

تحلیل واماندگی سازه‌ای با احتساب اثرات نامعینی در خواص مکانیکی

سهراب آسترکی^۱

دانشکده مهندسی هوافضا

دانشگاه هوایی شهید ستاری

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۴/۱۹؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۸/۲۰)

چکیده

هدف از این مطالعه، کمیت بخشی به پارامترهای نامشخص طراحی و احتساب مستقیم اثرات پارامترهای نامعین در تحلیل سازه‌ای به منظور ارزیابی شاخص‌های قابلیت اعتماد می‌باشد. با این وجود اگر روش‌های قابلیت اعتماد با حل‌های متداول تحلیل سازه‌ای مرتبط نگردد، کمتر مورد استفاده قرار می‌گیرند. لذا ضروری است که این‌گونه روش‌ها با حل‌های اجزاء محدود ادغام گردند. برای این منظور در این مقاله، روشی جهت تعیین شاخص‌های قابلیت اعتماد بر مبنای روش تقریب مرتبه اول و دوم قابلیت اعتماد سازه‌ای همراه با نرم‌افزار جامع اجزاء محدود ارائه گردیده است. در این روش تابع حد حالت و گرادیان‌های ناشی از متغیرهای نامعین طراحی از مدل اجزاء محدود محاسبه می‌شوند. بدین ترتیب می‌توان بدون استفاده از تقریب‌هایی نظیر توابع پاسخ سطحی، مدل سازه‌ای را مستقیماً مورد تحلیل قرار داد. ارزیابی الگوریتم ارائه شده براساس مکانیک شکست احتمالی و تعیین میزان انرژی شکست بین لایه‌ای در مواد همسانگرد و مرکب لایه‌ای انجام شده است و هدف از آن مطالعه اثرات پارامترهای نامشخص طراحی در حفظ یک پارچگی سازه‌های حاوی ترک بین لایه‌ای می‌باشد. نتایج نشان می‌دهد که فرض قطعی برای پارامترهای نامشخص خواص مکانیکی، طراحی غیرمحافظة کارانه را همراه خواهد داشت. همچنین در این مطالعه برای تعیین تابع توزیع فراوانی مدول الاستیسیته از نتایج تست کشش ۲۶ نمونه فولادی ۴۳۴۰ با عمر تقویمی بیش از ۳۵ سال استفاده شده که تحلیل‌های آماری حاصل از این نتایج، استفاده از تابع توزیع لگاریتمی نرمال را برای این ضریب در این نوع فولاد توصیه می‌نماید.

واژه‌های کلیدی: قابلیت اعتماد، اجزاء محدود، تقریب مرتبه اول، تقریب مرتبه دوم، احتمال واماندگی

Structural Failure Analysis Based on the Uncertainty of Mechanical Properties

S. Astaraki

Department Of Aerospace Engineering

Shahid Sattari Air University

(Received: 10/July/2013; Accepted: 11/November/2013)

ABSTRACT

The objective of this study was quantified of uncertainty design parameters and included their effects explicitly in structural analysis for evaluated reliability indexes. On the other hand, structural reliability methods are of little use if they cannot be used in conjunction with the best available software for current structural analysis. Hence, it becomes very important to couple structural reliability algorithms with finite element analysis of structural problems. So in this research such coupling can be performed. It is used an algorithm for evaluation of first and second order approximation of reliability indexes based on the finite element programs. In this algorithm the limit state function and relative's gradient of uncertainty parameters computed using finite element model. So structural model directly analyzed without any approximation such as response surface methodology. Based on the probability of fracture mechanics, strain energy release rate is evaluated for isotropic and composite material to demonstrate the application of the algorithm. In the paper also, the Young's modulus probability distribution is determined for 26 steel samples with over the 35 service life years.

Keywords: Reliability, Finite Element Method, First Order Approximation, Probability Failure

۱- مقدمه

طراحی سازه‌های هوائی به‌طور معمول براساس روش‌های مرسوم و مطابق با آیین‌نامه‌ها صورت می‌گیرد. در این‌گونه روش‌ها، طراحی محافظه‌کارانه از طریق اعمال ضریب اطمینان حاصل می‌شود. به‌طوری‌که در بخش هواپیماهای تجاری، اطمینان از طراحی ایمن با استفاده از ضریب اطمینان $1/5$ برای نیروها و مقادیر مبنائی A و B برای خواص مکانیکی حاصل می‌گردد [۱]. در حال حاضر عمر بالای هواپیماها، به یکی از مهمترین نگرانی‌های صنعت هوائی بدل شده. به‌طوری‌که تا جایگزینی هواپیما مسن با هواپیماهای جدید، تمدید عمرهای قابل توجهی بایستی صورت گیرد. این در حالی است که عمر بیشتر از 60 درصد هواپیماهای ساخته شده در صنایع هواپیماسازی ایالات متحده تنها تا سال 2000 میلادی که بخش کثیری از خطوط هوائی دنیا را تشکیل می‌دهند به بیش از 20 سال فزونی یافته است [۲]. در چنین شرایطی بسنده‌نمودن به خواص مکانیکی مواد نو و سالم جهت تحلیل ایمنی سازه‌های فرسوده نمی‌تواند متضمن اطمینان لازمه باشد. از طرفی وجود نامشخص‌های^۱ ذاتی در کمیت‌هائی نظیر، نیروهای اعمالی، خواص مکانیکی مواد، تفاوت در شیوه نگهداری، تعمیر و... سبب شده تا طی دهه‌های اخیر تمایل فزاینده‌ای در بین محققین جهت جایگزینی روش‌های طراحی قطعی با روش‌های طراحی بر مبنای قابلیت اعتماد ایجاد شود [۳-۵]. در واقع در رهیافت‌های مرسوم طراحی، حل مسائل، از قطعی فرض نمودن مقادیر پارامترهای نامشخص و استفاده از ضریب اطمینان جهت احتساب اثرات نامشخص حاصل می‌شود. با این حال مقادیر ضریب اطمینان براساس تجربیات گذشته به‌دست آمده و به‌طور قطعی نمی‌تواند ایمنی را به‌ویژه در سازه‌های فرسوده^۲ تضمین نماید. همچنین در روش‌های مرسوم، هیچ‌گونه اطلاعاتی از چگونگی تاثیر پارامترهای نامشخص بر ایمنی سازه ارائه نمی‌شود و لذا طراحی سیستمی با توزیع یکنواختی از یک سطح ایمنی، تنها براساس یک ضریب اطمینان تجربی کار بسیار دشواری خواهد بود. زمانی که اطمینان از عملکرد یک سازه با در نظر گرفتن وضعیت پارامترهای نامشخص آن مطرح می‌شود، تحلیل‌های احتمالی نظیر روش‌های قابلیت اعتماد مرتبه‌اول و دوم و روش‌های مختلف نمونه‌گیری^۳ نظیر روش شبیه‌سازی مونت کارلو

انتخاب‌های اجباری خواهند بود. در واقع توسعه روش‌های تحلیل سازه‌ای بر مبنای قابلیت اعتماد از اواخر دهه 60 میلادی آغاز شده و تلاش برای بهبود عملکرد کیفی و محاسباتی آنها ادامه دارد. به‌طور مثال روش‌هایی نظیر قابلیت اعتماد مرتبه‌اول و دوم و یا روش‌های نمونه‌گیری در زمره روش‌های تحلیل قابلیت اعتماد، مستقل از زمان^۴ قرار می‌گیرند. در حالی‌که در سال‌های اخیر الگوریتم‌هایی جهت تحلیل سازه‌ای قابلیت اعتماد وابسته به زمان ارائه گردیده است [۶-۸]. با این وجود، اثر بخشی این قبیل روش‌ها در دستیابی به حاشیه ایمنی واقعی‌تر، زمانی میسر خواهد شد که بتوان آن را با روش‌های جامع تحلیل سازه‌ای مرسوم ادغام نمود. در غیر این‌صورت دامنه کاربرد آن تنها به مدل‌های ساده و حل‌های خطی محدود خواهد شد (به‌عنوان مثال می‌توان به نرم‌افزارهای ارائه شده در دانشگاه برکلی در این زمینه اشاره نمود [۹]). در همین راستا، تلاش‌های فراوانی توسط محققین به‌جهت توسعه روش اجزاء محدود احتمالی^۵ صورت گرفته است که از آن جمله می‌توان به مقالات [۱۰-۱۱] اشاره نمود. در این مقاله با اهتمام به اهمیت موضوع کمیت بخشی به متغیرهای نامشخص و حضور صریح اثرات آنها در تحلیل‌های مربوطه از یک سوء، به‌جهت عدم دسترسی به نرم‌افزارهای اجزاء محدود احتمالی (همانند^۶ NESSUS) در داخل، به توسعه روشی جهت تعیین شاخص‌های قابلیت اعتماد یک سازه با بهره‌گیری از امکانات نرم‌افزارهای جامع اجزاء محدود پرداخته شده است. این الگوریتم براساس روش تقریب مرتبه‌اول و دوم قابلیت اعتماد در نرم‌افزار MATLAB و پاسخ‌های سازه‌ای معادل آن در نرم‌افزار ANSYS توسعه یافته است. با توجه به اهمیت موضوع شکست در سازه‌ها، ارزیابی روش ارائه شده براساس مکانیک شکست احتمالی و تعیین میزان انرژی شکست بین لایه‌ای در مواد همسانگرد^۷ و مرکب لایه‌ای در دو مدل^۸ DCB و^۹ ENF انجام شده است و هدف از آن مطالعه اثرات پارامترهای نامشخص طراحی در حفظ یک پارچگی سازه‌های حاوی ترک بین‌لایه‌ای می‌باشد. تنوع المان‌های به‌کاررفته در این مدل‌ها و استفاده از توانائی‌های

4-Time Invariant

5- Probability Finite Element Method

6- Numerical Evaluation of Stochastic Structures Under Stress

7- Isotropic

8- Double Cantilever Beam

9- Edge Knife Flexure

1-Uncertainties

2-Aged

3-Sampling Methods

چنین تابعی، انتگرال‌گیری تحلیلی از معادله (۳) بر روی دامنه تعریفی، امکان‌پذیر نبوده و تنها با استفاده از روش‌های عددی قابل محاسبه می‌باشد. از طرفی، تعیین تحلیلی تابع حد حالت سازه، که می‌تواند دامنه انتگرال‌گیری معادله (۳) نیز است برای سازه‌های پیچیده کار ساده‌ای نمی‌باشد. لذا در این مطالعه مطابق با شکل ۱ مقادیر تابع حد حالت از حل مدل اجزاء محدود به دست می‌آید. بدین ترتیب که به ازای هر مقدار از بردار نامشخص پارامترهای طراحی، حلی قطعی از مدل اجزاء محدود حاصل شده و دامنه انتگرال‌گیری معادله (۳) که همان تابع حد حالت است مشخص می‌گردد.

۳- تقریب مرتبه اول و دوم قابلیت اعتماد

به طور کلی روش‌های مختلف ارزیابی شاخص‌های قابلیت اعتماد به دو دسته تحلیلی و شبیه‌سازی تقسیم می‌شوند. در روش‌های تحلیلی برای ارائه سیستم، از مدلی ریاضی که معمولاً با ساده‌سازی همراه است استفاده می‌شود و شاخص قابلیت اعتماد از حل مستقیم ریاضی مسئله به دست می‌آید، در حالی که در روش‌های شبیه‌سازی، شاخص‌های قابلیت اعتماد از مشابه‌سازی فرآیند واقعی و با توجه به رفتار اتفاقی سیستم برآورد می‌شود. در این مقاله به منظور تعیین شاخص‌های قابلیت اعتماد از روش تحلیلی تقریب مرتبه اول و دوم قابلیت اعتماد^۴ استفاده شده است. در روش تقریب مرتبه اول از نگاشتی خطی با توزیع نرمال معادل^۵، برای حل معادله انتگرال (۳) با دامنه مرزی فراضحه استفاده می‌شود [۱۲-۱۳]. توسعه این روش براساس استفاده از تقریب مرتبه اول بسط تیلور و به ازای مقادیر متوسط متغیرهای تصادفی تابع حد حالت صورت می‌گیرد [۱۲].

$$\tilde{g}(X) \approx g(\mu_x) + \nabla g(\mu_x)^T (X_i - \mu_{xi}), \quad (4)$$

$$\mu_x = \{\mu_{x1}, \mu_{x2}, \dots, \mu_{xn}\}^T, \\ \nabla g(\mu_x) = \left\{ \frac{\partial g(\mu_x)}{\partial x_1}, \frac{\partial g(\mu_x)}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial g(\mu_x)}{\partial x_n} \right\}^T$$

ثابت می‌شود مقادیر متوسط و انحراف استاندارد تابع حد حالت تقریبی، به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$\mu_{\tilde{g}} = g(\mu_x) \quad (5)$$

$$\sigma_{\tilde{g}} = \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g(\mu_x)}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{xi}^2 \right]^{1/2} \quad (6)$$

بالمقوله نرم افزار ANSYS در المان بندی، شبیه‌سازی رفتار مواد، محاسبات و... نشان از افزایش توانایی تحلیل مسائل قابلیت اعتماد سازه‌ای براساس امکانات موجود در مقایسه با نرم افزارهای ارائه گردیده و قابل دسترس در مراجعه [۹] می‌باشد. همچنین در این مطالعه به منظور ارزیابی صحیح از رفتار مکانیکی سازه‌های فرسوده^۱، از خواص مکانیکی آنها، جهت تحلیل مواد همسانگرد استفاده شده است، بدین منظور از نتایج تست کشش ۲۶ نمونه‌ی آلیاژ فولادی ۴۳۴۰ با عمر تقویمی بیش از ۳۵ سال، جهت تعیین ضریب یانگ و مدل توزیع فراوانی در روش قابلیت اعتماد مرتبه اول و دوم استفاده شده است.

۲- الگوریتم پیشنهادی

سازه‌ای را در نظر بگیرید که پارامترهای طراحی آن برحسب متغیر تصادفی X_i بیان شود. این پارامترها شامل نیروهای اعمالی، خواص مکانیکی و هندسه سازه می‌باشند. هر متغیر تصادفی از این پارامترها را می‌توان با تابع چگالی احتمال $f_{X_i}(X_i)$ توصیف نمود. چنانچه پاسخ سازه به ازای نیروی اعمالی که شامل تغییر شکل، تنش و... است با پارامتر $R(X)$ بیان شود، در این صورت تابع حد حالت^۲ سازه به ازای هر یک از مقادیر بحرانی مدهای مختلف شکست (X_c) نظیر ناپایداری، سیلان، تغییر شکل غیرمجاز و... به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$g(R(X), x_c) = 0 \quad (1)$$

اگرچه معادله (۱) به طور صریح برحسب پاسخ سازه بیان شده اما بردار نامشخص پارامترهای طراحی در آن به صورت ضمنی وارد می‌شوند. لذا ارتباط بین پارامترهای طراحی و پاسخ سازه را می‌توان از طریق حل اجزاء محدود تعیین نمود. مطابق با معادله (۱) محدوده و اماندگی سازه که از شاخص‌های قابلیت اعتماد است به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P_f = \{X | g(R(X), x_c) \leq 0\} \quad (2)$$

احتمال و اماندگی سازه نسبت به مقادیر بحرانی مدهای و اماندگی، با انتگرال‌گیری از تابع چگالی احتمال اشتراکی^۳ بر روی محدوده و اماندگی به دست می‌آید.

$$P_f = \int_{g(X, x_c) \leq 0} f_X(x) dx \quad (3)$$

به طور کلی تعیین تابع چگالی احتمال اشتراکی برای چند متغیر تصادفی کاری بسیار مشکل می‌باشد و در صورت تعیین

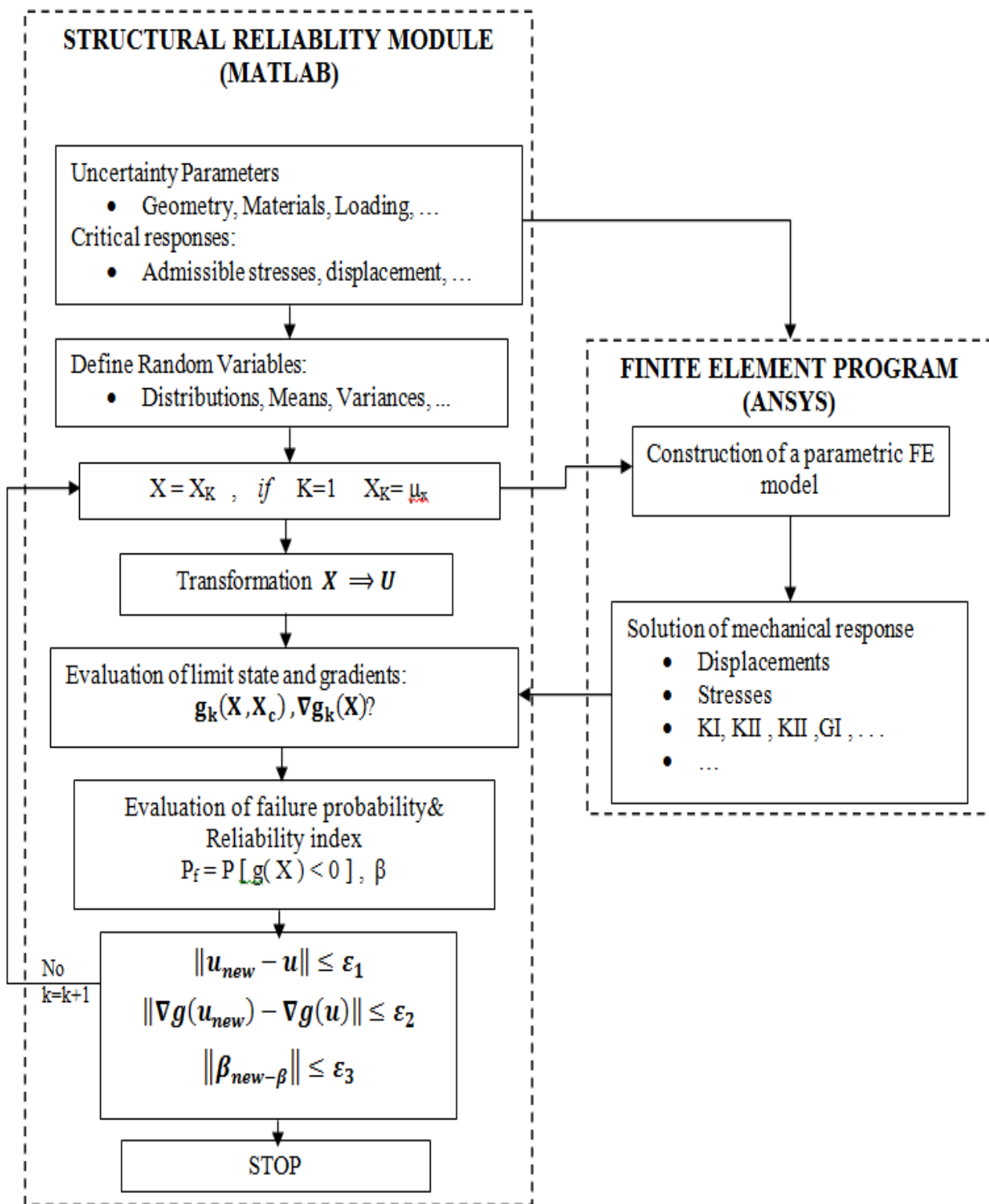
4-First Order & Second Order Reliability Methods (FORM & SORM)

5- Equivalent Normal Distribution

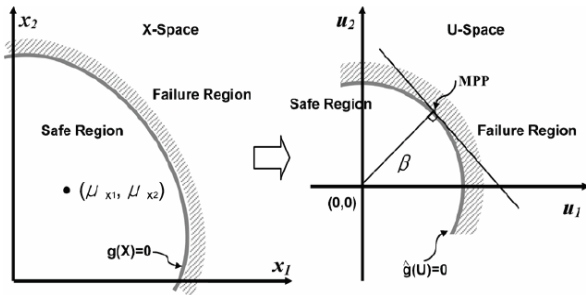
1-Ageing Structure

2-Limit State Function

3-Joint Probability Density Function



شکل (۱): الگوریتم پیشنهادی جهت تعیین تابع حد حالت و گرادیان‌های مربوطه.



شکل (۲): نگاشت تابع حد حالت از دستگاه مختصات X به U .

عملکرد روش تقریب مرتبه اول برای آن دسته از مسائلی که تابع حد حالت آن در همسایگی نقطه طراحی خطی و یا تقریباً خطی باشد مناسب است با این حال چنانچه رویه واماندگی^۲ دارای انحنای زیادی باشد احتمال واماندگی ارزیابی شده توسط این روش با استفاده از شاخص ایمنی β غیرمعقول بوده و از دقت کافی برخوردار نمی‌باشد. برای رفع این مشکل می‌توان تابع حد حالت را با تقریب مرتبه دوم بسط سری تیلور و یا توابع چندجمله‌ای در نقطه MPP دستگاه مختصات U معادل نمود [۱۶-۱۸].

$$g(U) \approx q(U) = g(u^*) + \nabla g(u^*)(U - u^*)^T + \frac{1}{2}(U - u^*)^T H(u^*)(U - u^*), \quad (14)$$

$$H(u^*) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 g}{\partial U_1^2} & \frac{\partial^2 g}{\partial U_1 \partial U_2} & \dots & \frac{\partial^2 g}{\partial U_1 \partial U_n} \\ \frac{\partial^2 g}{\partial U_2 \partial U_1} & \frac{\partial^2 g}{\partial U_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 g}{\partial U_2 \partial U_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 g}{\partial U_n \partial U_1} & \frac{\partial^2 g}{\partial U_n \partial U_2} & \dots & \frac{\partial^2 g}{\partial U_n^2} \end{bmatrix}_{u^*}$$

پس از مجموعه‌ای از انتقال‌های خطی، تابع حد حالت به صورت زیر ساده می‌شود:

$$q(U) = U_n - \left(\beta + \frac{1}{2} U^T D U \right) \quad (15)$$

در رابطه بالا $\mathbf{U}' = \{U_1, U_2, \dots, U_{n-1}\}$ و D ماتریس قطری با ابعاد $(n-1) \times (n-1)$ است که المان‌های آن توسط ماتریس H به دست می‌آید. بدین ترتیب می‌توان ثابت نمود که احتمال واماندگی در روش تقریب مرتبه دوم از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۷]:

$$p_f = P\{g(X) < 0\} = \Phi(-\beta) \prod_{i=1}^{n-1} (1 + \beta k_i)^{1/2} \quad (16)$$

به این ترتیب شاخص ایمنی را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} \quad (7)$$

در صورتی که پارامترهای طراحی دارای توزیع نرمال باشند، تابع حد حالت تقریبی نیز دارای توزیع نرمال بوده و محاسبه انتگرال (۳) منجر به رابطه (۸) خواهد شد.

$$P_f = 1 - \Phi(\beta) \quad (8)$$

در این رابطه، $\Phi(\cdot)$ تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد است. مطابق با شکل ۲ نسخه توسعه یافته این روش براساس نگاشتی از مجموعه متغیرهای تصادفی در دستگاه مختصات X به مجموعه‌ای از متغیرهای غیروابسته با توزیع نرمال استاندارد معادل در دستگاه مختصات U به دست می‌آید [۱۵-۱۴]:

$$u_i = \frac{x_i - \mu_{xi}}{\sigma_{xi}} \quad (9)$$

در چنین شرایطی تابع حد حالت در دستگاه U به صورت زیر نوشته خواهد شد:

$$g(U) = g(\{\sigma_{x1}u_1 + \mu_{x1}, \sigma_{x2}u_2 + \mu_{x2}, \dots, \sigma_{xn}u_n + \mu_{xn}\}^T) = 0 \quad (10)$$

در این صورت تقریب مرتبه اول بسط تیلور آن عبارت است از:

$$g(U) \approx g(U^*) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g(U^*)}{\partial U_i} (u_i - u_i^*), \quad (11)$$

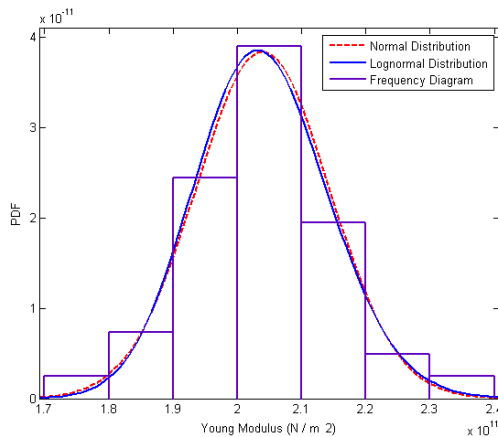
$$\frac{\partial g(U)}{\partial U_i} = \frac{\partial g(X)}{\partial x_i} \sigma_{xi}$$

مطابق شکل ۲ هر نقطه بر روی منحنی حد حالت تقریبی در دستگاه مختصات U که دارای کمترین فاصله از مبدأ مختصات باشد، نقطه‌ای است (U^*) که بیشترین احتمال واماندگی^۱ را سبب می‌شود. فاصله این نقطه از مبدأ مختصات نمایانگر شاخص ایمنی می‌باشد.

$$OP^* = \beta = \frac{g(U^*) - \sum_{i=1}^n \frac{\partial g(U^*)}{\partial x_i} \sigma_{xi} u_i^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g(U^*)}{\partial x_i} \sigma_{xi} \right)^2}} \quad (12)$$

باتوجه به استفاده از تابع توزیع نرمال معادل برای متغیرهای تصادفی، احتمال واماندگی سازه را نیز می‌توان از رابطه (۸) محاسبه نمود. همچنین اهمیت نسبی هر یک از پارامترهای نامشخص بر شاخص ایمنی قابلیت اعتماد توسط ضریب حساسیت به صورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$\alpha_i = \frac{\frac{\partial (X^*)}{\partial x_i} \sigma_{xi}}{\left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial (X^*)}{\partial x_i} \sigma_{xi} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (13)$$



شکل (۳): نمودار هیستوگرام و توزیع‌های فراوانی توابع نرمال و لگاریتمی نرمال برای ضریب یانگ.

اگرچه تطابق ظاهری هر دو توزیع یکسان می‌باشد و هر دو پوش مناسبی برای منحنی هیستوگرام مربوطه هستند، لیکن لازم است که انتخاب منحنی مناسب‌تر براساس آزمون چگونگی انطباق^۲ صورت گیرد. در این مقاله از روش آزمون انطباق چپ اسکور^۳ استفاده شده است [۱۹]. این روش آزمون برای توزیع‌های ناپیوسته مناسب است و در آن اختلاف مقادیر متناظر از توزیع مشاهدات (n) و توزیع فرضی یا انتظاری (e) طبق رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - e_i)^2}{e_i} \quad (17)$$

در این رابطه، m گستره تغییرات است. توزیع چپ اسکور عبارت است از یک توزیع پیوسته برحسب تعداد درجات آزادی $f = m - 1 - k$ که در آن، k تعداد پارامترهای ضروری جهت تعیین توزیع انتظاری می‌باشد. آزمون فرضیه با مقایسه‌ی شاخص تفاوت (χ^2) به دست آمده با مقدار بحرانی آن از جدولی بر مبنای احتمال وقوع خطای نوع اول α و درجات آزادی صورت می‌گیرد. هرگاه شاخص به دست آمده از مقدار بحرانی آن کمتر باشد با احتمال $1 - \alpha$ توزیع‌های تجربی و انتظاری در انطباق با هم می‌باشند. احتمال α همان سطح اهمیت^۴ است. مقادیر متداول احتمال سطح تشخیص برای این آزمون ۱٪ و ۵٪ می‌باشد و انتخاب یکی از این دو بستگی به درجه قطعیت تشخیص موردنیاز در مسئله دارد. نتایج این آزمون برای مقادیر ضریب یانگ مطابق با جدول ۳ می‌باشد.

که در آن، K نمایگر مقدار انحنای تابع حد حالت در نقطه MPP می‌باشد

۴- مدل توزیع فراوانی برای ضریب یانگ

در این مقاله به منظور احتساب احتمال اثرات ناشی از تنزل مواد^۱ برای تعیین تابع توزیع مدول الاستیسیته، نتایج ۲۶ آزمایش کشش از نمونه‌های فولادی ۴۳۴۰ با عمر تقویمی بیش از ۳۵ سال مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج حاصله براساس استاندارد ASTM E8 مطابق با جدول ۱ می‌باشد.

جدول (۱): مقادیر ضریب ارتجاعی فولاد در ۴۱ آزمایش کشش.

Test No.	E(GPa)	Test No.	E(GPa)	Test No.	E(GPa)
۱	۱۹۹/۲۶۶	۱۱	۱۹۳/۷۵	۲۱	۲۱۴/۴۳۵
۲	۲۰۱/۳۳۴	۱۲	۲۰۸/۲۲۹	۲۲	۲۰۲/۰۲۴
۳	۱۹۵/۸۱۸	۱۳	۲۳۰/۲۹۳	۲۳	۲۰۲/۰۲۴
۴	۲۰۶/۱۶۱	۱۴	۲۱۰/۹۸۷	۲۴	۲۱۵/۸۱۴
۵	۱۹۸/۵۷۶	۱۵	۱۷۸/۵۸۱	۲۵	۱۸۹/۶۱۳
۶	۱۹۰/۳۰۲	۱۶	۲۱۵/۸۱۴	۲۶	۲۰۲/۷۱۳
۷	۲۰۴/۰۹۲	۱۷	۲۱۰/۲۹۸		
۸	۱۹۵/۱۲۹	۱۸	۱۹۹/۹۵۵		
۹	۲۰۴/۰۹۲	۱۹	۲۰۲/۷۱۳		
۱۰	۲۰۲/۰۲۴	۲۰	۲۱۰/۲۹۸		

مهمترین شاخص‌های آماری این نتایج شامل مقدار متوسط، واریانس و انحراف استاندارد در جدول ۲ نشان داده شده است.

جدول (۲): شاخص‌های آماری ضریب یانگ.

μ_E (GPa)	Var(E) (Pa)	σ_E (GPa)
۲۰۳/۲۴۳	۱/۰۳۸۷۹E۲۰	۱۰/۱۹۲۱۲۱

به منظور انتخاب توزیع فراوانی مناسب جهت تطابق بهتر نتایج، دو تابع توزیع نرمال و نرمال لگاریتمی مورد ارزیابی قرار گرفته است. شکل ۳ نمودار هیستوگرام این نتایج را برای توابع توزیع فراوانی نرمال و لگاریتمی نرمال نشان می‌دهد.

2-Goodness of Fit Tests

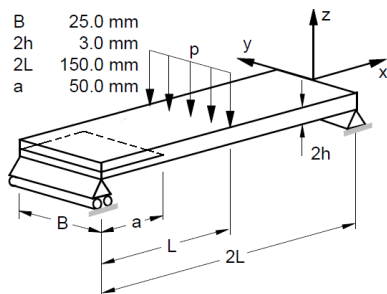
3 -Chi Squared

4- Level of Significance

1- Material Degradation

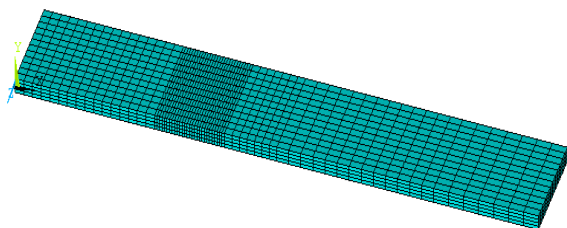
۵-۱- نمونه فولادی ENF

شکل ۴ مدل نمونه ENF را نشان می‌دهد. از این مدل به‌طور نسبتاً گسترده‌ای در تحلیل و بررسی رشد ترک بین‌لایه‌ای جهت تعیین مقدار بحرانی میزان رهائی انرژی کرنشی در مد دو خالص استفاده شده است [۲۰].



شکل (۴): مدل نمونه ENF.

در این مثال براساس نتایج بخش ۴، جنس نمونه از فولاد ۴۳۴۰ در نظر گرفته شده و قسمت‌های جدا شده صفحه در اثر ترک ایجاد شده است. حل تحلیلی این مدل به‌طور کامل در مرجع [۲۱] تشریح شده. شکل ۵ مدل مش‌بندی را با استفاده از المان SOLID185 نشان می‌دهد. قسمت‌های جدا شده صفحه‌ی ناشی از ترک توسط المان‌های تماسی غیرخطی سه‌بعدی CONTA173 و TARGE170 مدل شده‌اند.



شکل (۵): مدل اجزاء محدود ENF.

مقدار G_{II} محاسبه شده توسط روش بسته‌شدن مجازی ترک، برای اندازه‌های مختلف المان نوک ترک و نیروی گسترده ۴۰ نیوتن بر میلی‌متر در جدول ۴ نشان داده شده است.

جدول (۴): مقادیر G_{II} برای اندازه‌های مختلف المان در نوک ترک در بار 40 N/mm .

Crack Tip Element size (mm)	G_{II} (N/mm)
۰/۷۲	۲/۲۹
۰/۵۵	۳/۲۴
۰/۳۸	۳/۳۶
۰/۲۹	۳/۴
۰/۲۵	۳/۴۲

جدول (۳): آزمون انتخاب چی برای ضریب یانگ.

m=5 E (GPa)	n _i	e _i		χ ²	
		normal	Lognormal	Normal	Lognormal
<1۹۳	۳	۴/۱۳۰	۴/۲۰۲	۰/۳۰۹۱	۰/۳۴۳۸
۱۹۳-۱۹۹	۵	۴/۷۱	۵/۴۰۸	۰/۰۱۷۸	۰/۰۳۰۷
۱۹۹-۲۰۶	۱۰	۷/۰۸۲	۷/۳۲۸	۱/۲۰۲۳	۰/۹۷۴۲
۲۰۶-۲۱۳	۴	۵/۶۹۵	۵/۲۰۳	۰/۵۰۴۴	۰/۳۷۸۱
>۲۱۳	۴	۴/۳۸۳	۴/۰۳۹	۰/۰۳۳۴	۰/۰۰۰۳
مجموع	۲۶	۲۶	۲۶	۲/۰۶۷۳	۱/۶۲۷۴

ستون اول محدوده گستره تغییراتی انتخابی برای مدول یانگ و ستون دوم تعداد مشاهدات حاصل از آزمایش را در این محدود نشان می‌دهد. تعداد مشاهدات برای دو تابع فرضی و یا انتظاری نرمال و لگاریتمی نرمال در ستون‌های سوم و چهارم براساس جداول مربوطه به‌دست آمده است. ستون‌های پنجم و ششم شاخص تفاوت را برای توزیع‌های فرضی نشان می‌دهد. باتوجه به این که تعداد پارامترهای لازم برای شناسایی توابع فرضی نرمال و لگاریتمی نرمال، دو پارامتر مقدار متوسط و انحراف استاندارد می‌باشد، لذا با در نظر گرفتن مقدار ۵٪ سطح تشخیص و استفاده از جداول مربوطه خواهیم داشت:

$$f=5-1-2=2 \quad (18)$$

$$C_{1-\alpha, f} = C_{0.95, 2} \xrightarrow{\text{chi squared table}} 5.991,$$

$$> 2.0673, 1.6274 \quad (19)$$

از آنجاکه مقدار خطای حاصل از آزمون انطباق چی از مقدار خطای هر دو توزیع فرضی کمتر می‌باشد، لذا انتخاب هر دو توزیع مناسب بوده ولی باتوجه به مقدار اختلاف تابع نرمال لگاریتمی از خطای آزمون انتخاب، فرض توزیع لگاریتمی نرمال مناسب‌تر می‌باشد.

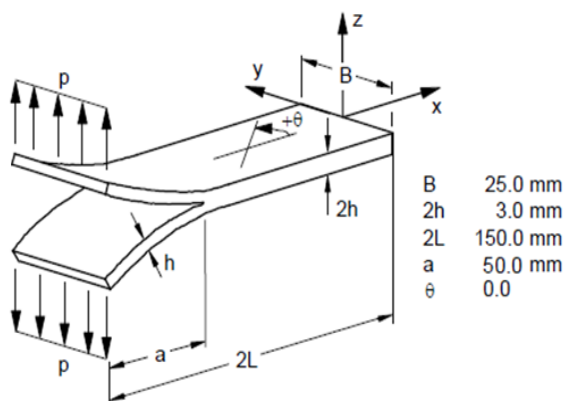
۵- مثال‌های عددی

نظر به اهمیت اثر پارامترهای نامشخص در دانش مکانیک شکست، ارزیابی الگوریتم ارائه شده جهت محاسبه انرژی شکست بین‌لایه‌ای در دو نمونه ENF مواد همسانگرد در مد دو خالص و DCB مواد مرکب لایه‌ای در مد اول خالص انجام شده است. به این منظور از مکانیک شکست ارتجاعی خطی جهت تحلیل میزان رهایی انرژی کرنش توسط روش بسته شدن مجازی ترک^۱ استفاده شده است.

1 -Virtual Crack Closure Method

۵-۲- نمونه DCB کامپوزیت تک‌جهت

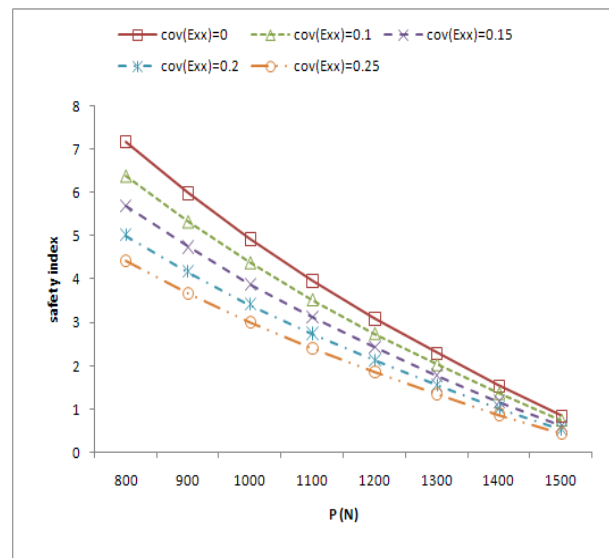
استفاده از مواد مرکب متشکل از لایه‌های تقویت‌شده با الیاف به‌طور روزافزون در حال گسترش است. این مواد ضمن دارا بودن استحکام و سختی مناسب، قابلیت تقلیل وزن سازه‌ها را نیز دارا هستند. علی‌رغم وجود این مزایا، استعداد نسبتاً بالای شکست بین‌لایه‌ای، یکی از موارد ضعف این مواد تلقی می‌شود. از مهمترین علل گسیختگی و محدود بودن عمر این مواد، جدایش لایه‌ها است که در اثر عوامل مختلف به وقوع می‌پیوندد [۲۳-۲۵]. باتوجه به ماهیت لایه‌ای و غیرهمسان بودن مواد مرکب، یکی از مهمترین شاخه‌های تحقیقاتی در این زمینه یافتن روش‌هایی برای تحلیل دقیق شکست و گسیختگی می‌باشد. در این مثال میزان رهایی انرژی کرنشی با استفاده از روش بسته‌شدن مجازی ترک در مدل خالص با در نظر گرفتن اثر پارامترهای نامعین طراحی در مدل DCB محاسبه می‌شود. شکل ۸ هندسه نمونه مورد استفاده در این تحلیل را نشان می‌دهد.



شکل (۸): مدل نمونه DCB.

مشخصه‌ی آماری پارامترهای نامشخص که تنها شامل خواص مکانیکی می‌باشد مطابق با جدول ۸ در نظر گرفته شده است [۲۶]. در این مثال به‌منظور کاهش زمان اجرا، مقادیر ضریب پواسون را قطعی^۱ فرض می‌نماییم. معادله حد حالت نیز مطابق با رابطه (۱۸) در مدل در نظر گرفته شده است. شاخص‌های قابلیت اعتماد همراه با زمان لازم برای همگرایی مسئله توسط روش‌های FORM^۲ و SORM به‌زای نیروی ۲۵ نیوتن در جدول ۹ ارائه شده است.

بدون احتساب اثرات نامعینی پارامترهای مدل، جهت‌گیری طراحی محافظه‌کارانه معکوس می‌شود.



شکل (۷): اثر تغییرات ضریب واریانس ضریب یانگ بر شاخص ایمنی.

جدول ۷ تفاوت مقادیر شاخص‌های قابلیت اعتماد در مدل ENF را با استفاده از روش تقریب مرتبه‌اول و روش تقریب مرتبه‌دوم قابلیت اعتماد سازه‌ای و همچنین زمان لازم برای حل آن را در یک رایانه Intel® DuoCore™ 2.4GHz CPU نشان می‌دهد.

جدول (۷): مقادیر شاخص‌های ایمنی در روش تقریب مرتبه‌اول و دوم برای مدل ENF.

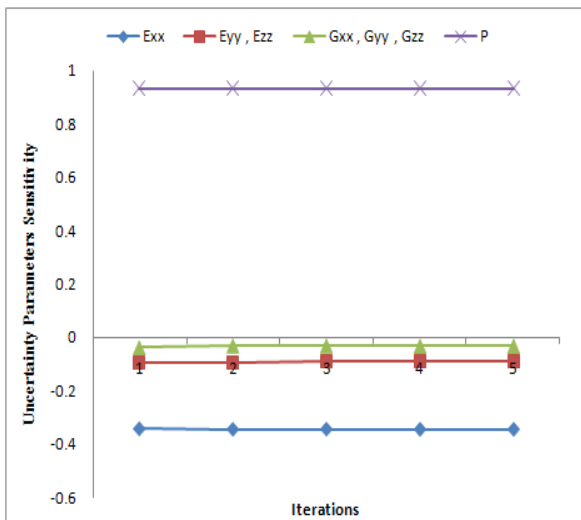
	FORM	SORM
β	۴/۳۷۶۹	۴/۳۷۷۱
POF	۰/۰۰۰۰۰۶۰۱۸	۰/۰۰۰۰۰۶۰۲
Time (sec)	۹۴۲۱	۱۷۲۳۲

اگرچه شاخص‌های قابلیت اطمینان توسط دو روش، تفاوت چندانی با یکدیگر ندارند ولی مدت زمان همگرایی مسئله در روش تقریب مرتبه‌دوم به‌دلیل محاسبه مشتقات مرتبه‌اول و دوم توسط بسط اختلاف محدود تقریباً دو برابر روش تقریب مرتبه‌اول می‌باشد.

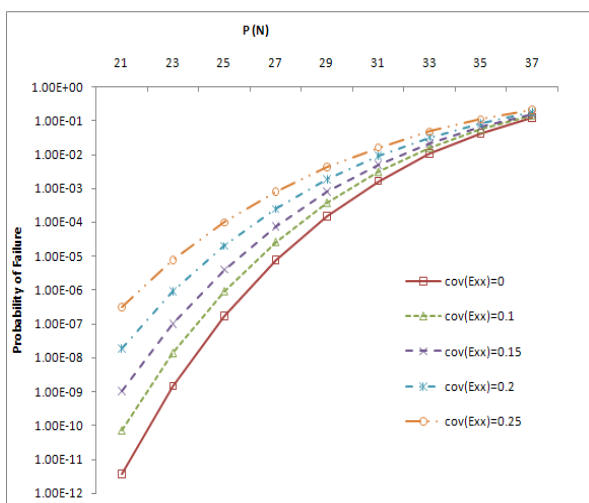
1-Deterministic

جدول (۱۰): تغییرات ضریب حساسیت پارامترها نامعین مدل DCB به ازای $P=25\text{ N}$

item	α	Iteration				
		۱	۲	۳	۴	۵
۱	$\alpha_{E_{xx}}$	-۰/۳۴۳	-۰/۳۴۴۹	-۰/۳۴۴۲	-۰/۳۴۴۸	-۰/۳۴۴۸
۲	$\alpha_{E_{yy}}$	-۰/۰۹۵۲	-۰/۰۹۲۸	-۰/۰۸۹۴	-۰/۰۹۰۷	-۰/۰۹۰۷
۳	$\alpha_{E_{zz}}$	-۰/۰۹۵۲	-۰/۰۹۲۸	-۰/۰۸۹۴	-۰/۰۹۰۷	-۰/۰۹۰۷
۴	$\alpha_{G_{xx}}$	-۰/۰۳۸۱	-۰/۰۳۱۵	-۰/۰۳۱۵	-۰/۰۳۲۵	-۰/۰۳۲۵
۵	$\alpha_{G_{yy}}$	-۰/۰۳۸۱	-۰/۰۳۱۵	-۰/۰۳۱۵	-۰/۰۳۲۵۲	-۰/۰۹۰۷
۶	$\alpha_{G_{zz}}$	-۰/۰۳۸۱	-۰/۰۳۱۵	-۰/۰۳۲۰	-۰/۰۳۲۵۲	-۰/۰۹۰۷
۷	α_P	۰/۹۳۳۷۱	۰/۹۳۳۵۰	۰/۹۳۴۰۶	۰/۹۳۳۷۰	۰/۹۳۳۷۰



شکل (۹): اثر ضریب حساسیت پارامترهای نامعین بر شاخصه ایمنی قابلیت اعتماد.



شکل (۱۰): تغییرات احتمال واماندگی به ازای مقادیر متفاوت ضریب واریانس مدول الاستیسیته.

جدول (۸): مشخصه‌های آماری خواص مکانیکی ماده کربن فایبر اپوکسی T800-924C

Random Variables	Mean Value	COV	Probability Distribution
E_{xx} (GPa)	۱۶۸	۰/۱	Log-Normal
E_{yy} (GPa)	۹/۵	۰/۰۵	Log-Normal
E_{zz} (GPa)	۹/۵	۰/۰۵	Log-Normal
ν_{xx}	۰/۲۷	-	-
ν_{yy}	۰/۲۷	-	-
ν_{zz}	۰/۲۷	-	-
G_{xx} (GPa)	۴/۶	۰/۰۵	Log-Normal
G_{yy} (GPa)	۴/۶	۰/۰۵	Log-Normal
G_{zz} (GPa)	۴/۶	۰/۰۵	Log-Normal
G_{IC} (N/mm)	۰/۲۵	۰/۱	Normal
P	Variable	۰/۱	Normal

جدول (۹): شاخصه ایمنی و احتمال واماندگی در روش تقریب مرتبه اول و دوم.

	FORM	SORM
β	۲/۶۰۶	۲/۶۰۰۵
POF	۰/۰۰۴۶	۰/۰۰۴۷
TIME (sec)	۹۳	۶۵۷

همان‌طور که قبلاً ذکر شد یکی از ویژگی‌های روش قابلیت اعتماد تعیین میزان اثر هر یک از پارامترهای نامعین بر ایمنی سازه می‌باشد. بر این اساس جدول ۱۰ و شکل ۸ به ترتیب مقادیر و نمودار ضریب حساسیت پارامترهای نامعین را بر شاخص ایمنی قابلیت اعتماد مدل DCB به ازای نیروی متوسط ۲۵ نیوتن نشان می‌دهد.

همان‌طور که در شکل ۹ مشاهده می‌شود، از میان پارامترهای نامعین جدول ۱۰ تنها اثر مدول الاستیسیته در جهت X (ردیف اول) و نیروی اعمالی (ردیف هفتم) دارای بیشترین تاثیر بر شاخصه ایمنی مدل هستند و تأثیر سایر پارامترهای نامعین بر شاخصه ایمنی قابل توجه نمی‌باشد. ضمناً وجود ضرایب منفی به معنی افزایش تابع حد حالت با افزایش پارامتر نامشخص در آن ضرایب می‌باشد.

بر اساس نتایج حاصل از جدول ۹، می‌توان اثر پارامتر نامعین E_{xx} را به ازای مقادیر مختلف ضریب واریانس آن بر احتمال واماندگی مدل با در نظر گرفتن نیروهای متفاوتی با ضریب واریانس ۰/۱ به دست آورد. شکل ۱۰ نتایج حاصل از این تحلیل را نشان می‌دهد.

این نتایج، استفاده از تابع توزیع لگاریتمی نرمال را برای این ضریب در این نوع فولاد توصیه می‌نماید.

۷- مراجع

1. MIL-HDBK-5J, "Metallic Materials and Elements for Aerospace Vehicle Structures", 2003
2. Tiffany, Charles F. "Aging of US Air Force Aircraft", USAF Structural Integrity Program Conference, 11 December 1997.
3. Lincoln, J.W. "Method for Computation of Structural Failure Probability for an Aircraft", ASD-TR-80-5035, July 1980.
4. Lincoln, J. "Risk Assessment of an Aging Military Aircraft" J. of Aircraft, Vol. 22, No. 9, pp. 687 – 691, 1985.
5. Long, W. and Narciso, J.D. "Probabilistic Design Methodology for Composite Aircraft Structures" DOD/FAA/AR-99/2, Final Report, June 1999.
6. Kiureghian, D., Ditlevsen, O. "Aleatory or Epistemic? Does it Matter?", Structural Safety Vol. 31, No. 7, pp. 105-112, 2009.
7. Straub1, D., Kiureghian, D. "Bayesian Network Enhanced with Structural Reliability Methods: Application", Journal of Engineering Mechanics, Trans. ASCE, Vol. 136, No. 10, pp. 1259-1270, 2010.
8. Straub1, D., Kiureghian, D., "Reliability Acceptance Criteria for Deteriorating Elements of Structural Systems", Journal of Structural Engineering, Trans. ASCE, Vol. 137, No. 12, pp. 1573–1582, 2011.
9. Kiureghian, D., Haukaas, Fujimura, A., T. "Structural Reliability Software at the University of California, Berkeley", Structural Safety, Vol. 28, pp. 44-67, 2006.
10. Liu, W.K. and Mani, A. "Finite Element Methods in Probabilistic Mechanics", Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 2, No. 4, pp. 201-213, 1988.
11. Liu P.L. and Kiureghian, D., "Finite Element of Geometrically Non-linear Uncertain Structures", Journal of Engineering Mechanic Division of American Society of Civil Engineers, Vol. 117, No. 8, pp. 1806-1825, 1991.
12. Wirsching, H. "Literature Review on Mechanical Reliability and Probabilistic Design", Probabilistic Structural Analysis Methods for Select Space Propulsion System Components", NASA Contractor Report 189159, Vol. 3, 1992.
13. Cornell, C.A. "A Probability - Based Structural Code", Journal of American Concrete Institute, Vol. 66, No. 12, pp. 171-200, 1969.
14. Hasofer, A.M., and Lind, N.C. "Exact and invariant Second Moment Code Format" Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 100, No. 4, pp. 111-121, 1974.
15. Hohenbichler, M., and Rackwitz, R., "Non-Normal Dependent Vectors in Structural Safety", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 107, No. 6, pp. 1227-1238, 1981.

نتایج نشان می‌دهند که هرچه مقدار ضریب واریانس یا میزان اتفاقی بودن این نسبت برای مدول الاستیسیته بیشتر می‌گردد، احتمال و ماندگی سازه افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر، فرض قطعی بودن مقدار مدول الاستیسیته بیانگر یک تحلیل غیرمحافظه‌کارانه در تحلیل مکانیک شکست مدل می‌باشد.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله با تأکید بر نامعین بودن پارامترهای طراحی و به دلیل اهمیت کمیت بخشی به متغیرهای نامشخص و حضور صریح اثرات آنها در تحلیل‌های سازه‌ای و نیز به علت عدم دسترسی به نرم‌افزارهای اجزاء محدود احتمالی در داخل، روشی جهت تحلیل سازه‌ای با در نظر گرفتن طبیعت نامعین این پارامترها، براساس تقریب مرتبه اول و دوم روش قابلیت اعتماد با استفاده از امکانات نرم‌افزار جامع تحلیل سازه‌ای ANSYS ارائه گردیده است. در این الگوریتم معادله حد حالت از حل مدل اجزاء محدود حاصل شده و گرادیان‌های مربوطه نیز با استفاده از حل اختلاف محدود پیشرو در محیط MATLAB و براساس نتایج مدل اجزاء محدود در یک فرآیند دوره‌ای محاسبه می‌شوند. کارائی این الگوریتم توسط دو مثال عددی در مکانیک شکست برای مواد همسانگرد و مرکب مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که فرض قطعی برای مقادیر خواص مکانیکی، در مقایسه با مقادیر اتفاقی پارامترها (ضرایب مختلف واریانس)، سبب اختلاف در احتمال و ماندگی سازه در محدوده قابل ملاحظه‌ای می‌شود، که پوشش این محدوده تنها توسط یک ضریب اطمینان مشخص در رهیافت‌های قطعی کاری دشوار و اغلب مبتنی بر تجربه است. همچنین تعیین میزان تأثیرپذیری شاخص‌های ایمنی سازه، توسط هر یک از پارامترهای طراحی، از نکات قابل توجه در تحلیل سازه‌ای بر مبنای این‌گونه روش می‌باشد. بر خورداری از امکانات نرم‌افزار ANSYS در این الگوریتم سبب افزایش توانائی در راستای تحلیل مسائل پیچیده‌تر شده است و به‌طور نسبی می‌تواند خلاء نرم‌افزارهای اجزاء محدود احتمالی را پر نماید. همچنین در این مطالعه برای تعیین تابع توزیع فراوانی مدول الاستیسیته و به کارگیری آن در تحلیل قابلیت اعتماد، از نتایج تست کشش ۲۶ نمونه آلیاژ فولاد ۴۳۴۰ با عمر تقویمی بیش از ۳۵ سال استفاده شده که تحلیل‌های آماری حاصل از

16. Breitung, K., "Asymptotic Approximations for Multinormal Integrals", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 110, No. 3, pp. 357-366, 1984.
17. Tvedt, L., "Two Second-Order Approximations to the Failure Probability", Section on Structural Reliability, A/S Vertas Research, Hovik, Norway, 1984.
18. Tvedt, L., "Distribution of Quadratic Forms in Normal Space Applications to Structural Reliability", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 116, No. 12, pp. 1183-1197, 1990.
19. Bury, K. "Statistical Distributions in Engineering", Cambridge University Press, 1999.
20. Sun, C.T. and Zhang, S. "Delamination Characteristics of Double-Cantilever Beam and End-Notched Flexure Composite Specimens", Composites Science and Technology, Vol. 56, No.4, pp. 451-459, 1996.
21. Williams, G.J. "On the Calculation of Energy Release Rates for Cracked Laminates", International Journal of Fracture, Vol. 36, No. 5, pp. 101-109, 1988.
22. Skinn, D.A., Gallagher, J.P. "Damage Tolerant Design Handbook", Vol. 1, 1994.
23. Erdogan, F., Sih, G.C. "On the Crack Extension in the Plates Under Plane Loading and Transverse Shear", Journal of Basic Engineering, Vol. 85, No. 14, pp. 519-527, 1963.
24. Armstrong, K.B., Barret, R.T. "Care and Repair of Advanced Composites", SAE International, 1998.
25. Garg, A.C. "Delamination, A Damage Mode in Composite Structures", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 29, No. 5, pp. 557-584, 1988.
26. Camanho, P.P., Davila C.G. and Ambur, D.R., "Numerical Simulation of Delimitation Growth in Composite Materials", NASA Technical Paper, TP 211041, 2001.