

## طراحی ابعادی پنل تقویت شده فشاری با استفاده از

### مفهوم شناسه سازه

مرتضی دزیانی<sup>۱</sup>، حسین دلایلی<sup>۲</sup> و شهرام یوسفی<sup>۳</sup> حمید نخ‌فروش<sup>۴</sup>

پژوهشکده هواخورشید  
دانشگاه فردوسی مشهد

مجتمع دانشگاهی مکانیک هوافضا  
دانشگاه صنعتی مالک اشتر

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۹/۱۳؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۷/۱۰)

#### چکیده

مراحل متعدد در فرایند طراحی سازه‌های هوایی، اثرات متقابل موضوعات طراحی و لزوم در اختیارداشتن یک پیش‌بینی اولیه در مراحل طراحی، نیاز به وجود یک روش طراحی پارامتریک کلی برای اجزاء مختلف سازه‌ای را ضروری می‌سازد. روش طراحی براساس مفهوم شناسه سازه یک روش طراحی و تحلیل هم‌زمان بوده که با دریافت پارامتر کلیدی شناسه سازه و خصوصیات مواد می‌تواند طراحی کاملی از مقطع پنل تقویت شده فشاری را در اختیار طراح قرار دهد. در این مقاله ضمن بررسی و تحلیل روش طراحی پنل تقویت شده با مفهوم شناسه سازه با پیکربندی کلی، نتایج آن از دو راهبرد مختلف استخراج شده و با انجام اصلاحاتی، نتایج روش شناسه سازه به نتایج تحلیل‌های چرخه‌ای مرسوم نزدیک‌تر شده است. در نهایت نتایج حاصل با نتایج روش‌های جاری طراحی مقایسه شده‌اند. روش شناسه سازه علاوه بر این که خود می‌تواند یک روش طراحی محسوب شود، به‌عنوان ابزاری برای تعیین حدود ناحیه بهینه و انتخاب نقاط اولیه طراحی در روش‌های بهینه‌سازی عددی بر پایه روابط تحلیلی و یا روش‌های اجزاء محدود قابل استفاده می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** روش شناسه سازه، بهینه‌سازی سازه، پنل تقویت شده، طراحی ابعادی

## Sizing of Compression Stiffened Panel using Structural Index Concept

M. Dezyani, H. Dalayeli and Sh. Yousefi

Mechanic Aerospace Department  
MalekeAshtar University of Technology

H. Nakhforoosh

Sun Air Research Institute  
Ferdowsi University of Mashhad

(Received: 4/December/2013; Accepted: 2/October/2015)

#### ABSTRACT

Different steps of design process in aerospace structures, interaction of design parameters in the complete design process and the necessity of the preliminary prediction of structural geometry dictate the presence of a general parametric design method for preliminary sizing of different structural components. The design method of structural index concept is a simultaneous design and analysis process that can provide complete details of panel geometry by having the structural index and material properties of a stiffened panel. In this paper, the design and analysis process of compressed stiffened panel is described by structural index concept with general configuration and the results are extracted with two different approaches. Then the results are modified to confirm the common iterative methods. Finally, the results are compared with the results of current methods. In addition to its application as a design method, structural index concept also can be used to determine optimal region of design space and choose initial design points which required for numerical optimization methods based on analytical or F.E.M methods.

**Keywords:** Structural Index Method, Structural Optimization, Stiffened Panel, Dimensional Sizing

۱- دانشجوی دکتری: dezyani@ymail.com

۲- استادیار: hdalayeli@mut-es.ac.ir

۳- دانشیار (نویسنده پاسخگو): yousefi100@mut-es.ac.ir

۴- کارشناسی ارشد: hnakhforoosh@gmail.com

روش‌ها معمولاً از روابط تجربی [۵-۳] و نمودارهای طراحی اولیه برای تعیین متغیرهای طراحی استفاده می‌گردد. محدودیت استفاده از نوع مصالح، محدوده بارگذاری، هندسه تقویت‌کننده و نامشخص بودن دقت و مبنای استخراج آنها، مشکل اصلی استفاده از این نمودارهای تجربی می‌باشد. همچنین، در بیش‌تر موارد دو یا چند پارامتر اولیه می‌بایست توسط طراح انتخاب گردد که معمولاً معیار مشخصی بر آنها وجود ندارد. روش طراحی اولیه پنل تقویت‌شده با استفاده از مفهوم شناسه سازه<sup>۱</sup> یک ابزار تحلیلی مناسب برای به‌دست آوردن ابعاد اولیه سازه می‌باشد که در انواع پیکربندها قابل استفاده است.

در روش‌های بهینه‌سازی‌های عددی از آنجایی که نتایج کاملاً وابسته به ابعاد عددی مسئله موردنظر می‌باشند، استنتاج یک نتیجه کلی وجود نداشته، و با هر بار تغییر در پارامترهای ورودی، تمام فرایند بهینه‌سازی می‌بایست مجدداً از نقطه آغازین تکرار شود. کارآمدی روش‌های عددی بهینه‌سازی در مراحل نهایی طراحی غیرقابل انکار است، هنگامی که تمام جزئیات با کم‌ترین ساده‌سازی می‌بایست در نظر گرفته شوند.

راهبردی که در اینجا برای طراحی اولیه یعنی پنل تقویت‌شده فشاری<sup>۲</sup> مورد استفاده قرار می‌گیرد، روش طراحی بهینه براساس مفهوم شناسه سازه است. از خصوصیات این روش این است که پس از استنتاج نتایج، تنش مجاز و همچنین ابعاد نسبی پارامترهای طراحی در دسترس بوده و در گام‌های اولیه طراحی که بسیاری از پارامترها به‌طور دقیق معین نیستند، کارآمد است.

## ۲- معرفی روش شناسه سازه

روش شناسه سازه یک روش تحلیل و طراحی همزمان است که با استفاده از روابط تحلیلی موجود در سازه‌ها، رابطه‌ای کلی برای سطح تنش مجاز و ابعاد بهینه سازه به‌طور پارامتریک به‌دست می‌دهد. ورودی‌های مسئله در این روش طراحی، پارامتر شناسه سازه (رابطه (۱))، خصوصیات مواد و ابعاد اصلی سازه می‌باشند (مانند طول و عرض).

$$K = \frac{N}{L} \quad (1)$$

به‌طوری‌که،  $N$  شدت بار اعمالی (در اینجا lb/in) و  $L$  طول پنل (فاصله بین دو ریب در بال) می‌باشد. پارامتر شناسه سازه به

## فهرست علائم و اختصارات

A	مساحت مقطع پنل تقویت شده، $\text{in}^2$
E	مدول الاستیک، psi
I	گشتاور دوم سطح، $\text{in}^4$
K	شناسه سازه، psi
L	طول پنل تقویت شده، in
N	شدت بار مجاز محوری، lb/in

## علائم یونانی

$\rho$	شعاع ژیراسیون، $\text{in}^2$
$\sigma$	تنش، psi

## زیرنویس‌ها

cr	کریپلینگ (مربوط به تنش)
cy	تسلیم فشاری (مربوط به تنش)
gb	کمانش کلی
lb	کمانش محلی
sk	پوسته
st	تقویت کننده (استرینگر)

## ۱- مقدمه

در طراحی سازه‌های هوایی از مرحله طراحی اولیه تا طراحی جزئیات، در اختیارداشتن یک روش پارامتریک کلی برای اندازه‌کردن اجزاء ضروری است. نیاز به داشتن پیش‌بینی از هندسه و رفتار جزء سازه‌ای موردنظر و امکان به‌روزرسانی آن با توجه به تغییر در دیگر پارامترهای موجود در فرایند کامل طراحی، برخی از دلایل نیاز به این راهبرد می‌باشند. این روش می‌بایست حتی‌الامکان سریع، دقیق و کلی باشد. طراحی حاصل از این روش پارامتریک کلی می‌تواند تا تبدیل شدن به طرح نهایی تغییر کرده و روش‌های بهینه‌سازی متنوع و جدیدتری نیز بر روی آن اعمال گردد [۱]. لازم به‌ذکر است که، با توجه به تعامل موضوع طراحی سازه با دیگر موضوعات طراحی در یک فرایند کامل، امکان تغییریافتن برخی از پارامترهای ورودی مسئله از قبیل بارگذاری و یا ابعاد طرح وجود دارد. علاوه‌بر قابل استفاده‌بودن این روش در طراحی مقدماتی سازه وسیله نقلیه هوایی، نتایج آن برای حصول یک طرح بهینه نهایی نیز به‌عنوان یک نقطه شروع طراحی مناسب قابل استفاده است.

در اغلب روش‌های طراحی پنل تقویت‌شده (عنصر سازه‌ای مورد بررسی در این مقاله) نقطه شروع طراحی و ابعاد اولیه با توجه به معلومات مسئله طراحی معین نمی‌گردند [۲]. در این

1- Structural Index

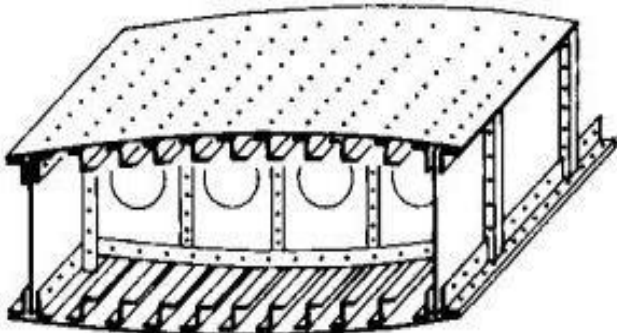
2- Compression Stiffened Panel

طراحی که از چرخه‌های تکرارشونده طراحی استفاده می‌کنند، نزدیک‌تر باشد.

تاکنون روش‌های متفاوتی را برای پیش‌بینی کمانش محلی مقاطع تقویت‌کننده ارائه شده است [۱۴-۱۳]. در این مقاله از دو راهبرد متفاوت (روابط تحلیلی کمانش ورق‌ها و نمودارهای تجربی که به صورت روابط تحلیلی در مرجع [۵] آورده شده است) استفاده می‌گردد. در نهایت نتایج این دو راهبرد متفاوت مورد مقایسه قرار گرفته است.

### ۳- طراحی پنل تقویت‌شده فشاری

پنل تقویت‌شده یا همان پوسته تقویت‌شده مقید، از یک پوسته با طول و عرض مشخص به همراه یک تقویت‌کننده<sup>۲</sup> یا استرینگر<sup>۳</sup> با شکل و ابعاد مشخص تشکیل شده است. بسته به بارگذاری موردنظر، شکل و ابعاد تقویت‌کننده متغیر خواهد بود، اما به طور معمول در پنل تقویت‌شده فشاری (پنلی که در معرض بار فشاری محوری قرار دارد)، متداول‌ترین نوع تقویت‌کننده در سازه‌های هوافضایی، تقویت‌کننده نوع Z و J می‌باشد [۳]. این عنصر سازه‌ای به طور گسترده‌ای در سازه‌های هوایی و فضایی کاربرد دارد. به عنوان مثال در سازه بال هواپیمای سنگین و نیمه‌سنگین، پنل تقویت‌شده پوسته-استرینگر به طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد (شکل ۱).



شکل (۱): پنل تقویت‌شده در سازه جعبه بال [۱۵].

هندسه پنل تقویت‌شده پوسته-استرینگر با تقویت‌کننده نوع Z در یک گام، در شکل ۲ نشان داده شده است.

طراحی ابعادی پنل تقویت‌شده فشاری با استفاده از مفهوم شناسه سازه...

اشکال مختلفی تعریف می‌شود، اما همیشه بعد آن نیرو بر مربع طول است [۶]. روش شناسه سازه برای تحلیل و اندازه‌کردن عناصر سازه‌ای مختلفی مورد استفاده قرار گرفته است که می‌توان به انواع تیرهای فشاری و خمشی، پوسته‌ها و پوسته‌های تقویت‌شده اشاره کرد [۶]. همچنین در مورد سازه‌های با مواد مرکب و تیرهای فشاری با هسته و پوسته با جنس متفاوت نیز این روش فقط با قید استحکام به کار گرفته شده است [۶-۷].

بسته به نوع مسئله مورد بررسی، تابع هدف در استخراج روابط می‌تواند وزن تیر و یا پارامتر تراکم حجمی  $(V/L^3)$  [۸] و یا سطح تنش مجاز در سازه باشد. بدیهی است که در یک سازه با مقدار معلوم شناسه سازه، افزایش سطح تنش مجاز مترادف با کاهش وزن سازه می‌باشد.

استفاده از روش شناسه سازه و روش تحلیل و طراحی همزمان این راهبرد در موضوع پنل تقویت‌شده به مقاله معتبر فرار<sup>۱</sup> در سال ۱۹۴۹ بر می‌گردد [۹]. در این روش که در مرجع [۱۰] نیز به شکل دیگری آورده شده است، روش شناسه سازه برای طراحی پنل تقویت‌شده با تقویت‌کننده نوع Z ارائه شده است. در هندسه مورد بررسی پنل تقویت‌شده، عرض بال، عرض جان و ضخامت تقویت‌کننده دارای مقادیر مشخصی بوده و نتایج را نمی‌توان به دیگر شکل‌های تقویت‌کننده و یا تقویت‌کننده Z با نسبت‌های دیگر هندسی تعمیم داد. همچنین در این تحقیق برای پیش‌بینی کمانش محلی و اثر متقابل کمانش محلی و فراگیر سازه از نمودارهای تجربی با محدودیت در ابعاد استفاده شده است. در مقاله حاضر نتایج بدون وابستگی به نسبت هندسی مشخص به صورت کلی استخراج گردیده‌اند. همچنین از روابط مشخص جبری (تحلیلی و یا تجربی) برای پیش‌بینی کمانش محلی استفاده شده است. یکی از موارد مشابه در تحلیل‌های ارائه‌شده تاکنون در موضوع طراحی پنل تقویت‌شده که در مراجع [۱۰-۱۲] آورده شده است، استفاده از رابطه کمانش اوپلر برای تحلیل و طراحی پنل تقویت‌شده می‌باشد. در مقاله حاضر در یک روش نوآورانه از رابطه کمانش اوپلر در مرحله اندازه‌دهی پنل استفاده شده است، اما در بخش تحلیل و استخراج بار مجاز پنل تقویت‌شده با توجه به نسبت لاغری سازه طراحی شده، رابطه دقیق‌تر اوپلر-جانسون مورد استفاده قرار گرفته است. این راهبرد باعث شده است که، نتیجه نهایی طراحی به نتایج دیگر روش‌های

2- Stiffener  
3- Stringer

1- Farrar

روش معمول برای محاسبه تنش کمانش کلی، استفاده از رابطه اوپلر است:

$$\sigma_{gb} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L'}{\rho}\right)^2} \quad (۴)$$

$$\rho = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (۵)$$

به طوری که،  $\rho$  شعاع ژیراسیون،  $I$  ممان اینرسی دوم سطح حول محوری گذرنده از مرکز سطح پنل موازی عرض پوسته  $b$  سطح مقطع و  $E$  مدول الاستیک می باشد. مقدار  $L'$  نیز طول تصحیح شده پنل فشاری پوسته- استرینگر است که بسته به شرایط تکیه گاهی و نوع اتصال آن به ریبها معمولاً مقدار  $L' = \frac{L}{\sqrt{C}} = \frac{L}{\sqrt{1.5}}$  برای آن منظور می گردد [۳].

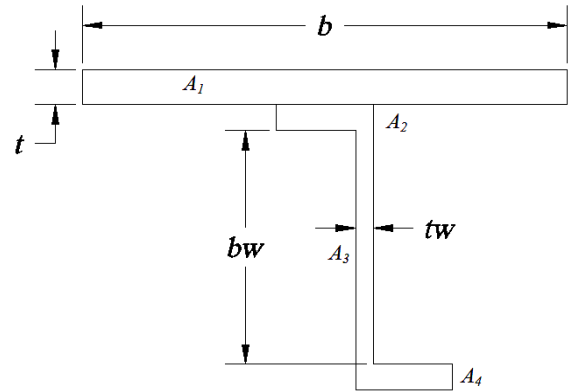
رابطه (۴) یک رابطه عمومی برای کمانش کلی ستونها بوده و برای استفاده در مرحله طراحی رابطه مناسبی است. این رابطه می تواند در ترکیب با دیگر روابط در پیش بینی تنش مجاز پنل تقویت شده به کار گرفته شود. در موضوع کمانش کلی ستونها و بسته به نسبت لاغری ستون، استفاده از رابطه اوپلر- جانسون می تواند مقدار دقیق تری از تنش کمانش کلی را در اختیار بگذارد (رابطه (۶)).

$$\sigma_{gb} = \sigma_{cy} \left[ 1 - \frac{\sigma_{cy} \left(\frac{L'}{\rho}\right)^2}{4\pi^2 E} \right] \quad (۶)$$

به طوری که،  $\sigma_{cy}$  تنش مجاز فشاری ماده می باشد.

از آنجایی که، در یک پنل تقویت شده پوسته- استرینگر، تنش کریپلینگ استرینگر به عنوان تنش خرابی و یکی از مدهای خرابی آن در نظر گرفته می شود با قراردادن تنش کریپلینگ به جای تنش مجاز فشاری ماده در رابطه (۶) باز هم می توان به تقریب دقیق تری از تنش کمانش کلی رسید [۳-۲]. استفاده مستقیم از رابطه (۶) در فرایند طراحی ممکن نیست و می بایست از این رابطه در یک گام اصلاحی استفاده کرد.

در روش ارائه شده در این مقاله، پوسته و تقویت کننده می بایست به گونه ای اندازه شوند که کمانش محلی در هیچ کدام از اجزاء آن رخ ندهد. به عبارت دیگر تمام عرض پوسته، موثر در نظر گرفته می شود [۱۴]. لذا می توان از رابطه کلی ارائه شده در تئوری صفحه برای تحلیل تنش کمانش محلی پوسته و استرینگر استفاده کرد:



شکل (۲): هندسه پنل تقویت شده با تقویت کننده نوع Z.

از آنجایی که در روابط مورد استفاده در فرایند طراحی علاوه بر جزییات مقطع پوسته  $(b, t)$  و جان استرینگر  $(b_w, t_w)$  فقط عباراتی از مساحت بال های استرینگر<sup>۱</sup>  $(A_2)$  و  $(A_4)$  خواهد آمد، در شکل ۲ نیز متغیرهای طراحی اصلی نشان داده شده اند. در گام پایانی روشی برای اندازه کردن جزییات بال های بالایی و پایینی استرینگر ارائه خواهد شد.

متغیرهای طراحی این مسئله همان ابعاد هندسی مقطع هستند که به عنوان مجهولات مسئله طراحی در نظر گرفته می شوند (رابطه (۲)). تابع هدف کمینه کردن وزن پنل است و در صورتی که جنس پوسته و استرینگر یکسان در نظر گرفته شود (رابطه (۳)) این تابع هدف معادل کمینه کردن سطح مقطع پنل می باشد. بدیهی است که با ثابت در نظر گرفتن پارامتر شناسه سازه، دستیابی به حداکثر تنش مجاز معادل حداقل سطح مقطع نیز خواهد بود.

$$X = \{b, t, b_a, t_a, b_w, t_w, b_f, t_f\} \quad (۲)$$

$$f(X) = \min (bt + b_a t_a + b_w t_w + b_f t_f) \quad (۳)$$

در مسائل بهینه سازی، معیاری که یک طرح را قابل قبول و یا مردود می سازد، قید مسئله طراحی نام دارد. با هدف ارائه یک نتیجه کلی پارامتریک با استفاده از راهبرد شناسه سازه برای پنل تقویت شده فشاری می توان سه قید تنش کمانش کلی یا موجی<sup>۲</sup>، تنش کمانش محلی یا کریپلینگ<sup>۳</sup> و تنش تسلیم فشاری ماده را به عنوان قیود طراحی نام برد، به این مفهوم که سطح تنش در هر جزیی از پنل نباید از این سه مقدار فراتر رود.

- 1- Stringer Flanges
- 2- Global or Flexural Buckling
- 3- Local Buckling or Crippling

نقطه قوت روش ارائه شده در این موضوع نهفته است که روابط ارائه شده کلی بوده و امکان اعمال به پنل تقویت شده با استرینگرهای J و Z بدون پیش فرض خاصی را دارد. ابتدا مساحت بال‌های بالایی و پایینی استرینگر به صورت نسبتی از جان استرینگر تعریف می‌شوند:

$$b_a t_a \equiv A_2 = \alpha A_3 = \alpha (b_w t_w) \quad (10)$$

$$b_f t_f \equiv A_4 = \beta A_3 = \beta (b_w t_w) \quad (11)$$

$\alpha$  و  $\beta$  نسبت بی‌بعد مساحت‌ها می‌باشند. با صرف نظر کردن از عبارات درجه دوم و درجات بالاتر ضخامت‌ها، عبارت ساده شده ذیل برای  $I$  به دست خواهد آمد:

$$I = \frac{1}{12} \frac{1}{bt + b_w t_w \alpha + b_w t_w + b_w t_w \beta} \times \left[ b_w^3 t_w \left( \frac{4b_w t_w \alpha + 12\alpha \beta b_w t_w + b_w t_w}{+4\beta b_w t_w + 4bt + 12\beta bt} \right) \right] \quad (12)$$

با تعریف نسبت سفتی پنل<sup>۳</sup> به صورت:

$$SR \equiv \frac{A_{st}}{A_{sk}} = \frac{b_w t_w (\alpha + \beta + 1)}{bt} \quad (13)$$

که یک نسبت مهم در طراحی پنل تقویت شده می‌باشد، می‌توان رابطه (۱۲) را به صورت زیر نوشت:

$$I = \frac{1}{12} \frac{b_w^3 t_w (SR \times f_1 + f_2)}{(1 + SR)} \quad (14)$$

در جایی که:

$$f_1 = \frac{4\alpha + 4\beta + 12\alpha\beta + 1}{\alpha + \beta + 1} \quad (15)$$

$$f_2 = 4 + 12\beta \quad (16)$$

و مساحت کل پنل (تابع هدف) عبارت خواهد بود از:

$$A = bt(1 + SR) \quad (17)$$

با معتبر فرض کردن رابطه (۷) برای پیش‌بینی تنش کمانش محلی پوسته و جان استرینگر و برابر قراردادن هر سه قید طراحی، می‌توان ابعاد بهینه پنل را به گونه‌ای یافت که هیچ کدام از قیود نقض نشده و همچنین همزمان هر سه قید طراحی فعال باشند.

۱. با استفاده از روابط (۴)، (۵) و (۱۴) می‌توان رابطه تنش کمانش کلی را به صورت زیر نوشت:

$$\sigma_1 = k_1 E \left( \frac{b}{L} \right)^2 \quad (18)$$

$$k_1 = \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{b_w}{b} \right)^3 \left( \frac{t_w}{t} \right) \left[ \frac{(SR \times f_1 + f_2)}{(1 + SR)^2} \right] \quad (19-الف)$$

$$\sigma_{tb} = k_{cr} E \left( \frac{t}{b} \right)^2 \quad (7)$$

در رابطه (۷)،  $t$  ضخامت ورق تحت بارگذاری فشاری محوری و  $b$  بعدی از ورق است که بار محوری فشاری به آن اعمال می‌شود. اگرچه رابطه فوق تقریبی است و در فرمول دقیق‌تر آن نسبت طول به عرض ورق ( $a/b$ ) نیز موثر است، اما در صورتی که این نسبت بیشتر از ۳ فرض شود (که در پنل تقویت شده فشاری فرض کاملاً صحیحی است)، می‌توان رابطه کلی فوق را با دقت قابل قبولی صحیح در نظر گرفت. ضریب  $k_{cr}$  بسته به شرایط تکیه‌گاهی ورق دارد و برای یک ورق با چهار طرف تکیه‌گاه ساده (مانند جان استرینگر<sup>۱</sup> یا پوسته پنل)  $k_{cr}=3.62$  منظور می‌گردد.

روش دیگر، استفاده از رابطه (۷) برای تحلیل کمانش پوسته و استفاده از روابط تجربی زیر برای کمانش محلی یا کریپلینگ استرینگر می‌باشد [۵]:

$$\sigma_{cr} = 0.6121 \sigma_{cy} \left[ \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_{cy}}{E}} \right]^{-0.7735} \quad (8)$$

$$\sigma_{cr} = 1.1819 \sigma_{cy} \left[ \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_{cy}}{E}} \right]^{-0.7882} \quad (9)$$

رابطه (۸) تنش مجاز کریپلینگ یا همان کمانش محلی مقطع استرینگر را با این شرط که جزء مورد نظر دارای یک سر آزاد باشد (مانند بال بیرون زده استرینگر<sup>۲</sup>) در اختیار می‌گذارد (با شرط:  $\sigma_{cr} < 0.9\sigma_{cy}$ ). برای محاسبه تنش کریپلینگ در جان استرینگر از رابطه (۹) استفاده می‌شود که برای اجزاء بدون سر آزاد استخراج گردیده است. لازم به ذکر است که روابط استفاده شده برای محاسبه تنش کریپلینگ در حقیقت نمودارهای تجربی هستند که به مناسب‌ترین شکل به روابط تحلیلی تبدیل شده‌اند و در مراجع مختلف به صورت نمودار و یا به شکل فرمول مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۴-۵ و ۱۴].

استفاده از رابطه دقیق ممان اینرسی دوم سطح پنل تقویت شده در روابط طراحی، علاوه بر پیچیده کردن معادلات حاصل سبب می‌شود که امکان استخراج نتایج کلی نیز از دست برود، لذا در ابتدا می‌بایست به نحوی از متغیرهای طراحی کاسته شود و در گام دوم رابطه‌ای ساده با تقریبی قابل قبول برای محاسبه ممان اینرسی و شعاع ژیراسیون حاصل گردد.

1- Stringer Web

2- Stringer Outstanding Flange

$$k_{2st} = 3.62 f_3^2 \left( \frac{(t_w/t)^2}{SR} \right)^2 \frac{E_{st}}{E_{ef}} \quad (23)'$$

$$SR = \frac{E_{st}}{E_{sk}} f_3 (t_w/t)^2 \quad (25)'$$

از طریق برابر قراردادن تنش‌های بحرانی  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$  و معلوم فرض کردن ضرایب  $k_1, k_2, k_3$  ابعاد بهینه پوسته به دست خواهد آمد:

$$t = \left( \frac{k_3^2}{k_1 k_2} \right)^{\frac{1}{4}} \left( \frac{LN}{E} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (29)$$

$$b = \left( \frac{k_2 k_3^2}{k_1^3} \right)^{\frac{1}{4}} \left( \frac{NL^3}{E} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (30)$$

با قراردادن این ابعاد در هر کدام از روابط (۱۸)، (۲۰) یا (۲۶) حداکثر تنش مجاز عبارت خواهد بود از:

$$\sigma_{opt} = \left( k_1 k_2 k_3^2 \right)^{\frac{1}{4}} \left( \frac{NE}{L} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (31)$$

$$F = \left( k_1 k_2 k_3^2 \right)^{\frac{1}{4}} \rightarrow F = \frac{0.9523}{1+SR} \left[ \left( \frac{k_2}{f_3^3} \right) \frac{SR^3 (SR \times f_1 + f_2)}{(t_w/t)^2} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (32)$$

به طوری که  $N/L$  پارامتر شناسه سازه با توان  $1/2$  بوده و  $F$  فاکتور کارایی شکل است که تابعی از پارامترهای  $t_w/t$  و  $SR$  می‌باشد. در نهایت می‌توان با استفاده از رابطه (۲۵) تعداد متغیرهای فاکتور کارایی شکل را به یک کاهش داده و با مشتق‌گیری مقدار بهینه آن را پیدا کرد:

$$F = 1.3136 \left( \frac{(t_s/t)^4 (f_1 f_3 (t_w/t)^2 + f_2)}{(1 + f_3 (t_w/t)^2)^4} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (33)$$

و یا با متغیر فرض کردن  $SR$  به دست می‌آید:

$$F = 1.3136 \left( \frac{SR^2 (SR f_1 + f_2)}{f_3^2 (1 + SR)^4} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (34)$$

و از آنجا:

$$\left( \frac{t_w}{t} \right)_{opt} = \frac{1}{f_1 f_3} \times \left( 0.707 \sqrt{f_1 f_3 (3f_1 - 2f_2 + \sqrt{9f_1^2 - 4f_1 f_2 + 4f_2^2})} \right) \quad (35)$$

$$SR_{opt} = \frac{0.5}{f_1} \left( 3f_1 - 2f_2 + \sqrt{9f_1^2 - 4f_1 f_2 + 4f_2^2} \right) \quad (36)$$

یا به صورت ساده‌تر:

$$k_1 = \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{SR}{1 + \alpha + \beta} \right)^3 \left( \frac{t}{t_w} \right)^2 \left[ \frac{(SR \times f_1 + f_2)}{(1 + SR)^2} \right] \quad (19)$$

۲. رابطه کلی زیر را می‌توان برای کمانش محلی (پوسته و جان استرینگر) استخراج کرد:

$$\sigma_2 = k_2 E \left( \frac{t}{b} \right)^2 \quad (20)$$

اگر پوسته در حالت بحرانی باشد، ضریب کمانش محلی عبارت خواهد بود از:

$$k_2 \equiv k_{2sk} = 3.62 \quad (21)$$

رابطه کمانش بحرانی جان استرینگر عبارت است از:

$$\sigma_{lb-stringer-web} = 3.62 E \left( \frac{t_w}{b_w} \right)^2 \quad (22)$$

می‌توان  $k_2$  را به گونه‌ای منطبق با رابطه (۲۱) تعریف کرده و ضریب کمانش محلی در حالت بحرانی، بودن استرینگر را به دست آورد:

$$k_2 \equiv k_{2st} = 3.62 f_3^2 \left( \frac{(t_w/t)^2}{SR} \right)^2 \quad (23)$$

به طوری که:

$$f_3 = \alpha + \beta + 1 \quad (24)$$

حالت بهینه زمانی خواهد بود که پوسته و استرینگر به طور همزمان در حد نهایی تنش مجاز خود قرار گیرند:

$$k_{2sk} = k_{2st} \rightarrow SR = f_3 (t_w/t)^2 \quad (25)$$

۳. رابطه تنش حدی عبارت است از:

$$\sigma_3 = k_3 \left( \frac{N}{t} \right) \quad (26)$$

$$k_3 = \frac{1}{1 + SR} \quad (27)$$

در صورتی که خصوصیات مواد پوسته و استرینگر متفاوت با یکدیگر باشند، می‌توان با تعریف مدول الاستیک موثر پنل تقویت‌شده به صورت زیر [۵]:

$$E_{ef} = \frac{E_{sk} + E_{st} SR}{(1 + SR)} \quad (28)$$

روابط (۱۸)، (۲۱)، (۲۳) و (۲۵) را به صورت زیر اصلاح کرد:

$$\sigma_1 = k_1 E_{ef} \left( \frac{b}{L} \right)^2 \quad (18)'$$

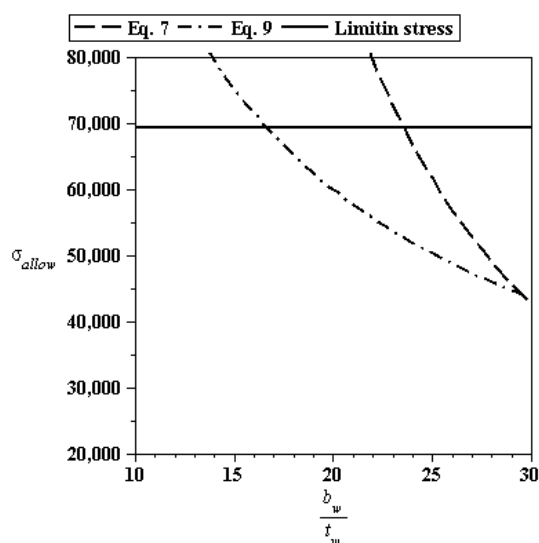
$$k_{2sk} = 3.62 \frac{E_{sk}}{E_{ef}} \quad (21)'$$

$$N_{all} = \frac{\sigma_{allow} A}{b} \quad (38)$$

مقدار واقعی شناسه سازه عبارت خواهد بود از:

$$K_{real} = \frac{N_{all}}{L} \quad (39)$$

می توان با استفاده از روابط (۸) و (۹) برای محاسبه تنش کریپلینگ جزء مقطع جان استرینگر، فرایند طراحی را بهبود بخشید. با مقایسه دو رابطه (۷) و (۹) برای پیش بینی تنش کریپلینگ جان استرینگر از نمودار شکل ۴ می توان نتیجه گرفت که رابطه تجربی اخیر محافظه کارانه تر بوده و با اضافه کردن این شرط اضافی می توان نتیجه حاصله را اصلاح کرد.



شکل (۴): مقایسه روابط (۷) و (۹) برای پیش بینی تنش کریپلینگ جان استرینگر (تنش با واحد psi).

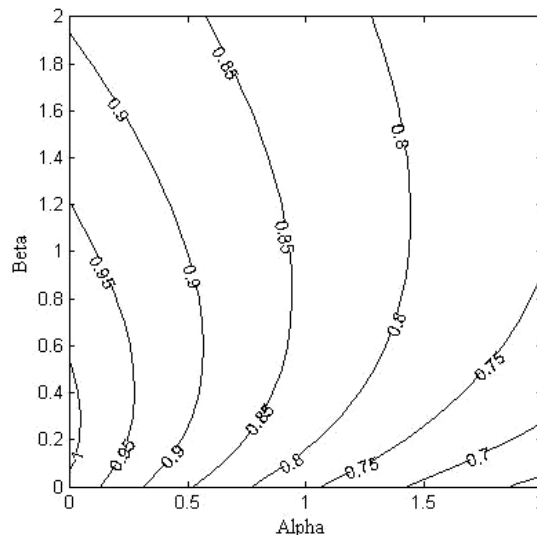
لازم به ذکر است که در روش های معمول طراحی نسبت  $b_w/t_w$  معمولاً بین ۱۸ تا ۲۲ در نظر گرفته می شود [۳-۵] و در نسبت های بیشتر از ۳۰، مقدار مجاز تنش کریپلینگ جان استرینگر به شدت کاهش می یابد. نمودارهای شکل ۴ با در نظر گرفتن مشخصات ماده مطابق با جدول ۱ رسم شده اند.

جدول (۱): مشخصات ماده پنل تقویت شده.

۱۰۷۰۰۰۰۰ (psi)	مدول الاستیک (E)
۷۷۰۰۰ (psi)	تنش تسلیم فشاری ( $\sigma_{cy}$ )
۰/۳۳	ضریب پواسون (ν)

بیشترین مقدار تنشی که می توان برای کریپلینگ در نظر گرفت، مقدار  $0.9\sigma_{cy}$  است که در حدود نسبت  $b_w/t_w=16$  حاصل

با استفاده از روابط (۲۹)، (۳۰)، (۳۵) و (۳۶) می توان ابعاد بهینه پنل فشاری و مقدار مجاز تنش فشاری را برای هر پیکربندی دلخواه پنل (متغیرهای  $\alpha$  و  $\beta$ ) یافت. همچنین با توجه به اینکه فاکتور کارایی بهینه (که مقادیر بهینه  $t_w/t$  و  $SR$  در آن جایگذاری شده اند)، خود تابعی از  $\alpha$  و  $\beta$  می باشد، می توان تغییرات مقدار بهینه فاکتور کارایی را نسبت به تغییر در این پارامترها مشاهده کرد (شکل ۳):



شکل (۳): بررسی تغییرات  $\alpha$  و  $\beta$  در مقدار فاکتور کارایی شکل.

با روش بیان شده ابعاد بهینه پنل، مقدار فاکتور کارایی شکل و سطح تنش مجاز در هر پیکربندی و مقدار دلخواه شناسه سازه به دست آمد. از طرفی با توجه به اینکه در این راهبرد هر سه مقدار تنش کمانش کلی پنل، تنش کریپلینگ استرینگر و تنش کمانش محلی پوسته با هم برابر قرار داده می شوند، می توان با استفاده از رابطه (۶) و با توجه به نسبت لاغری پنل مقدار تنش مجاز را اصلاح و آن را به مقدار واقعی نزدیک تر کرد. به این منظور باید مقدار تنش به دست آمده از رابطه (۳۱) را به عنوان تنش کریپلینگ فرض کرد و با قراردادن آن در رابطه (۶)، مقدار تنش مجاز پنل را یافت:

$$\sigma_{allow} = \sigma_{opt} \left[ 1 - \frac{\sigma_{opt} \left( \frac{L}{\rho} \right)^2}{4\pi^2 E} \right] \quad (37)$$

و در نهایت شدت بار مجاز طراحی به دست خواهد آمد:

یافت. در نهایت نیز برای اصلاح مقدار تنش مجاز و شدت بار بحرانی روابط (۳۷) و (۳۸) به کار گرفته می‌شوند.

تاکنون روش‌هایی برای اندازه‌کردن ابعاد اصلی پنل تقویت‌شده پوسته- استرینگر مطرح گردید که در آن ابعاد پوسته، مساحت استرینگر و ابعاد جان استرینگر به دست آمدند. مهم‌ترین شرط برای اندازه‌کردن بال‌های بالایی و پایینی استرینگر عدم کمانش محلی این مقاطع است. با این راهبرد می‌توان هر دو نوع استرینگر J و Z را با توجه به نیاز طراح اندازه کرد. برای نیل به این هدف می‌توان از رابطه تجربی تنش کریپلینگ (۸) استفاده کرد. برای استرینگرهای نوع Z می‌توان نوشت:

$$\frac{b_a}{t_a} \leq \left[ \frac{E^{p/2} \sigma_{allow}}{k \sigma_{cy}^{1+p/2}} \right]^{\frac{1}{p}} \quad (46)$$

$$b_a t_a = \alpha b_w t_w \quad (47)$$

به طوری که،  $k=0.6121$  و  $p=-0.7735$  می‌باشد. همچنین در استرینگرهای نوع J:

$$\frac{b_a}{2t_a} \leq \left[ \frac{E^{p/2} \sigma_{allow}}{k \sigma_{cy}^{1+p/2}} \right]^{\frac{1}{p}} \quad (48)$$

$$b_a t_a = \alpha b_w t_w \quad (49)$$

در صورتی که قید طراحی خاصی بر روی ابعاد بال استرینگر وجود نداشته باشد، روابط کوچک‌تر مساوی (۴۶) و (۴۸) به مساوی تبدیل می‌شوند.

در روابط فوق،  $\sigma_{allow}$  تنش مجاز اعمال‌شده بر روی پنل است. در صورتی که از روش فوق برای اندازه‌کردن بال بیرون‌زده استرینگر استفاده شود، می‌بایست در روابط (۴۷) و (۴۹) از ضریب  $\beta$  استفاده شود.

#### ۴- بررسی نتایج

به منظور اعتبارسنجی رابطه کلی (۳۱)، نتایج آن با نمونه حل‌شده در مرجع [۱۰] که در آن نسبت  $\alpha = \beta = 0.3$  است مقایسه می‌گردد. در نمونه مورد بررسی ضخامت جان استرینگر با ضخامت بال‌های آن برابر و مساوی  $t_w$  در نظر گرفته می‌شود: با این توضیحات  $f_1=1/6$ ,  $f_2=7/6$ ,  $f_3=1/6$  و ضریب کمانش بحرانی محلی  $k_2$  نیز بسته به بحرانی بودن پوسته و یا استرینگر مطابق با روابط (۲۱) و یا (۲۳) خواهد بود. در نتیجه می‌توان فاکتور کارایی شکل را بر حسب متغیرهای طراحی رسم کرده و مقادیر بهینه آن را به دست آورد. مطابق با نمودار شکل

می‌شود. هر چند می‌توان از نسبت‌های بیشتر از ۱۶ نیز استفاده کرد، اما تنش معادل در مقطع نباید از مقدار مشخص شده توسط نمودار (رابطه (۹)) فراتر رود. به همین دلیل برای استخراج رابطه بهینه، تنش معادل برابر با تنش کریپلینگ مقطع جان استرینگر قرار داده می‌شود.

در این راهبرد چهار رابطه برای معرفی تنش‌های بحرانی در سازه معرفی می‌شوند (سه معادله مستقل) که به ترتیب عبارتند از: تنش کمانش کلی، تنش کریپلینگ جان استرینگر، تنش کمانش پوسته و تنش معادل در سازه.

$$\sigma_1 = \left( \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{SR}{f_3} \right)^3 \frac{(SR \times f_1 + f_2)}{(1+SR)^2} \right) \left( \frac{b}{L(t_w/t)} \right)^2 \quad (40)$$

$$\sigma_{2st} = \left( k \sigma_{cy} \left( E^{-1/p} \sqrt{E/\sigma_{cy}} \right)^p \left( \frac{f_3}{SR} \right)^p \right) E \times \left[ (t_w/t)^{2p} \left( \frac{t}{b} \right)^p \right] \quad (41)$$

$$\sigma_{2sk} = 3.62 E \left( \frac{t}{b} \right)^2 \quad (42)$$

$$\sigma_3 = \frac{1}{1+SR} \left( \frac{N}{t} \right) \quad (43)$$

اگر ضرایب سمت چپ در روابط فوق به ترتیب  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  و  $k_{2sk}$  و متغیرهای طراحی  $t_w/t$ ،  $b$  فرض شوند، به طوری که مقدار  $SR$  نیز یا از طریق بهینه‌سازی و یا به صورت دلخواه انتخاب شود، می‌توان با انجام عملیات ریاضی لازم، شکل نهایی تابع تنش بر حسب شناسه سازه و متغیرهای طراحی را به دست آورد:

$$\sigma_{opt} = \left( k_1 k_2 k_3 \frac{1}{2} k_{2sk} \right)^{\frac{2p}{7p+2}} E^{\frac{3p+2}{7p+2}} \left( \frac{N}{L} \right)^{\frac{4p}{7p+2}} \quad (44)$$

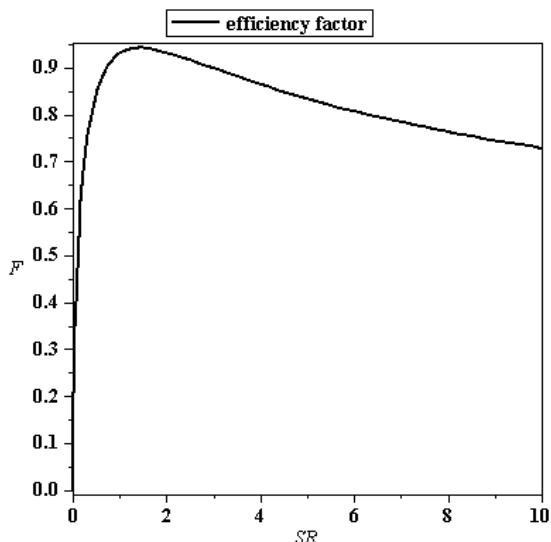
به طوری که،  $p=1/1819$  و  $p=+0.7882$  می‌باشد. مشخصات ماده نیز مطابق با جدول ۱ است. در نتیجه:

$$\sigma_{opt} = 3867.33 \times$$

$$\left( \pi^2 \left( \frac{SR}{f_3} \right)^{3.1} \frac{(SR \times f_1 + f_2)}{(1+SR)^4} \right)^{0.2097} \left( \frac{N}{L} \right)^{0.4194} \quad (45)$$

با استفاده از رابطه (۴۴) می‌توان مقدار بیشینه یا بهینه تنش فشاری مجاز را برای هر پیکربندی دلخواه پنل (متغیرهای  $\alpha$  و  $\beta$ ) یافت. همچنین با معلوم‌بودن متغیرهای  $\alpha$  و  $\beta$ ، می‌توان با مشتق‌گیری از رابطه (۴۵) مقدار بهینه‌ای برای  $SR$



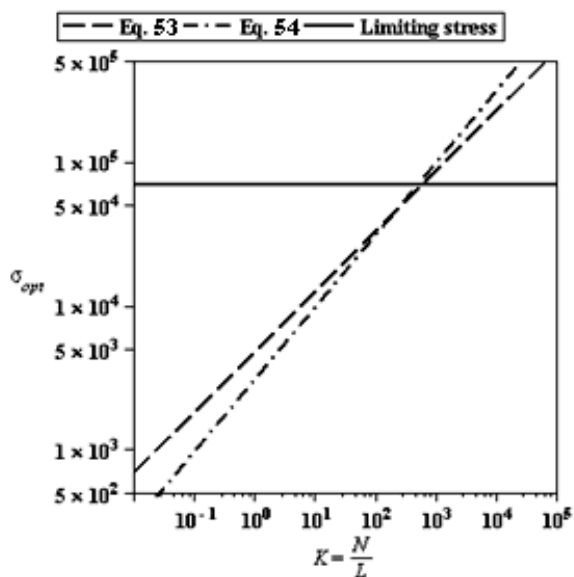


شکل (۶): تغییرات مقدار بهینه فاکتور کارایی شکل.

در صورتی که رابطه تنش بهینه (۴۵) با پیکربندی مشخصات ماده مطابق با جدول ۱ استخراج گردد، نتیجه کاملاً قابل مقایسه با رابطه (۵۳) است:

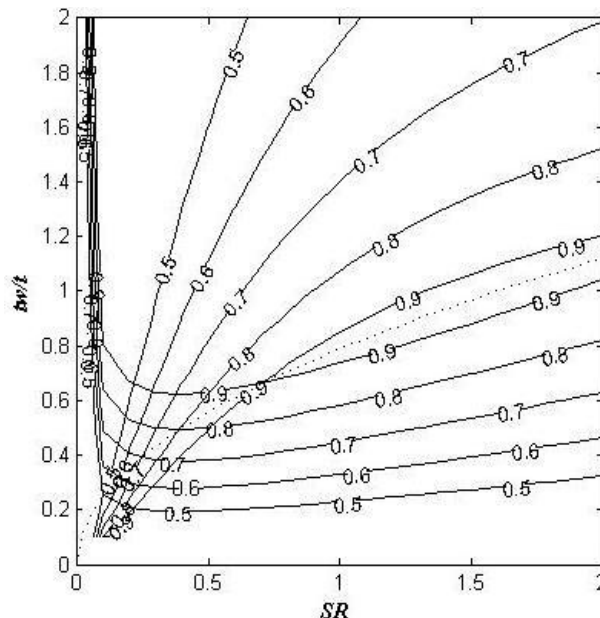
$$\sigma_{opt} = 4737.4 \left( \frac{N}{L} \right)^{0.4194} \quad (54)$$

با رسم نمودارهای تنش بهینه هر دو راهبرد برحسب شناسه سازه در شکل ۷ مشخص می شود که نتایج هر دو روش کاملاً نزدیک به هم می باشند، اگرچه رابطه (۵۴) محافظه کارانه تر است (تنش با واحد psi).



شکل (۷): مقایسه مقدار تنش بیشینه از دو راهبرد طراحی.

۵. اگر  $SR < f_3(t_w/t)^2$  پوسته و اگر  $SR > f_3(t_w/t)^2$  استرینگر در حالت بحرانی کمانش قرار می گیرد. نقطه بهینه طراحی زمانی است که پوسته و استرینگر همزمان به بار کمانش بحرانی محلی برسند که این موقعیت برابر کمانش کل پنل نیز خواهد بود (نمودار نقطه چین در شکل ۵).



شکل (۵): تغییرات فاکتور کارایی شکل،  $t_w/t$  و  $SR$ .

حال با کاهش متغیرهای طراحی به یک متغیر (با استفاده از رابطه (۲۵)) می توان مقدار بهینه آن را یافت (شکل ۶). در این حالت مقادیر بهینه عبارتند از:

$$\left( \frac{t_w}{t} \right)_{opt} = 0.94 \quad (50)$$

$$SR_{opt} = 1.4127 \quad (51)$$

$$F_{opt} = 0.943 \quad (52)$$

$$\sigma_{opt} = 0.943 (KE)^{\frac{1}{2}} \quad (53)$$

مقادیر بهینه بالا قابل مقایسه با مقادیر بهینه ذکر شده در مرجع [۱۰] هستند که عبارتند از  $t_w/t=1.05$ ،  $SR=1.5$  و  $F=0.95$ . اختلاف در مقادیر بهینه به علت به کارگیری ضرایب دقیق تر کمانش محلی در مرجع [۱۰] با استفاده از نمودارهای تجربی موجود بوده است.

داشت، اما روش شناسه سازه همچنان برتری خود را به عنوان یک ابزار اولیه در اندازه کردن ابعاد پنل تقویت شده فشاری حفظ خواهد کرد.

**جدول (۳):** مقایسه نتایج استرینگر نوع Z با بال‌های مساوی.

بخش ۳	مرجع [۵]	روش طراحی
مرجع [۵]	مرجع [۵]	مشخصات ماده
۶۲۳/۱ (۷۲۰)	۶۲۳/۱	شناسه سازه (lb/in <sup>2</sup> )
۰/۵	۰/۵	SR
۱۶۲۰۰	۱۶۲۰۰	شدت بار مجاز (lb/in)
ابعاد پنل تقویت شده (in)		
۵/۳۶۹۴	۴/۸۸۷۳	b
۰/۲۲۱۸۷	۰/۲۰۸۴	t
۲/۲۳۴۱	۲/۱۵۷۶	b <sub>w</sub>
۰/۱۲۴۵۹	۰/۱۱۰۴	t <sub>w</sub>
۱/۳۳۳۱	۰/۹۲۹۰	b <sub>a</sub>
۰/۱۱۹۰	۰/۱۴۵۹	t <sub>a</sub>
۱/۷۸۷۰	۱/۵۲۷۸	A

#### ۵- نتیجه گیری

در این مقاله، روند کامل طراحی پنل تقویت شده فشاری با استرینگرهای نوع J و Z و با پیکربندی و خصوصیات مواد دلخواه تشریح گردید. به منظور مقایسه و اعتبارسنجی، نتایج حاصل با نتایج محققان قبلی با روش‌های مختلف مقایسه گردید. در این مقایسه اگرچه نتایج حاصل از روش شناسه سازه از لحاظ وزن سنگین تر از دو روش چرخه‌ای بیان شده است، اما به عنوان یک ابزار اندازه‌دهی نتایج قابل قبولی را ارائه می‌کند، در صورتی که در دو روش ذکر شده می‌بایست ابعاد اولیه پنل به صورت دلخواه انتخاب شده و با قرار گرفتن در چرخه‌های طراحی تا هنگام برآورده شدن قیود اصلاح شوند.

در روش اصلاحی مطرح شده در مقاله حاضر، ابتدا ابعاد بهینه پنل تقویت شده با استفاده از راهبرد شناسه سازه به عنوان تنش مجاز کماتش کلی به دست آمد. سپس از این ابعاد بهینه و مقدار تنش بیشینه (بهینه) به دست آمده، برای پیش‌بینی دقیق تر تنش مجاز و شدت بار مجاز پنل تقویت شده استفاده می‌شود. همان‌طور که بیان شد استخراج هندسه نزدیک به بهینه، امکان تغییر در نسبت سفتی بهینه، پیکربندی استرینگر و خصوصیات مواد و اخذ سریع نتایج طراحی (هندسه پنل تقویت شده) از خصوصیات روش طرح شده می‌باشد. به کارگیری

مقایسه نتایج حاصل از تحلیل‌های بخش ۳ (رابطه (۴۵)) با یک نمونه پنل تقویت شده طراحی شده در مرجع [۳] در جدول ۲ آورده شده است.

**جدول (۲):** مقایسه نتایج، استرینگر نوع J.

بخش ۳	مرجع [۳]	روش طراحی
جدول ۱	جدول ۱	مشخصات ماده
۳۳۳/۳ (۴۸۶/۶)	۳۳۳/۳	شناسه سازه (lb/in <sup>2</sup> )
۰/۵	۰/۵	SR
۱۰۹۵۰	۱۰۹۶۵	شدت بار مجاز (lb/in)
ابعاد پنل تقویت شده (in)		
۵/۴۷۳۶	۵/۰۸	b
۰/۱۹۶	۰/۱۵۵	t
۲/۱۸	۱/۸۹	b <sub>w</sub>
۰/۰۹	۰/۰۹۶	t <sub>w</sub>
۱/۹۸۹۱	۲/۰۲	b <sub>a</sub>
۰/۱۲۴۵	۰/۱۰۸	t <sub>a</sub>
۱/۱۴۸۴	۰/۷۵	b <sub>f</sub>
۰/۰۷۱۹	۰/۰۹۶	t <sub>f</sub>
۱/۶۰۹۲	۱/۲۴۹۲	A
۰/۷۰۳	۰/۵۸۷۲	ρ

در هر دو روش با در نظر گرفتن مقدار معلوم شناسه سازه و مشخصات مواد، ابعاد بهینه و شدت بار محوری مجاز پنل به دست آمده است. در طراحی کاربردی پنل‌های تقویت شده فشاری به علت دیگر ملزومات طراحی از نسبت سفتی غیربهینه استفاده می‌شود (معمولاً SR=۰/۵ [۳ و ۵])، بدیهی است در صورت استفاده از مقدار بهینه نسبت سفتی، مقدار تنش مجاز نیز افزایش خواهد یافت.

در صورتی که ابعاد به دست آمده از روش شناسه سازه، با روش تحلیلی - چرخه‌ای معرفی شده در مرجع [۳] مورد تحلیل قرار گیرد، شدت بار محوری مجاز  $N_{all}=11462$  lb/in به دست می‌آید که نزدیک به نتایج حاصل در جدول ۲ است.

همچنین، نتایج حاصل از راهبرد حاضر با نتایج ارائه شده در مرجع [۵] که در آن از الگوریتم بهینه‌سازی برنامه‌ریزی درجه دوم ترتیبی برای اندازه‌کردن پنل تقویت شده پوسته - استرینگر استفاده شده است، در جدول ۳ مورد مقایسه قرار گرفته است. بدیهی است که باتوجه به عددی بودن روش بهینه‌سازی مرجع [۵] و استفاده از یک فرایند چرخه‌ای با در نظر گرفتن کلیه جزئیات، این روش نتایج بهتری خواهد

14. Bruhn E.F. "Analysis and Design of Flight Vehicle Structures", Tri-State Offset Company, 1973.
15. Wiedemann, J. "Leichtbau1: Elemente" Berlin, Germany: Springer, 1996.

نتایج این روش برای نقاط اولیه طراحی در روش‌های بهینه‌سازی عددی باعث بهبود نتایج و کاهش هزینه محاسبات بهینه‌سازی می‌گردد.

#### ۶- مراجع

1. Colson, B., Bruynee, M., Grihon, S., Raick, C. and Remouchamps, A. "Optimization Methods for Advanced Design of Aircraft Panels: a Comparison", Optimization and Engineering, No. 11, pp. 583-596, 2010.
2. van der Veen, S. and Coatta, D. "Stiffened Panels in Compression: Redirecting Loads Toward High-Strength Stiffeners", in 45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics & Materials Conference, Palm Springs, 2004.
3. Niu, C.Y.M. "Airframe Stress Analysis and Sizing", 2nd ed.: Hong Kong Conmilit Press, 2001.
4. Abdo, M., piperni, P.P. and Kafyeke, F "Conceptual Design of Stringer Stiffened Compression Panels", in Canadian Aeronautics and Space Institute 50th AGM and Conference, Montreal, 2003.
5. Chintapalli, S., Elsayed, M., Sedaghati, R. and Abdo, M. "The Development of a Preliminary Structural Design Optimization Method of an Aircraft Wing-Box Skin-Stringer Panels", Aerospace Science and Technology, pp. 188-198, 2010.
6. Wiedemann, J. "Leichtbau 2: konstruktion" Germany: Springer-verlag, 1996.
7. Budiansky, B., "On the Minimum Weights of Compression Structures", International Journal of Solids and Structures, No. 25, pp. 3677-3708, 1999.
8. Dezyani, M., Nakhforoosh, H., Yousefi, S. and Dalayeli, H. "An Investigation On The Optimum Design Using Structural Index Concept: Study Of Bending Beams", in 21st International Conference on Mechanical Engineering, Tehran, 2013 (in persian).
9. Frrar, D.J. "The Design of Compression Structures for Minimum Weight", Journal of Aeronautical Society, Vol. 53, pp. 1041-1053, 1949.
10. Rees, D.W.A. "Mechanics of optimal structural design", John Wiley and Sons, Ltd, 2009.
11. Richards, D.M. "The Minimum Weight Design of Compression Structures Including Plasticity Effects", Cranfield Institute of Technology, PhD Thesis 1977.
12. Gerard, G. "Handbook of Structural Stability-Compressive Strength of Flat Stiffened Panels", NACA, Washington, NACA TN 3784, 1957.
13. Gerard, G. "Handbook of Structural Stability-Failure of Plates and Composite Elements", NACA, Washington, NACA TN 3784, 1957.