنه تحریک احساس میشود.

بدین تر تیب نتیجه گرفته می شود که استفاده از معادلات اصلاح شده حلقه خالص در استخراج پاسخ زمانی توابع زمانی گذرا عملیاتی هستند.

۷-نتیجهگیری

ابتدا با شبیهسازی شکلهای مختلف حلقهای و ستارهای ملاحظه شد که این شکلها همگی با توجه به ساختار خود در فرکانسهای مختلف دارای مد خمشی مشابه حلقه خالص هستند. بر این مبناه یک رزناتور ستارهای با ۱۶ پره برای ژیروسکوپ پیشنهاد گردید. اساس پیشنهاد مبتنی بر دو دلیل است: ۱- نزدیک شدن شکل به دایره و ۲- افزایش مساحت جانبی سامانه که منجر به افزایش سطح خازنها و در نتیجه افزایش امکان اعمال نیروی الکترواستاتیکی میشود.

همچنین در تحقیق حاضر فرکانس طبیعی از معادلات حلقه خالص و نرمافزار ABAQUS استخراج و با حلقه پرهدار مقایسه شد. ملاحظه گردید که می توان از این معادلات در تحلیل ژیروسکوپ MEMS حلقهای با پره نیز سود برد. بدین ترتیب با توجه به دینامیک سامانه، پاسخ به صورت ترکیبی از مدهای نرمال تناوبی و توابع زمانی حدس زده شد و پاسخ زمانی سامانه هنگامیکه نیروی سینوسی با دامنه ثابت وارد می شود، به دست آمد.

در نهایت ذکر این مطلب لازم است، که در داخل کشور هنوز به قدر لازم به تحقیق و مطالعه ژیروسکوپهای میکرومکانیکی پرداخته نشده و کارهای انجام شده بیشتر مطالعات پایهای در مورد مکانیک میکرو و نانو سازهها هستند [۸ و ۹].

۸-مراجع

- Zaman, M.F. and Ayazi, F. "Degree-Per-Hour Mode-Matched Micromachined Silicon Vibratory Gyroscopes", Ph.D. Thesis, Georgia Institute of Tech., April 2008.
- Ayazi, F. and Najafi, Kh. "High Aspect-Ratio Combined Poly and Single-Crystal Silicon (HARPSS) MEMS Technology", J. Micro Electromechanical Systems, Vol. 9, No. 3, pp.288-294, 2000.
- Ayazi, F. and Najafi, Kh. "A HARPSS Polysilicon Vibrating Ring Gyroscope", J. of Micro Electromechanical Systems, Vol. 10, No. 2, pp.169-179, 2001.
- Soedel, W. "Vibrations of Shells and Plates", Ph.D. Thesis, Dep"t. of Mech. Eng., Purdu e University, West Lafayette, Indiana, by Marce I Dekker, Inc, 2004.
- Rao, S. "Vibration of Continuous Systems", John Wiley & Sons, Inc, 2007.
- Tirtichny, A. "Calculation of Vibrating Ring Gyroscope Characteristics", Saint-Petersburg State Univ. of Aero. Instrumentation, Saint-Petersburg, Russia, 2007.

- Esmaeilzadeh Khadem, S. and Jalali, A. "Nonlinear Vibration and Dynamic Stability Analysis of a Nanocomposite Viscoelastic Microplate under an Electrostatic Actuation", Aero. Mech. J. Vol. 8, No. 3, pp. 51-68, 2012 (In Persian).
- Lavsani, R.S. "Adaptive Control of Drive Mode of a Vibrational MEMS Gyroscope with Continuous Structure", Msc Thesis, K.N. Toosi University of Tech., February 2012.
- Bijari, A., Keshmiri, S., and Zangooee Motlagh, M. "Modeling of Thermoelastic Damping in Bulk-Mode Vibrations of Micromechanical Ring Resonator Using Energy Method", Aero. Mech. J. Vol. 8 No. 3, pp. 35-50, 2012 (In Persian).