

# رفتار غیرخطی سازه‌های مرکب تقویت‌شده با الیاف تحت بارگذاری سیکلی

## قسمت دوم: مدل غیرخطی برشی داخل صفحه برای مواد مرکب یک‌جهته

سید محسن محسنی‌شکیب<sup>۱</sup>

دانشگاه جامع امام حسین(ع)

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۲/۱۹؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۷/۲)

### چکیده

رفتار تنش برشی - کرنش برشی داخل صفحه برای مواد مرکب یک‌جهته به‌علت محدوده بسیار کم الاستیک خطی، بایستی غیرخطی مورد بررسی قرار گیرد. این مقاله به ارائه یک مدل منطقی برای رفتار غیرخطی برشی می‌پردازد. در بخش اول این مقاله با انجام یک سری تست رفتار این مواد در برش در تمام محدوده سیکل بارگذاری از ابتدا تا شکست نشان داده شد. رفتار غیرخطی برشی در مواد مرکب، ترکیبی از الاستیک غیرخطی، ویسکوسیت، پلاستیسیته و خرابی‌های میکروسکوپی بوده که بخشی از آن برگشت‌پذیر و بخشی دیگر ماندگار یا دائمی می‌باشد. مدل ارائه‌شده در این مقاله قابل استفاده در هر فاز بارگذاری شامل بارگذاری، باربرداری، بارگذاری در جهت عکس، باربرداری از حالت بارگذاری در جهت عکس و در نهایت بارگذاری مجدد از ابتدا تا مرحله شکست می‌باشد. مدل ارائه‌شده با نتایج تست مورد مقایسه قرار گرفت. تطابق بسیار عالی در تمام محدوده بارگذاری سیکلی قابل مشاهده است. جهت کاربردی کردن این مدل در سازه‌های مختلف و عملی، مدل پیشنهادی به‌صورت یک کد در سابروتین UMAT از برنامه اجزا محدود ABAQUS نوشته و قابل استفاده در هر سازه‌ای جهت تحلیل اجزای محدود می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** غیرخطی برشی، مدل خرابی، تاریخچه بارگذاری، مواد مرکب

## Shear Nonlinearity Behaviour of Fibrous Composites under Cyclic Loading Part II: A Nonlinear in-plane Shear Model for UD Composites

S.M. MohseniShakib

Imam Hossein University

(Received: 9/May/2013; Accepted: 24/September/2013)

### ABSTRACT

The in-plane shear stress-strain relationship of UD fibre-reinforced composites is a well-known example in which nonlinearity behaviour plays a dominant role while the linear-elastic regime is relatively small. This paper describes a new phenomenological damage model for prediction of the shear behaviour. The observed nonlinear behaviour may well be the result of combined effects of nonlinear elasticity, viscosity, plasticity and microscopic damage and some of these processes in the material are irreversible in nature. The model applies to any phase of the cyclic loading, such as loading, unloading, reversed loading, unloading from reversed loading and reloading up to failure. The model has been compared with test results. Excellent agreements between the prediction and experimental results have been observed in all respects. In order to incorporate this nonlinear shear model in a comprehensive material model so that it can be applied in general structural analysis. A material user subroutine *UMAT* has been written for this model and all results obtained by this user subroutine via commercial finite element code ABAQUS.

**Keywords:** Shear Non-Linearity, Damage Model, Load History, Fibrous Composites

## ۱- مقدمه

قابلیت بالای مواد مرکب تقویت شده با الیاف، ضرورت استفاده وسیع و روز افزون این مواد را در سازه‌های مختلف مخصوصاً سازه‌های هوافضایی اثبات کرده است. آنالیز و طراحی بهینه این مواد و استفاده از ظرفیت نهایی آن، مستلزم شناخت مشخصه‌های فیزیکی و مکانیکی این مواد می‌باشد.

مشخصه‌های الیاف در مواد مرکب یک‌جهته، حاکم بر ارتباط تنش- کرنش نرمال در راستای الیاف بوده که در محدوده وسیعی خطی می‌باشد. تنش- کرنش نرمال در جهت عرضی و نیز برش داخل صفحه متأثر از خصوصیات رزین بوده و از این رو رفتاری غیرخطی دارند. رفتار غیرخطی مواد مرکب تقویت شده با الیاف عمدتاً در برش مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

تئوری‌های مرتبط با مواد ایزوتروپ و رفتار غیرخطی سازه‌های مرکب چندلایه در مرجع [۲ و ۱] توضیح داده شده است. تأثیر ترک‌های میکروسکوپی در ماتریس و جدایی الیاف از رزین در مشخصه‌های مکانیکی مواد مرکب در مرجع [۳] نشان داده شده است. هم‌چنین یک مدل خرابی متأثر از سطح خرابی و کرنش‌های غیرخطی در مرجع [۴] ارائه شده است. این مدل خرابی بیانگر خرابی الاستیک در جهت الیاف و نیز تأثیر خرابی الاستیک-پلاستیک روی رفتار برشی داخل صفحه می‌باشد. تاریخچه بارگذاری برشی و پاسخ غیرخطی سازه با ارائه مدل سخت‌شوندگی ایزوتروپیک<sup>۱</sup> تحت این بار مورد مطالعه قرار گرفته است [۵].

کرنش پسماند و رفتار ویسکوالاستیک غیرخطی مواد مرکب در [۶] توضیح داده شده است. برخی مقالات دیگر به بررسی رفتار ویسکو الاستیک-پلاستیک سازه‌های مرکب پلیمری پرداخته‌اند [۷-۹]. ترم‌های انرژی در مواد ویسکو الاستیک-پلاستیک تحت بارهای سیکلی شامل آزادسازی انرژی<sup>۲</sup>، انرژی ویسکوالاستیک و اتلاف انرژی<sup>۳</sup> در [۱۰] توضیح داده شده است. تأثیرات نرخ کرنش اعمالی در بارگذاری سیکلی شامل بارگذاری و باربرداری مواد مرکب لایه‌ای در [۱۱-۱۲] ارائه شده است.

مدل کاهش سختی کاربرد وسیعی داشته و برای یک لایه جهت تعیین عمر خستگی در مراجع [۱۳-۱۴] و برای رفتار دوام سیکلی چندلایه مرکب در مرجع [۱۵] ارائه شده است.

بسیاری از تئوری‌ها براساس اطلاعات تجربی به دست آمده از ارتباط تنش- کرنش در حالت ساده بارگذاری حاصل شده‌اند. با بررسی مدل‌های خرابی موجود، مشاهده می‌شود که برخی از این مدل‌ها برای موادی خاص و در اغلب حالات، مدل‌ها صرفاً در بخشی از رفتار مواد قابل استفاده می‌باشند. ارائه یک مدل جهت پیش‌بینی رفتار سیکلی کربن/ اپوکسی از روی منحنی تنش برشی- کرنش برشی در مرجع [۱۶] ارائه شده است. نتایج مدل هیچ‌گونه کرنش پسماندی ناشی از عمل کرد ویسکوالاستیک-پلاستیک را نشان نمی‌دهد و به همین دلیل با نتایج تست سیکلی مورد مقایسه قرار نگرفته است. کاربرد عملی بارهای سیکلی در رفتار خستگی مواد می‌باشد. مطالعات زیادی روی نحوه انتشار ترک در چسب انجام شده است و یک مدل میکروسکوپی جهت این رفتار در مرجع [۱۷] ارائه شده است.

مطالعه حاضر جهت ارائه یک مدل خرابی برای بررسی رفتار غیرخطی تنش برشی- کرنش برشی با توجه به نقش پلاستیسیته، ویسکوسیته و خرابی مواد مرکب و تحت بارگذاری سیکلی برشی طراحی شده است. این مدل براساس فرضیات حاصل از نتایج تست بخش اول که منطبق بر طبیعت مواد مرکب تک‌لایه می‌باشد، ارائه شده است. مطالعه روی خستگی با سرعت کم<sup>۴</sup> ( $LCF$ ) در طول عمر بهره‌برداری سازه‌ها حائز اهمیت است. همان‌طور که در نتایج حاصل از تست نمونه  $CII$  بخش اول این مقاله علاوه بر اطلاعات ارائه شده در مراجع [۱۸-۱۹] مشاهده می‌شود، نتایج رفتار خستگی با سرعت کم روی ماده مرکب شیشه/ اپوکسی نشان داد که علی‌رغم سطح خرابی در مقادیر مختلف کرنش تحت بارگذاری سیکلی، سخت‌شوندگی تنش<sup>۵</sup> و یا سخت‌شوندگی کرنش<sup>۶</sup> در این ماده به چشم نمی‌خورد. ارائه یک مدل برای پیش‌بینی رفتار یک ماده، رابطه مستقیم با طبیعت آن ماده داشته و مستلزم انجام آزمایشات مناسب در بارگذاری و باربرداری در تمامی حالات بارگذاری سیکلی از ابتدا تا نقطه شکست دارد. نتایج ارائه شده در بخش اول این مقاله مخصوصاً نتایج حاصل از نمونه  $CII$  در رسیدن به مدل حاضر راه‌گشا بوده است.

4-Low-Cycle Fatigue (LCF)

5-Stress Hardening

6-Strain Hardening

1-Isotropic Hardening

2-Energy Release

3-Energy Dissipation

در صورتی که مدول برشی اولیه  $G$  و مدول برشی کاهش یافته  $G_D$  مشخص باشند، پارامتر خرابی  $D$  را می‌توان به صورت زیر تعریف نمود:

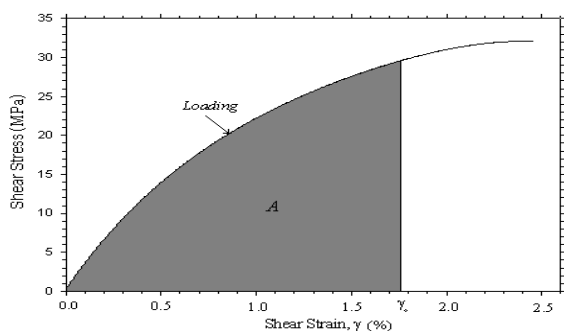
$$D = 1 - \frac{G_D}{G} \quad (5)$$

پارامتر خرابی نشان‌دهنده تأثیرات ترک‌های ریز روی مشخصات مکانیکی مثل مدول برشی مماسی  $G_T$  می‌باشد. تغییرات تدریجی در ارتباط تنش برشی - کرنش برشی را می‌توان با تعریف مدول برشی مماسی آسیب‌دیده  $G_{DT}$  به صورت زیر تعریف نمود:

$$d\tau = G_{DT} d\gamma \quad (6)$$

## ۲-۲- اتلاف انرژی در بارگذاری سیکلی

برای پیش‌گویی رفتار غیرخطی و ویسکوسیتته مواد، می‌توان از اصل انرژی استفاده نمود. در این قسمت به تقسیم بخش‌های مختلف انرژی متأثر از فازهای مختلف بارگذاری سیکلی اشاره می‌شود. شکل ۱ نشان‌دهنده انرژی مرتبط با منحنی غیرخطی تنش برشی - کرنش برشی ماده مرکب می‌باشد. در کرنش  $\gamma_0$ ، انرژی کل را می‌توان توسط سطح  $A$  که از سطح زیر منحنی هاشورخورده‌ی تنش - کرنش حاصل می‌شود، تعریف نمود (شکل ۱).



شکل (۱): انرژی کل تا کرنش موردنظر.

نمایش بارگذاری و باربرداری برشی برای یک ماده دارای ویسکوسیتته، در شکل ۲ نشان داده شده است. بعد از باربرداری از نقطه  $A$  به نقطه  $B$ ، انرژی کل در کرنش  $\gamma_0$  را می‌توان به دو بخش کرنش برشی الاستیک  $\gamma_e$  و کرنش برشی پس‌ماند  $\gamma_p$  تقسیم نمود. کرنش پسماند  $\gamma_p$  نیز به دو بخش کرنش ویسکوالاستیک  $\gamma_{ve}$  و ویسکوپلاستیک  $\gamma_{vp}$  تقسیم می‌شود. در مطالعه حاضر فرض شده است که بارگذاری و باربرداری

## ۲- ملاحظات تئوری و مشاهدات تجربی در بار سیکلی برشی

پیش‌بینی رفتار سازه‌ها تحت بارگذاری سیکلی نیاز به بررسی رفتار مواد و کاهش سختی در محدوده‌های خطی و غیرخطی، اتلاف انرژی و مشاهدات تجربی دارد.

### ۲-۱- کاهش سختی

تنش برشی در طراحی سازه‌های مرکب نقش مهمی دارد. پوسته بال و بدنه هواپیما، جان تیر اصلی بال و مثال‌های دیگری را می‌توان از حاکم‌شدن برش در طراحی نام برد. آنالیز و طراحی سازه‌های هوافضایی که تحت بار نهایی<sup>۱</sup> طراحی می‌شوند، لازم است در عمل سه ثانیه این بار را تا قبل از شکست تحمل نمایند [۲۰]. آنالیز در این محدوده نیازمند اطلاعات مرتبط با رفتار مواد تا نقطه شکست می‌باشد. رفتار غیرخطی برشی مواد مرکب یک‌جهته نشان می‌دهد که سختی ماده با افزایش نیرو کاهش یافته و از این رو لازم است در روابط تئوری، کاهش سختی در نظر گرفته شود.

سطح مقطع بسیار کوچک  $A$  به علت وجود ترک‌های بسیار ریز و حفره‌های موجود به سطح  $A_n$  کاهش می‌یابد. تفاوت این دو سطح مقطع بیانگر سطح خرابی در مقطع می‌باشد.

$$A_D = A - A_n \quad (1)$$

از روی سطح خرابی می‌توان پارامتر  $D$  را تعریف نمود:

$$D = \frac{A_D}{A} \quad (2)$$

از نظر ریاضی  $D=0$  منطبق بر وضعیت سالم،  $D=1$  نشان‌دهنده شکست و  $0 < D < 1$  سطح خرابی را تعیین می‌کند. تنش برشی مؤثر  $\tau_{eff}$  را در صورت ایجاد سطح خرابی می‌توان به صورت زیر تعریف نمود.

$$\tau_{eff} = \frac{\tau}{1-D} \quad (3)$$

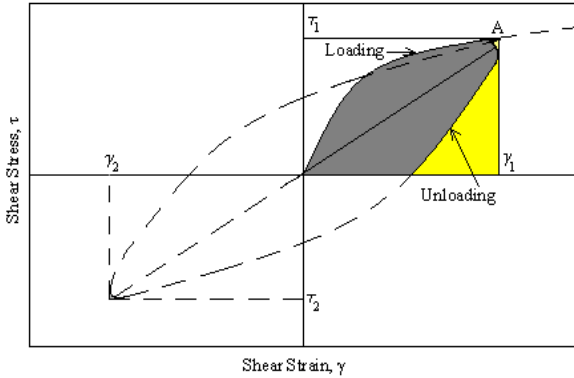
که در این رابطه،  $\tau$  تنش برشی اسمی بوده و لذا کرنش برشی اسمی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\gamma = \frac{\tau_{eff}}{G} = \frac{\tau}{(1-D)G} \quad (4)$$

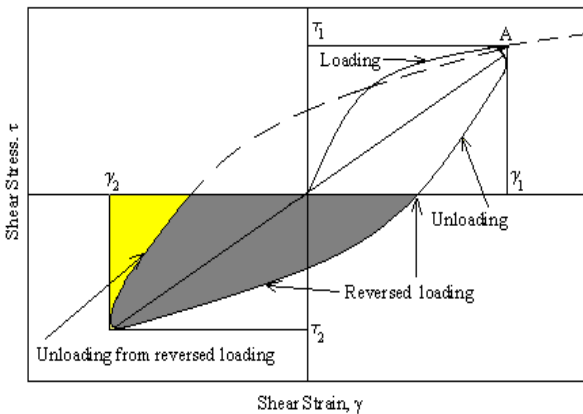
که،  $G$  مدول سکانت در این رابطه می‌باشد.

1-Ultimate Design Load (UDL)

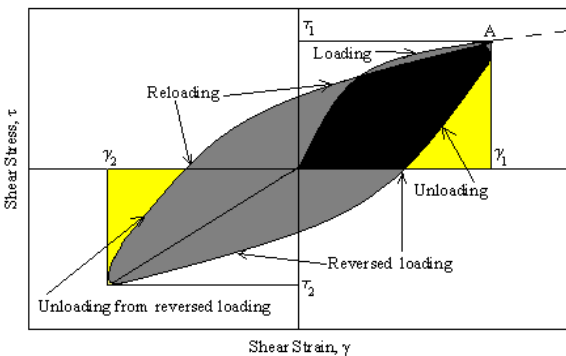
خرابی در این نقطه ثابت می ماند. به عبارت دیگر سخت شونده گی تنش یا سخت شونده گی کرنش در این مواد مشاهده نمی شود. لذا از به هم پیوستن نقاط سیکل های بارگذاری، منحنی مسیر بارگذاری<sup>۳</sup> حاصل می شود.



شکل (۳): نمایش اتلاف انرژی و انرژی برگشت پذیر در فاز بارگذاری.



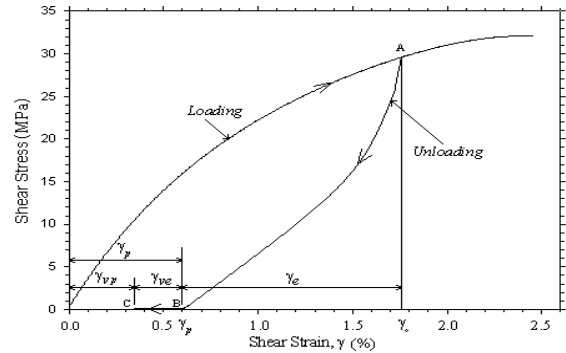
شکل (۴): نمایش اتلاف انرژی و انرژی برگشت پذیر در فاز بارگذاری عکس و باربرداری از این بارگذاری.



شکل (۵): نمایش انرژی هادر یک سیکل بارگذاری.

3-Trajectory Loading Curve (TLC)

به صورت پیوسته بوده و از این رو کرنش ویسکوالاستیک  $\gamma_{ve}$  نمی تواند بروز نماید و به عبارت دیگر فرض شده است که کرنش ویسکوپلاستیک  $\gamma_{vp}$  برابر کرنش پسماند  $\gamma_p$  می باشد.



شکل (۲): رفتار تنش-کرنش در بارگذاری و باربرداری و تقسیمات شماتیک کرنش.

انرژی در بارگذاری برشی سیکلی طبق شکل ۳ به دو قسمت می تواند تقسیم شود که با خط ممتد نشان داده شده است. سطح اول که با خاکستری تیره نشان داده شده است بیانگر اتلاف انرژی بوده که متأثر از ترکیب سه منبع پلاستیسیته، ویسکوسیتته و خرابی می باشد. سطح دوم که با رنگ روشن نشان داده شده است، انرژی الاستیک برگشت پذیر می باشد. شکل ۴ نشان دهنده باربرداری از حالت بارگذاری در جهت عکس بوده و تقسیم سطوح انرژی آن همانند شکل ۳ می باشد.

در مرحله بارگذاری مجدد تا رسیدن به نقطه A طبق شکل ۵، سطح روشن نشان دهنده انرژی الاستیک برگشت پذیر در یک سیکل کامل بوده و قسمت خاکستری تیره (شامل سطح سیاه رنگ که در یک سیکل کامل دوبار حساب شده است) اتلاف انرژی متأثر از ویسکوسیتته، پلاستیسیته و خرابی در ماده می باشد.

سطح حاصل از بارگذاری سیکلی<sup>۱</sup> اعمال شده بین کرنش های برشی  $\gamma_1$  و  $\gamma_2$  طبق شکل ۶ که با رنگ سیاه نشان داده شده است، در صورت ادامه بار سیکلی در این کرنش ها به صورت پیوسته تکرار می شود. در کرنشی مشخص براساس حلقه های پسماند<sup>۲</sup> نشان داده شده در شکل ۷، نتایج آزمایش نشان داده اند که سطح پس ماند ناشی از اتلاف انرژی حاصل از ویسکوسیتته و پلاستیسیته تغییری نکرده و در نتیجه سطح

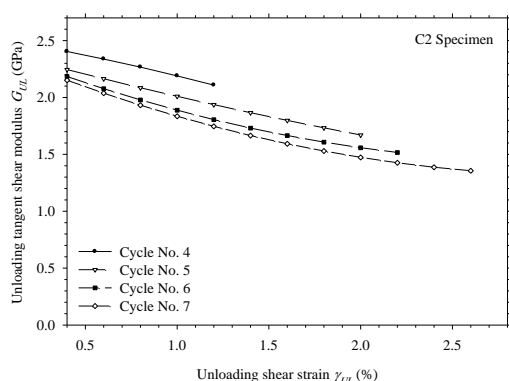
1-Hysteresis

2- Hysteresis Loops

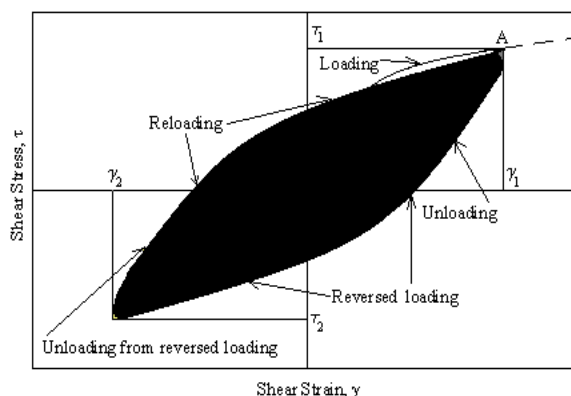
جمله خرابی را می‌توان با مدول برشی مماسی  $G_T$  به جای مدول خرابی  $G_{DT}$  که در رابطه ۶ تعریف شد، جایگزین نمود. با افزایش تنش بعد از محدوده الاستیک، مدول برشی مماسی به علت تجمع خرابی‌ها در ماده، کاهش می‌یابد. منحنی مسیر بارگذاری (TLC) که در مرجع [۱۸] توضیح داده شده است، سطح خرابی در نمونه را از ابتدای بارگذاری تا نقطه شکست نشان می‌دهد. سطح خرابی در بارگذاری ارتباط مستقیم با مدول برشی مماسی در بارگذاری  $G_L$  در هر نقطه از منحنی مسیر بارگذاری دارد.

بر اساس طبیعت ماده، منحنی باربرداری از هر نقطه روی منحنی مسیر بارگذاری TLC، مسیر مشخصی را طی می‌کند که به علت سطح خرابی اعمال شده، این منحنی باربرداری، ارتباط مستقیم با TLC داشته و از این رو همانند مدول برشی  $G_L$ ، مدول مماسی روی منحنی باربرداری  $G_{UL}$  به سطح خرابی آن نقطه و یا به عبارتی به مدول سکانت  $G_S$  بستگی دارد. مدول برشی باربرداری با افزایش کرنش برشی ماکزیمم  $\gamma$ ، کاهش می‌یابد.

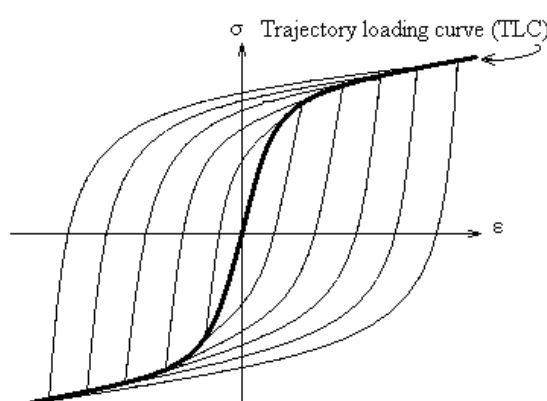
نتایج تست سیکلی روی نمونه‌های C2، C4 و C6 در بخش اول این مقاله ارائه شده است. با استفاده از این نتایج می‌توان تغییرات مدول برشی بارگذاری  $G_L$  را تابعی از کرنش  $\gamma_L$  و تغییرات مدول برشی باربرداری  $G_{UL}$  را در نقطه باربرداری  $\gamma_{UL}$  تابعی از  $\gamma_{UL}$  رسم نمود. شکل‌های ۸-۱۰ تغییرات  $G_{UL}$  را در طول منحنی باربرداری و در کرنش‌های مختلف  $\gamma_L$  به ترتیب برای نمونه‌های C2، C4 و C6 نشان می‌دهد. محور کرنش باربرداری  $\gamma_{UL}$  موازی محور کرنش بارگذاری  $\gamma_L$  و در خلاف جهت آن می‌باشد.



شکل (۸): مدول برشی مماسی باربرداری در مقابل کرنش برشی باربرداری (نمونه C2).



شکل (۶): نمایش باند پسماند برشی در مواد مرکب.



شکل (۷): منحنی مسیر بارگذاری (TLC).

با بررسی نتایج تست حاصل از [۵ و ۱۸] و نیز منحنی‌های حاصل از نمونه C11 در بخش اول مقاله، مشاهده می‌شود که در کرنش برابر، منحنی باربرداری از حالت بارگذاری عکس و بارگذاری مجدد همانند منحنی باربرداری و بارگذاری در جهت عکس می‌باشد. در مدل ارائه شده در این مقاله از این فرض استفاده شده است.

### ۳-۲- مشاهدات تجربی

مطالعه نتایج تست برشی مواد مرکب [۵، ۱۱ و ۱۸]، نشان می‌دهد که بخش الاستیک خطی منحنی  $\tau$ - $\gamma$  بسیار کوچک و فقط در ابتدای این منحنی شکل گرفته و غیرخطی الاستیک را به وضوح نمی‌توان مشاهده کرد. در نتیجه در مطالعات حاضر، رفتار غیرخطی برشی به عنوان ترکیبی از ویسکوسیت، پلاستیسیته و خرابی در نظر گرفته شده است.

آنالیز غیرخطی مواد نیاز به منحنی‌های تنش-کرنش حاصل از تست دارد. مشارکت تمامی پارامترهای غیرخطی از

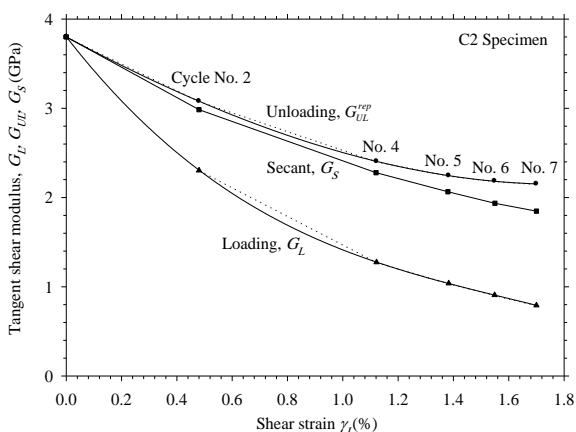
این شکل‌ها، تبعیت مدول برشی باربرداری شاخص  $G_{UL}^{rep}$  از مدول سکانت  $G_S$  می‌باشد که در فرضیات مدل از این نتیجه‌گیری نیز استفاده شده است.

رفتار ویسکوسیتیه مواد مرکب طبق نتایج آزمایشات ارائه‌شده در بخش اول این مقاله قابل توجه می‌باشد. همان‌طور که در شکل‌های ۱۴-۱۵ برای نمونه‌های C4 و C6 مشاهده می‌شود، در نقاط باربرداری مثل نقاط A یا B، به علت برداشتن بار از روی نمونه، تنش‌هایی ایجاد و پرشی به اندازه  $V_A$  یا  $V_B$  روی منحنی باربرداری ایجاد می‌نماید که متأثر از ویسکوسیتیه مواد مورد استفاده می‌باشد. با تمرکز روی این قسمت از نتایج که در تمامی نمونه‌های C1 تا C10 مشترک می‌باشد، نتیجه‌گیری مهم دیگری حاصل می‌شود که تنش‌هایی در ابتدای باربرداری با کرنش‌های نظیر رابطه خطی دارد.

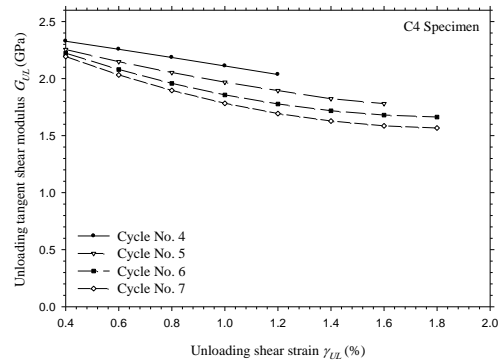
$$V_B = V_A * \gamma_B / \gamma_A, \quad (7)$$

که در این رابطه،  $V_B$  و  $V_A$  تنش‌هایی ناشی از ویسکوسیتیه و  $\gamma_B$  و  $\gamma_A$  کرنش برشی در نقاط A و B می‌باشند.

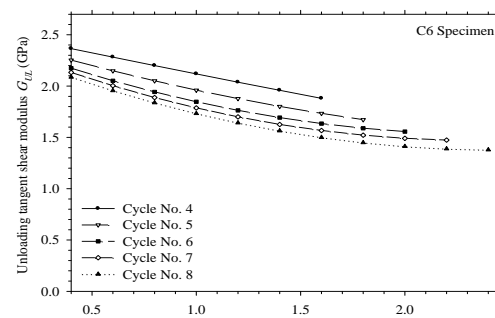
همان‌طور که نتایج تست نشان می‌دهد، سرعت بارگذاری در این مواد روی منحنی‌ها تأثیرگذار است. شکل ۱۶ مقادیر تنش‌هایی را در مقابل کرنش برشی در نمونه‌های C3، C4 و C6 نشان می‌دهد. نمونه‌های C3 و C4 در سرعت بارگذاری یکسان  $0.5 \text{ mm/min}$  و نمونه C6 در سرعت بارگذاری  $0.1 \text{ mm/min}$  مورد آزمایش قرار گرفتند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش سرعت بارگذاری، مقدار تنش‌هایی نیز افزایش می‌یابد.



شکل (۱۱): مدول برشی  $G_L$ ،  $G_{UL}$  در  $(\gamma_{UL} = 0/4\%)$  و  $G_S$  در مقابل  $\gamma_L$  (نمونه C2).



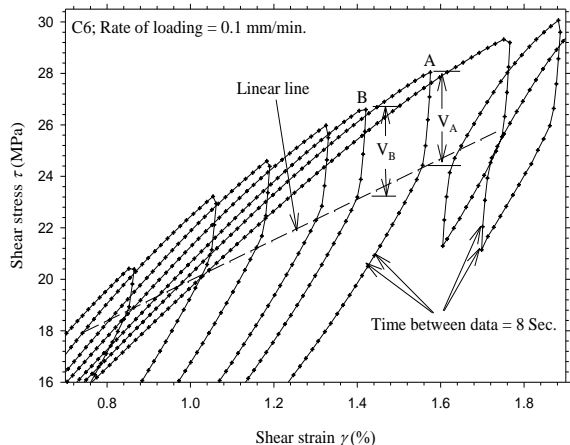
شکل (۹): مدول برشی مماسی باربرداری در مقابل کرنش برشی باربرداری (نمونه C4).



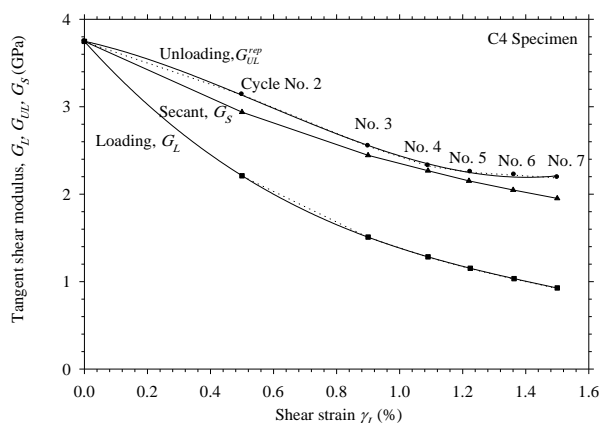
شکل (۱۰): مدول برشی مماسی باربرداری در مقابل کرنش برشی باربرداری (نمونه C6).

در شکل ۸ به‌عنوان نمونه، چهار گراف که هر کدام مرتبط با یک سیکل باربرداری می‌باشند، مشاهده می‌شود. این گراف‌ها مرتبط با کرنش برشی  $\gamma_L$  سیکل مربوطه می‌باشد. گراف‌ها تغییرات مدول برشی  $G_{UL}$  را در طول مسیر منحنی باربرداری در مقابل کرنش برشی باربرداری  $\gamma_{UL}$  نشان می‌دهند. نتیجه مهم این که چهار گراف تقریباً موازی یکدیگر بوده و به‌عبارتی می‌توان با داشتن گراف سیکل آخر، گراف‌های دیگر را از روی آن تولید نمود. از این نتیجه در ارائه مدل استفاده شده است. توضیحات ارائه‌شده را می‌توان برای نمونه‌های C4 و C6 در شکل‌های ۹-۱۰ مشاهده نمود.

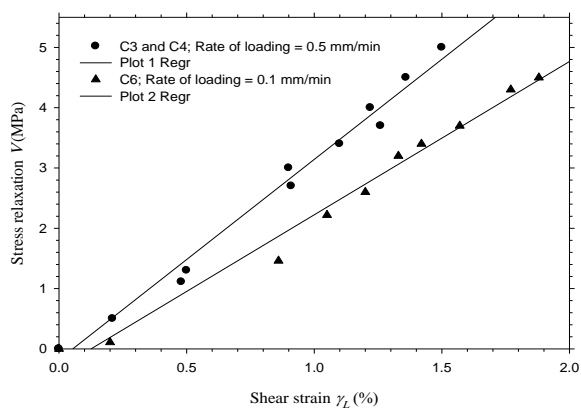
تغییرات مدول برشی بارگذاری  $G_L$ ، مدول برشی شاخص  $G_{UL}^{rep}$  و مدول سکانت  $G_S$  به‌عنوان تابعی از کرنش برشی بارگذاری  $\gamma_L$  در شکل‌های ۱۱-۱۳ برای نمونه‌های C2، C4 و C6 نشان داده شده است. جهت حذف تأثیرات ویسکوسیتیه که باعث پرش در شروع منحنی‌های باربرداری می‌نماید، مدول مماسی برشی باربرداری شاخص  $G_{UL}^{rep}$  در کرنش باربرداری  $\gamma_{UL} = 0/4\%$  برداشت شده است. نتیجه‌گیری مهم دیگر از



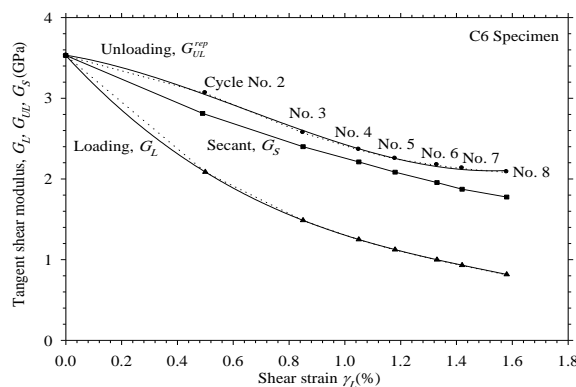
شکل (۱۵): تنش رهایی در منحنی سیکلی  $\tau$ - $\gamma$  (نمونه C6).



شکل (۱۲): مدول برشی  $G_L, G_{UL}$  در  $G_S$  و  $\gamma_{UL} = 0/4\%$  در مقابل  $\gamma_L$  (نمونه C4).



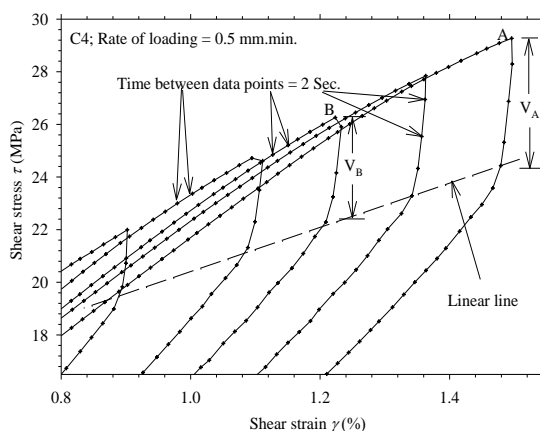
شکل (۱۶): تنش رهایی در مقابل کرنش برشی (نمونه‌های C3، C4 و C6).



شکل (۱۳): مدول برشی  $G_L, G_{UL}$  در  $G_S$  و  $\gamma_{UL} = 0/4\%$  در مقابل  $\gamma_L$  (نمونه C6).

۳- مدل خرابی برای رفتار غیرخطی برشی داخل صفحه با استفاده از ملاحظات تئوری و مشاهدات تجربی جهت ارائه مدل، موارد زیر فرض می‌شود.

- ۱- منحنی مسیر بارگذاری (TLC) بیانگر سطح مشخصات داخلی مواد بوده و از روی تست سیکلی به دست می‌آید،
- ۲- هر نقطه روی منحنی TLC منحصر به فرد بوده و در هر کرنش  $\gamma_L$ ، تنش در روی این منحنی براساس ویسکوسیت، پلاستیک و خرابی مشخص می‌شود،
- ۳- با داشتن منحنی باربرداری و بارگذاری در جهت عکس، می‌توان منحنی‌های قبلی سیکلی را از روی این منحنی به دست آورد،



شکل (۱۴): تنش رهایی در منحنی سیکلی  $\tau$ - $\gamma$  (نمونه C4).

مدول برشی مماسی  $G_L$  نیز می‌تواند با مشتق گرفتن از رابطه (۹) حاصل گردد.

$$G_L = g_1 + 2g_2\gamma + 3g_3\gamma^2 + 4g_4\gamma^3. \quad (10)$$

### ۳-۲- منحنی باربرداری مرجع ( $MUC$ )

منحنی باربرداری و بارگذاری در جهت عکس  $\tau$ - $\gamma$  را می‌توان از آزمایش به‌دست آورد. با استفاده از نتایج ارائه شده براساس شکل‌های ۸ تا ۱۰، در صورتی که این منحنی نزدیک به مقاومت نهایی برشی ماده باشد، می‌توان منحنی‌های مرتبط با سیکل‌های بارگذاری قبلی را از روی این منحنی به‌دست آورد. به‌لحاظ عملی پیشنهاد می‌شود که منحنی باربرداری مرجع ( $MUC$ ) در محدوده ۸۰٪ تا ۹۰٪ کرنش برشی نهایی به‌دست آید.

در ابتدای منحنی باربرداری مواد مرکب در برش، به‌علت ویسکوسیتته این مواد، تنش‌هایی باعث افت قابل توجه تنش شده و بعد از این مرحله، باربرداری به‌صورت پیوسته انجام می‌گیرد. بنابراین  $MUC$  به دو بخش تقسیم می‌شود. بخش اول با استفاده از رابطه (۷) به‌دست می‌آید. بخش دوم را می‌توان با سوارکردن یک چندجمله‌ای درجه ۳ روی نتایج تست به‌صورت ریاضی در محاسبات از آن استفاده کرد. مدول برشی باربرداری نیز با مشتق‌گیری حاصل می‌شود.

$$\tau_{unloading} = u_0 + u_1\gamma + u_2\gamma^2 + u_3\gamma^3, \quad (11)$$

$$G_{UL} = u_1 + 2u_2\gamma + 3u_3\gamma^2. \quad (12)$$

که،  $u_0, \dots, u_3$  ضرایب حاصل از سوارکردن منحنی روی نتایج تست می‌باشند.

شکل ۱۷، ورودی‌های مدل حاضر را نشان می‌دهد. بخش اول که از تست بارگذاری به‌دست می‌آید، منحنی معمول  $\tau$ - $\gamma$  را نشان می‌دهد. منحنی باربرداری  $MUC$  در نقطه  $A$  در محدوده ۸۰٪ تا ۹۰٪ مقاومت برشی نهایی، با استفاده از تست حاصل می‌شود. منحنی بارگذاری اول با استفاده از چندجمله‌ای درجه ۴ رابطه (۹) و منحنی باربرداری در دو قسمت براساس روابط (۷) و (۱۱) به‌دست می‌آیند.

۴- منحنی باربرداری و بارگذاری در جهت عکس را می‌توان به‌جای منحنی باربرداری از حالت بارگذاری در جهت عکس و بارگذاری مجدد استفاده نمود و

۵- منحنی باربرداری به دو قسمت تقسیم می‌شود که قسمت اولیه آن نسبت به رفتار ویسکوسیتته مواد با استفاده از رابطه (۷) به‌دست می‌آید.

با استفاده از فرضیات بالا، مدل حاضر جهت پیش‌بینی رفتار غیرخطی برشی داخل صفحه مواد مرکب یک‌جهته شامل قسمت‌های زیر ارائه می‌شود.

### ۳-۱- منحنی مسیر بارگذاری ( $TLC$ )

با استفاده از آزمایش سیکلی می‌توان منحنی مسیر بارگذاری را به‌دست آورد. در مواد دارای ویسکوسیتته، سرعت بارگذاری موجب تفاوت منحنی مسیر بارگذاری ( $TLC$ ) با منحنی بارگذاری یکنواخت (منحنی‌های  $L1$  تا  $L5$ ) که در شکل ۲ از بخش اول مقاله ارائه شد) مقدار کمی تفاوت داشته ولیکن می‌توان از منحنی‌های بارگذاری که به‌سادگی حاصل می‌شود، به‌جای منحنی‌های  $TLC$  استفاده نمود. ارتباط تنش-کرنش داخل صفحه مواد مرکب یک‌جهته را می‌توان به‌صورت رابطه زیر تعریف نمود:

$$\begin{cases} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{cases} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{\nu_{21}E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \\ \frac{\nu_{21}E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \end{bmatrix} \begin{cases} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \end{cases} \quad (8)$$

$$\tau_{12} = \tau_{12}(\gamma_{12}).$$

بخش اول رابطه فوق به تنش‌های نرمال و بخش دوم تنش‌های برشی را شامل می‌شود. با مشاهده نتایج تست‌های برشی، بخش الاستیک خطی منحنی  $\tau$ - $\gamma$  بسیار کوچک و لذا مدول برشی الاستیک  $G_E$  در بخش کوچک اولیه کاربرد دارد. قسمت اصلی منحنی غیرخطی و متأثر از پلاستیتته، ویسکوسیتته و خرابی می‌باشد. برای مثال تابع  $\tau_{12}(\gamma_{12})$  تعریف‌شده در رابطه (۸) می‌تواند با استفاده از تست به‌دست آمده و برای راحتی کاربرد آن در آنالیز، با استفاده از سوارکردن یک چندجمله‌ای درجه ۴ به‌صورت ریاضی از آن استفاده شود.

$$\tau_{loading} = g_0 + g_1\gamma + g_2\gamma^2 + g_3\gamma^3 + g_4\gamma^4. \quad (9)$$

که،  $g_0, \dots, g_4$  ضرایب حاصل از سوارکردن منحنی روی نتایج تست می‌باشد.





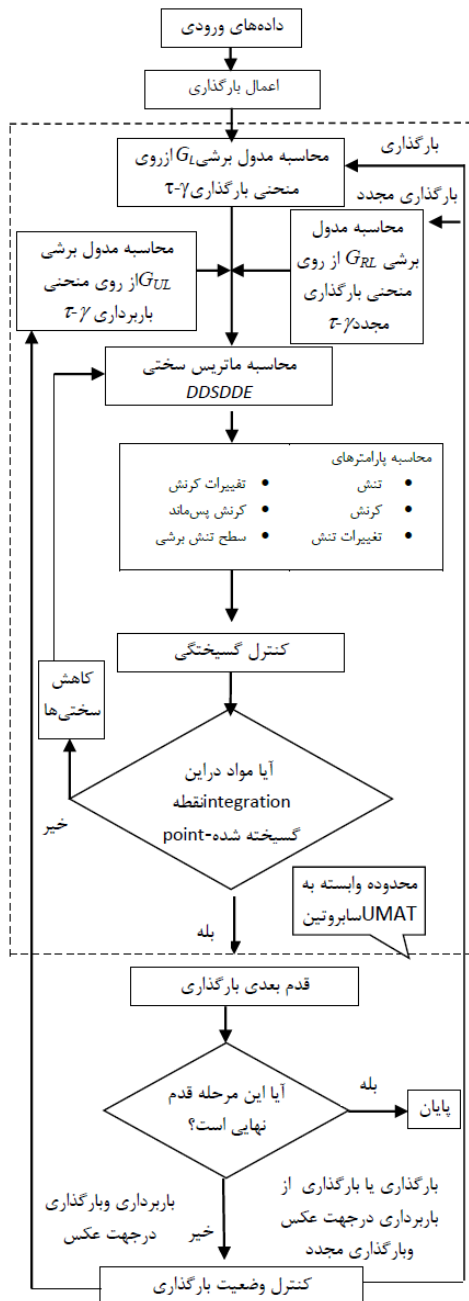
$$\tau_{loading} = 0.31 \times 10^{-3} + 4.076 \times 10^3 \gamma - 0.291 \times 10^6 \gamma^2 + 15.1 \times 10^6 \gamma^3 - 0.345 \times 10^9 \gamma^4. \quad (17)$$

$$\tau_{loading} = 0.02 + 3.721 \times 10^3 \gamma - 0.206 \times 10^6 \gamma^2 + 6.67 \times 10^6 \gamma^3 - 89.4 \times 10^6 \gamma^4. \quad (18)$$

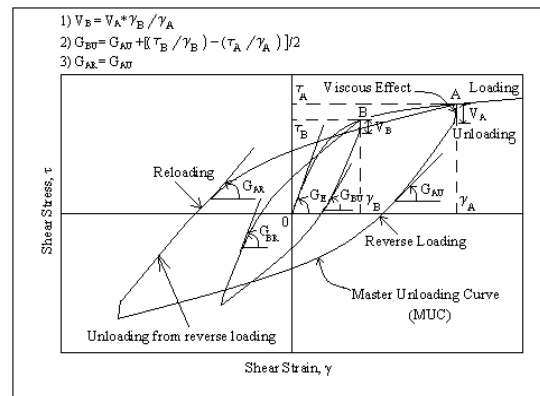
که در این رابطه،  $G_{AS}$  و  $G_{BS}$  مدول‌های سکانت در نقاط  $A$  و  $B$  روی منحنی بارگذاری می‌باشند و در شکل ۱۹ نشان داده شده است. ضریب  $\beta$  یک ضریب تجربی است که با استفاده از نتایج تست بخش اول این مقاله و نیز نتایج مرجع [۵] که هر دو روی ماده مرکب شیشه/اپوکسی یک‌جهته می‌باشد برابر رابطه زیر فرض شده است:

$$\beta = 2. \quad (16)$$

شکل ۲۰ مدل حاضر را به صورت گرافیکی نشان می‌دهد. سیکل کامل بارگذاری در نقطه  $B$  با استفاده از روابط (۷)، (۱۳) و (۱۶) از روی منحنی باربرداری مرجع  $MUC$  حاصل می‌شود.



شکل (۲۱): فلوچارت مدل خرابی در سابروتین UMAT.

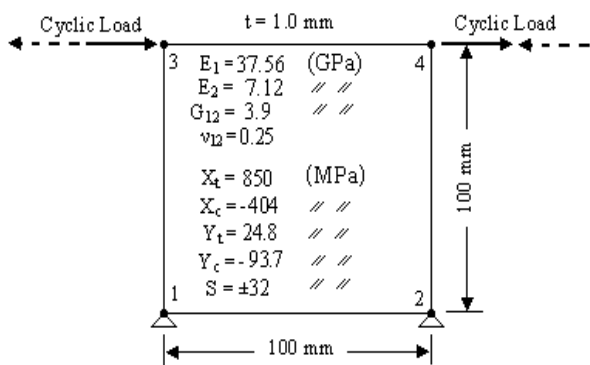


شکل (۲۰): پیش‌بینی منحنی باربرداری و بارگذاری مجدد در نقطه اختیاری  $B$  با استفاده از  $MUC$ .

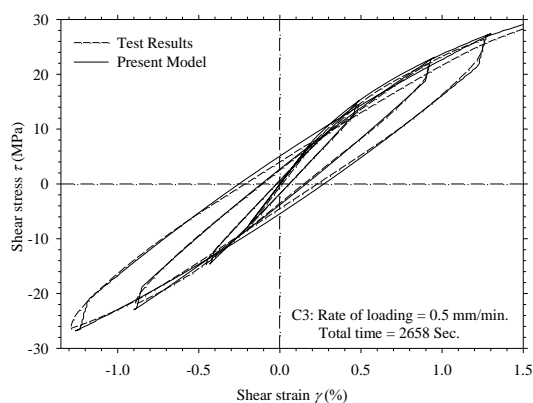
#### ۴- ارزیابی مدل با نتایج تست

جهت ارزیابی مدل، دو گروه نتایج تست شامل نتایج تست بخش اول این مقاله و نتایج تست [۵] در نظر گرفته شده‌اند. جهت کاربردی کردن این مدل در هر سازه پیچیده، مدل حاضر به صورت یک کد در سابروتین UMAT از برنامه اجزا محدود ABAQUS نوشته شده است. فلوچارت مرتبط با استفاده از مدل‌های خرابی در این سابروتین در شکل ۲۱ ارائه شده است.

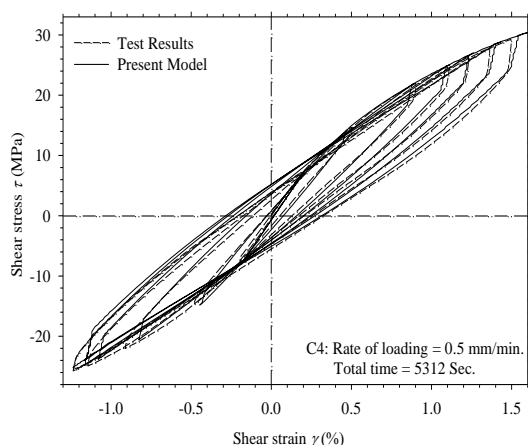
مقایسه مدل با نتایج تست در دو گروه انجام شده است. در گروه اول نمونه‌های  $C3$  و  $C4$  با سرعت  $0.15 \text{ mm/min}$  و نمونه  $C6$  با سرعت  $0.1 \text{ mm/min}$  از بخش اول مقاله انتخاب می‌شوند. منحنی‌های مسیر بارگذاری  $TCL$  با استفاده از رابطه (۹) به صورت روابط (۱۷-۱۸) برای نمونه  $C4$  و  $C6$  در زیر آورده شده است.



شکل (۲۲): مشخصات مکانیکی و هندسی المان برشی.



شکل (۲۳): مقایسه نتایج تست نمونه C3 و مدل حاضر.



شکل (۲۴): مقایسه نتایج تست نمونه C4 و مدل حاضر.

قسمت اول منحنی باربرداری شاخص  $MUC$  متأثر از تنش رهایی عمودی بوده و براساس رابطه (۷) و نتایج آخرین سیکل بارگذاری در کرنش  $1/5\%$  برابر  $5\text{ Mpa}$  در نظر گرفته شد. تنش رهایی در هر نقطه دلخواه دیگر از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$V_B = V_A * \gamma_B / \gamma_A = 5 * \gamma_B / 0.015 (\text{MPa}). \quad (19)$$

قسمت دوم منحنی باربرداری شاخص برای نمونه‌های C3 و C4 از منحنی باربرداری در نقطه (۲۹/۲۷ و ۰/۰۱۵) =  $(\gamma_A, \tau_A)$  براساس منحنی C4 و برای نمونه C6 از نقطه (۲۸ و ۰/۰۱۵۸) =  $(\gamma_A, \tau_A)$  حاصل و به ترتیب زیر براساس رابطه (۱۱) در روابط (۲۰) و (۲۱) ارائه شده است.

$$\tau_{unloading} = 5.26 + 2.679 \times 10^3 \gamma - 61.52 \times 10^3 \gamma^2 + 1.122 \times 10^6 \gamma^3, \quad (20)$$

$$\tau_{unloading} = 3.43 + 2.205 \times 10^3 \gamma - 30.68 \times 10^3 \gamma^2 + 0.4056 \times 10^6 \gamma^3. \quad (21)$$

روابط (۲۱-۱۷) در سابروتین UMAT اعمال و المان برشی شکل ۲۲ در نرم افزار اجزا محدود ABAQUS مدل گردید. شکل ۲۳ مقایسه نتایج تست و مدل حاضر برای نمونه C3 را نشان می‌دهد. اگرچه روابط استفاده شده در مدل براساس نمونه C4 بوده است. ولیکن تطابق بسیار خوبی در این مقایسه مشاهده می‌شود.

در انتهای بارگذاری مجدد نتایج تست کمتر از مدل می‌باشد که به دلیل نزدیک شدن به نقطه شکست و کاهش سختی نمونه خارج از حالت عادی بوده است.

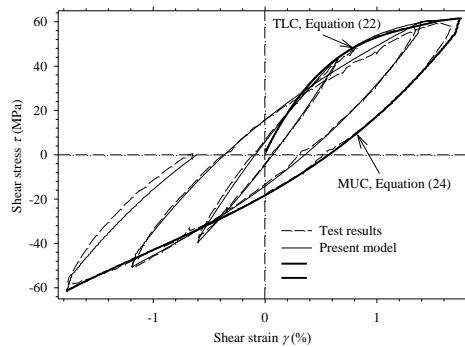
شکل‌های ۲۴-۲۵ مقایسه نتایج تست و مدل را به ترتیب برای مدل‌های C4 و C6 نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در تمام ناحیه بارگذاری، باربرداری و بارگذاری مجدد و نیز نقاطی که ویسکوسیته حاکم بوده است تطابق خوبی به چشم می‌خورد. شکل ۲۶ چند سیکل اولیه نمونه C6 که در شکل ۲۵ ارائه شده است را به صورت بزرگ‌نمایی شده نشان می‌دهد. علی‌رغم اینکه منحنی باربرداری شاخص  $MUC$  از سیکل هشتم نمونه C6 حاصل شده است، این شکل نشان می‌دهد که مدل ارائه شده توانایی تطبیق در تمام محدوده را دارا می‌باشد.

$$(\tau_{loading})_2 = 1.0 + 1.013 \times 10^3 \gamma - 0.673 \times 10^6 \gamma^2 + 20.6 \times 10^6 \gamma^3 - 0.237 \times 10^9 \gamma^4 \quad (23)$$

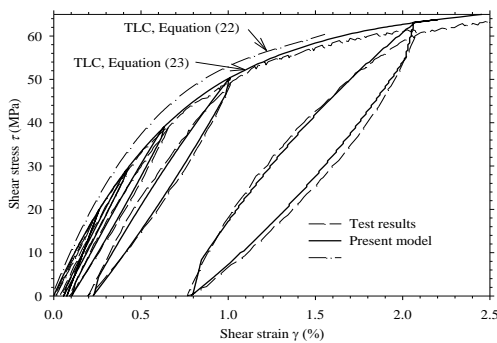
منحنی باربرداری شاخص (MUC) از روی سیکل سوم شکل ۲۷ از نقطه (۵۷/۷۶ و ۰/۱۶۷) حاصل و براساس رابطه ۲۴ در سابروتین استفاده شد.

$$\tau_{unloading} = 2.94 + 6.364 \times 10^3 \gamma - 0.15 \times 10^6 \gamma^2 + 1.8 \times 10^6 \gamma^3 \quad (24)$$

شکل‌های ۲۷-۲۸ مقایسه نتایج را نشان می‌دهند. همان‌طور که مشاهده می‌شود تطابق بسیار نزدیکی بین مدل و تست مشاهده می‌شود.



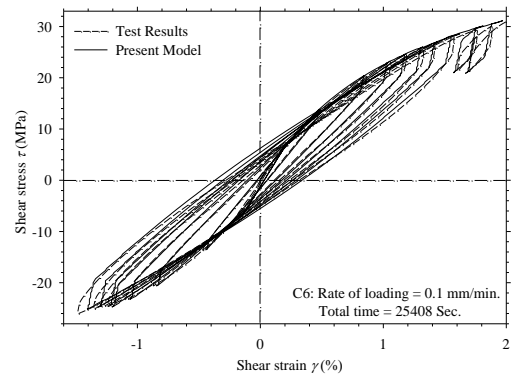
شکل (۲۷): مقایسه نتایج تست [۵] و مدل حاضر در تمام ناحیه بارگذاری سیکلی.



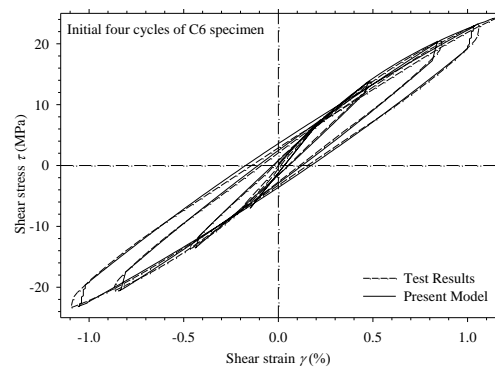
شکل (۲۸): مقایسه نتایج تست [۵] و مدل حاضر در حالت بارگذاری و باربرداری.

### ۵- نتیجه‌گیری

در این مطالعه یک مدل خرابی برای برش غیرخطی داخل صفحه مواد مرکب تک‌لایه با در نظر گرفتن اثرات ویسکوسیت، پلاستیسیته و خرابی ارائه گردید. این مدل در تمام محدوده



شکل (۲۵): مقایسه نتایج تست نمونه C6 و مدل حاضر.



شکل (۲۶): مقایسه نتایج تست نمونه C6 (۳ سیکل اولیه) و مدل حاضر.

در گروه دوم نتایج تست برشی چند نمونه که در [۵] ارائه شده‌است برای ارزیابی مدل و المان برشی شکل ۲۲ نیز برای این نمونه انتخاب شد. ماده مرکب همان شیشه/اپوکسی بوده ولیکن مشخصه‌های مکانیکی آن متفاوت و برابر مقادیر زیر می‌باشند:

$$E_1 = 45.6 \text{ GPa}, E_2 = 16.23 \text{ GPa}, \text{ and } G_{12} = 10.77 \text{ GPa}, \nu_{12} = 0.278$$

$$X_t = 1280 \text{ MPa}, X_c = -525 \text{ MPa}, Y_t = 40 \text{ MPa}, Y_c = -145 \text{ MPa}, \text{ and } S = \pm 73 \text{ MPa}$$

نتایج آزمایش، بیانگر تفاوت در منحنی مسیر بارگذاری (TLC) نمونه می‌باشد که در شکل‌های ۲۷-۲۸ مشاهده می‌شوند. بنابراین از دو منحنی روابط (۲۲ و ۲۳) در بارگذاری استفاده شد.

$$(\tau_{loading})_1 = 0.065 + 8.869 \gamma \times 10^3 - 0.523 \times 10^6 \gamma^2 + 14.9 \times 10^6 \gamma^3 - 0.161 \times 10^9 \gamma^4 \quad (22)$$

11. Chiu, W.K., Galea, S., and Jones, R. "The role of Material Nonlinear in Composite Structures", Composite Structures, Vol. 38, No. 1, pp. 71-81, 1997.
12. Paepegem, W.V. Baere, I. De, and Degrieck, J. "Modeling the Nonlinear Shear Stress-Strain Response of Glass Fibre-Reinforced Composites. Part I: Experimental results", Composites Science and Technology Vol. 66, No. 10, pp. 1455-1464, 2006.
13. Paepegem, W.V., Baere, I. De, and Degrieck, J. "Modeling the Nonlinear Shear Stress-Strain Response of Glass Fibre-Reinforced Composites. Part II: Model development and Finite Element Simulation", Composites Science and Technology, Vol. 66, No. 10, pp. 1465-1478, 2006.
14. Taheri-Behrooz, F. Shokrieh, M., and Lessard, L. "Residual Stiffness in Cross-Ply Laminates Subjected to Cyclic Loading", Composite Structure, Vol. 85, No. 3, pp. 205-212, 2008.
15. Tamuzs, V. Dzelzitis K., and Reifsnider, K. "Prediction of the cyclic Durability of Woven Composite Laminates", Composites Science and Technology, Vol. 68, No. 13. pp. 2717-2721, 2008.
16. McCarthy, C. Higgins, R.O., and Frizzell, R. "A Cubic Spline Implementation of Non-Linear Shear Behaviour in Three-Dimensional Progressive Damage Models for Composite Laminates", Composite Structures, Vol. 92, No. 1, pp. 173-181, 2010.
17. Hojo, M. Matsushita, Y. Tanaka M., and Adachi, T. "Interfacial Fatigue Crack Propagation in Microscopic Model Composite Using Bifiber Shear Specimens", Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, Vol. 43, No. 2, pp. 239-246, 2012
18. MohseniShakib, S.M. "An Investigation of the In-Plane Shear Nonlinearity in Fibrous Composites", the University of Manchester Institute of Science and Technology, PhD Thesis, 2004.
19. MohseniShakib, S.M. and Li, S. "Modified Three-Rail Shear Fixture (ASTM D 4255/D 4255M) and an Experimental Study of Nonlinear In-Plane Shear Behaviour of FRC", Composites Science and Technology, Vol. 69, No. 11, pp. 1854-1866, 2009.
20. Federal Aviation Regulations (FAR) "Sec. 23.305 Strength and Deformation, Airworthiness Standard: Normal, Utility, and Aerobatic Category Airplane (FAR 23)", Volume 3, No. 23, Subpart C--Structure,

سیکل بارگذاری از ابتدا تا نقطه شکست قابل استفاده می‌باشد. تمام اطلاعات مورد نیاز این مدل شامل دو منحنی می‌باشد که یکی منحنی بارگذاری به نام TLC و دیگری منحنی باربرداری شاخص به نام MUC می‌باشد. باربرداری شاخص در ۸۰٪ تا ۹۰٪ مقاومت نهایی برشی ماده مرکب به دست می‌آید. مدل حاضر در سابروتین UMAT ارائه و قابل کاربرد در هر سازه مرکب جهت آنالیز اجزای محدود در نرم‌افزار ABAQUS می‌باشد. تطابق بسیار مناسب نتایج تست و مدل ارائه شده روی نتایج حاصل از تست‌های مختلف، بیانگر کاربردی بودن این مدل در آنالیز و طراحی سازه‌های مرکب می‌باشد.

#### ۶- مراجع

1. Tsai, S.W. and Wu, E.M. "A general theory of strength for anisotropic material", J. Composite Materials, Vol. 5, No. 1, pp. 58-80, 1971.
2. Hahn, H.T. and Tsai, S.W. "Non-linear Elastic Behaviour of Unidirectional Composite Laminate", J. Composite Materials, Vol. 7, No.1, pp. 102-118, 1973.
3. Ladeveze P., and Dantec, E. Le. "Damage Modeling of Elementary Ply for Laminated Composites", Composite Science and Technology, Vol. 43, No. 3, pp. 257-267, 1992.
4. Ladeveze, P. "Inelastic Strain and Damage", Damage Mechanics of Composite Materials, Chapter 4, Edited by R. Talreja, Elsevier Science, 1994.
5. Li, S., Reid, S.R. Soden, P.D., and Hinton, M.J. "The Nonlinear Structural Response of Laminated Composites", 6th IntConf Deformation and Fracture of Composite, Manchester UK, 2001
6. Papanicolaou, G.C. Zaousos, S.P. and Cardon, A.H. "Prediction of the Non-Linear Viscoelastic Response of Unidirectional Fibre Composites", Composite Science and Technology, Vol. 59, No. 9, pp. 1311-1319, 1999.
7. Frank, G.J. and Brockman, R.A. "A Viscoelastic-Viscoplastic Constitutive Model for Glassy Polymers", International Journal of Solids and Structures, Vol. 38, No. 30, pp. 5149-5164, 2001.
8. Drozdov, A.D. "A Model for the Viscoelastic and Viscoplastic Responses of Glassy Polymers", International Journal of Solids and Structures, Vol.38, No.46, pp. 8285-8304, 2001.
9. Al-Haik M. et al., "Viscoplastic Analysis of Structural Polymer Composites Using Stress Relaxation and Creep Data", Composites, Part B Vol. 32, No. 2, pp. 165-170, 2001.
10. Masters, J.E. "Damage Characterization for a Solid Propellant by a Energetic Approach" ASTM STP 1128 pp. 121-133, 1992.