شناسایی مدهای تشدید حاصل از پراکندگی امواج فراصوتی از عیوب

استوانهای شکل در یک محیط جامد همسانگرد

محمدهادی ملاوردی' و فرهنگ هنرور ٔ

دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی (تاریخ دریافت: ۹۲/۱۶/۱۵؛ تاریخ پذیرش: ۹۲/۱۱/۱۶)

چکیدہ

در مقاله حاضر معادلات پراکندگی امواج فراصوتی از عیوب استوانهای شکل خالی و پر از سیال استخراج شده و بر اساس آن، طیف پراکندگی (تابع فرم) که رابطه فرکانس- دامنه را برای امواج پراکنده شده نشان میدهد، رسم میشود. هنگام برخورد امواج فراصوتی به یک هدف الاستیک، امواج سطحی در اطراف هدف ایجاد شده و در صورت تداخل همفاز این امواج، تشدید صورت می گیرد. در تابع فرم مسئله مورد نظر، پدیده تشدید در فرکانس های مربوط بهصورت افت انرژی ظاهر میشود. با توجه به اینکه تابع فرم شامل دو بخش زمینه و تشدید است، در این مقاله روش جدیدی برای جداسازی تشدیدها از دامنه زمینه حفرههای استوانهای ارائه خواهد شد و با انجام آزمایش های عملی بر روی یک استوانه آلومینیومی حاوی سوراخ سرتاسری، تشدیدها از طیف فرکانسی استوانه و ملی با یکدیگر به خوبی انطباق دارند.

واژههای کلیدی: پراکندگی، امواج فراصوتی، عیوب استوانهای، مد تشدید

Theoretical and Experimental Identification of Resonance Modes of Cylindrical Cavities in an Isotropic Solid Medium M.H. Mollaverdi and F. Honarvar

K.N. Toosi University of Technology (Received: 06 September, 2013; Accepted: 05 February, 2014)

ABSTRACT

In this paper, the equations of acoustic wave scattering from hollow or fluid-filled cylindrical cavities embedded in an isotropic elastic solid are derived and the normalized backscattered pressure spectrum (form function) is plotted. When the wave strikes the body of the cylindrical cavity, surface waves are formed on the periphery of the target. These surface waves circumnavigate the body of the cavity and at certian frequencies interfere constructively and build up to the circumfrerencial resonance modes of the cylindrical cavity. The resonance modes appear as sudden pressure drops in the form function. We propose a new method for identification of resonance modes of the cylindrical cavity machined in an aluminum block indicates that the resonance modes identified in the analytical model completely agree with those observed in experimental measurements.

Keyword: Wave Scattering, Ultrasonic Wave, Cylindrical Cavity, Resonance Mode

۱– مقدمه

کاربردهای فراوان مدلسازی ریاضی امواج فراصوتی بیانگر اهمیت قابل توجه آن میباشد. مهمترین کاربرد مدلسازی امواج، کمک به آزمونهای غیرمخرب فراصوتی است. در مواردی که نیاز به حساسیت و دقت بالا برای تعیین هندسه یا موقعیت مکانی عیوب است (سوراخهای بسیار ریز درون قطعات) و پروبهای فراصوتی جوابگو نمیباشند (پروبهای فرکانس بالا حساسیت خوبی دارند ولی استهلاک موج در آنها نیز زیاد است)، با استفاده از روابطی که در این مقاله مطرح خواهد شد، میتوان فشار برگشتی امواج که توسط مدل ریاضی بهدست آمدهاند را به شکل اکوی دریافتی از دستگاه فراصوتی در آزمون غیرمخرب درآورد و به تفسیر نتایج

امواج فراصوتی در اثر برخورد به مرز مشترک دو جسم علاوه بر بازتاب، شکست و تغییر حالت، ممکن است در اطراف مرز مشترک دچار پراکندگی نیز شوند. برای آشنایی بیشتر با مفهوم فیزیکی پراکندگی، به تحلیل رفتار موج در مرز مشترک (تخت یا مدور) بین دو جسم پرداخته خواهد شد. اگر مرز مشـترک دو جسـم تخت باشد، همواره قسمتی از امواجی که به مرز مشتر ک دو محیط تابیده می شوند، منعکس شده و قسمتی از آنها نیز به محیط دوم وارد می شوند. در صورت تابش مایل امواج، علاوه بر توليد امواج بازتابش، در محيط دوم امواج شكست نيز وجود خواهد داشت. اگر مرز مشترک دو جسم، مدور (نه لزوماً دایروی) باشد، هنگام تابش موج، علاوه بر امواج بازتابش و شکست، پراکندگی نیز رخ میدهد و امواج پیرامونی و خزشی حول مرز مشترک دو جسم تولید می شوند. در صورتی که جسم پراکنده كننده موج، الاستيك باشد امواج ايستا نيز در اثر تداخل امواج پيراموني توليد خواهند شد. امواج پيراموني که حول جسم مدور ایجاد می شوند دو دسته اند. دسته اول در اجسام صلب و الاستیک و دسته دوم فقط در اجسام الاستیک ایجاد می شوند. از دسته اول می توان به امواج فرانس ٔ اشاره کرد. از دسته دوم امواج، مـی تـوان امواج ريلي٬ شبه ريلي٬ ايوان نجوا٬استونلي٬ شولتي– استونلي٬ و هدایتشده محوری^۲را نام برد که در تشدیدهای استوانه مؤثرند

- 1- Franz
- 2- Rayleigh
- 3- Pseudo-Rayleigh
- 4- Whispering Gallery
- 5- Stoneley
- 6- Scholte-Stoneley
- 7- Axially-Guided

و هر کدام در شرایط خاص ایجاد می شوند [۱]. بعد از برخورد موج صفحهای به جسم الاستیک و ایجاد دسته دوم امواج پیرامونی، امواج در داخل و خارج جسم از دو طرف به سمت یکدیگر حرکت می کنند. این امواج در یک نقطه به یک دیگر خواهند رسید. اگر در این نقطه همفاز باشند، تداخل سازنده ایجاد شده و در اثر این تداخل، امواج ایستا تولید می شوند. در این حالت انرژی سیستم بیشینه خواهد بود. ارتعاش این امواج ایستا به عنوان منبع ثانویه، علت افزایش و یا کاهش ناگهانی دامنه (تشدید) است.

مسئله پراکندگی موج، اولین بار برای اجسام نفوذناپذیر توسط ریلی [۲]، برای اجسام الاستیک توسط فاران[^] [۳] و بـرای حفـرههـای استوانهای توسط گلاژانف[°]مطرح شد [۴].

در نوشــتههـای کلاسـیک، پراکنـدگی امـواج صـوتی یـا الکترومغناطیسی رابطهای بین دامنه زمینه و تشدیدها وجود نداشـت. جانسـون''، تروئـل''و كرافـت'' [۵] مطالعـاتی روی يراكندگي امواج الاستيک انجام دادند و متوجه شدند كه تشدیدهای ایجاد شده در فرکانسهای ویژه از دامنه زمینه قابل تفکیک هستند. رومان [۶] تئوری پراکندگی کوانتـوم مکـانیکی را مطرح و به جداسازی تشدیدها از دامنه زمینه تابع فـرم پرداخـت. فلکس" [۶] با کمک تئوری پراکندگی کوانتوم مکانیکی، تئوری یراکندگی تشدید^۴ را بهمنظور تفکیک تشدیدها از دامنه زمینه مطرح کرد. ری و یارک^{۱۵} [۷] نیـز در سـال ۲۰۰۴ اصـلاحاتی در فرمولاسیون جداسازی تشدیدهای حفرههای استوانهای بهروش تئوری پراکندگی تشدید انجام دادند. اوبرال^{۱۶} [۶] به بررسی پراکندگی امواج طولی درون ماتریس جامد پرداخت و بهکمک مسئله پراکنـدگی هسـتهای و بـهکـار بـردن تقریـب خطـی در معادلههای مربوط، یراکندگی امواج طولی از حفرههای استوانهای درون جامد همسانگرد را تبیین و تشدیدهای حفرههای استوانهای را از توابع فرم آنها تفکیک کرد.

در مقاله حاضر، در ادامه کارهای انجام شده به رسم توابع فرم برای امواج تابشی طولی و عرضی و جداسازی تشدیدهای حفرههای استوانهای درون ماتریس جامد همسانگرد (فرمولاسیون قـدیم و

9- Glazanov

- 11- Truell
- 12- Kraft
- 13- Flax
- 14- Rst
- 15- Rhee & Park
- 16- Uberall

⁸⁻ Faran

¹⁰⁻ Johnson

جدید تئوری پراکندگی تشدید) بدون استفاده از تقریب خطی، یرداخته میشود. در روش جدید ارائه شده از تقریب خطی استفاده نمی شود و برای نخستین بار مؤلفه های ماتریس پراکندگی دامنه زمینه بهروشی جدید بیان می شوند. همچنین برای اولین بار از روش آزمایشــگاهی شناسـایی و تفکیــک تشــدیدها بـرای جداسازی تشدیدهای حفرههای استوانهای استفاده می شود. در این روش اکوهای دریافتی (فشار - زمان) از پروب فراصوتی با حذف تشدیدهای یروب و استفاده از تبدیل فوریه به طیف فرکانسی (فشار - فركانس) تبديل شده و با بيبعد كردن طيف فركانسي نتايج با تشدیدهای جدا شده از تابع فرم با روش تئوری مقایسه مىشوند.

۲– مدل ریاضی پراکندگی

بهعلت عدم انتشار موج عرضی در محیط سیال، در پراکندگی امواج از اهداف غوطهور در سیال نیاز به مدلی برای تفکیک جابهجایی نیست، اما در محیط جامد می بایست جابه جایی موج طولی و عرضی از یکدیگر جدا شود. معمولاً برای جداسازی جابهجایی در مواد همسانگرد از مدل جداسازی هلمهولتز ^۲ که جابهجایی را به دو میدان چرخشی (جابهجایی موج طولی) و غیر چرخشی (جابهجایی موج عرضی) تقسیم می کند، استفاده می شود [۸].

$$\boldsymbol{\varphi} = \nabla \boldsymbol{\varphi} + \nabla \times \boldsymbol{\psi}. \tag{1}$$

در معادله بالا، ø یتانسیل اسکالر، ψ یتانسیل برداری، (∇)ایراتور گرادین، (× ∇) اپراتور کرل، ϕ جابهجایی موج طولی و ψ × ∇ جابهجایی موج برشی می باشند. در صورتی که موج تابش، موج طولی باشد، پتانسیل اسکالر درون ماتریس جامد از معادله زیر بهدست می آید:

$$\rho_{i} = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_{n} \left(i\right)^{n} J_{n} \left(k_{l} r\right) \cos n\theta , \qquad (\Upsilon)$$

$$\varepsilon_n = \begin{cases} 1 & n=0\\ 2 & n \neq 0 \end{cases}$$
(\mathcal{T})

کـه در آن، زاویـه مـوج پراکنـده شـده بـا θ نشـان داده شـده است. J_n تابع بسل \tilde{r}_n تابع نيومن، r مختصات نقطه مـورد نظـر درون جامد و k_l بردار موج طولی است که از تقسیم فرکانس زاویهای ω به سرعت موج طولی، به دست می آید.

اگر موج ورودی، عمود بر محور عیب استوانهای (محور z) تابیده شود، مؤلفههای $\psi_r, \psi_{
ho}$ پراکنده شده در محیط پیرامونی صفر خواهند بود و فقط توابع پتانسیل ϕ, ψ_z پراکنده میشوند.

2-Helmholtz

www.SID.ir

بنابراین، توابع یتانسیل براکنده شده در محیط جامد در حالت تابش عمودی موج طولی به صورت زیر می باشد [۹ و ۱۰].

$$\varphi_{sc} = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \varepsilon_n(i)^n H_n(k_1 r) \cos n\theta \ e^{i(k_{zt}, z - \alpha t)}, \qquad (\clubsuit)$$

$$\psi_{z_{\infty}} = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \varepsilon_n(i)^n H_n(k_t r) \cos n\theta \ e^{i(k_{\omega}, z - \alpha r)} , \qquad (\Delta)$$

$$k_{l} = ((\frac{\omega}{c_{l}})^{2} - k_{z}^{2})^{1/2} , \ k_{t} = ((\frac{\omega}{c_{t}})^{2} - k_{z}^{2})^{1/2} , \qquad (\mathcal{F})$$

که در معادلات بالا، H_n تابع هنکل و k_t عدد موج عرضی است. در حالت تابش عمودی، بردار موج در راستای محور استوانه مؤلفه ای نخواهد داشت ($k_z = 0$). در حفره داخلی (هوا یا سیال) تنها موج طولی قابلیت انتشار دارد و موج متناظر با پتانسیل برداری پراکنده و منتشر نخواهد شد، بنابراین پتانسیل اسکالر داخل حفره از رابطه زیر بهدست می آید:

$$\varphi_f = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \varepsilon_n (i)^n j_n (k_f r) \cos n\theta , \qquad (Y)$$

$$k_f = ((\frac{\omega}{c_f})^2 - k_z^2)^{1/2}.$$
 (A)

بردار موج طولی و سرعت آن داخل حفره استوانهای به ترتیب با A_n, B_n, C_n نشان داده شدهاند. ضرایب مجهول A_n, B_n, C_n از شرایط مرزی زیر که بین حفره استوانهای و جامد برقرار هستند، بهدست میآیند [۱۱]. بدیهی است اگر موج تابش، موج طولی باشد تابع یتانسیل ϕ در محیط پیرامونی(جامد الاستیک) برابر مجموع توابع یتانسیل امواج تابش و پراکنده شده در محیط یپرامونی می باشد.

$$\sigma_{r_{solid}} = -\varphi , \quad u_{r_{solid}} = u_{r} , \quad \sigma_{r\theta_{solid}} = 0 , \quad (\mathbf{P})$$

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{n} \\ B_{n} \\ C_{n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{1} \\ E_{2} \\ E_{3} \end{bmatrix}$$

$$D_{11} = x_{l}H_{n}^{(1)}(x_{l})$$

$$D_{12} = nH_{n}^{(1)}(x_{l})$$

$$D_{13} = x_{f}J_{n}'(x_{f})$$

$$D_{21} = [n(n+1) - \frac{1}{2}x_{l}^{2}]H_{n}^{(1)}(x_{l}) - x_{l}H_{n-1}^{(1)}(x_{l})] \quad (\mathbf{I} \cdot \mathbf{I})$$

$$D_{22} = nx_{l}H_{n-1}^{(1)}(x_{l}) - n(n+1)H_{n}^{(1)}(x_{l})$$

$$D_{23} = \frac{\rho_{f}}{2\rho}J_{n}'(x_{f})$$

$$D_{31} = n(n+1)H_{n}^{(1)}(x_{l}) - nx_{l}H_{n-1}^{(1)}(x_{l})$$

$$D_{32} = [-n(n+1) + \frac{1}{2}x_{l}^{2}]H_{n}^{(1)}(x_{l}) + x_{t}H_{n-1}^{(1)}(x_{l})]$$

$$D_{33} = 0$$

4- Hankel Function

¹⁻ Miir

³⁻ Bessel Function

$$k_{\eta} = k_{l}, \ Q_{n} = A_{n} \to f_{\infty}^{\ ll}(k_{l}a) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{(i\pi k_{l}a)^{\frac{1}{2}}} \mathcal{E}_{n}A_{n}\cos n\theta \tag{1A}$$

$$k_{\eta} = k_t, \ Q_n = B_n \ \rightarrow f_{\infty}^{lt}(k_t a) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{(i\pi k_t a)^{\frac{1}{2}}} \varepsilon_n B_n \tag{19}$$

$$k_{\eta} = k_l, \ Q_n = D_n \to f_{\infty}^{tl}(k_l a) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{(i\pi k_l a)^{\frac{1}{2}}} \varepsilon_n D_n$$
 (Y ·)

$$k_{\eta} = k_{t}, Q_{n} = G_{n} \to f_{\infty}^{t}(k_{t}a) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{(i\pi k_{t}a)^{\frac{1}{2}}} \varepsilon_{n}G_{n}\cos n\theta$$
 (71)

در برخی منابع، مؤلفههای ماتریس پراکندگی بهجای ضرایب مجهول در فرمولاسیون توابع فرم بهکار میروند. در این حالت ماتریس پراکندگی بهصورت زیر تعریف میشود [۷]: [۲/۱۵ ماتریس

$$S_n = \begin{bmatrix} S_n^* & S_n^* \\ S_n^{tl} & S_n^{tl} \end{bmatrix}.$$
 (YY)

ماتریس پراکندگی برای حفره خالی بهصورت زیر تعریف میشود:

$$S_{n}^{(0)} = \begin{bmatrix} S_{n}^{(0)ll} & S_{n}^{(0)lt} \\ S_{n}^{(0)ll} & S_{n}^{(0)lt} \end{bmatrix}$$

$$S_{n}^{ll} = 1 + 2A_{n} \qquad S_{n}^{(0)ll} = 1 + 2A_{n}^{(0)}$$

$$S_{n}^{ll} = 2B_{n} \qquad S_{n}^{(0)lt} = 2B_{n}^{(0)}$$

$$S_{n}^{ll} = -2D_{n} \qquad S_{n}^{(0)ll} = -2D_{n}^{(0)}$$

$$S_{n}^{tt} = 1 + 2G_{n} \qquad S_{n}^{(0)lt} = 1 + 2G_{n}^{(0)}.$$
(YT)

بنابراین، توابع فرم بهصورت زیر نیز قابل نمایش هستند:

$$f_{\infty}^{\ \ l}(k_{l}a) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{(i\pi k_{l}a)^{\frac{1}{2}}} \varepsilon_{n}(S_{n}^{\ \ l}-1)\cos n\theta,$$
(Yf)

$$f_{\infty}^{\ \ l}(k_{t}a) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{(i\pi k_{t}a)^{\frac{1}{2}}} \mathcal{E}_{n} S_{n}^{\ \ l},$$
(Y Δ)

$$f_{\infty}^{\ ll}(k_{l}a) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{(i \pi k_{l}a)^{\frac{1}{2}}} \varepsilon_{n} S_{n}^{\ ll}, \qquad (\Upsilon \mathcal{F})$$

$$f_{\infty}^{\ tt}(k_{t}a) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{(i \,\pi \,k_{t}a)^{\frac{1}{2}}} \varepsilon_{n}(S_{n}^{\ tt}-1).$$
(YV)

۴-تفکیک تشدیدها از دامنه زمینه توابع فرم

یکی از روشهای جداسازی تشدیدها از دامنه زمینه توابع فرم، روش تئوری پراکندگی کوانتوم مکانیکی است. ماتریس پراکندگی دامنه زمینه ($\binom{(0)}{n}$) و ماتریس پراکنـدگی تشـدیدها ($\binom{s}{n}^{(0)}$) برای حالات "موج تابش طولی- موج پراکنـده شـده طـولی" و "مـوج

$$\begin{split} E_1 &= -x_l J'_n \left(x_l \right) \\ E_2 &= [-n(n+1) + \frac{1}{2} x_l^2] J_n(x_l) + x_l J_{n-1}(x_l) \\ E_3 &= -n(n+1) J_n(x_l) + n x_l J_{n-1}(x_l). \\ \text{c, org, } \lambda \text{ and } \mu \text{ and$$

$$\Psi_i = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n(i)^n J_n(k_i r) \cos n\theta, \qquad (11)$$

$$\varphi_{sc} = \sum_{n=0}^{\infty} D_n \varepsilon_n (i)^n H_n (k_l r) \sin n\theta, \qquad (1\Upsilon)$$

$$\Psi_{sc} = \sum_{n=0}^{\infty} G_n \varepsilon_n (i)^n H_n(k_t r) \cos n\theta, \qquad (17)$$

$$\varphi_f = \sum_{n=0}^{\infty} L_n \varepsilon_n (i)^n J_n (k_f r) \sin n\theta, \qquad (1f)$$

$$\begin{vmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} D_n \\ G_n \\ L_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{vmatrix},$$

$$M_{11} = D_{11} \qquad M_{12} = -D_{12} \qquad M_{13} = D_{13} \qquad (1\Delta)$$

$$M_{21} = D_{21} \qquad M_{22} = -D_{22} \qquad M_{23} = D_{23} \\ M_{31} = -D_{31} \qquad M_{32} = D_{32} \qquad M_{32} = D_{32} \\ Q_i = -real(M_{i2}).$$

۳-توابع فرم

توابع فرم، فشار برگشتی امواج را برحسب فرکانس نشان میدهند. برای یافتن تابع فرم نیاز به استفاده از تابع هنکل میاشد. تابع هنکل را در فواصل دور از شعاع حفره استوانهای بهصورت رابطه (۱۶) نوشت:

$$H_n^1(kr).i^n = (\frac{2}{i\pi kr})^{\frac{1}{2}} \exp(ikr)$$
(19)

بنابراین توابع پتانسیل پراکنده شده در فواصل دور از شعاع حفره استوانهای (توابع فرم) بهصورت زیر نشان داده میشوند:

$$f_{\infty}(k_{\eta}a) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(k_{\eta}a) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{(i\pi ka)^{\frac{1}{2}}} \varepsilon_n Q_n, \qquad (1Y)$$

که در آن، Q_n ضریب مجهولی است که برابر ضریب مجهول تـابع پتانسیل پراکنده شده خواهد بود.

تابع فرم حالتهای "موج تابش طولی- موج پراکنده شده طولی"، "موج تابش طولی- موج پراکنده شده عرضی"، "موج تابش عرضی- موج پراکنده شده طولی" و "موج تابش عرضی- موج

www.SID.ir

تـابش طـولی- مـوج پراکنـده شـده عرضـی" بـهصـورت زیـر تعریـف میشوند:

$$S_{n}^{(0)ll} = (G_{2}D_{32} - D_{22}G_{3}) / (D_{21}D_{32} - D_{22}D_{31}), \qquad (\Upsilon \lambda)$$

$$S_{n}^{(0)lt} = (E_{3}D_{21} - D_{31}E_{2}) / (D_{21}D_{32} - D_{22}D_{31}),$$
(14)

$$G_i = D_{i1} + 2E_i, \qquad (\mathbf{r} \cdot)$$

$$S_{n}^{*ll} - 1 = \frac{z_{2} - z_{1}}{z_{1} - F_{n}(x_{l})},$$
(⁽¹⁾)

$$S_{n}^{*n} = \frac{z_{2} - z_{n} (x_{l})}{z_{1} - F_{n} (x_{l})},$$
(°°Y)

$$z_1 = -\frac{1}{2} x_1^2 (D_{32} D_{11} - D_{31} D_{12}) / (D_{21} D_{32} - D_{22} D_{31}), \qquad (\Upsilon\Upsilon)$$

$$z_2 = -\frac{1}{2}x_t^2 (D_{32}G_1 - G_3D_{12}) / (G_2D_{32} - D_{22}G_3), \tag{7}$$

$$\tilde{z}_{2} = -\frac{1}{2}x_{t}^{2}(D_{11}E_{3} - E_{1}D_{31})/(E_{3}D_{21} - D_{31}E_{2}), \qquad (\text{```}\Delta)$$

$$F_n(x_l) = \frac{\rho}{\rho_f} [x_f \frac{J_n(x_f)}{J_n(x_f)}]. \tag{(79)}$$

در این روش در معادلات از تقریب خطی استفاده می شود. z_1, z_2, \tilde{z}_2 امپدانسهای اکوستوالاستیک می باشند که به خواص الاستیک، شرایط تابش و شرایط میرزی بستگی دارند و همواره شرایط تابش و شرایط هستند [۲]. $F_n(x_1)$ ، امپدانس مدال مکانیکی سیال داخل حفره است.

در فرکانسهای تشدید ($x_1 = x_1^*$)، امپدانس مدال مکانیکی با قسمت حقیقی امپدانسهای اکوستوالاستیک (Δ_n) برابر خواهد بود و تقریب خطی که در این روش استفاده میشود به صورت زیر خواهد بود:

(٣٧) $F_n(x_1) - \Delta_n(x_1) \cong \beta_n(x_1 - x_1^*).$ یکی دیگر از روشهای جداسازی تشدیدها از دامنهزمینه توابع فرم، تئوري پراكندكي تشديد است. دراين روش مؤلفههای ماتریس پراکندگی و دامنه زمینه، همانند روش تئوري يراكندكي كوانتوم مكانيكي مطابق معادلههاي (۳۱ و ۳۲) بهدست میآید. ولی مؤلفههای ماتریس پراکندگی تشدید در این روش، بهطور مستقیم از کم کردن مؤلفههای ماتریس دامنه زمینه از مؤلفههای ماتریس پراکندگی تابع فرم بهدست میآیند. مؤلفههای ماتریس دامنه زمینه از معادلههای (۲۸ و ۲۹) و مؤلفههای ماتریس پراکندگی تابع فرم از معادلههای (۲۲و۲۳) بهدست میآیند. مؤلفههای ماتریس پراکندگی تشدید در حالتهای موج تابش طولی- موج پراکنده شده طولی، موج تابش طولی- موج پراکنده شده عرضی، موج تابش عرضی- موج پراکنده شده طولی و موج تابش عرضی- موج پراکنده شده عرضی در زیـر

آورده شده است: (۳۸)

$$S_n^{*ll} - 1 = S_n^{ll} - S_n^{(0)ll} - 1 = 2A_n - S_n^{(0)ll},$$
(11)

$$S_n^{*lt} = S_n^{lt} - S_n^{(0)lt} = 2B_n - S_n^{(0)ll}, \qquad (11)$$

$$S_n^{*tl} = S_n^{tl} - S_n^{(0)tl} = -2D_n - S_n^{(0)tl}, \qquad (\uparrow \cdot)$$

$$S_n^{*tt} - 1 = S_n^{tt} - S_n^{(0)tt} - 1 = 2G_n - S_n^{(0)tt}.$$
(11)

اصلاحاتی که ری و پارک [۷] در روش تئوری پراکندکی تشدید اعمال کردند سبب بهبود نتایج در رسم دیاگرامهای فازی شد. در فرمولاسیونی که ری و پارک ارائه دادند، مؤلفههای ماتریس پراکندگی تشدید بهجای تفریق ماتریس پراکندگی تابع فرم و ماتریس پراکندگی دامنه زمینه از تقسیم آنها مطابق زیر بعدست می آیند:

$$S_n^{*ll} - 1 = \frac{S_n^{ll}}{S_n^{(0)ll}} - 1 = \frac{2(A_n - A_n^{(0)})}{2A_n^{(0)} + 1},$$
(FY)

$$S_n^{*lt} = \frac{S_n^{lt}}{S_n^{(0)lt}} - 1 = \frac{2(B_n - B_n^{(0)})}{B_n^{(0)}},$$
(FT)

$$S_n^{*tl} = \frac{S_n^{tl}}{S_n^{(0)tl}} - 1 = \frac{2(C_n - C_n^{(0)})}{C_n^{(0)}},$$
(ff)

$$S_n^{*tt} - 1 = \frac{S_n^{tt}}{S_n^{(0)t}} - 1 = \frac{2(D_n - D_n^{(0)})}{2D_n^{(0)} + 1}.$$
 (F Δ)

۵- روش جدید در جداسازی تشدیدها

اگر ب اساس معادلات مطرح شده، دامنه زمینه حفره استوانهای حاوی هر سیالی درون آلومینیوم و تابع فرم حفره استوانهای خالی درون آلومینیوم رسم شوند، نتایج کاملاً یکسان خواهد بود (با حذف رزونانسهای شکل ۲ به شکل ۱ رسیده می شود). بنابراین، در روش جدید می توان از ضرایبی که برای رسم تابع فرم حفره استوانهای خالی بر اساس معادله (۲۳) استفاده شد، به جای ماتریس پراکندگی دامنه زمینه حفره پر از سیال در روش تئوری پراکندگی مکانیکی، استفاده کرد: (42)

$$S_n^{*lt} = S_n^{t} - S_n^{(0)lt} = 2(B_n - B_n^{(0)}),$$

$$(Y)$$

$$S_n^{*lt} = S_n^{t} - S_n^{(0)lt} = 2(B_n - B_n^{(0)}),$$

$$(Y)$$

$$S_{n}^{*l} = S_{n}^{l} S_{n}^{l} = 2(D_{n} D_{n}^{(0)}), \qquad (14)$$

$$S_n^{*tl} = S_n^{tl} - S_n^{(0)tl} = -2(D_n - D_n^{(0)}), \tag{FA}$$

$$S_n^{*n} - 1 = S_n^n - S_n^{(0)n} = 2(G_n - G_n^{(0)}).$$
(49)

از این روش در فرمولاسیون جدید تئوری پراکنـدکی تشـدید نیـز میتوان استفاده کرد و مؤلفههای ماتریس پراکندگی تشـدید را از معادلههای زیر بهدست آورد:



تابع فرم حالت موج تابش طولی، موج پراکنده شده عرضی با تـابع فرم حالت موج تابش عرضی، موج پراکنده شده طولی یکسان میباشد.



$$S_n^{*ll} - 1 = \frac{S_n^{ll}}{S_n^{(0)ll}} - 1 = \frac{2(A_n - A_n^{(0)})}{2A_n^{(0)} + 1},$$
 (\(\Delta\cdot\))

$$S_n^{*lt} = \frac{S_n^{lt}}{S_n^{(0)lt}} - 1 = \frac{2(B_n - B_n^{(0)})}{B_n^{(0)}},$$
 (\Delta\)

$$S_n^{*ll} = \frac{S_n^{ll}}{S_n^{(0)ll}} - 1 = \frac{2(C_n - C_n^{(0)})}{C_n^{(0)}},$$
 (\Delta Y)

$$S_n^{*tt} - 1 = \frac{S_n^{tt}}{S_n^{(0)t}} - 1 = \frac{2(D_n - D_n^{(0)})}{2D_n^{(0)} + 1}.$$
 (\delta\mathbf{\cap})

نتایج بهدست آمده از روش جدید ارائه شده در ایـن بخـش کـاملاً مطابق نتایج بهدست آمده از روشهای تئوری پراکندگی مکانیکی و تئوری پراکندگی تشدید (فرمولاسیون قدیم و جدید) میباشد.

۶- نتایج عددی

توابع فرم حفرههای استوانهای خالی (هوا) و حاوی آب در آلومینیوم در حالت تابش عمود بر حفره استوانهای براساس روابطی که به آنها اشاره شد محاسبه و در شکلهای ا و ۲ رسم شدهاند مدهای مختلف توابع فرم در حالتهای موج تابش طولی- موج پراکنده شده طولی، موج تابش طولی- موج پراکنده شده عرضی، موج تابش عرضی-موج پراکنده شده طولی و موج تابش عرضی- موج پراکنده شده عرضی نیز بهترتیب در شکلهای ۳، ۴، ۵ و ۶ رسم شدهاند. پارامترهای فیزیکی آب، هوا و آلومینیوم در جدول ۱ آورده شده است.



شکل (۱): تابع فرم حفره استوانهای خالی (هوا) درون آلومینیوم، الف) موج تابش طولی، موج پراکنده شده طولی، ب) موج تابش طولی، موج پراکنده شده عرضی، ج) موج تابش عرضی، موج پراکنده شده عرضی.

www.SID.ir



جدول (۱): پارامترهای فیزیکی آب، هوا و آلومینیوم. $c_{air} = 330(\frac{m}{s})$ $c_{water} = 1480(\frac{m}{s})$ $c_{mater} = 1480(\frac{m}{s})$ $\rho_{air} = 1(\frac{kg}{m^3})$ $\rho_{water} = 1000(\frac{kg}{m^3})$ $\rho_{water} = 1000(\frac{kg}{m^3})$ $\rho_{alu\min um} = 2800(\frac{kg}{m^3})$

در شکل ۷ مقایسهای بین روش قدیم و جدید RST و در شکل ۸ مقایسهای بین تشدیدهای حفره استوانهای پر از آب در www.SID.ir

حالتهای موج تابش طولی، موج پراکنده شده طولی و موج تابش طولی، موج پراکنده شده عرضی انجام شده است.



الف) فرمولاسيون قديم RST و ب) فرمولاسيون جديد RST.



Normalized Frequency(ka) شکل (۸): تشدیدهای حفره استوانهای پر از آب درون آلومینیوم با فرمولاسیون جدیدRST الف) حالت موج تابش طولی- موج پراکنده شده طولی و ب) حالت موج تابش طولی- موج پراکنده شده عرضی.

تشدیدهای حفره استوانهای پـر از آب در مـدهای مختلـف بـرای حالـتهـای "مـوج تـابش طـولی، مـوج پراکنـده شـده عرضـی" و "موج تابش طولی، موج پراکنده شده عرضی" به ترتیب در شکلهـای ۹ و ۱۰ آورده شدهاند.

شکلهای ۱۱ و ۲۲ تشدیدهای حفره استوانهای پر از آب برای حالتهای "موج تابش عرضی، موج پراکنده شده عرضی" و "موج تابش عرضی، موج پراکنده شده عرضی" را نشان میدهند. در جداسازی تشدیدها از روش جدید استفاده شده است بدین معنی



شکل (۱۲): تشدیدهای حفره استوانهای پر از آب درون آلومینیوم در حالت موج تابش عرضی- موج پراکنده شده عرضى با فرمولاسيون جديد RST.

۷- نتایج آزمایشگاهی

در این مقاله برای بهدست آوردن طیف فرکانسی حفره توخالی و حفره پر از آب، یک بلوک آلومینیومی (AL ۶۰۶۱ – T۶) به ابعاد $\phi = 1 \text{ mm}$ که در وسط آن سوراخی به قطر ۱۰۰× ۱۰۰ که در وسط آن (عیب استوانهای) ایجاد شده ساخته شده است. همچنین از یک یروب فراصوتی نرمال تماسی دارای فرکانس NHZ برای انجام آزمایش ها استفاده شده است. علت انتخاب قطر mm ابرای سوراخ وسط بلوک، تناظر یک به یک بین محور x نمودار طیف فرکانسی (فرکانس) در روش MIIR و محور x نمودار تشدیدهای تابع فرم (عدد موج) در روش RST برای مقایسه دو روش میباشد. در این بخش علاوه بر تشریح چگونگی جداسازی تشدیدها بهروش MIIR، نتایج حاصل از این روش را با نتایج تئوری بخشهای قبلی مقایسه می، شود. این روش، آزمایشگاهی میاشد که تشدیدهای طیف فركانسي اجسام را بررسي ميكند و اولين بار توسط دانشمندان فرانسوی به کار گرفته شد [۱۲]. یکی از شیوههای این روش، روش پالس کوتاه است که در این مقاله از آن استفاده می شود [۱۳]. اساس روش MIIR، بررسی و جداسازی تشدیدهای طیف فرکانسی امواج برگشتی از عیوب میباشد.اکوی دریافتی از قطعه (عیب) توسط دستگاه فراصوتی، یک نمودار دامنه- زمان است که با استفاده از تبدیل فوریه (FFT) در نرمافزار MATLAB به نمودار دامنه- فركانس تبديل مےشود. طيف فركانسي بهدست آمده هم شامل تشديدهاي قطعه (عيب) و هم شامل تشدیدهای خود یروب میباشد. برای حذف تشدیدهای پروب از تشدیدهای قطعه مورد نظر می بایست طیف فرکانسی قطعه مرجع که در محدوده طیف فرکانسی پروب هیچ تشدیدی در آن رخ نمی دهد از طیف فرکانسی قطعه مورد نظر حذف شود.



شکل (۱۱): تشدیدهای حفره استوانهای پر از آب درون آلومینیوم در حالت موج تابش عرضی- موج پراکنده شده طولى با فرمولاسيون جديد RST. www.SID.ir

1.5

Normalized Frequency(ka)

2

2.5

3

0.5

1

طیف فرکانسی قطعه مرجع نیز از تبدیل فوریه اکوی آن بهدست میآید و اگر تشدیدی در آن وجود داشته باشد فقط ناشی از پروب میباشد. همانطور که گفته شد در تابع فرم حفرههای استوانهای توخالی هیچ گونه تشدیدی وجود ندارد بنابراین می توان از حفرههای خالی بهعنوان جسم مرجع برای حفرههای پر از سیال استفاده کرد. از آن جایی که جداسازی طیف فرکانسی حفرههای استوانهای خالی و پر از سیال با تقسیم آنها انجام میشود و تشدیدهای توابع فرم در فرمولاسیون جدید تئوری پراکندگی تشدید نیز بههمین طریق بهدست میآیند، نتایج روش آزمایشگاهی شناسایی و تفکیک تشدیدها قابل مقایسه با نتایج جداسازی تئوری بهروش تئوری پراکندگی تشدید میباشد. معادله زیر بیانگر این مسئله است [۱۴].

$$\left| \frac{f_{\infty}}{f_{\infty}'} \right| = \left| \frac{S_w}{S_w'} \left(\frac{a'r}{ar'} \right)^{1/2} e^{ik(r'\cos\alpha' - r\cos\alpha)}, \qquad (\Delta \mathfrak{F}) \right|$$

که در آن، $\int_{\infty} e^{\lambda} e^{\lambda}$ توابع فرم حفره پر از آب و حفره خالی، S_w و W^{3} طیفهای فرکانسی حفره پر از آب و حفره خالی، a e^{λ} مغتصات a^{λ} و u^{λ} مغتصات a^{λ} شعاعهای حفره پر از آب و حفره خالی و α و λ زوایای پروب نسبت به حفره پر از آب و حفره خالی می اشند. موج تابش نسبت به حفره پر از آب و حفره خالی می اشند. به لحاظ یکسان بودن شرایط آزمایش در تابش موج به حفره خالی و حفره پر از آب (شعاع حفره، موقعیت پروب نسبت به

$$\frac{J_{\infty}}{f_{\infty}'} = \left| \frac{S_w}{S_w'} \right|. \tag{\Delta\Delta}$$

از تقسیم طیف فرکانسی حفره خالی و پر از آب شکل **۱۳** و از تقسیم توابع فرم حفره خالی و پر از آب در حالت موج تابش طولی- موج پراکنده شده طولی شکل **۱۴** حاصل میشود. توابع فرم از روش تئوری و طیفهای فرکانسی از روش آزمایشگاهی بهدست میآیند.



شکل (۱۳): تقسیم طیف فرکانسی حفره خالی به طیف فرکانسی حفره پر از آب درون آلومینیوم(روش آزمایشگاهی).

 $f_{\infty}^{*} = \frac{S_{w}}{S_{w}} f_{\infty}^{'} \left(\frac{a'r}{ar'}\right)^{1/2} e^{ik(r'\cos\alpha' - r\cos\alpha)},$ (۵۶) $e^{ik(r'\cos\alpha' - r\cos\alpha)},$ (۵8) $e^{ik(r'\cos\alpha' - r\cos\alpha)},$ (17) $e^{ik(r'\cos\alpha' - r\cos\alpha)},$ (18) $e^{ik(r'\alpha' - r'\alpha)},$ (18)

ره آلومینیوم بهدست آورده شده توسط روشهای آزمایشگاهی و به تئوری آورده شده است.







آلومينيوم بهدست آمده بهروش تئورى RST.



همان طور که ملاحظه می شود دقت روش تئوری در تشخیص

تشدیدهای حاصل از عیوب به مراتب بیشتر از روش آزمایشـگاهی

است. بهطریق دیگر با استفاده از معادله زیر نیز میتوان

تشدیدهای حفره پر از آب را بهروش آزمایشگاهی بهدست آورد و با تشدیدهای جدا شده بهروش تئوری RST مربوط به حالت مـوج

تابش طولى- موج پراكنده شده طولى، مقايسه كرد:

www.SID.ir

- 3. Faran, J. J. "Sound Scattering by Solid Cylinders and Spheres", J. Acoustic. Soc. Am, 23, 405-418, 1951.
- Honarvar, F. Sinclair, A.N. "Acoustic Wave Scattering from Transversely Isotropic Cylinders", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 100, pp. 57-63, 1996.
- 5. Veksler, N.D. "Resonance Acoustic Spectroscopy", Springer-Verlag, 1993.
- Flax, L., Dragonette, L., and Uberall, H. "Theory of Resonance Excitation by Sound Scattering", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 63, No. 3, pp. 723-731, 1978.
- Rhee, H. and Park, Y. "New Analysis of Elastic Wave Resonance Scattering from a Fluid-Filled Cylindrical Cavity", J. Japan Society of Mechanical Eng., 2004.
- 8. Carrera, R.A. and Sesma, F.J.S. "Scattering and Diffraction of Elastic P- and S-Waves by a Spherical Obstacle: a Review of the Classic Solution", Geophysical International, Vol. 45, No.1, PP 3-21, 2006.
- Sodagar, S., Honarvar, F., and Sinclair, A.N. "Scattering of Elastic Waves from Immersed Type I and Type II Transversely Isotropic Cylinders", Tarbaiat Modarres Iran, Iranian Society Mechanical Eng. 2004.
- Rembert, P., Franklin, H., and Conoir, J.M. "Multichannel Resonant Scattering Theory Applied to a Fluid-Filled Cylindrical Cavity in an Elastic Medium", Wave Motion, 2004.
- Farshidianfar, A., Hoseinzadeh, M., and Raghebi, M. "A Novel Way for Crack Detection in Rotors, Using Mode Shape Changes", Aero. Mech. J., vol. 5, No. 2, 2011 (in Persian).
- Izbicki, J.L., Conoir, J.M., and Veksler, N.D. "New Results for Franz and Reyleigh Waves around a Cylindrical Vacuum /Solid Interface", Wave Motion, 1998.
- Derbesse, L., Pernod, P., Latard, V., Merlen, A., Decultot, D., Touraine, N., and Maze, G. "Acoustic Scattering from Complex Elastic Shells: Visualization of S0, A0 and A Waves", Ultrasonics38, pp. 850-863, 2000.
- Honarvar, F. and Sinclair, A.N. "Scattering of an Obliquely Incident Plane Wave from a Circular Clad Rod", J. Acoust, Soc. Am.Vol. 102, No. 41, 1997.

میانگین خطا در فرکانسهای تشدید روش آزمایشگاهی و تئوری برابر ۱/۹ درصد و ماکزیمم خطا ۵ درصد بوده است.

۸- نتیجهگیری

در این مقاله مدلسازی ریاضی امواج فراصوتی امواج پراکنده شده از یک استوانه توخالی درون یک محیط الاستیک جامد و یا استوانه حاوی سیال درون یک محیط الاستیک جامد در حالتهای "موج تابش طولی، موج پراکنده شده طولی" - "موج تابش طولى، موج يراكنده شده عرضى"- "موج تابش عرضى، موج پراکنده شده طولی"- "موج تابش عرضی، موج پراکنده شده عرضی" انجام شد و فشار برگشتی اموج در حالتهای بالا تحت عنوان تابع فرم ترسيم شد. روش جديدي نيز براي بهدست آوردن طبف تشديدها مطرح وطبف تشديدها در حالتهاي مختلف ترسیم شد. همچنین برای اولین بار طیف تشدیدهای جدا شده از طيف فركانسي حفرههاي استوانهاي بهروش آزمايشگاهي بهدست آمد. تطبیق کامل طیف تشدیدهای جدا شده از دامنه زمینه تـابع فـرم با استفاده از روش جدید ارائه شده در مقاله با طیـفهـای ترسـیم شده توسط دیگر محققین (با استفاده از سه روش تئوری پراکندگی مکانیکی، پراکندگی تشدید قدیم و پراکنـدگی تشـدید جدید) و همچنین مطابقت ۹۵ درصدی فرکانسهای تشدید روش آزمایشـگاهی MIIR بـا فرکـانس،هـای تشـدید روش،هـای تئـوری (تئوری پراکندگی مکانیکی، تئوری پراکندگی تشدید و تئوری جدید) برای حفره استوانهای از نتایجی است که در ایـن یـژوهش حاصل شده است.

۹- مراجع

- Honarvar, F., Enjilela, E., Sinclair, A.N., Mirnezami, S. A. "Wave Propagation in Transversely Isotropic Cylinders", J. Solids and Structures44, pp.5246-5236, 2007.
- Lord Rayleigh, "The Theory of Sound", Dover, New York, Vol. 2, 1954.