یک مدل ریاضی جدید برای تحلیل کمانش پوستههای استوانهای

مشبک با استفاده ا*ز ر*وش تفاضل مربعات DQM

سعيد كلانتري

محمد فدايي

دانشکده فنی مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی قم و صنعت ایران (تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۸/۱۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۸/۵)

چکیدہ

در این مقاله، با استفاده از تئوری پوسته نازک فلوگه و همچنین بهرهجستن از یک مدل جدید ِ ترکیب پوسته و شبکه منظم، کمانش خطی یک استوانه تقویت ده با شبکه منظم متساوی الاضلاع، تحت بار محوری مورد بررسی قرار گرفته است. پوسته و شبکه، ساخته شده از مواد همسانگرد فرض شده و دارای شرایط مرزی کلاسیک تکیه گاه ساده و گیردار است. در ابتدا، ماتریس سفتی مجموعه پوسته و شبکه منظم قرار گرفته بر روی پوسته، با استفاده از یک روش جدید به دست می آید. سپس، معادلات تعادل، بر اساس این ماتریس سفتی نوشته شده و درنهایت، با استفاده از روش کار آمد تفاضل مربعات، بار کمانش مجموعه به دست می آید. صحه سنجی نتایج با استفاده از یک مدل المان محدود، نشان از دقت بالای نتایج دارد. در پایان، تأثیر پارامترهای مختلف هندسی بر روی بار کمانش بررسی شده است.

واژههای کلیدی: کمانش خطی، تئوری پوسته نازک فلوگه، پوستههای استوانهای مشبک، بار محوری، روش تفاضل مربعات

A New Mathematical Procedure for Linear Buckling of Grid Stiffened Cylindrical Shells Using Differential Quadrature Method

M. FadaeeS. KalantariDepartment of EngineeringMechanical Engineering DepartmentQom University of Technology
(Received: 5/November/2013; Accepted: 30/October/2014)

ABSTRACT

In this article, according to the thin shell theory of Flugge as well as using a new mathematical procedure, the linear buckling of waffle cylindrical shell under axial load is investigated. Skin and grids are composed of the same isotropic material and the classical boundary conditions of clamped and simply supported are considered. Firstly, using a new mathematical modeling, the structural stiffness matrix of skin and grids is obtained. Then, the equilibrium equations of the shell are derived based on the new stiffness matrix. Finally, these equations are solved using differential quadrature method. The results are compared by the finite element analyses. Comparative results reveal that the present procedure is very stable and accurate. Also, the effects of various geometrical parameters on the linear buckling loads are presented.

Keywords: Linear Buckling, The Thin Shell Theory of Flugge, Waffle Cylindrical Shell, Differential Quadrature Method

fadaee@qut.ac.ir - استادیار(نویسنده پاسخگو): r ۲- کارشناسی ارشد **www.SID.ir**

۱– مقدمه

یوستههای استوانهای، در صنایع مختلفی همچون هوافضا، خودرو، دریایی و...، یکی از پرکاربردترین سازهها میباشند. از مهمترین دغدغههای مهندسان و طراحان مخصوصاً در صنعت هوافضا، دستیابی به سازههایی با نسبت استحکام به وزن بالا بوده است. این امر باعث شده، از گذشتههای دور، مهندسان به نوآوری در این زمینه بپردازند. یکی از بهترین سازههای طراحی شده سبک وزن، سازه مشبک است که در آن، شبکهای از تقویت کنندهها به صورت یک پارچه به همراه یک يوسته ساخته مي شوند و موجب بروز استحكام به وزن و چقرمگی به وزن استثنایی برای بسیاری از کاربردهای هوافضا می گردند. بازده یوستههای مشبک، بیشتر از ساختارهای استرینگری میباشد [۱] و هزینه ساخت کمتری نسبت به آنها دارند. سازه با ساختار مشبک یک پارچه، باعث کاهش تعداد اتصالات می شود. به عبارتی، قطعات کمتر و زمان مونتاژ کمتر، بهمعنای کاهش هزینه است. این سازهها بهصورت استوانهای، مخروطی و یا صفحههای تقویتشده، در قسمتهای مختلف مجموعههای هوافضایی کاربرد دارند. از آنجاییکه اغلب این گونه سازهها، در فضای کاری دچار کمانش می شوند، لذا کمانش یکی از بحرانیترین موارد تخریب برای این گونه سازهها است.

فعالیتهای زیادی توسط محققین سازمان فضایی آمریکا^۱ در زمینه طراحی و تحلیل سازههای مشبک انجام گرفته است. در سال ۱۹۶۴ در تحقیقاتی که برای ناسا انجام گرفت، دانشمندان متوجه شدند که سازههای تقویتشده با شبکه ۴۵ درجه، میتواند بار بیشتری نسبت به سازههای تقویتشده با شبکه عمودی تحمل کنند. این سازههای جدید، به سازه شبکه عمودی تحمل کنند. این سازههای مختلفی برای مدل شبکه عمودی تحمل کنند. [۲]. روشهای مختلفی برای مدل مشبک^۲ نامگذاری شدند [۲]. روشهای مختلفی برای مدل تحقیقات زیادی بر روی تحلیل پوستههای استوانهای تقویت شده انجام گرفته است. بهطورکلی سه روش برای تحلیل این گونه از سازهها وجود دارد که عبارتند از روش منشعبشده پوسته و استوانه^۲، روش معادلسازی¹ و روش

- 1-NASA
- 2-Isogrid

تقویت ها، واردشده بر پوسته، مدل میشود. این روش، برای تقویت کنندههایی که بیشتر از دو جهت دارند، مقداری مشکل است، اما در مواردی که تقویتیها به صورت ساده میباشند، روش بسیار خوبی است. یکی از این مدلها، توسط منبع [۳] ارائه شده است که در این مدل، ریبها یا همان تقویت کنندههای محیطی، با تابع دیراک یا ضربه مدل شدهاند. این روش، با استفاده از روش المان محدود، بهبودهای زیادی پیدا کرده است. نویسندگان در مرجع [۴] با استفاده از نرمافزار پرداختند. آنها در تحلیل خود تقویت کنندهها را با المان تیر^۷ مدل کردند. هم چنین یک مدل المان محدود سهبعدی برای تحلیل سازههای کامپوزیتی مشبک در منبع [۵] ساخته شده مدل مدر کردند. هم مین یک مدل المان محدود سهبعدی برای مدل کردند. هم چنین یک مدل المان محدود سهبعدی برای مدل مان محدود آباکوس^۸ برای تحلیل سازههای کامپوزیتی مشبک در منبع ایا ساخته شده مدل سازی استفاده کردهاند و مدل تحت بارمحوری، ممان

روش مرسوم دیگر، روش منشعب شده از استوانه و پوسته است که برای پوستههای استوانهای کامپوزیتی تقویت شده مناسب میباشد. این روش از روش اول دقیق تر و منعطف تر میباشد. قاسمی و همکارانش بار کمانش بحرانی یک پوسته کامپوزیتی با شبکه تقویتی لوزی تحت بار محوری را بررسی کردهاند [۶]. رن و همکارانش کمانش خطی استوانههای کامپوزیتی مشبک را توسط سه روش عددی و همچنین آزمونهای آزمایشگاهی بررسی کردهاند [۷].

سومین روش، معادلسازی است. در این روش، تقویتیها با استفاده از مدلهای ریاضی، با پوسته معادل آن شبیهسازی میشود. محققان همیشه سعی داشتهاند این روش معادلسازی را بهینه و به واقعیت نزدیکتر کنند. در مرجع [۸] یک روش معادلسازی برمبنای روابط انرژی بهدست آورده شده است. نویسندگان در مراجع [۹] و [۱۰] سازه مشبک را با استفاده از تئوری الاستیسیته مدل کردند و در مدلشان، خمش و پیچش ریبها را درنظر گرفتند. یک روش معادلسازی جدید در منبع [۱۱] ارائهشده که توسط سایر محققان مورد استفاده زیادی قرار گرفته است.

تفاضل مربعات^۹، روشی عددی برای حل معادلات دیفرانسیل میباشد. این روش برای اولین بار توسط ریچارد بلمن^{۱۰} در

³⁻Branched Plate and Shell 4-Smeared Stiffener Method

⁵⁻Discrete Method Model

⁶⁻COSMOS 7-Beam 8-Abaqus 9-DQM 10-Richard Bellman

اوایل دهه ۱۹۷۰ بهوجود آمد [۱۲]. مسئلهای که در روشهای عددی معمول وجود دارد این است که برای رسیدن به دقتهای مورد قبول، باید از شبکه متراکمی در میدان حل استفاده شود كه این باعث افزایش حجم محاسبات بهصورت قابل ملاحظهای خواهد شد. ولی با استفاده از روش تفاضل مربعات، ضمن دقت بالا، نیاز به شبکه متراکمی در میدان حل نيست. اين باعث مي شود حجم محاسبات كاهش قابل ملاحظهای پیدا کند. ایده این روش برمبنای اصل انتگرال گیری بوده که مشتقات تابع را با استفاده از یک سری توابع وزنی در طول نقاط بهدست می آورد. از این روش در زمینه تحلیل پوستههای استوانهای و مخروطی، کارهای زیادی توسط محققین برجای مانده است. منابعی مانند [۱۳] در سال ۱۹۹۶، [۱۴] در سال ۱۹۹۷، [۱۵و۱۶] در سال ۱۹۹۷ به تحلیل ارتعاشات پوستههای استوانهای با استفاده از روش تفاضل مربعات يرداختهاند. نویسندگان مرجع [۱۷] با استفاده از روش تفاضل مربعات در سال ۱۹۹۸ به تحلیل کمانش پوستههای استوانهای پرداختهاند. آنها پوسته استوانهای ساده را در شرایط مرزی مختلف ساده، گیردار و آزاد تحت بار محوری و فشاری بهصورت جداگانه تحلیل کردهاند.

در این مقاله، کمانش خطی یک پوسته استوانهای مشبک با ساختار منظم مثلث متساوی الاضلاع، تحت بار محوری، بررسی خواهد شد. شرایط مرزی پوسته بهخاطر کاربرد عملی بیشتر، از نوع ساده و گیردار انتخاب شدهاند. با استفاده از یک استراتژی جدید، ماتریس سفتی و درنتیجه معادلات تعادل حاکم بر پوسته مشبک بهدست آمده است. برای حل این معادلات، از روش تفاضل مربعات بهرهبرداری شدهاست. مقایسه نتایج حاضر با نتایج بهدست آمده از مدل المان محدود، نشان از پایداری و دقت بالای روابط حاضر را دارد.

۲- استخراج روابط و معادلات رياضي حاكم

در این بخش با استفاده از هندسه مسئله ماتریس سفتی پوسته استوانهای تقویتشده با شبکه منظم بهدست میآید و سپس با استفاده از معادلات تعادل و ماتریس سفتی روابط ریاضی حاکم بر استوانه تقویتشده استخراج میگردد.

۲–۱– هندسه مسئله

برای استخراج معادلات ریاضی، ابتدا به بررسی هندسه شکل پرداخته شود. هندسه مسئله، در شکل **۱** قابل مشاهده است

که در آن، پوسته استوانهای تقویت شده با شبکه منظم مثلث منظم مثلثهای متساوی الاضلاع با طول L، شعاع R و ضخامت پوسته t نشان داده شده است. پوسته مشبک تحت نیروی محوری \overline{N}_x قرار دارد.



شکل (۱): هندسه پوسته استوانهای مشبک.

باتوجه به شکل ۱، *h* ارتفاع و b_s عرض تقویت کنندهها میباشد. همچنین *a* طول ضلع مثلثهای متساوی الاضلاع است.

۲-۲- انتخاب المان معادل

برای تعیین ماتریس سفتی تقویت کننده ها، ابتدا یک سلول واحد به گونه ای انتخاب می گردد که معرف خصوصیات کل ساختار تقویت شده باشد (شکل **۲**). در این روند، عکس العمل های نیرویی و ممان تقویت کننده ها بر روی پوسته، به عنوان تابعی از انحناها و کرنش های صفحه میانی پوسته (۱۸]. در این روش، فرضیاتی درنظر گرفته شده است که عبار تند از: این روش، فرضیاتی درنظر گرفته شده است که عبار تند از: (۱) با توجه به این که ابعاد سطح مقطع در مقایسه با طول تقویت کننده ها بسیار کوچک می باشد، تقویت کننده ها فقط بارهای در راستای محورشان را تحمل می کنند و

 ۲) کرنش در سرتاسر سطح مقطع عرضی تقویت کنندهها یکنواخت می باشد [۱۸].

باتوجه به شکل \mathbf{Y} ، نیروی داخلی تمامی تقویت کنندهها، هم جهت با محور مختصات انتخابی نمی باشد، لذا باید از ماتریس تبدیل استفاده شود. بنابراین رابطه بین کرنشها در دستگاه کلی استوانهای $(\mathbf{\theta} - x)$ و دستگاه مستقر بر روی تقویت کننده (1-1) عبارت است از:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{I} \\ \varepsilon_{t} \\ \varepsilon_{tk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^{2} & s^{2} & sc \\ s^{2} & c^{2} & -sc \\ -2sc & 2sc & c^{2} - s^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{\theta} \\ \varepsilon_{x\theta} \end{bmatrix}.$$
 (1)

cو s بهترتیب کسینوس و سینوس زاویه ϕ میباشد که، ϕ زاویه چرخش سطح مقطع تقویت کننده، نسبت به محور استوانه است [۱۸].

۲-۲-۱- تحليل نيرويي المان معادل

باتوجه به شکل ۲، نیروهای اعمالی بر یک سلول واحد، قابل استحصال است. طبق فرضیات ذکر شده و باتوجه به شکل ۳، نیروها بر واحد طول یعنی _۳, N₀, N_{x0} بهصورت زیر بهدست میآید.

$$N_{x} = \frac{AE}{b} \left(2c^{3}\varepsilon_{x}^{0} + 2c^{3}k_{x} \left(\frac{t}{2}\right) + 2cs^{2}\varepsilon_{x}^{0} + 2cs^{2}k_{x} \left(\frac{t}{2}\right) \right).$$
(7)

$$N_{\theta} = \frac{AE}{b} \begin{pmatrix} 2sc^{2}\varepsilon_{x}^{0} + 2sc^{2}k_{x}\left(\frac{t}{2}\right) \\ +(2s^{3}+2)\varepsilon_{x}^{0} + (2s^{3}+2)k_{x}\left(\frac{t}{2}\right) \end{pmatrix}.$$
 (7)

$$N_{x\theta} = \frac{AE}{b} \left(2sc^2 \varepsilon_{x\theta}^0 + 2sc^2 k_{x\theta} \left(\frac{t}{2}\right) \right). \tag{(f)}$$



شکل (۲): سلول واحد و سیستم مختصات.



كه در آن، A و E بهترتيب سطح مقطع تقويت كنندهها و مدول الاستيسيته آنها مىباشد.

۲-۲-۲ تحلیل گشتاور المان معادل

بهواسطه وجود نیرو در تقویت کنندهها و اختلاف ارتفاع بین آنها و نیروی داخل پوسته، ممان تولید می گردد که این موضوع در شکل ۴ به خوبی نمایش داده شده است [۱۸]. شبیه تحلیل نیرو، می توان گشتاورهای موجود در المان را نیز استخراج نمود:

$$M_{x} = \frac{AEt}{b} \left(c^{3} \varepsilon_{x}^{0} + c^{3} k_{x} \left(\frac{t}{2} \right) + c s^{2} \varepsilon_{x}^{0} + c s^{2} k_{x} \left(\frac{t}{2} \right) \right). \tag{(a)}$$

$$M_{\theta} = \frac{AEt}{b} \begin{pmatrix} sc^{2}\varepsilon_{x}^{0} + sc^{2}k_{x}\left(\frac{t}{2}\right) + (s^{3}+1)\varepsilon_{x}^{0} \\ +(s^{3}+1)k_{x}\left(\frac{t}{2}\right) \end{pmatrix}.$$
 (7)

$$M_{x\theta} = \frac{AEt}{b} \left(sc^2 \varepsilon_{x\theta}^0 + sc^2 k_{x\theta} \left(\frac{t}{2} \right) \right). \tag{Y}$$

۲–۳– استخراج ماتریس سفتی سازه

جهت ایجاد ماتریس سفتی استوانه تقویت شده، باید پس از تحلیل نیرویی، ماتریس سفتی تقویتکنندهها و پوسته جداگانه بهدست آیند و سپس باهم ترکیب گردند.

۲-۳-۱ ماتریس سفتی شبکه تقویت کنندهها

در این بخش، ماتریس سفتی شبکه تقویت کننده استخراج می شود. معادلات (۲) تا (۴)، مشخص کننده میزان نیرو بر واحد طول و معادلات (۵) تا (۷)،معرف ممان بر واحد طول می با شند که با جمع بندی آنها، ماتریس سفتی ناشی از شبکه Archive of SID

تقویت کننده ها بهدست می آید. بالانویس st مشخص کننده سهم تقویت کننده ها است.



$$\begin{bmatrix} N_{st}^{st} \\ N_{\theta}^{st} \\ N_{\theta}^{st} \\ M_{st}^{st} \\ M_{st}^{st} \\ M_{st}^{st} \\ M_{st}^{st} \\ M_{st}^{st} \\ M_{st}^{st} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ij}^{st} & B_{ij}^{st} \\ B_{ij}^{st} & D_{ij}^{st} \\ B_{ij}^{st} & D_{ij}^{st} \\ R_{ij} \\ M_{st}^{st} \end{bmatrix}, A_{ij}^{st} = AE \begin{bmatrix} \frac{2c^3}{a} & \frac{2s^2c}{a} & 0 \\ \frac{2c^2s}{b} & \frac{(2s^3+2)}{b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2c^2s}{b} \end{bmatrix}, \\ B_{ij}^{st} = AE \begin{bmatrix} \frac{tc^3}{a} & \frac{ts^2c}{a} & 0 \\ \frac{tc^2s}{b} & \frac{(2s^3+2)t}{2b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{tc^2s}{b} \end{bmatrix}, \\ D_{ij}^{st} = AE \begin{bmatrix} \frac{t^2c^3}{2a} & \frac{s^2ct^2}{2a} & 0 \\ \frac{sc^2t^2}{2b} & \frac{(2s^3+2)t}{2b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s^2ct^2}{2b} \end{bmatrix}.$$
 (Å)

در اولین نگاه، ماتریس رابطه (۸) ممکن است نامتقارن به نظر برسد، اما بهسبب رابطهی هندسی بین پارامترهای (۵) a,b,sin و (۵) دos(این مقادیر باهم برابر هستند (۱۸].

۲-۳-۲- ماتریس سفتی پوسته

پوسته مورد استفاده در اینجا، از یک ماده همسانگرد ساخته شده و بنابراین ماتریس سفتی آن عبارت است از [۱۹]:

$$\begin{vmatrix} N_{x}^{sh} \\ N_{y}^{sh} \\ N_{xy}^{sh} \\ M_{xy}^{sh} \\ M_{yy}^{sh} \\$$

sh در آن، v ضریب پواسون پوسته است. بالانویس sh مشخص کننده سهم پوسته است.

۲-۳-۳- ماتریس سفتی کل سازه

روشهای مختلفی برای تعیین ماتریس سفتی وجود دارد که در این مقاله، ماتریس سفتی کل، از جمع ماتریس سفتی پوسته با ضریب یک و ماتریس سفتی تقویت کنندهها با نسبت حجمی تقویت کنندهها به حجم کل، به دست می آید. دلیل این پیشنهاد، آن است که پوسته، به طور کامل و با تمامی حجم خود با نیروی محوری فشاری در گیر بوده، در حالی که شبکه تقویتی، به علت گسسته بودن، باید به نسبت حجم خود در گیر شود. بنابراین برای ماتریس سفتی کل می توان نوشت:

$$\begin{bmatrix} N\\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{st}A^{st} + V_{sh}A^{sh} & V_{st}B^{st} + V_{sh}B^{sh} \\ V_{st}B^{st} + V_{sh}B^{sh} & V_{st}D^{st} + V_{sh}D^{sh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon\\ k \end{bmatrix},$$
(1.)

$$V_{sh} = 1$$
, $V_{st} = \frac{V_{st}}{V_{sh} + V_{st}}$

که در آن، _۲ و _۲ بهترتیب حجم مربوط به پوسته و تقویتکنندهها میباشند. بنابراین میتوان برای کل سازه نوشت:

$$\begin{vmatrix} N_{x} \\ N_{\theta} \\ N_{x\theta} \\ M_{x} \\ M_{\theta} \\ M_{x\theta} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} & 0 & 0 & B_{33} \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{33} & 0 & 0 & D_{33} \end{bmatrix} \begin{vmatrix} \mathcal{E}_{0}^{0} \\ \mathcal{E}_{0}^{0} \\ \mathcal{E}_{x\theta}^{0} \\ \mathcal{K}_{x} \\ \mathcal{K}_{\theta} \\ \mathcal{K}_{x\theta} \end{vmatrix} .$$
(11)

$$A_{11} = \frac{Et}{1 - v^2} + V_{st} \times AE \times \frac{2c^3}{a}, \qquad B_{11} = V_{st} \times AE \times \frac{c^3t}{a}, A_{12} = \frac{Etv}{1 - v^2} + V_{st} \times AE \times \frac{2s^2c}{a}, \qquad B_{12} = V_{st} \times AE \times \frac{s^2ct}{a}, A_{22} = \frac{Et}{1 - v^2} + V_{st} \times AE \times \frac{(2s^3 + 2)}{a}, \qquad B_{22} = V_{st} \times AE \times \frac{(2s^3 + 2)t}{2b}$$

$$\frac{N_{y}}{R} - \frac{\partial^{2}M_{x}}{\partial x^{2}} - \frac{\partial^{2}M_{y}}{\partial y^{2}} - \frac{M_{y}}{R^{2}} - 2\frac{\partial^{2}M_{xy}}{R\partial x\partial y} - \bar{N}_{x}\left(\frac{\partial^{2}W}{\partial x^{2}}\right) = 0.$$
(7.14)

معادلات بهدست آمده، روابط تعادل حاکم بر پوسته استوانه مشبک براساس تئوری پوسته فلوگه است که ارتباط بین نیرو و ممان حاکم بر پوسته مشخص می شود. حال با قراردادن معادلات (۱۶) دررابطه (۱۱) و سپس استفاده از نتیجه حاصل در معادلات تعادل (۱۷) و استفاده از تغییر متغیر $R - x = \varphi$ و $y / R = \theta$ ، می توان معادلات تعادل را به صورت نهایی زیر بازنویسی نمود:

$$A_{11}\left(\frac{\partial^{2}U}{\partial\varphi^{2}}\right) + \left(A_{12} + A_{33} - \frac{D_{33}}{R^{2}}\right)\frac{\partial^{2}V}{\partial\varphi\partial\theta}$$
(1.1A)

$$+ (A_{12} - \frac{12}{R})\frac{\partial \varphi}{\partial \varphi} - \frac{11}{R}(\frac{\partial \varphi^3}{\partial \varphi^3})$$

$$+ (-\frac{B_{12}}{R} - \frac{2B_{33}}{R} + \frac{2D_{33}}{R})\frac{\partial^3 W}{\partial \theta^2 \partial \varphi}$$

$$+ (A_{33} - \frac{2B_{33}}{R} + \frac{D_{33}}{R^2})\frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} = \bar{N}_x(\frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2}),$$

$$A_{22}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2}\right) + \left(-\frac{B_{12}}{R} - \frac{2B_{33}}{R} - \frac{2D_{33}}{R^2}\right) \frac{\partial^3 W}{\partial \varphi^2 \partial \theta} \tag{(1.14)}$$

$$+ (A_{22} - \frac{B_{22}}{R}) \frac{\partial W}{\partial \theta} - \frac{B_{22}}{R} (\frac{\partial W}{\partial \theta^3})$$

$$+ (A_{33} + \frac{2B_{33}}{R} + \frac{D_{33}}{R^2}) \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2}$$

$$+ (A_{12} + A_{33} - \frac{D_{33}}{R^2}) \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi \partial \theta} = \overline{N}_x (\frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2}),$$

$$B_{11} (\partial^3 U) (B_{12} + 2B_{33} + 2D_{33}) \partial^3 V$$

$$(\mathbf{7}, \mathbf{A}) \mathbf{A})$$

$$-\frac{B_{11}}{R} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^3}\right) - \left(\frac{B_{12}}{R} + \frac{2B_{33}}{R} + \frac{2D_{33}}{R^2}\right) \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2 \partial \theta}$$
(ε .) \wedge)
+ $\left(-\frac{2B_{12}}{R} + \frac{2D_{12}}{R}\right) \frac{\partial^2 W}{\partial \varphi^2} + \frac{D_{11}}{R^2} \left(\frac{\partial^4 W}{\partial \varphi^2}\right)$

$$\begin{aligned} R & R^{2} & \partial \varphi^{2} & R^{2} & \partial \varphi^{4} \\ + \left(\frac{2D_{12}}{R^{2}} + \frac{4D_{33}}{R^{2}}\right) \frac{\partial^{4}W}{\partial \varphi^{2} \partial \theta^{2}} + \left(A_{12} - \frac{B_{12}}{R}\right) \frac{\partial U}{\partial \varphi} \\ + \left(A_{22} - \frac{B_{22}}{R}\right) \frac{\partial V}{\partial \theta} + \left(A_{22} - \frac{2B_{22}}{R} + \frac{D_{22}}{R^{4}}\right) W \\ + \left(-\frac{2B_{22}}{R} + \frac{2D_{22}}{R^{2}}\right) \frac{\partial^{2}W}{\partial \theta^{2}} - \frac{B_{22}}{R} \left(\frac{\partial^{3}V}{\partial \theta^{3}}\right) \\ - \left(\frac{B_{12}}{R} + \frac{2B_{33}}{R} - \frac{2D_{33}}{R^{2}}\right) \frac{\partial^{3}U}{\partial \theta^{2} \partial \varphi} \\ + \frac{D_{22}}{R^{2}} \frac{\partial^{4}W}{\partial \theta^{4}} = \bar{N}_{x} \left(\frac{\partial^{2}W}{\partial \varphi^{2}}\right). \end{aligned}$$

۳- روش حل تفاضل مربعات

روش تفاضل مربعات، یک روش قدرتمند برای حل معادلات دیفرانسیل پارهای میباشد که در ضمن استفاده از تعداد المان پایین، از دقت بالایی برخوردار میباشد. در این

$$A_{33} = \frac{Et}{2(1+\nu)} + V_{st} \times AE \times \frac{2c^2s}{b}, \qquad B_{33} = V_{st} \times AE \times \frac{c^2st}{b},$$
$$D_{11} = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \qquad D_{12} = \frac{Et^3\nu}{12(1-\nu^2)} + V_{st} \times AE \times \frac{c^3t^2}{2a}, \qquad + V_{st} \times AE \times \frac{s^2ct^2}{2a},$$
$$D_{22} = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \qquad D_{33} = \frac{Et^3}{24(1+\nu)} + V_{st} \times AE \times \frac{(2s^3+2)t^2}{4b}. \qquad + V_{st} \times AE \times \frac{c^2st^2}{2b}.$$
(17)

۲-۴- استخراج معادلات تعادل

در این بخش، با استفاده از روش انرژی و اصل همیلتون، معادلات تعادل حاکم بر استوانه مشبک، استخراج می گردد. براساس اصل همیلتون، کل انرژی پتانسیل جسمالاستیک در حالت تعادل، مینیمم خواهد شد. بر پایه این اصل، می توان نوشت [۱۹]: $\delta \prod = \delta U_a - \delta V = 0.$ (17) $\theta = y / R$ كه در آن، U_e انرژى كرنشى الاستيك و با فرض U_e برابر است با [۱۹]: $U_{e} = \frac{1}{2} \int_{0}^{L} \int_{0}^{2\pi R} \int_{-t/2}^{t/2} (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \varepsilon_{yy} + \tau_{xy} \gamma_{xy}) \, dz dy dx.$ (14) و مقدار کار نیروی محوری برابر خواهد بود با [۱۹]: $V = -\frac{1}{2} \int_{0}^{L} \int_{0}^{2\pi R} \bar{N}_{x} \left[U_{,x}^{2} + V_{,x}^{2} + W_{,x}^{2} \right] dy dx.$ (10) که در آن، U, U و W بهترتیب جابهجایی صفحه میانی یوسته در راستاهای Y, X و \overline{N}_x و \overline{N}_x نیروی محوری کمانشی بر واحد طول است. تئوري فلوگه عبارتند از [۲۰]: $k_x = -W_{,xx},$ $\varepsilon_x^0 = U_{x}$ $\varepsilon_{y}^{0} = V_{,y} + \frac{1}{R}W, \qquad k_{y} = -W_{,yy} - \frac{W}{R^{2}},$ (18) $\gamma^{0}_{xy} = V_{,x} + U_{,y},$ $k_{xy} = \frac{V_{,x}}{R} - \frac{U_{,y}}{R} - 2W_{,xy}.$ با اعمال اصل تغییرات بر روی رابطه (۱۳) و استفاده از روابط (۱۴) تا (۱۶)، معادلات تعادل پوسته به صورت زیر خواهد شد: $\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} - \frac{\partial M_{xy}}{R \partial y} - \overline{N}_x \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right) = 0.$ (١٧.الف)

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_{y}}{\partial y} - \frac{\partial M_{xy}}{R\partial x} - \bar{N}_{x} \left(\frac{\partial^{2} V}{\partial x^{2}} \right) = 0.$$
 (1)

که، C_{ij}^{m} ضریب وزنی برای mامین مشتق است و باید در نقطه Iام محاسبه شود. نکته اساسی دراین روش، محاسبه تابعهای وزنی برای استخراج مقادیر مشتق میباشد. برای حل این معادله روشهای مختلفی وجود دارد که به روندهای مختلفی برای بددست آوردن C_{ij}^{m} منجر میشود. در این مقاله، از روش مرجع [17] برای محاسبه تابعهای وزنی استفاده شده است. مرجع [17] برای محاسبه تابعهای وزنی استفاده شده است. بنابراین برای مشتق مرتبهاول یعنی m=1 بهدست میآید: $M^{(1)}(x)$

$$C_{ij}^{1} = \frac{M^{(*)}(\mathbf{x}_{i})}{(\mathbf{x}_{i} - \mathbf{x}_{j})M^{(1)}(\mathbf{x}_{j})} \quad \text{for } i \neq j \text{ and } i,j.$$
(YY)

$$C_{ij}^{1} = -\sum_{j=1(j\neq i)}^{N} C_{ij}^{1} \quad i = 1, 2, ..., N.$$
(YY)

که، M⁽¹⁾ برابر است با:

$$\begin{split} M(\mathbf{x}) &= \prod_{j=1}^{N} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{j}) M^{(1)}(\mathbf{x}_{k}) = \prod_{j=1(j \neq k)}^{N} (\mathbf{x}_{k} - \mathbf{x}_{j}). \end{split} \tag{74}$$

$$: (1) \quad \text{integration} \quad$$

for i \neq j and i,j=1,2,...,N m=2,3,...,N-1. که، C_{ii}^{m-1} برابر است با:

$$C_{ii}^{m-1} = -\sum_{j=1(j\neq i)}^{N} C_{ij}^{m} \quad i = 1, 2, ..., N.$$
(Y9)

با دقت در معادلات بالا مشخص می شود که روابط، به نوع توزیع نقاط در شبکه حل بستگی زیادی دارد. روش های مختلفی برای شبکهبندی مسئله وجود دارد که به طور مثال می توان از توزیع یکنواخت یا توزیع سینوسی استفاده نمود [17].

۳-۱- گسسته سازی معادلات

با توجه به معادلات بالا، مشخص است که ضرایب وزنی تنها تابعی از نقاط شبکه میباشند. روشهای متفاوتی برای بهدست آوردن نقاط شبکه وجود دارد. سادهترین روش، انتخاب نقاطی با فواصل یکسان میباشد. اما نتایج نشان میدهد که استفاده از نقاطی با فواصل غیریکسان، سبب سرعت و دقت در جواب می گردد. بنابراین، در این مقاله از نقاطی با فواصل غیریکسان استفاده میشود. همان طورکه در بالا گفته شد، مودهای کمانشی در جهت محیطی، از یک منحنی سینوسی پیروی کرده و این باعث شده تا معادلات در جهت محوری حل شوند. درنتیجه یک مختصات محوری بدون بعد $R / x = \varphi$ تعریف شده و نقاط شبکه، از رابطه زیر بهدست میآید [۱۷]: بخش به حل معادلات تعادل (۱۸) با استفاده از این روش پرداخته میشود. برای حل این مسئله، توابع جابهجایی بهشکل زیر درنظر گرفته میشوند تا معادلات تعادل یکبعدی شده و سپس با استفاده از روش DQM به حل آنها پرداخته شود [۱۷]:

 $u(\varphi,\theta) = U(\varphi)\cos(n\theta),$

$$v(\varphi, \theta) = V(\varphi) \sin(n\theta),$$
 (19)

 $w(\varphi,\theta) = W(\varphi)\cos(n\theta).$

که در آن، *n* میتواند بهطور مجزا یکی از مقادیر0,1,2 را اتخاذ کند. پس از جایگذاری معادلات (۱۹) در معادلات (۱۸) بهدست میآید:

$$\begin{split} &A_{11}(\frac{\partial^{2}U}{\partial\varphi^{2}}) + (A_{12} + A_{33} - \frac{D_{33}}{R^{2}})n(\frac{\partial V}{\partial\varphi}) \qquad (\forall I - \Upsilon \cdot) \\ &+ (A_{12} - \frac{B_{12}}{R})\frac{\partial W}{\partial\varphi} - \frac{B_{11}}{R}(\frac{\partial^{3}W}{\partial\varphi^{3}}) \\ &- (-\frac{B_{12}}{R} - \frac{2B_{33}}{R} + \frac{2D_{33}}{R})n^{2}(\frac{\partial W}{\partial\varphi}) \\ &- (A_{33} - \frac{2B_{33}}{R} + \frac{D_{33}}{R^{2}})n^{2}(U) = \bar{N}_{\varphi}(\frac{\partial^{2}U}{\partial\varphi^{2}}), \\ &- n^{2}A_{22}(V) + (\frac{B_{12}}{R} + \frac{2B_{33}}{R} + \frac{2D_{33}}{R^{2}})n\frac{\partial^{2}W}{\partial\varphi^{2}} \qquad (\because -\Upsilon \cdot) \\ &- n(A_{22} - \frac{B_{22}}{R})(W) - \frac{B_{22}}{R}n^{3}(W) \\ &+ (A_{33} + \frac{2B_{33}}{R} + \frac{D_{33}}{R^{2}})n(\frac{\partial U}{\partial\varphi}) = \bar{N}_{\varphi}(\frac{\partial^{2}V}{\partial\varphi^{2}}), \\ &- (A_{12} + A_{33} - \frac{D_{33}}{R^{2}})n(\frac{\partial U}{\partial\varphi}) = \bar{N}_{\varphi}(\frac{\partial^{2}V}{\partial\varphi^{2}}), \\ &- \frac{B_{11}}{R}(\frac{\partial^{3}U}{\partial\varphi^{3}}) + (\frac{B_{12}}{R} + \frac{2B_{33}}{R} + \frac{2D_{33}}{R^{2}})n\frac{\partial^{2}V}{\partial\varphi^{2}} \qquad (\eth -\Upsilon \cdot) \\ &+ (-\frac{2B_{12}}{R} + \frac{2D_{12}}{R^{2}})\frac{\partial^{2}W}{\partial\varphi^{2}} + (A_{12} - \frac{B_{12}}{R})\frac{\partial U}{\partial\varphi} \\ &+ (A_{22} - \frac{B_{22}}{R})n(V) + (A_{22} - \frac{2B_{22}}{R} + \frac{D_{22}}{R})W \\ &+ (-\frac{2B_{22}}{R} + \frac{2D_{22}}{R^{2}})n^{2}(W) + \frac{B_{22}}{R}n^{3}(V) \\ &+ (\frac{B_{12}}{R} + \frac{2B_{33}}{R} - \frac{2D_{33}}{R^{2}})n^{2}\frac{\partial U}{\partial\varphi} \\ &+ (\frac{B_{12}}{R} + \frac{2B_{33}}{R} - \frac{2D_{33}}{R^{2}})n^{2}\frac{\partial U}{\partial\varphi} \\ &+ (\frac{B_{12}}{R} + \frac{2B_{33}}{R} - \frac{2D_{33}}{R^{2}})n^{2}\frac{\partial U}{\partial\varphi} \end{split}$$

در روش تفاضل مربعات،مشتقات تابع پیوسته f(x) به صورت زیر تخمین زده می شود:

$$\frac{d^m f}{dx^m}(at | \mathbf{x} = \mathbf{x}_i) = \sum_{j=1}^n C_{ij}^m f(\mathbf{x}_j).$$
(11)

تکیهگاه ساده

$$\begin{split} & U_1 = U_N = V_1 = V_N = W_1 = W_2 = W_{N-1} = W_N = 0, \\ & \sum_{j=1}^M C_{ij}^{(2)} W_j = 0. \end{split} \tag{4.10}$$

$$[BB]{d_B} + [BD]{d_I} = 0.$$
(7)

و معادلات تعادل به شکل زیر استخراج می گردند [۱۷]: $DB_{d_n} + [DD_{d_n}] =$

$$\overline{N}_{\varphi}\left[DBG\right]\left\{d_{B}\right\} + \left[DDG\right]\left\{d_{I}\right\}\right). \tag{TY}$$

نوشت:

$$\{d_B\} = \{U_1 = U_N = V_1 = V_N = W_1 = W_2 = W_{N-1} = W_N\}^T, \quad (\Upsilon\Upsilon)$$
$$\{d_I\} = \{U_2, U_3, ..., U_{N-1}, V_2, V_3, ..., V_{N-1}, W_3, W_4, ..., W_{N-2}\}^T.$$

معادلات شرایط مرزی و معادلات تعادل بهشکل کلی زیر نوشته میشود:

$$\begin{bmatrix} BB \end{bmatrix} \begin{bmatrix} BD \end{bmatrix} \\ 8 \times 8 & 8 \times (3M - 8) \\ [DB] & [DD] \\ (3M - 8) \times 8 & (3M - 8) \times (3M - 8) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_B \\ [d_I] \end{bmatrix}$$

$$= \overline{N}_{\varphi} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ [DBG] & [DDG] \\ (3M - 8) \times 8 & (3M - 8) \times (3M - 8) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_B \\ [d_I] \end{bmatrix}.$$
(**Yf**)

برای حل معادله بالا، بهعنوان یک معادله مقادیر ویژه، باید [d_B] از معادلات حذف گردد. درنتیجه معادله نهایی بهشکل زیر میشود:

$$(-\begin{bmatrix} DBG \end{bmatrix} BB \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} DB \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} DDG \end{bmatrix}^{-1})^{-1}$$

$$(-\begin{bmatrix} DB \end{bmatrix} BB \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} DB \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} DD \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} DD \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_i \end{bmatrix}^{-1}$$

$$(\mbox{$\mathbb{T}_{\varphi}[I]$}, d_i \end{bmatrix} = 0.$$

۴- تحليل المان محدود

در این تحقیق، جهت مشاهده رفتار کمانشی استوانه تقویت شده مشبک و صحه سنجی تحلیل صورت گرفته براساس روش تفاضل مربعات، از یک مدل المان محدود سهبعدی با استفاده از نرمافزار انسیس^۱ نسخه ۱۱ استفاده شده است. در این مدل، مدل، ابتدا کل استوانه ایجاد شده است. سپس تقویت کننده-

$$\varphi_{i} = \frac{L}{R} \left(\frac{1 - \cos\left(\frac{\pi(i-1)}{M-1}\right)}{2} \right) \qquad 1 \le i \le M.$$
 (YY)

معادلات بهدستآمده از روش تقاضل مربعات عبارتند از:

$$A_{11}\sum_{j=1}^{M} C_{ij}^{(2)}U_{j} - (A_{33} - \frac{2B_{33}}{R} + \frac{D_{33}}{R^{2}})n^{2}U_{i}$$

$$+ (A_{33} + A_{33} - \frac{D_{33}}{R})n^{M}C^{(1)}V$$

$$\begin{aligned} &+(A_{12} + A_{33} - \frac{B_{32}}{R^2})n\sum_{j=1}^{N}C_{ij}^{(j)}V_j \\ &+ \sum_{j=1}^{M}((A_{12} - \frac{B_{12}}{R})C_{ij}^{(1)} - \frac{B_{11}}{R}C_{ij}^{(4)})C_{ij}^{(2)} \\ &-(-\frac{B_{12}}{R} - \frac{2B_{33}}{R} + \frac{2D_{33}}{R})n^2C_{ij}^{(1)}W_j = \bar{N}_{\varphi}\sum_{j=1}^{M}C_{ij}^{(2)}U_j, \\ &-(A_{12} + A_{33} - \frac{D_{33}}{R^2})n\sum_{j=1}^{M}C_{ij}^{(1)}U_j \qquad (\because -\Upsilon \Lambda) \\ &+(A_{33} + \frac{2B_{33}}{R} + \frac{D_{33}}{R^2})\sum_{j=1}^{M}C_{ij}^{(2)}V_j \\ &-n^2A_{22}V_i + (\frac{B_{12}}{R} + \frac{2B_{33}}{R} + \frac{2D_{33}}{R})n\sum_{j=1}^{M}C_{ij}^{(2)}W_j \\ &-(n(A_{22} - \frac{B_{22}}{R}) - \frac{B_{22}}{R}n^3)W_i = \bar{N}_{\varphi}\sum_{j=1}^{M}C_{ij}^{(2)}V_j, \end{aligned}$$

$$+ \sum_{j=1}^{M} \left\{ \left(\frac{B_{12}}{R} + \frac{2B_{33}}{R} + \frac{2D_{33}}{R^2} \right) n C_{ij}^{(2)} \right\} V_j \\ + \left\{ \left(A_{22} - \frac{B_{22}}{R} \right) n + \frac{B_{22}}{R} n^3 \right\} V_i \\ + \sum_{j=1}^{M} \left\{ \left(-\frac{2B_{12}}{R} + \frac{2D_{12}}{R^2} \right) n C_{ij}^{(2)} \\ + \frac{D_{11}}{R^2} C_{ij}^{(4)} - \left(\frac{2D_{12}}{R^2} + \frac{4D_{33}}{R^2} \right) n^2 C_{ij}^{(2)} \\ + \sum_{j=1}^{M} \left\{ A_{22} - \frac{2B_{22}}{R} + \frac{D_{22}}{R^4} + \\ \left(-\frac{2B_{22}}{R} + \frac{2D_{22}}{R^2} \right) n^2 + \frac{D_{22}}{R^2} n^4 \right\} W_i = \bar{N}_{\varphi} \sum_{j=1}^{M} C_{ij}^{(2)} W_j.$$

۲-۲- شرایط مرزی و اعمال آن در معادلات

در این تحقیق، به بررسی دو نوع شرط مرزی کاربردی تکیهگاه گیردار - گیردار وتکیهگاه ساده - ساده پرداخته شده که معادلات آن بهترتیب عبارتند از [۱۹]:

u=v=w=w_{,x} = 0. (الف) -۲۹ الف)

معادلات شرایط مرزی با استفاده از روش تفاضل مربعات بهشکل زیر میباشد:

تکیهگاه گیردار

$$U_1 = U_N = V_1 = V_N = W_1 = W_2 = W_{N-1} = W_N = 0,$$

$$\sum_{j=1}^{M} C_{ij}^{(1)} W_j = 0.$$
 (i)

1-ANSYS

های عرضی به آن اضافه شده و درنهایت، جهت تشکیل شبکه منظم مثلثهای متساویالاضلاع، تقویتهای مورب به استوانه موردنظر اضافه می گردد.

۴-۱- مدلسازی و شبکهبندی

پس از دریافت ورودی ها، ابتدا استوانه ساده با استفاده از ابعاد داده شده، توسط کاربر ساخته می شود. با توجه به اینکه استوانه مورد تحلیل، با یک شبکه منظم مثلثی متساوی الاضلاع، تقویت شده است، در مرحله بعد، تقویت کننده های مورب با زاویه ۶۰ درجه، به مدل اضافه می گردد. در مرحله سوم، ریب ها یا تقویت کننده های افقی، به مدل اضافه شده و مدل، نهایی می گردد (شکل ۵). همان طور که در بالا به آن اشاره شد، اندازه ریب ها (طول و عرض) و اندازه مثلث ها، توسط کاربر قابل تغییر است که با توجه به طراحی مورد نیاز، قابل تغییر می باشد.

جهت مدل کردن پوسته استوانه، از المان پوسته ^۹^۲ و برای مدل کردن تقویت کنندهها، از المان تیر ۱۸۸^۲ استفاده شده است. جنس پوسته از آلیاژ آلومینیوم با مدول الاستیسیته ۲۲ گیگا پاسکال و نسبت پواسون ۰/۳ درنظر گرفته شده است. قابلذکر است که جنس نیز، توسط کاربر میتواند در کد تغییر یابد.



شکل (۵): المانبندی شبکه منظم.

جدول ۱ همگرایی المانبندی انجامشده بر روی یک استوانه با قطر و طول یک متر و تقویت کننده هایی با ارتفاع پنج سانتی متر و عرض پنج میلی متر را نشان می دهد. پس از مشخص شدن اندازه مناسب برای ابعاد المان ها، به طوری که این ابعاد در نتایج تأثیر گذار نباشند، این مقدار برای کلیه تحلیل ها، به عنوان مبنا قرار گرفته می شود.

۲-۴- شرایط مرزی

مسئله مورد نظر، در دو حالت شرط مرزی تکیه گاه ساده- ساده و تکیه گاه گیردار -گیردار تحلیل شده است. قابل ذکر است شرایط مرزی به المان های بالا و پایین مدل، اعمال گردیده است.



شکل (۶): پوسته استوانهای مشبک المانبندی شده.

برای حالت اول یعنی تکیه گاه ساده- ساده، جابه جایی المان ها پایینی و بالایی مدل در جهت های عرضی یعنی U و W و چرخش آنها در جهت y بسته شده است. در حالت دوم یعنی تکیه گاه گیردار - گیردار، تمامی جابه جایی ها و کلیه چرخش ها بسته شده است.

جدول (۱): بررسی تاثیر ابعاد المانها بر روی همگرایی بار

بحراني.	
بار بحرانی کمانش (تن)	اندازه المان
TVIT	•/• ۴
۳۵۹۵	•/•٣
3081	•/• ۲۵
3081	•/•٢
۳۵۵۰	•/• \Y
۳۵۵۰	۰/۰ ۱۶
۳۵۵۰	•/• 1۵

۴- نتایج و تفسیر آنها

در این بخش، نتایج و بررسیها بر روی بار بحرانی کمانش پوسته استوانهای مشبک \overline{N} ارائه می گردد. در تمامی نمودارها، بار بحرانی برحسب تن و با استفاده از رابطه 1000/ $N = 2\pi R \overline{N}_x$ بهدست می آید. جهت بررسی جامعتر نتایج، پارامترهای مختلفی از سازه انتخاب و تأثیر آنها بر پایداری سازه تحلیل گردیده است. در بررسی تأثیر هر پارامتر

¹⁻ Shell-63 Element

^{2 -}Beam-188 Element

انتخابی بر روی بار کمانش محوری، سه روش مختلف بررسی شده که عبارتند از:

روش اول: تحلیل حاصل از المان محدود است که به تفصیل بیان شد. نتایج حاصل از این روش، با نام تحلیل عددی در نمودارها ارائه شده است.

روش دوم: تحلیل حاصل از روش تفاضل مربعات بر مبنای حل معادلات تعادل پوسته مشبک با استفاده از روش ارائه شده در مرجع [۱۸] میباشد. نتایج حاصل از این روش، با عنوان مرجع [۱۸]، در نمودارها مشخص است.

در این روش، ماتریس سفتی پوسته و تقویت کننده، با نسبتهای حجمی زیر با هم جمع می شوند. به عبارت دیگر:

$$V_{sh} = \frac{V_{sh}}{V_{st} + V_{sh}}, \qquad V_{st} = \frac{V_{st}}{V_{st} + V_{sh}}.$$
 (39)

تأکید می شود که نتایج [۱۸]، طبق روند ارائه ده در منبع [۱۸] بوده و هیچ کدام از نتایج عیناً از مرجع [۱۸] آورده نشده است.

روش سوم: تحلیل ارائه شده در این مقاله میباشد که با نام تحلیل حاضر در نمودارها ارائه شده است که معادلات آن هم با روش تفاضل مربعات حل شده است.

روش دوم، دارای نقایصی میباشد. لذا در این مقاله، روش متفاوتی ارائهشده تا بتواند این کمبودها را رفع کند. در روش حاضر، ماتریس سفتی پوسته، با ضریب یک و ماتریس سفتی تقویت کنندهها با نسبت حجمی تقویت کنندهها به کل، با یکدیگر جمع می شوند.

روش چهارم: نتایج بهدست آمده از روش ارائهشده توسط اسناد ناسا [11] میباشد، این روش، یک روش تخمینی است که بهوسیله مرجع [11] برای ضخامت معادل سازههای تقویت شده با شبکه مثلثی پیشنهاد شده است. در این روش، تقویت کنندهها با یک پوسته معادل تخمین زده میشوند و این ضخامت با ضخامت پوسته جمع شده و با استفاده از فرمولهای کلاسیک، بار کمانش محوری پوسته معادل، بهدست خواهد آمد. این روش، بهعنوان یک روش ساده و کاربردی ارائه شده است. ضخامت پوسته ساده معادل، برابر

$$t_{eq} = t + \frac{\left(h \times b_s\right)}{a}.$$
 (TV)

که ، t_{eq} ضخامت معادل، t ضخامت پوسته، h ارتفاع تقویت کنندهها و a طول ضلع مثلثها می باشد.

 $\Delta - 1 - \pi$ تاثیر ارتفاع تقویت کننده ها بر بار کمانش محوری یکی از پارامترهای مهم در طراحی سازه های تقویت شده ارتفاع تقویت کننده ها بوده که در شکل های -1 - V بررسی شده است. در این بخش، استوانه هایی با ابعاد مختلف مورد بررسی قرار گرفته اند. در حالت اول، قطر استوانه یک متر، طول یک متر و تقویت کننده ها با ضخامت ۵ میلی متر درنظر گرفته شده است که برای دو ضخامت پوسته ۶ و ۱۰ میلی متر، نتایج ارائه شده است. طول ضلع مثلث های تقویتی نیز برابر ۱۰ سانتی متر می باشد. بار بحرانی براساس تن و ارتفاع تقویت کننده ها بر حسب متر می باشد. لازم به ذکر است که کلیه تحلیل ها برای شرایط مرزی ساده – ساده ارائه شده است.

با دقت در نتایج شکلهای ۱۰-۷، دیده می شود با افزایش ارتفاع تقویت کننده ها، میزان باربری سازه افزایش می یابد، که این افزایش به دلیل افزایش کمی ماتریس سفتی کل سازه می باشد. نمودار حاصل از روش چهارم (روش ناسا)، در بالای همه ی نمودارها می باشد، ولی علی رغم ساده بودن روش، دارای دقت خوبی می باشد که برای تخمین های اولیه، مناسب است.





نکتهای که مخصوصاً در دو شکل ۸ و ۱۰ باید مورد تأمل قرار گیرد، نتایج حاصل از روش دوم است که علی رغم انتظار، در ابتدا با افزایش h، بار بحرانی کاهش مییابد. این موضوع به این دلیل است که ماتریس سفتی پوسته از نظر کمی، بزرگتر از ماتریس سفتی تقویتکنندهها میباشد. لذا هنگامی که حجم تقویت کننده ها کم باشد، به دلیل کوچک تر از یک بودن ضریب ماتریس سفتی یوسته و کوچکبودن ضریب ماتریس سفتی تقویت کنندهها، ماتریس سفتی کل کاهش می یابد. درنتیجه بار بحرانی سازه کاهش می یابد. این رفتار، یکی از نقایص اصلی روش دوم بوده که اهمیت ارائه یک روش جدیدِ جایگزین را مشهود میسازد. بنابراین، روش سوم ارائه گردید. در روش سوم، ضریب ماتریس سفتی یوسته یک درنظر گرفته می شود و با ماتریس سفتی تقویت کننده ها با ضريب حجم تقويت كنندهها به حجم كل، جمع مي شود. با توجه به نتایج حاصل از المان محدود، می توان نتیجه گیری کرد که روش سوم (روش حاضر)، روشی مناسب و کارآمدی مىباشد.

۵-۲- تأثیر طول ضلع مثلثهای تقویتکننده a بر بار کمانش محوری

یکی از پارامترهایی که در بار بحرانی سازه، تأثیرگذار است، ابعاد مثلثهای به کار رفته در شبکه تقویت کنندهها می باشد. شکلهای **۱۲–۱۱** به این مورد پرداختهاند. استوانه موردنظر دارای قطر و طول یک متر و تقویت کنندههایی با ارتفاع ۶ سانتی متر و ضخامت ۵ میلی متر می باشد.

با دقت در شکلهای **۱۲–۱۱** دیده می شود با افزایش طول ضلع مثلثهای تقویت کننده، ظرفیت کمانشی سازه کاهش می ابد و این به خاطر کوچک شدن ماتریس سفتی تقویت کننده ها است. با توجه به نتایج، می توان دید هرچه فاصله تقویت کننده ها زیاد می شود، یعنی ابعاد مثلثهای به کاررفته بزرگ می شوند، بار بحرانی کاهش می یابد. کاملاً مشهود است که نتایج حاصل از روش حاضر دارای قرابت بسیار بالایی با نتایج حاصل از روش المان محدود دارد. در حالیکه دو روش دوم و چهارم دارای اختلاف چشم گیری با نتایج المان محدود هستند.





شکل (۸): تأثیر ارتفاع تقویتکنندهها بر بار بحرانی محوری (L=1 m , D=1 m , t=10 mm).



شکل (۹): تأثیر ارتفاع تقویتکنندهها بر بار بحرانی محوری (L=0.5 m , D=0.5 m , t=6mm).



شکل (۱۰): تأثیر ارتفاع تقویتکنندهها بر بار بحرانی محوری (L=0.5 m , D=0.5 m , t=10 mm)







شکل (۱۴): تأثیر ارتفاع تقویتکننده بر بار بحرانی برای شرایط مرزی گیردار - گیردار (t= 10 mm).

درشکلهای ۱۴–۱۳ دیده میشودکه با افزایش ارتفاع تقویتکنندهها، ظرفیت بارکمانشی سازه افزایش مییابد. نکته دیگری که باید به آن توجه کرد، این است که، درشرایط مرزی گیردار – گیردار، باتوجه به این که سفتی سازه بیشتر میشود، لذا باربری سازه افزایش مییابد. نمودارها نشان از دقت بالای نتایج روش حاضر دارد.

۵-۴- تاثیر ضخامت پوسته بر بار کمانش محوری

این بخش به بررسی اثر ضخامت پوسته بر بار کمانش پرداخته است. استوانه مورد تحلیل، دارای قطر و طول یک متر و



شکل (۱۱): تأثیر طول ضلع مثلثهای تقویتی a بر بار بحرانی (=t 6 mm).



بار بحرانی (t= 10 mm).

۵–۳– تأثیر شرایط مرزی بر بار کمانش محوری تحلیلهای ارائه شده در قسمتهای قبلی برای پوسته مشبک با شرایط مرزی ساده-ساده بود. برای بررسی توانمندی روش در تحلیل شرایط مرزی گیردار- گیردار، سعی شده از نمودارهایی شبیه نمودارهای بالا استفاده شود. در این قسمت، استوانهای با قطر نیم متر، طول نیم متر و تقویت کنندهها با ضخامت ۵ میلیمتر و طول ضلع مثلثهای تقویتی برابر ۱۰ سانتیمتر درنظر گرفته شدهاست که برای دو ضخامت پوسته ۶ و ۱۰ میلیمتر نتایج ارائه خواهد شد. بار بحرانی براساس تن و ضخامت تقویت کنندهها برحسب متر می باشد. Archive of SID

تقویت کنندههایی با ارتفاع ۶ سانتیمتر، ضخامت ۵ میلیمتـر و طول ضلع مثلثهای تقویتی، برابر ۱۰ سانتیمتر میباشد.



شکل (۱۵): تأثیر ضخامت پوسته بر بار بحرانی پوسته مشبک.

با دقت در نتایج، این نکته قابل مشاهده است که با افزایش ضخامت پوسته، بار کمانش افزایش مییابد که این موضوع بهدلیل افزایش مقدار ماتریس سفتی پوسته بوده و درنتیجه، ظرفیت کمانشی سازه افزایش مییابد. اختلاف بسیار ناچیز بین نتایج حاضر و مدل المان محدود، حاکی از دقت بالای روش حاضر و وجود خطای چشم گیر در دو روش دوم و چهارم، بهدلیل فرضیات آنها است.

۵-۵- بررسی اثر طول استوانه بر بار کمانش

یکی از موارد مهم، بررسی افزایش طول استوانه بر بار کمانش میباشد. در شکل ۱۶، ابعاد استوانه مانند بخش (۵-۴) درنظر گرفته شده و فقط طول افزایش مییابد. طبیعی است که با افزایش طول استوانه، بار کمانش کاهش یابد.



شکل (۱۶): تأثیر طول استوانه مشبک بر بار بحرانی.

شکل **۱۶** نشان میدهد با افزایش طول سازه، یا افزایش نسبت طول به شعاع، باربری سازه کاهش مییابد.

۶- نتیجهگیری

در مقاله حاضر، یک مدل ریاضی جدید برای ماتریس سفتی استوانههای همسانگرد مشبک پیشرفته در تحلیل کمانش خطی محوری آنها، ارائه شد. استوانه با استفاده از یک شبکه مثلثهای متساویالاضلاع تقویت شده است. ابتدا با استفاده از تحلیل نیروی و ممان، ماتریس سفتی شبکه تقویتی بهدست آمد. سیس با استفاده از یک مدل جدید نسبت حجمی، ماتریسهای تقویتی شبکه و پوسته، با یکدیگر در آمیخته شد تا ماتریس سفتی کل سازه بهدست آید. با استفاده اصل همیلتن و بر پایه تئوری پوسته فلوگه، معادلات تعادل سازه بهدست آمده و در پایان برای شرایط مرزی مختلف و با استفاده از روش تفاضل مربعات DQM، بار کمانش محوری پوسته بهدست آمده است. با استفاده از سه روش المان محدود، روش ارائه شده در مرجع [۱۸] و روش ساده ارائهشده در اسناد ناسا، روش پیشنهادی حاضر مورد صحهسـنجی قـرار گرفت. نتایج برای پارامترهای مختلف هندسی استوانه مشبک، نشان از دقت بالای مدل ریاضی حاضر دارد. اختلاف بین نتایج حاضر و نتايج المان محدود ناچيز است. بنابراين مهندسان و محققان میتوانند مدل ریاضی حاضر را بهعنوان یک روش دقیو، در تحلیل و طراحی کمانشے و حتے ارتعاشی استوانههای مشبک به کار برند.

۷- مراجع

- Kalantari, S. and Fadaee, M. "Stability Analysis of Weight Optimum Waffle Cylindrical Shells -A New Approach", Modares Mechanical Engineering, Vol. 14, No. 14, pp. 177-174, 2014 (In Persian).
- 2. Hundington, B. "Isogrid Design Handbook", NASA CR-124075, 1973.
- 3.Vasiliev, V. and Lopatin, A. "Theory of Lattice and Stiffened Composite Shells", Proceedings of the First SSR-US Symposium on Mechanics of Composite Materials, Riga, Latvia USSR, ASME Publ. House, pp. 23–26 May, 1989.
- Hou, A. and Gramoll, K. "Compressive Strength of Composite Latticed Structures" J. Reinforce Plastic Compos., Vol. 17, No.5, pp. 462–483, 1998.
- Morozov, E., Lopatin, A., and Nesterov, V. "Finite-Element Modelling and Buckling Analysis of Anisogrid Composite Lattice Cylindrical Shells", Compos. Struct., Vol. 93, No. 17, pp. 308–323, 2011.

Boundary Conditions"", Aerospace Mechanics Journal, Vol. 9, No. 2, pp. 55-68, 2012 (In Persian).

- 20.Shu, C. "Generalized Differential-Integral Quadrature and Application to the Simulation of Incompressible Viscose Flows Including Parallel Computation", Phd thesis, University of Glasgow, 1999.
- 21.Knighton, D., "Delta Launch Vehicle Isogrid Structure Nastran Analysis", NASA Goddard Space Flight Center, 1970.
- Mehrabadi, S.J., Karimi Samar, R., and Bohluli, M. "Mechanical Buckling Analysis of Open Circular Cylindrical Shells Reinforced with Single walled Carbon Nanotubes", Aerospace Mechanics Journal, Vol. 9, No. 4, pp. 51-59, 2012 (In Persian).
- Ren, M., Li, T., Huang, Q., and Wang, B. "Numerical Investigation into the Buckling Behavior of Advanced Grid Stiffened Composite Cylindrical Shell", J. Reinforce Plastic Compos., Vol. 33, No. 16, pp. 1508-1519, 2014.
- Kidane, S. "Buckling Analysis of Grid Stiffened Composite Structures", Msc Thesis, Department of Mechanical Engineering, Louisiana State University, 2002.
- Bunakov, V. and Fedorov, L. "Application of Micropolar Theory of Elasticity to Lattice Structures", Mechanics of Solids, Proc of Russian Academy of Science, Vol. 4, No. 10, pp. 148–154, 1999 (in Russian).
- 10.Soong, T. "Bukling of Cylindrical Shells with Ecentric Spira- Type Stiffeners", AIAA Journal, Vol. 7, No. 1, pp. 65-72, 1996.
- Slinchenko, D. and Verijenko, V. "Structural Analysis of Composite Lattice Shells of Revolution on the Basis of Smearing Stiffness", Compos. Struct., Vol. 54, No. 3, pp. 341–348, 2001.
- 12. Shu, C. "Differential Quadrature and Its Application in Engineering", First Edition, Springer-Verlag London, 2000.
- Bert, C. and Malik, M. "Free Vibration Analysis of Tapered Rectangular Plates by Differential Quadrature Method: a Semi-Analytical Approach", J. Pressure Vessels Piping, Vol. 190, No. 1, pp. 41-63, 1996.
- Loy, C., Lam, K., and Shu, C. "Analysis of Cylindrical Shell Using Generalized Differential Quadrature", Shock and Vibration, Vol. 4, No. 3, pp. 193-198, 1997.
- Shu, C. and Du, H. "A Generalized Approach for Implementing General Boundary Conditions in the GDQ Free Vibration Analysis of Plates" Inter. J. Solids Struct., Vol. 34, No. 7, pp. 837-846, 1997.
- Shu, C. and Du, H. "Free Vibration Analysis of Laminated Composite Cylindrical Shells by DQM", Composite Part B-Eng., Vol. 28, No. 3, pp. 267-274, 1997.
- Mirfakhraei, P. and Redekop, D. "Buckling of Circular Cylindrical Shells by the Differential Quadrature Method", Inter. J. Pressure Vessels Piping, Vol. 75, No. 4, pp. 347-353, 1998.
- Wodesenbet, E., Kidane, S., and Pang, S. "Optimization for Buckling Loads of Grid Stiffened Composite Panels", Compos. Struct., Vol. 60, No. 2, pp. 159–169, 2003.
- Hosseini Hashemi, Sh., Bisadi, H., Ilkhani, M.R., and Fadaee, M. " Accuracy Analysis of Donnell & Sanders Theories for Free Vibration of Thick Functionally Graded Cylindrical Shell in Various