

استفاده از داده زاویه رویت به منظور تعیین موقعیت اجسام

محمدحسن اشتری^۱

دانشکده برق

دانشگاه علم و صنعت ایران

حبیب قنبرپور اصل^۲

دانشکده هوافضا

دانشگاه صنعتی شریف

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۸/۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۴/۴)

مهران حق پرست^۳

دانشکده برق

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

چکیده

این مقاله به منظور رهگیری اهداف متحرک در صفحه و بر اساس داده‌های زاویه رویت هدف، توسط دو ایستگاه زمینی تنظیم شده است. دیدگاه‌های اشاره شده در این مقاله قابلیت به کارگیری مستقیم در حوزه رهگیری اهداف زمینی و دریایی را دارا می‌باشد. به کمک روش‌های تخمین مانند فیلتر کالمن توسعه یافته مرتبه اول و مرتبه دوم، فیلتر کالمن خنثی و استفاده از تئوری هموارسازی تلاش شده است، با غلبه بر نویز موجود در داده‌های اندازه‌گیری، تخمین هرچه دقیق‌تری از موقعیت هدف به دست آید. در راستای درک کمی از عملکرد فیلترهای فوق، شبیه‌سازی به منظور رهگیری یک شناور در مسیر حرکت از خلیج فارس به سمت دریای عمان انجام شده است. با انجام شبیه‌سازی به صورت مونت کارلو، یکسان بودن تقریبی عملکرد فیلترهای کالمن توسعه یافته مرتبه اول و مرتبه دوم و فیلتر کالمن خنثی در این مسئله نشان داده شده است. علاوه بر این ملاحظه می‌شود با استفاده از تئوری هموارسازی و اعمال آن بر هریک از فیلترهای فوق، خطای حاصل از تخمین موقعیت هدف، به مراتب کاهش یافته و در حدود سه برابر بهبود می‌یابد. در انتها با توجه به دینامیک سیستم و با مد نظر قرار دادن دقت و حجم پردازش مورد نیاز، استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته مرتبه اول به همراه تئوری هموارسازی پیشنهاد شده است.

واژه‌های کلیدی: تعیین موقعیت، زاویه رویت، فیلتر کالمن توسعه یافته، فیلتر کالمن خنثی، هموارسازی

Using Observation Angle Data for Position Determination of Objects

M.H. Ashtari

Electrical Engineering Department
Iran University of Science and
Technology

H. Ghanbarpour Asl

Aerospace Engineering Department
Sharif University

M. Haghparast

Electrical Engineering
Department
K.N.Toosi University

(Received: 22/October/2012; Accepted: 25/June/2013)

ABSTRACT

This paper, provides tracking of moving targets in plane, based on observation angle data. Presented viewpoint is applicable in terrestrial and marine target tracking. Here, in order to overcome measurements noise, common estimation filters including, first and second order extended kalman filter (EKF1 & EKF2), unscented kalman filter (UKF) and smoothing filters is used, to achieve accurate estimation of target position. In order to demonstrate performance of mentioned filters, tracking of a marine target in the path of the Persian Gulf to Oman Sea is simulated. Monte Carlo simulations express identical performance of EKF1, EKF2 and UKF. Also it is revealed that using smoothing filters is resulted in more accurate estimation about three times. Finally due to system dynamic and considering accuracy and processing volume, EKF1 with smoothing filter is proposed for tracking of moving targets.

Keywords: Position Determination, Observation Angle, Extended Kalman Filter, Unscented Kalman Filter, Smoothing

۱- دکتری (نویسنده پاسخگو): mh.ashtari.larki@gmail.com

۲- استادیار: habib_ghanbarpour@yahoo.com

۳- دانشجوی دکتری: mehran_haghparast@live.com

۱- مقدمه

از زمان‌های گذشته بحث تعیین و تخمین موقعیت اجسام مورد توجه بوده و در برخی کاربردها نظیر ملوانی و تیراندازی کمانداران از اهمیت ویژه‌ای برخوردار بوده است. امروزه گستره استفاده از این بحث بیشتر شده و از کاربردهای امروزی آن به تعیین موقعیت هواپیماها، موشک‌ها، ماهواره‌ها، کشتی‌ها، زیردریایی‌ها، رهگیری آنها، تعیین زوایای آتشبه سمت اهداف و ... می‌توان اشاره کرد. در این راستا ادوات اندازه‌گیری مختلفی نیز برحسب میزان دقت مورد نیاز در فرایند تعیین موقعیت مورد استفاده قرار می‌گیرند. در بسیاری از کاربردها نظیر ردیابی اهداف دریایی، زیر دریایی و مراقبت هوایی از سنسور زاویه سنج به‌منظور جمع‌آوری اطلاعات از مسیر حرکت هدف استفاده می‌شود [۱ و ۲]. از جمله سیستم‌هایی که برای سنجش زاویه به‌کارگیری می‌شوند به سیستم‌های راداری [۳]، سیستم‌های فرورسوخ [۴] و سیستم‌های سونار [۵] می‌توان اشاره کرد.

پُر واضح است تمامی ادوات اندازه‌گیری دارای نویز بوده و داده‌های ارائه شده توسط آنها دارای خطا می‌باشند. از این‌رو روش‌های مختلفی برای غلبه بر این کاستی ارائه شده‌اند که از جمله آنها روش‌های مبتنی بر تئوری تخمین نظیر فیلتر کالمن توسعه یافته، فیلتر کالمن خنثی، فیلتر ذره‌ای و ... را می‌توان نام برد.

در بحث ردیابی اهداف متحرک با توجه به این‌که هدف از چه ویژگی‌های حرکتی و قدرت مانوری برخوردار است علاوه بر آن نوع سنسور مورد استفاده و ویژگی‌های آن، در مقالات به این مسئله از دیدگاه‌های مختلفی پرداخته شده و الگوریتم‌های مختلفی نظیر ^۱EKF [۶]، ^۲UKF [۷]، ^۳PF [۸]، ^۴IMM [۹] و ... مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

در یک دیدگاه کلان الگوریتم‌های به‌کارگیری شده در این حوزه را می‌توان به دو دسته الگوریتم‌های مدل ثابت و الگوریتم‌های مدل متغیر تقسیم‌بندی نمود.

در دیدگاه اول که یک رویکرد عمومی و فراگیر است تلاش می‌شود با استفاده از یک مدل ثابت، بهترین پیش‌بینی از مسیر حرکت هدف ارائه شود [۳ و ۱۰] که مزایا و معایب استفاده از این دیدگاه آشکار است. به‌عنوان مثال در [۶] به بررسی تأثیر مفروضات و شرایط اولیه در عملکرد فیلتر EKF در رهگیری

اهداف با سرعت ثابت پرداخته شده است و ذکر شده با انتخاب ناصحیح شرایط اولیه عملکرد فیلتر دچار خدشه می‌گردد. در [۱۱] به بررسی عملکرد فیلتر ذره‌ای در سناریوهای واقعی و محیط زیر آب و براساس سیگنال آگوستیک دریافتی از هدف پرداخته شده است. در این مقاله مشاهده‌کننده متحرک در نظر گرفته شده است. در [۱۲] مقایسه بین عملکرد الگوریتم‌های مورد استفاده در این دیدگاه انجام گردیده است. در این مرجع ذکر شده روش PF مزیت شاخصی نسبت به روش‌های سنتی مورد استفاده در این حوزه ندارد.

در دیدگاه دوم به‌منظور مرتفع کردن نواقص دیدگاه مدل ثابت، رویکرد استفاده از مکانیزم سویچ بین مدل‌های مختلف ارائه شده است [۱۳]. در این دیدگاه می‌بایست تمهیدات لازم برای تشخیص تغییر مدل‌های مورد استفاده در الگوریتم اندیشیده شود که خود منجر به افزایش پیچیدگی در الگوریتم خواهد شد [۱۴]. در [۱۵ و ۱۶] برای ردیابی اهدافی که تغییر مسیر لحظه‌ای و سریع دارند، روش IMM مورد استفاده قرار گرفته است. در [۱۷] برای تشخیص تغییر مدل از روش EKF استفاده شده است.

در طیف دیگری از مقالات به بررسی تأثیر تعداد سنسورهای زاویه سنج مورد استفاده در فرایند رهگیری اهداف پرداخته‌اند. مقالات [۱۸-۲۱] به ردیابی هدف توسط یک سنسور زاویه سنج پرداخته‌اند. در اکثر این مراجع ذکر شده است که به‌دلیل کاستی و نقص در اطلاعات این اندازه‌گیری، در برخی از موارد تخمین مسیر هدف نامطمئن بوده و به‌هندسه نسبی قرارگیری هدف و سنسور وابسته خواهد شد. علاوه بر این در شرایط انجام مانور توسط هدف امکان عدم مشاهده‌پذیری هدف توسط الگوریتم‌ها مهیا خواهد شد [۲۲]. برای غلبه بر این نقیصه در [۲۳ و ۲۴] از دو و تعداد بیشتر سنسور زاویه سنج در قالب یک سامانه مرکزی به‌منظور ردیابی اهداف استفاده شده است. در [۲۵] استفاده از ارائه سنسورهای سونار که به‌صورت نسبی نزدیک به یکدیگر قرار دارند و همگی یک سیگنال ارسالی از سمت هدف را دنبال می‌کنند مورد بحث قرار گرفته است. در [۲۶] با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری زاویه مبتنی بر اکوستیک در مجموعه سنسورهای زمینی بدون متصدی^۵ به‌منظور ردیابی اهداف زمینی در دو بُعد پیگیری شده است. در [۲۷] با استفاده از دو سنسور زاویه سنج تمام جهته، به رهگیری چندین هدف مورد بحث قرار گرفته است.

1- Extended Kalman Filter (EKF)
2- Unscented Kalman Filter (UKF)
3- Particle Filter (PF)
4- Interacting Multiple Model (IMM)

5- Unattended Ground Sensor (UGS)

که در آن، $X_k \in \mathbb{R}^n$ بردار حالت‌های سیستم و $Y_k \in \mathbb{R}^m$ بردار اندازه‌گیری‌ها می‌باشند. $q_{k-1} \sim N(0, Q_{k-1})$ نویز فرایند، $r_{k-1} \sim N(0, R_k)$ نویز اندازه‌گیری، A_{k-1} تابع مدل دینامیک سیستم و H_k تابع مدل اندازه‌گیری سیستم است.

بسیاری از سیستم‌های خطی غیر متغیر با زمان نیز، در حوزه زمان پیوسته به صورت زیر مدل‌سازی می‌شوند:

$$\frac{dX(t)}{dt} = FX(t) + LW(t), \quad w(t) \sim N(0, Q_c) \quad (2)$$

که در آن، F و L ماتریس‌های ثابت و بیانگر دینامیک سیستم بوده و $w(t)$ نویز سفید فرآیند با کواریانس Q_c می‌باشد. برای استفاده از فیلتر کالمن گسسته که روابط آن در ادامه ارائه خواهد شد، می‌بایست دینامیک سیستم را به صورت رابطه (۱) و در حوزه زمان گسسته مدل‌سازی نمود. با استفاده از روابط زیر تبدیل معادلات دینامیک سیستم از حوزه زمان پیوسته به حوزه زمان گسسته میسر می‌باشد [۳۱ و ۳۲]:

$$A_k = \exp(F\Delta t_k) \quad (3)$$

$$Q_k = \int_0^{\Delta t_k} \exp(F(\Delta t_k - \tau)) L Q_c L^T \exp(F(\Delta t_k - \tau))^T d\tau$$

در روابط فوق، $\Delta t_k = t_{k+1} - t_k$ گام گسسته‌سازی است. در برخی از موارد محاسبه تحلیلی ماتریس Q_k مقدور نمی‌باشد. در این صورت ماتریس Q_k براساس تجزیه بخشی ماتریس و مطابق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{pmatrix} C_k \\ D_k \end{pmatrix} = \exp\left\{ \begin{pmatrix} F & L Q_c L^T \\ 0 & -F^T \end{pmatrix} \Delta t_k \right\} \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$Q_k = C_k D_k^{-1}$$

روابط مورد استفاده برای بیان مدل دینامیک سیستم و مدل اندازه‌گیری سیستم در فیلتر کالمن توسعه یافته به شرح زیر می‌باشند:

$$X_k = f(X_{k-1}, k-1) + q_{k-1} \quad (5)$$

$$Y_k = h(X_k, k) + r_k$$

فیلتر کالمن توسعه یافته دارای دو مرحله الف) پیش‌بینی و ب) تصحیح و به‌روزرسانی است. در مرحله پیش‌بینی به کمک اطلاعات گذشته، بردار حالت بعدی سیستم پیش‌بینی می‌شود. در مرحله تصحیح و به‌روزرسانی، به کمک اندازه‌گیری در زمان حال حاضر، بردار حالت سیستم تخمین زده می‌شود [۲۹]. مراحل مذکور برای فیلتر کالمن توسعه یافته مرتبه اول و فیلتر کالمن توسعه یافته مرتبه دوم در ادامه ارائه شده است.

۲-۱-۱-۱- فیلتر کالمن توسعه یافته مرتبه اول

مراحل پیش‌بینی و تصحیح و به‌روزرسانی در الگوریتم فیلتر کالمن توسعه یافته مرتبه اول، به صورت زیر می‌باشد:

نویسندگان در مقاله حال حاضر مسئله تعیین موقعیت یک جسم متحرک در صفحه افقی و براساس داده‌های زاویه رویت حاصل از دو ایستگاه زمینی را در مورد بررسی قرار داده‌اند. در این راستا روش‌های فیلتر کالمن توسعه یافته و روش فیلتر کالمن خنثی بر مسئله اعمال گردید و به منظور ارتقا کیفیت پیش‌بینی موقعیت هدف الگوریتم هموارسازی نیز بر مسئله اعمال شده است. در این مقاله رهگیری یک هدف دریایی براساس فیلترهای مختلف انجام شده و براساس نتایج شبیه‌سازی‌ها مشاهده می‌شود در صورت استفاده از الگوریتم هموارسازی نتایج به‌طور محسوس بهبود می‌یابد.

در یک شمای کلی این مقاله به صورت زیر سازمان یافته است. پس از مقدمه و در بخش دوم مطالبی از تئوری تخمین و روش‌های مورد استفاده در مقاله ذکر شده است. در بخش سوم توصیف کلی از سیستم و دینامیک حاکم بر آن ارائه شده و در بخش چهارم با انجام شبیه‌سازی، کارایی هر یک از روش‌های مطرح شده مورد بحث قرار گرفته است. در انتها جمع‌بندی از مطالب ذکر گردیده است.

۲- الگوریتم‌های تخمین

استفاده از تئوری تخمین و فیلترهای ارائه شده در این حوزه، در کاربردهای ناوبری و ردیابی اهداف بسیار معمول است. مبانی تئوری تخمین برای اولین بار توسط وینر مطرح شد ولی امروزه این تئوری با نام کالمن در آمیخته است و از ایشان به‌عنوان یکی از پیشگامان و ارائه‌دهندگان تئوری تخمین نام برده می‌شود. از آنجا که بسیاری از سیستم‌های دینامیکی طبیعت غیرخطی دارند، فیلتر کالمن پایه را، نمی‌توان برای تخمین حالت‌های چنین سیستم‌هایی به کار برد [۲۸].

بر مبنای نظریه کالمن دو تخمین‌گر EKF و UKF با قابلیت اعمال به سیستم‌های غیرخطی ارائه شده است. در صورتی که میزان غیرخطی بودن سیستم زیاد باشد استفاده از فیلتر UKF پیشنهاد می‌گردد [۲۹]. با توسعه تخمین‌گرها و گسترش کاربرد آنها، در راستای افزایش دقت پیش‌بینی‌ها تئوری تحت عنوان هموارسازی ارائه گردید، که در ادامه مورد بحث قرار خواهد گرفت [۳۰].

۲-۱-۱- فیلتر کالمن توسعه یافته EKF

یکی از ساده‌ترین مدل‌هایی که برای بیان سیستم‌های خطی مورد استفاده قرار می‌گیرد، به صورت زیر است:

$$X_k = A_{k-1} X_{k-1} + q_{k-1} \quad (1)$$

$$Y_k = H_k X_k + r_k$$

(الف) پیش‌بینی

$$[\mathbf{H}_{xx}^{(l)}(\mathbf{X}, k)]_{j,j'} = \frac{\partial^2 \mathbf{h}_j(\mathbf{X}, k)}{\partial x_j \partial x_{j'}} \quad (11)$$

فیلتر کالمن توسعه یافته با وجود قابلیت بالا و گستردگی کاربرد، دارای برخی نواقص است که از جمله آنها به موارد زیر می‌توان اشاره کرد [۳۳].

۱- چنانچه میزان غیرخطی بودن روابط به حدی باشد که نتوان آن را به کمک بسط تیلور مرتبه اول یا مرتبه دوم بیان نمود، آنگاه عملکرد فیلتر دچار ضعف شده و در آن صورت امکان واگرایی فیلتر وجود دارد.

۲- برای به‌کارگیری فیلتر نیاز است که ماتریس ژاکوبین، موجود و قابل محاسبه باشد. این موضوع در خصوص سیستم‌های به‌صورت تکه‌ای خطی، دچار نقص خواهد شد.

۳- در بسیاری از مواقع محاسبه ماتریس ژاکوبین، بسیار پیچیده و دشوار بوده که خود باعث ایجاد خطاهای انسانی خواهد شد. در این مواقع عیب‌یابی روابط نیز بسیار دشوار است.

۲-۲- فیلتر کالمن خنثی

فیلتر کالمن خنثی برای اولین بار توسط Uhlman و Julier در سال ۱۹۹۵ و براساس استفاده از تبدیلات خنثی ارائه گردید [۳۴]. از مزایای اصلی فیلتر کالمن خنثی، کارایی در مقابل سیستم‌های غیرخطی، عدم نیاز به خطی‌سازی سیستم و محاسبه ماتریس ژاکوبین را می‌توان نام برد. در فیلتر کالمن خنثی معادلات دینامیک سیستم به‌صورت غیرخطی و مطابق رابطه کلی زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{k+1} &= \mathbf{f}(\mathbf{X}_k, U_k, t_k) + \mathbf{q}_k \mathbf{q}_k \sim N(0, \mathbf{Q}_k) \\ \mathbf{Y}_k &= \mathbf{h}(\mathbf{X}_k, U_k, t_k) + \mathbf{r}_k \mathbf{r}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k) \end{aligned} \quad (12)$$

فرض کنید که میانگین \bar{x} و کواریانس P از بردار X مشخص باشد. حال مجموعه‌ای از بردارهای قطعی (Sigma Point) را به‌گونه‌ای می‌یابیم که میانگین و کواریانس آنها به‌ترتیب برابر \bar{x} و P باشد. سپس با اعمال تابع غیرخطی $Y = h(X, U)$ به هر کدام از بردارهای قطعی، بردارهای تبدیل یافته را می‌یابیم. میانگین و کواریانس بردارهای تبدیل یافته تخمین خوبی از مقدار واقعی میانگین و کواریانس Y را ارائه می‌دهد.

فیلتر کالمن خنثی از دیدگاه کلی بسیار شبیه به فیلتر کالمن توسعه یافته بوده و دارای دو مرحله (الف) پیش‌بینی و (ب) تصحیح و به‌روزرسانی می‌باشد.

مراحل و گام‌های الگوریتم فیلتر کالمن خنثی برای تخمین پارامترهای سیستم به‌صورت زیر است [۳۵].

$$\mathbf{X}_k^- = \mathbf{f}(\mathbf{X}_{k-1}, k-1) \quad (6)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{F}_X(\mathbf{X}_{k-1}, k-1) \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_X^T(\mathbf{X}_{k-1}, k-1) + \mathbf{Q}_{k-1}$$

(ب) تصحیح و به‌روزرسانی

$$\mathbf{v}_k = \mathbf{Y}_k - \mathbf{h}(\mathbf{X}_k^-, k) \quad (7)$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_X(\mathbf{X}_k^-, k) \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_X^T(\mathbf{X}_k^-, k) + \mathbf{R}_k$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_X^T(\mathbf{X}_k^-, k) \mathbf{S}_k^{-1}$$

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{X}_k^- + \mathbf{K}_k \mathbf{v}_k$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K}_k \mathbf{S}_k \mathbf{K}_k^T$$

در رابطه‌های فوق $\mathbf{F}_X(\mathbf{X}, k-1)$ و $\mathbf{H}_X(\mathbf{X}, k)$ ژاکوبین معادلات \mathbf{f} و \mathbf{h} بوده و اجزای آنها مطابق زیر است:

$$[\mathbf{F}_X(\mathbf{X}, k-1)]_{j,j'} = \frac{\partial f_j(\mathbf{X}, k-1)}{\partial x_{j'}} \quad (8)$$

$$[\mathbf{H}_X(\mathbf{X}, k)]_{j,j'} = \frac{\partial h_j(\mathbf{X}, k)}{\partial x_{j'}}$$

۲-۱-۲- فیلتر کالمن توسعه یافته مرتبه دوم

مراحل پیش‌بینی و تصحیح و به‌روزرسانی در الگوریتم فیلتر کالمن توسعه یافته مرتبه دوم، به‌صورت زیر می‌باشد.

(الف) پیش‌بینی:

$$\mathbf{X}_k^- = \mathbf{f}(\mathbf{X}_{k-1}, k-1) \quad (9)$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_i e_i \text{tr} \{ \mathbf{F}_{xx}^{(l)}(\mathbf{X}_{k-1}, k-1) \mathbf{P}_{k-1} \}$$

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{F}_X(\mathbf{X}_{k-1}, k-1) \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_X^T(\mathbf{X}_{k-1}, k-1) + \mathbf{Q}_{k-1}$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i,i'} e_i e_{i'}^T \text{tr} \{ \mathbf{F}_{xx}^{(l)}(\mathbf{X}_{k-1}, k-1) \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_{xx}^{(l')}(\mathbf{X}_{k-1}, k-1) \mathbf{P}_{k-1} \}$$

(ب) تصحیح و به‌روزرسانی:

$$\mathbf{v}_k = \mathbf{Y}_k - \mathbf{h}(\mathbf{X}_k^-, k) - \frac{1}{2} \sum_i e_i \text{tr} \{ \mathbf{H}_{xx}^{(l)}(\mathbf{X}_k^-, k) \mathbf{P}_k^- \}$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_X(\mathbf{X}_k^-, k) \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_X^T(\mathbf{X}_k^-, k) + \mathbf{R}_k$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_X^T(\mathbf{X}_k^-, k) \mathbf{S}_k^{-1} \quad (10)$$

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{X}_k^- + \mathbf{K}_k \mathbf{v}_k$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K}_k \mathbf{S}_k \mathbf{K}_k^T$$

در رابطه‌های فوق $\mathbf{F}_X(\mathbf{X}, k-1)$ و $\mathbf{H}_X(\mathbf{X}, k)$ ماتریس‌های ژاکوبین و مطابق با فیلتر کالمن توسعه یافته مرتبه اول و رابطه (۸) می‌باشد. $\mathbf{F}_{xx}^{(l)}(\mathbf{X}, k-1)$ و $\mathbf{H}_{xx}^{(l)}(\mathbf{X}, k)$ ماتریس‌های هسین معادلات f_i و h_i بوده و مطابق زیر است:

$$[\mathbf{F}_{xx}^{(l)}(\mathbf{X}, k-1)]_{j,j'} = \frac{\partial^2 f_j(\mathbf{X}, k-1)}{\partial x_j \partial x_{j'}}$$

باید تذکر داد می‌توان این مرحله را نادیده گرفت و از همان بردارهای قطعی مرحله قبل استفاده کرد. این کار منجر به کاهش بار محاسباتی و در عین حال کاهش کارایی الگوریتم خواهد شد.

(ب) از تابع غیرخطی شناخته شده $h(\cdot)$ برای تبدیل بردارهای قطعی به بردارهای $\hat{Y}_k^{(i)}$ که همان پیش‌بینی از خروجی‌های سیستم هستند، استفاده می‌شود.

$$\hat{Y}_k^{(i)} = h(\hat{X}_k^{(i)}, t_k) \quad (19)$$

(ج) با ترکیب بردارهای $\hat{Y}_k^{(i)}$ ، پیش‌بینی از اندازه‌گیری‌های سیستم در لحظه k ام به دست می‌آید.

$$\hat{Y}_k = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \hat{Y}_k^{(i)} \quad (20)$$

کواریانس پیش‌بینی اندازه‌گیری مطابق رابطه زیر، تخمین زده می‌شود. عبارت R_k برای در نظر گرفتن نویز اندازه‌گیری در معادلات لحاظ شده است.

$$P_k^- = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} (\hat{Y}_k^{(i)} - \hat{Y}_k) (\hat{Y}_k^{(i)} - \hat{Y}_k)^T + R_k \quad (21)$$

(ه) کواریانس متقابل (Cross Covariance) بین \hat{X}_k^- و \hat{Y}_k^- مطابق رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$P_{XY} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} (\hat{X}_k^{(i)} - \hat{X}_k^-) (\hat{Y}_k^{(i)} - \hat{Y}_k)^T \quad (22)$$

(و) حال با استفاده از روابط فیلتر کالمن به روزرسانی اندازه‌گیری‌ها اعمال می‌شود.

$$K_k = P_{XY} P_Y^{-1} \quad (23)$$

$$\hat{X}_k^+ = \hat{X}_k^- + K_k (\hat{Y}_k - \hat{Y}_k^-)$$

$$P_k^+ = P_k^- + K_k P_Y K_k^T$$

به این ترتیب با انجام مراحل فوق حالت‌های سیستم براساس بردار بهره کالمن در هر مرحله محاسبه می‌گردد.

۲-۳- هموارسازی

هموارساز کالمن فاصله ثابت^۱ به عنوان یک تخمینگر غیر زمان واقعی شناخته می‌شود، که با استفاده از اندازه‌گیری‌های ثبت شده در یک بازه زمانی ثابت، تخمینی بهینه از حالت‌های سیستم برای تمام زمان‌های آن بازه را فراهم می‌کند. البته باید توجه داشت در صورتی که فاصله زمانی به روزرسانی داده‌های اندازه‌گیری به میزان کافی بیشتر از میزان لازم برای انجام

۱- ابتدا الگوریتم مقدردهی اولیه می‌شود.

$$\hat{X}_0^+ = E(X_0) \quad (13)$$

$$\hat{P}_0^+ = E[(X_0 - \hat{X}_0^+)(X_0 - \hat{X}_0^+)^T]$$

۲- برای انتشار حالت‌های تخمینی و ماتریس کواریانس به زمان‌های بعدی رویه به روزرسانی زمانی (Time Update) مطابق زیر انجام می‌شود.

(الف) برای حرکت از گام $k-1$ به k ، ابتدا بردارهای قطعی مطابق زیر و براساس بهترین حدس موجود از میانگین و کواریانس X_k که همان \hat{X}_{k-1}^+ و P_{k-1}^+ هستند، انتخاب می‌شود.

$$\hat{X}_{k-1}^{(i)} = \hat{X}_{k-1}^+ + \tilde{X}^{(i)} \quad i = 1, \dots, 2n \quad (14)$$

$$\tilde{X}^{(i)} = \left(\sqrt{n P_{k-1}^+} \right)_i^T \quad i = 1, \dots, n$$

$$\tilde{X}^{(n+i)} = - \left(\sqrt{n P_{k-1}^+} \right)_i^T \quad i = 1, \dots, n$$

در رابطه فوق $(\sqrt{nP})_i$ نشان از i امین سطر ماتریس \sqrt{nP} می‌باشد.

(ب) براساس تابع غیرخطی شناخته شده f ، بردارهای قطعی به بردارهای $\hat{X}_k^{(i)}$ تبدیل می‌شود.

$$\hat{X}_k^{(i)} = f(\hat{X}_{k-1}^{(i)}, U_k, t_k) \quad (15)$$

(ج) با ترکیب بردارهای $\hat{X}_k^{(i)}$ ، براساس رابطه زیر تخمین پیشین از حالت‌های سیستم در زمان k ام به دست می‌آید.

$$\hat{X}_k^- = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \hat{X}_k^{(i)} \quad (16)$$

(د) براساس رابطه زیر، خطای کواریانس پیشین را تخمین می‌زنیم. عبارت Q_{k-1} برای در نظر گرفتن نویز فرایند لحاظ شده است.

$$P_k^- = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} (\hat{X}_k^{(i)} - \hat{X}_k^-) (\hat{X}_k^{(i)} - \hat{X}_k^-)^T + Q_{k-1} \quad (17)$$

۳- پس از اتمام مرحله به روزرسانی زمانی معادلات به روزرسانی اندازه‌گیری، به صورت زیر انجام می‌شود.

(الف) مجدداً بردارهای قطعی براساس بهترین حدس موجود از میانگین و کواریانس X_k که در این مرحله \hat{X}_k^- و P_k^- هستند، انتخاب می‌شود.

$$\hat{X}_k^{(i)} = \hat{X}_k^- + \tilde{X}^{(i)} \quad i = 1, \dots, 2n \quad (18)$$

$$\tilde{X}^{(i)} = \left(\sqrt{n P_k^-} \right)_i^T \quad i = 1, \dots, n$$

$$\tilde{X}^{(n+i)} = - \left(\sqrt{n P_k^-} \right)_i^T \quad i = 1, \dots, n$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{k+1}^- &= \mathbf{f}(\mathbf{X}_k, k) \\ \mathbf{P}_{k+1}^- &= \mathbf{F}_X(\mathbf{X}_k, k) \mathbf{P}_k \mathbf{F}_X^T(\mathbf{X}_k, k) + \mathbf{Q}_k \\ \mathbf{C}_k &= \mathbf{P}_k \mathbf{F}_X^T(\mathbf{X}_k, k) [\mathbf{P}_{k+1}^-]^{-1} \\ \mathbf{X}_k^s &= \mathbf{X}_k + \mathbf{C}_k [\mathbf{X}_{k+1}^s - \mathbf{X}_{k+1}^-] \\ \mathbf{P}_k^s &= \mathbf{P}_k + \mathbf{C}_k [\mathbf{P}_{k+1}^s - \mathbf{P}_{k+1}^-] \mathbf{C}_k^T \end{aligned} \quad (24)$$

در رابطه (۲۴) پارامترها به شرح زیر می‌باشند:

\mathbf{X}_k^s و \mathbf{P}_k^s تخمین‌های هموار شده برای میانگین و کواریانس حالت‌ها در زمان k ام می‌باشند. \mathbf{X}_k و \mathbf{P}_k تخمین‌های فیلتر از میانگین و کواریانس حالت‌ها در زمان k ام می‌باشند. \mathbf{X}_{k+1}^- و \mathbf{P}_{k+1}^- پیش‌بینی میانگین و کواریانس حالت‌ها در زمان $k+1$ ام (مطابق فیلتر کالمن) می‌باشند. \mathbf{C}_k بهره هموارساز از زمان انتهایی T شروع می‌شود، که در این زمان $\mathbf{X}_T^s = \mathbf{X}_T$ و $\mathbf{P}_T^s = \mathbf{P}_T$ در نظر گرفته می‌شود.

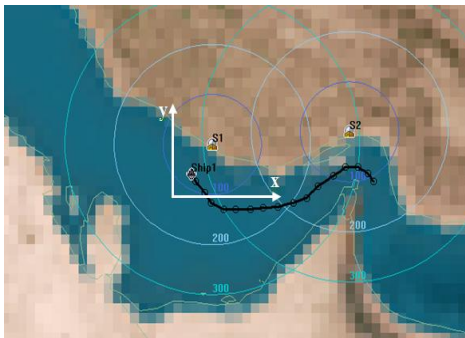
۳- بیان روابط حاکم بر دینامیک سیستم

همان‌طور که در بخش مقدمه بیان شد، می‌خواهیم به کمک زوایای رویت حاصل از دو ایستگاه زمینی، یک هدف متحرک در صفحه که در اینجا یک شناور در نظر گرفته شده است را ردیابی نماییم. در شکل ۲ تلاش شده است تا توصیف مناسبی از مسئله ارائه شود.

متغیرهای حالت سیستم در اینجا، موقعیت و سرعت جسم در دستگاه مختصات دکارتی می‌باشند. به بیان دیگر در لحظه k ، بردار حالت سیستم به صورت زیر می‌باشد.

$$\mathbf{X}(k) = (x_k \ y_k \ \dot{x}_k \ \dot{y}_k)^T \quad (25)$$

در حالت زمان پیوسته، دینامیک حرکتی هدف را می‌توان به صورت رابطه (۲۶) مدل‌سازی نمود. در رابطه مذکور از آنجا که معادله سینماتیکی است، دو سطر اول ضریب $W(t)$ برابر صفر می‌باشد.



شکل (۲): توصیف حرکت هدف نسبت به ایستگاه‌های

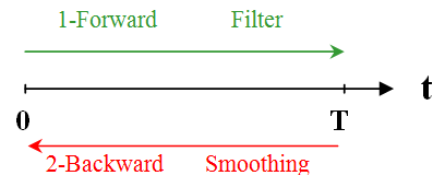
ردیابی به همراه توصیف متغیرهای حالت و اندازه‌گیری.

محاسبات فیلتر کالمن در یک گام باشد، می‌توان از هموارسازها به صورت زمان واقعی نیز بهره بُرد.

کاربرد اصلی هموارسازها در افزایش دقت تخمین به دست آمده از فیلترهاست. از جمله کاربردهای دیگر هموارسازها، بازیابی سیستم با استفاده از پس‌پردازش داده‌ها، در زمان قطع داده‌های ورودی می‌توان اشاره کرد.

از دیدگاه کلی می‌توان هموارسازها را به دو نوع هموارساز فاصله (گام) ثابت و هموارساز فاصله متغیر تقسیم بندی نمود. لکن بدلیل سادگی پیاده‌سازی هموارساز فاصله ثابت، این هموارساز از مقبولیت بالاتری برخوردار است. تاکنون الگوریتم‌های متفاوتی برای هموارساز کالمن فاصله ثابت ارائه شده است که در یک تقسیم‌بندی کلی به سه دسته هموارساز نقطه ثابت^۱، هموارساز تأخیر ثابت^۲ و هموارساز فاصله ثابت تقسیم می‌شوند [۲۹]. هموارساز فاصله ثابت که از پُرکاربردترین هموارسازهاست و در این مقاله نیز مورد استفاده قرار گرفته است، به کمک یک بازه ثابت از اندازه‌گیری‌های در دسترس، تلاش می‌کند یک تخمین گر بهینه در تمام زمان‌های این بازه محاسبه نماید. در این مقاله از هموارساز RTS^۳ که از جمله پُرکاربردترین الگوریتم‌های هموارسازی فاصله ثابت است، استفاده شده است. هموارساز RTS با فیلتر کالمن به عنوان فیلتر پیشرو شروع شده و در انتهای فرآیند فیلتر کردن، تخمین به دست آمده در نقطه انتهایی، به عنوان ورودی فرآیند هموارسازی مورد استفاده قرار گرفته و هموارسازی از زمان انتهایی به زمان ابتدایی ادامه می‌یابد. شمای کلی از هموارسازی در شکل ۱ نشان داده شده است.

روابط مورد استفاده برای هموارساز فیلتر کالمن توسعه یافته به صورت (۲۴) می‌باشد.



شکل (۱): رویه هموارسازی نتایج تخمین به کمک هموارساز RTS.

- 1- Fixed Point
- 2- Fixed Lag
- 3- Rauch-Tung-Striebel

بر این اساس ماتریس ژاکوبین مطابق رابطه (۳۲) به دست می‌آید:

$$\mathbf{H}_X(X_k, k) = \quad (۳۲)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{(x_k - s_x^1)}{(x_k - s_x^1)^2 + (y_k - s_y^1)^2} & \frac{-(y_k - s_y^1)}{(x_k - s_x^1)^2 + (y_k - s_y^1)^2} & 0 & 0 \\ \frac{(x_k - s_x^2)}{(x_k - s_x^2)^2 + (y_k - s_y^2)^2} & \frac{-(y_k - s_y^2)}{(x_k - s_x^2)^2 + (y_k - s_y^2)^2} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

با انجام عملیات مشتق‌گیری مرتبه دوم، ماتریس هسین به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{H}_{XX}^i(X_k, k) = \quad (۳۳)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{-2(x_k - s_x^i)}{((x_k - s_x^i)^2 + (y_k - s_y^i)^2)^2} & \frac{(y_k - s_y^i)^2 - (x_k - s_x^i)^2}{((x_k - s_x^i)^2 + (y_k - s_y^i)^2)^2} & 0 & 0 \\ \frac{(y_k - s_y^i)^2 - (x_k - s_x^i)^2}{((x_k - s_x^i)^2 + (y_k - s_y^i)^2)^2} & \frac{-2(y_k - s_y^i)}{((x_k - s_x^i)^2 + (y_k - s_y^i)^2)^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

با انجام مشتق‌گیری‌ها از معادلات حاکم بر دینامیک سیستم شرایط برای اعمال الگوریتم‌های تخمین، مهیا شده است.

۴- شبیه‌سازی

همان‌طور که در قبل نیز ذکر شد، این مقاله برای رهگیری اهداف متحرک زمینی یا دریایی تنظیم شده است. با این توصیف داده‌های مورد استفاده در این شبیه‌سازی، شامل موقعیت ایستگاه‌های ردیابی و مسیر حرکت هدف به نحوی در نظر گرفته شده است که توصیف‌کننده هندسه یک سناریوی عملیاتی برای حرکت یک شناور از آبهای خلیج فارس و گذر از تنگه هرمز و ورود به آبهای دریای عمان باشد.

در شبیه‌سازی‌های انجام شده، مبدأ دستگاه مختصات در یکی از جزایر خلیج فارس و موقعیت ایستگاه‌های ردیابی به شرح زیر در نظر گرفته شده است:

$$\begin{aligned} (s_x^1, s_y^1) &= (1, 1) \\ (s_x^2, s_y^2) &= (4, 1.1) \end{aligned} \quad (۳۴)$$

هدف از حالت اولیه $X_0 = (0.5 \ 0.5 \ 0.3 \ -0.7)^T$ شروع به حرکت می‌نماید. باید تذکر داد اعداد مورد استفاده در شبیه‌سازی به منظور خواناتر بودن گراف‌های پیشرو به یک نسبت کوچک‌تر شده و مورد استفاده قرار گرفته‌اند. مدل اندازه‌گیری به صورت $r_k^i \sim N(0, \sigma^2)$ با مشخصه نویز $\sigma = 2$ درجه لحاظ شده است، که نشان از خطای نسبتاً بالا، در ادوات اندازه‌گیری است.

در شبیه‌سازی‌ها تلاش شده است مسیر حرکت هدف و موقعیت ایستگاه‌های ردیابی مشابه شکل ۲ در نظر گرفته شود. مسیر مورد استفاده در شبیه‌سازی و هندسه قرارگیری ایستگاه-

$$\frac{d\mathbf{X}(t)}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{X}(t) + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} w(t) \quad (۲۶)$$

در رابطه فوق $w(t)$ ، نویز سفید فرآیند با ماتریس کواریانس زیر می‌باشد:

$$Q_c = \begin{pmatrix} q & 0 \\ 0 & q \end{pmatrix} \quad (۲۷)$$

حال با استفاده از تئوری گسسته‌سازی و رابطه‌های (۳) و (۴) دینامیک حرکتی هدف در حوزه گسسته به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{X}_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{k-1} \\ y_{k-1} \\ \dot{x}_{k-1} \\ \dot{y}_{k-1} \end{pmatrix} + \mathbf{q}_{k-1} \quad (۲۸)$$

در رابطه فوق Δt گام محاسباتی و $\mathbf{q}_{k-1} \sim N(0, Q_{k-1})$ نویز فرآیند گوسی با میانگین صفر و ماتریس کواریانس مطابق رابطه (۲۹) بوده که در آن q چگالی طیفی نویز می‌باشد. در اینجا $q = 0.1$ تنظیم شده است. ماتریس کواریانس Q در حوزه گسسته با انجام انتگرال‌گیری از معادله (۳) به دست می‌آید:

$$Q_{k-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}\Delta t^3 & 0 & \frac{1}{2}\Delta t^2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3}\Delta t^3 & 0 & \frac{1}{2}\Delta t^2 \\ \frac{1}{2}\Delta t^2 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\Delta t^2 & 0 & \Delta t \end{pmatrix} q \quad (۲۹)$$

مدل اندازه‌گیری برای ایستگاه i ام به صورت زیر است:

$$\theta_k^i = \arctan\left(\frac{y_k - s_y^i}{x_k - s_x^i}\right) + r_k^i \quad (۳۰)$$

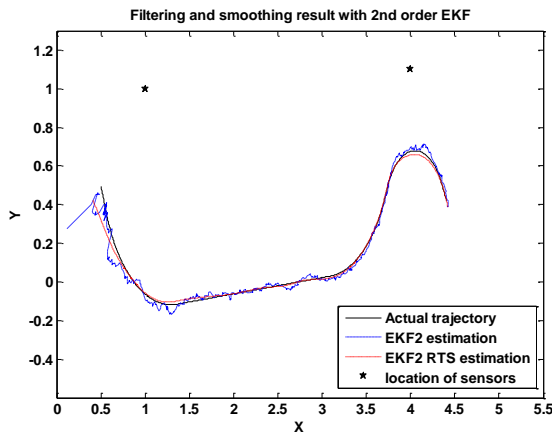
در رابطه فوق (s_x^i, s_y^i) موقعیت ایستگاه i ام و $r_k^i \sim N(0, \sigma^2)$ بیانگر میزان خطای اندازه‌گیری می‌باشد. ایستگاه‌ها در مکان‌های مشخص و به صورت ثابت قرار گرفته و هدف در محدوده رویت این ایستگاه‌ها در حال حرکت می‌باشد. مشتق مدل اندازه‌گیری که در روابط فیلتر کالمن مورد نیاز است، مطابق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{\partial h^i(X_k)}{\partial x_k} = \frac{-(y_k - s_y^i)}{(x_k - s_x^i)^2 + (y_k - s_y^i)^2} \quad (۳۱)$$

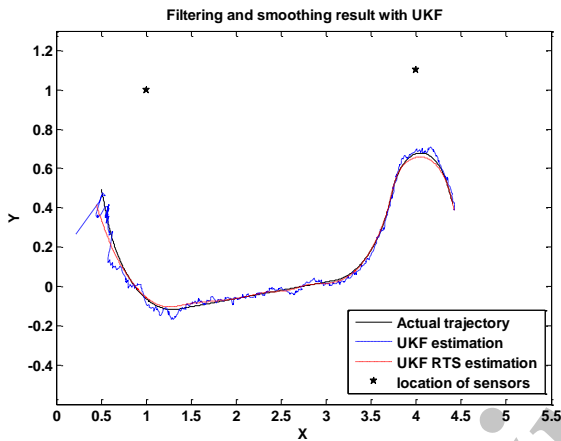
$$\frac{\partial h^i(X_k)}{\partial y_k} = \frac{(x_k - s_x^i)}{(x_k - s_x^i)^2 + (y_k - s_y^i)^2}$$

$$\frac{\partial h^i(X_k)}{\partial \dot{x}_k} = 0$$

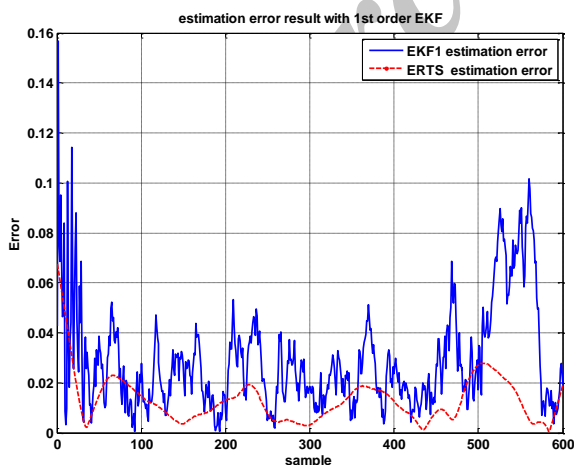
$$\frac{\partial h^i(X_k)}{\partial \dot{y}_k} = 0, \quad i = 1, 2.$$



شکل (۵): پیش‌بینی موقعیت هدف براساس فیلتر کالمن مرتبه دوم به همراه هموارساز RTS.

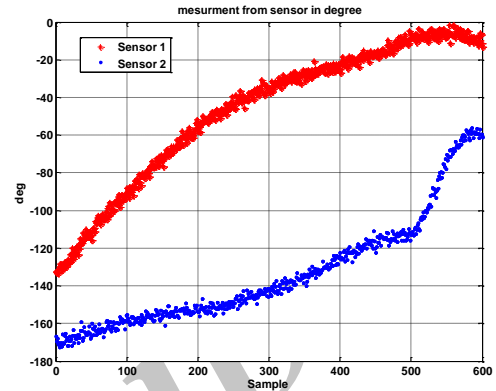


شکل (۶): پیش‌بینی موقعیت هدف براساس فیلتر کالمن - خنثی به همراه هموارساز RTS.



شکل (۷): پیش‌بینی موقعیت هدف براساس فیلتر کالمن مرتبه اول به همراه هموارساز RTS.

هادر شکل‌های ۴ الی ۶ نشان داده شده است. زوایای رویت هدف توسط ایستگاه‌های ردیابی در شکل ۳ نشان داده شده است. در این مدت فرض بر آن است که هدف به صورت مستقیم در دید دو ایستگاه زمینی قرار دارد. به عبارت دیگر همیشه از دو زاویه مختلف شناور در دید قرار دارد.



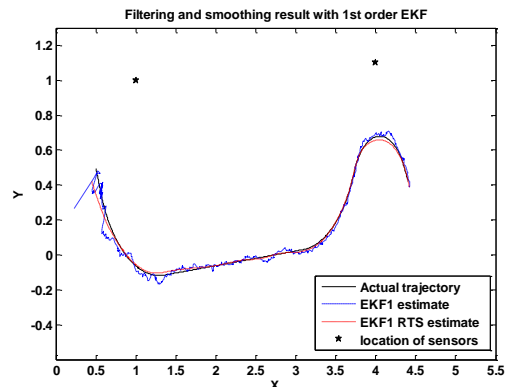
شکل (۳): زوایای رویت هدف توسط ایستگاه‌ها.

در شبیه‌سازی‌های پیشرو، ماتریس P_0 مطابق رابطه (۳۵) در نظر گرفته شده است.

$$P_0 = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \quad (35)$$

این انتخاب بدان معناست که ما به میزان مناسبی از موقعیت اولیه حرکت هدف آگاهی داشته، اما سرعت اولیه هدف برای ما بسیار نامشخص است.

در ادامه و در شکل‌های ۴ الی ۶، به ترتیب نتایج اعمال فیلتر کالمن مرتبه اول به همراه هموارساز، فیلتر کالمن مرتبه دوم به همراه هموارساز، فیلتر کالمن خنثی به همراه هموارساز ارائه شده است. در شکل‌های ۷ الی ۹، براساس رابطه (۳۶) خطای مربوط به تخمین موقعیت هدف توسط هر یک از فیلترها نشان داده شده است.



شکل (۴): پیش‌بینی موقعیت هدف براساس فیلتر کالمن مرتبه اول به همراه هموارساز RTS.

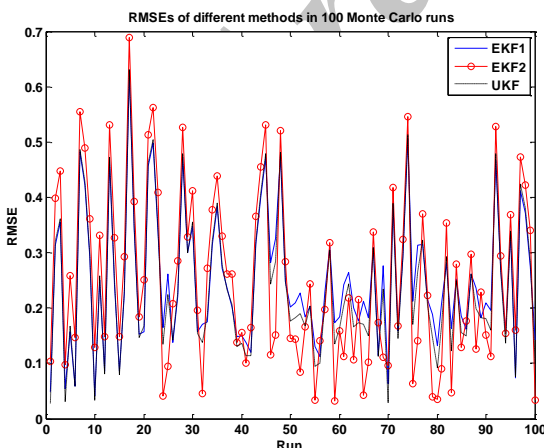
براساس معیار RMSE نتایج عملکرد فیلترها در هر یک از شبیه‌سازی‌های مونت کارلو در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ نشان داده شده است.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (x - \hat{x})^2 + (y - \hat{y})^2} \quad (۳۷)$$

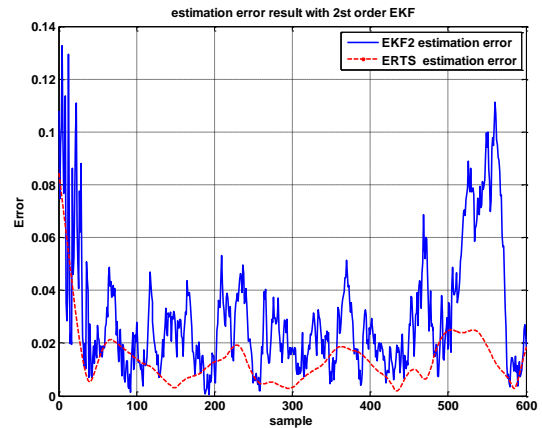
پارامتر RMSE که در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ مورد استفاده قرار گرفته است براساس کل بازه زمانی حرکت شناور محاسبه شده است.

به منظور درک بهتر از نتایج ارائه شده توسط شبیه‌سازی‌های مونت کارلو، در جدول ۱ میانگینی از داده‌های RMSE مندرج در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ ارائه شده است. با توجه به نتایج ارائه شده در جدول ۱ تفاوت چندانی در عملکرد فیلتر کالمن توسعه‌یافته مرتبه اول، فیلتر کالمن توسعه یافته مرتبه دوم و فیلتر کالمن خنثی، در زمینه رهگیری شناور مشاهده نمی‌شود. همچنین مشاهده می‌شود با استفاده از هموارسازی، خطای تخمین به مراتب بهبود یافته و تا حدود سه برابر کاهش داشته است.

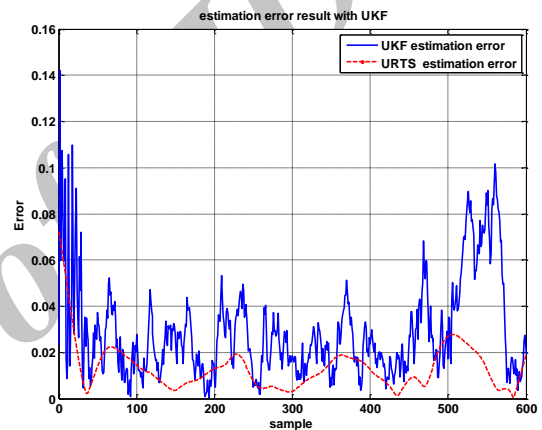
همان‌طور که در شرایط شبیه‌سازی ذکر شد، فرض بر آن بوده است که در تمام مدت، هدف از دو زاویه مختلف در دید ایستگاه‌های رهگیری قرار داشته است. باید تذکر داد در صورتی که زاویه رویت هدف توسط دو ایستگاه یکسان باشد، یا به عبارت دیگر ایستگاه‌ها و هدف بر روی یک خط مستقیم قرار داشته باشند عملکرد فیلتر دچار خدشه خواهد شد. لذا از دیدگاه عملیاتی پیشنهاد می‌شود به جای به‌کارگیری دو ایستگاه رهگیری، از شبکه ایستگاه‌های رهگیری استفاده شود.



شکل (۱۰): پارامتر RMSE در اجرای شبیه‌سازی مونت کارلو برای فیلترهای مختلف



شکل (۸): پیش‌بینی موقعیت هدف براساس فیلتر کالمن مرتبه دوم به همراه هموارساز RTS.



شکل (۹): پیش‌بینی موقعیت هدف براساس فیلتر کالمن خنثی به همراه هموارساز RTS.

$$error = \sqrt{(x - \hat{x})^2 + (y - \hat{y})^2} \quad (۳۶)$$

با توجه به منحنی‌های خطای فوق، مشاهده می‌شود در ابتدا از آنجا که ضرایب فیلترها به صورت صحیح مقدار دهی نشده‌اند، خطای پیش‌بینی قابل ملاحظه بوده و به مرور زمان و با ورود داده‌های اندازه‌گیری به فیلترها خطای پیش‌بینی کاهش می‌یابد. در ادامه و در بازه‌ای که شناور در مسیر تقریباً مستقیم در حال حرکت است و مانوری انجام نمی‌شود، خطا در سطح ثابتی باقی می‌ماند. با انجام مانورهای مختلف توسط هدف خطای پیش‌بینی موقعیت هدف در فیلترهای مختلف افزایش می‌یابد.

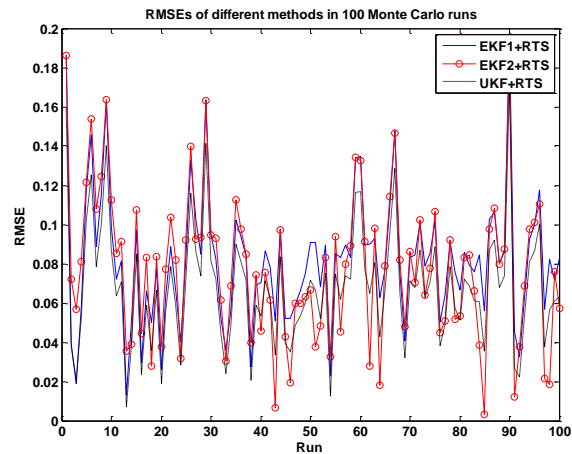
علاوه بر این ملاحظه می‌شود با اعمال هموارساز به نتایج حاصل از هریک از فیلترها، خطای تخمین موقعیت هدف به شدت کاهش یافته و پرش‌های ناگهانی در منحنی خطا از بین رفته است.

برای مقایسه عملکرد فیلترها در شرایط گوناگون، ۱۰۰ شبیه‌سازی مونت کارلو انجام شده است. مطابق رابطه (۳۷) و

یافته مرتبه اول و هموارساز RTS به همراه داده‌های اندازه‌گیری هرچه دقیق‌تر، مورد استفاده قرار گیرند. همان‌طور که ذکر شد در صورتی که سناریوی حرکت هدف و یا موقعیت نصب ایستگاه‌ها به نحوی باشد که هدف و ایستگاه‌ها بر روی یک خط قرار گیرند، در این شرایط عملکرد فیلترها در پیش‌بینی موقعیت هدف دچار خدشه خواهد شد. به همین دلیل پیشنهاد می‌شود برای در اختیار داشتن یک سیستم عملیاتی به جای استفاده از دو ایستگاه رهگیری از شبکه ایستگاه‌های رهگیری استفاده شود.

۷- مراجع

- Musicki, D. "Bearings Only Single Sensor Target Tracking Using Gaussian Mixtures", *Automatica*, Vol. 45, 2009, No. 9, pp. 2088-2092.
- Jauffret, C., Pillon, D. and Pignol, A.C., "Bearings-Only Maneuvering Target Motion Analysis from a Nonmaneuvering Platform", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 46, 2010, No. 4, pp. 1934-1949.
- Gholson, N.H., and IUoose, R.L. "Maneuvering Target Tracking Using Adaptive State Estimation". *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 13, 1977, pp. 310-317.
- Ling, H., Bai, L., Blasch, E. and Mei, X., "Robust Infrared Vehicle Tracking Across Target Pose Change Using L1 Regularization", *ISIFProc*, 2010.
- Martinerie, F. and Forster, P. "Data Association and Tracking From Distributed Sensors Using Hidden Markov Models and Dynamic Programming". *ICASSP*, 1992.
- Reshma1, A.R., Anooja, S. and Deepa E. "Bearing Only Tracking Using Extended Kalman Filter". *IJARCCCE*, Vol. 2, 2013.
- Yali, W. "Bearing-only Maneuvering Target Tracking Based on STF and UKF" *International Conference on Advanced computer Theory and Engineering*, Proceeding of SPIE., 2008.
- Ristic, B., Arulampalam, S. and Gordon, N., "Beyond the Kalman Filter: Particle Filters for Tracking Applications". Norwood, MA: Artech House, 2004.
- Johnstone, A.L., Krishnamurthy V., "An improvement to The Interacting Multiple Model (IMM) algorithm". *IEEE Transactions on Signal Proces*, Vol. 49, 2011, No. 12, pp. 2909-2923.
- Park, S.E. and Lee, J.G. "Improved Kalman Filter Design for Three-Dimensional Radar Tracking", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 37, 2001, No. 2, pp. 727-739.
- Rodrigues, C.V. and Filho, W.S. "Particle Filter Applied in the Real Time Bearing Only Tracking Problem of a Sonar Target", *EAA*, 2008, pp. 2453-2458.



شکل (۱۱): پارامتر RMSE در اجرای شبیه‌سازی مونت کارلو برای فیلترهای مختلف به همراه هموارساز RTS.

جدول (۱): متوسط RMSE برای فیلترهای مختلف در ۱۰۰ شبیه‌سازی مونت کارلو و اندازه‌گیری زاویه با $\sigma = 2$ درجه.

نام روش	میانگین RMSE
فیلتر کالمن مرتبه اول	۰/۲۴۸۷
فیلتر کالمن مرتبه اول + هموارساز RTS	۰/۰۸۱۵
فیلتر کالمن مرتبه دوم	۰/۲۵۱۳
فیلتر کالمن مرتبه دوم + هموارساز RTS	۰/۰۸۳۴
فیلتر کالمن خنثی	۰/۲۳۸۳
فیلتر کالمن خنثی + هموارساز RTS	۰/۰۷۹۱

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله رویه پیش‌بینی موقعیت یک شناور براساس داده زاویه رویت حاصل از دو ایستگاه زمینی ارائه شد. با توجه به این‌که دینامیک حرکتی سیستم (شناور) سریع نیست و براساس نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها مشاهده می‌شود که عملکرد فیلترهای کالمن توسعه یافته مرتبه اول و مرتبه دوم و فیلتر کالمن خنثی، در مسئله تخمین موقعیت شناور، تقریباً مشابه با یکدیگر می‌باشند. در ضمن مشاهده شد که با اعمال هموارساز RTS به هریک از سه فیلتر مذکور، خطای تخمین بهبود یافته و در حدود سه برابر کاهش داشته است. همچنین برای مقایسه بهتر فیلترها، شبیه‌سازی‌های مونت کارلو انجام شد و نکات مطرح شده در فوق مجدداً مورد تأیید قرار گرفت. با توجه به نکات ذکر شده و مد نظر قرار دادن ملاحظات عملی از قبیل حجم محاسبات و امکان پیاده‌سازی روابط و... پیشنهاد می‌شود در مسئله تعیین موقعیت شناور، فیلتر کالمن توسعه

12. Lin, X., Kirubarajan, T. and Bar-Shalom, Y., "Comparison of EKF, Pseudo-Measurement, and Particle Filter for a Bearing-Only Target Tracking Problem", SPIE Conf. Signal Data Processing of Small Targets, 2002.
13. Thorp, J.S. "Optimal Tracking of Maneuvering Targets". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1973, pp. 512-519.
14. Basseville, M., and Nikiforov, I., Detection of Abrupt Changes, Prentice-Hall, 1992.
15. Arulampalam, M.S., Ristic, B., Gordon, N. and Mansell, T. "Bearing Only Tracking of Manoeuvring Targets Using Particle Filters", Eurasip Journal of Applied Signal Processing, Vol. 15, 2004.
16. Blackman, S.S. and Roszkowski, S.H. "Application of IMM Filtering to Passive Ranging". SPIE Conf. Signal and Data Processing of Small Targets, 1999.
17. Radhakrishnan, K., Unnikrishnan, A., Balakrishnan, K.G. "Bearing only Tracking of Maneuvering Targets using a Single Coordinated Turn Model", International Journal of Computer Applications, Vol. 1, No. 1, pp.0975 – 8887, 2010.
18. Arulampalam, S. and Ristic, B. "Comparison of the Particle Filter with Range-Parametrised and Modified Polar EKFs for Angle-Only Tracking", SPIE Conf. Signal Data Processing of Small Targets, Vol. 4048, pp. 288-299, 2000.
19. Challa, S. and Gordon, N. J. "Target Tracking Using Particle Filters", Proceedings of Estimation, Tracking, and Fusion, 2001.
20. Mallick, M., Kirubarajan, T. and Arulampalam, S. "Comparison of Nonlinear Filtering Algorithms in Ground Moving Target Indicator (GMTI) Tracking", Proceedings of the 4th International Conference on Information Fusion, 2001.
21. Musick, S., Greenwald, J., Kreucher, C. and Kastella, K., "Comparison of Particle Method and Finite Difference Nonlinear Filters for Low SNR Target Tracking", Proceedings of the 4th International Conference on Information Fusion, 2001.
22. Scala, B. L. and Morelande, M. "An Analysis of the Single Sensor Bearings-Only Tracking Problem", Radar-Con, pp. 525-530, 2008.
23. Gharehshiran, O.N. and Krishnamurthy, V., "Coalition Formation for Bearings-Only Localization in Sensor Networks-Cooperative Game Approach", IEEE Transactions on Signal Proces, Vol. 58, 2010, No. 8, pp. 4322-4338.
24. Musicki, D., "Bearings Only Multi-Sensor Maneuvering Target Tracking", Systems & Control Lett., Vol. 57, No. 3, pp. 216-221, 2008.
25. Le Cadre, J.P. "Bearings-Only Tracking for Maneuvering Sources", Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 34, No. 1, pp. 179-191, 1998.
26. Stotts, L.B., "Unattended Ground Sensor related technologies: an Army Perspective Unattended Ground Sensor Technologies and Applications II", Proceedings of the SPIE, Vol. 4040, 2000.
27. Shertukde, H.M. and Bar-Shalom, Y. "Detection and Estimation for Multiple Targets with Two Omnidirectional Sensors in the Presence of False Alarms", IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, pp. 749-763, 1990.
28. Grewal, M.S. and Andrews, A.P. Kalman Filtering, Theory and Practice Using MATLAB. Wiley Interscience, 2001.
29. Crassidis, J.L. and Junkins, J.L., Optimal Estimation of dynamic system. CRC Press, 2004.
30. Gelb, A., Applied Optimal Estimation. The MIT Press, 1974.
31. Bar-Shalom, Y., Li, X.-R. and Kirubarajan, T., Estimation with Applications to Tracking and Navigation. Wiley Interscience, 2001.
32. Hartikainen, J., Solin, A. and Särkkä, S., Optimal Filtering with Kalman Filters and Smoother. Aalto University, 2011.
33. Julier, S.J., Uhlmann, J.K., "Unscented Filtering and Nonlinear Estimation", Proc. of the IEEE, Vol. 92, 2004, pp. 401-422.
34. Julier, S.J., Uhlmann, J.K., and Durrant-Whyte, H.F., "A New Approach for Filtering Nonlinear Systems". In Proceedings of the 1995 American Control, Conference, Seattle, Washington, pp. 1628-1632, 1995.
35. Simon, D., Optimal State Estimation Kalman, H ∞ and Nonlinear System," Published by John Wiley & Sons, Inc., 2006.