

کمانش ترمومغناطیسی پانل استوانه‌ای از جنس ماده تابعی مدرج دوبعدی با استفاده از روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته

فرهاد مرادی^۱ و سعید جعفری مهرآبادی^۲

گروه مهندسی مکانیک

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد اراک

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۹/۱۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۷/۱۰)

چکیده

در این مقاله، کمانش حرارتی پانل استوانه‌ای با ضخامت کم از جنس ماده تابعی مدرج دوبعدی که در ساختار آن یک لایه ماده چندفازی مگنتو-الکترو-الاستیک با خواص الاستیکی خاص به منظور اثرپذیری سازه از میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی استفاده شده، بررسی می‌شود. خواص ماده تابعی مدرج در جهات طول و محیط با کسر حجمی‌هایی از توابع نمایی در نظر گرفته شده‌اند. معادلات تعادل سازه مذکور بر اساس تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی و با در نظر گرفتن ترم‌های غیرخطی کرنش در روابط کرنش - تغییر مکان به دست آمده و سپس با ایجاد نمو در مولفه‌های تغییر مکان و اعمال معادلات اویلر بر تابع تغییرات دوم انرژی پتانسیل، معادلات پایداری به دست آمده‌اند. در ادامه، با نوشتن معادلات پایداری بر حسب تغییر مکان و اعمال شرایط مرزی، با استفاده از روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته دوبعدی، اختلاف دمایی بحرانی کمانش سازه به دست آمده و با مقایسه نتایج حاصل از این روش با نتایج به دست آمده از روش المان محدود، اطمینان کافی از دقت روش حل حاصل شده است. در پایان اثرات خصوصیات هندسی سازه، ولتاژ مغناطیسی اعمالی به سطح خارجی پانل و تغییر خواص مواد بر اختلاف دمایی بحرانی کمانش حرارتی پوسته مورد بررسی قرار گرفته است.

واژه‌های کلیدی: پیزومغناطیس، ماده تابعی مدرج دوبعدی، کمانش حرارتی، مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته، پانل استوانه‌ای با ضخامت کم و طول کوتاه

Magneto-Thermo-Elastic Buckling Analysis of 2D-FGM Open Cylindrical Shell by GDQ Method

F. Moradi and S. Jafari Mehrabadi

Mechanical Engineering Department

Islamic Azad University of Arak

(Received: 1/December/2014; Accepted: 2/October/2015)

ABSTRACT

In this paper thermal buckling of a thin cylindrical panel made of piezo-magnetic two dimensional functionally graded materials (2D-PFGM) subjected to magnetic field have been investigated. The material properties of structure assumed varying by exponential functions of volume fraction in longitudinal and circumferential directions. In order to solving the problem at the first, the equilibrium equations have been derived by the first order shear deformation theory by concerning the nonlinear terms from the strain-displacement relations. In the next step, by giving the incremental changes on the displacement components and calculating the resultant forces and moments, using Lagrang's equations on the second functional of potential energy the stability equations have been derived. After solution the mentioned equations by generalized differential quadrature method based on the simply supported boundary conditions the critical buckling temperature has been determined. By solving the numerical example in special cases and comparing the obtained results we confident from the method of analysis. At the end, effect of geometrical features, applied voltage on the external surface of panel, and changing the material properties on the critical buckling load have been investigated.

Keywords: Piezo-Magnetic, 2D- FGM, Thermal Buckling, GDQ Method, Thin and Short Cylindrical Panel

۱- کارشناسی ارشد: engmechmoradi@gmail.com

۲- استادیار (نویسنده پاسخگو): s-jafari@iau-arak.ac.ir

۱- مقدمه

امروزه پوسته‌ها و پانل‌های استوانه‌ای مدور با توجه به شرایط هندسی‌شان کاربردهای زیادی پیدا کرده‌اند که محدوده آنها از ساختارهای بزرگ مکانیکی و عمرانی تا تجهیزات کوچک الکترونیکی را شامل می‌شود، به‌علاوه با افزایش نیاز به سازه‌های سبک که دارای مقاومت حرارتی بالا نیز باشند، سازه‌های ساخته شده از مواد تابعی مدرج به ویژه استوانه‌ها، مورد توجه فوق العاده‌ای قرار گرفته‌اند. این سازه‌ها در برخی موارد تحت بارگذاری‌های گوناگون قرار گرفته و دچار پدیده‌های متفاوت از جمله کمانش می‌گردند. اگر انرژی کرنشی غشایی ذخیره‌شده در پوسته در شرایطی به انرژی کرنشی خمشی تبدیل شود، سازه به‌صورت آشکار دچار تخریب می‌شود که این فرایند را اصطلاحاً کمانش می‌نامند. مواد تابعی مدرج اولین بار در ژاپن ساخته شدند [۱]. خواص مکانیکی در مواد تابعی مدرج به‌طور پیوسته از یک سطح تا سطح دیگر تغییر می‌کند.

تاکنون روش‌های مختلفی برای بررسی کمانش حرارتی پانل‌های استوانه‌ای با ضخامت کم و طول محدود ارائه گردیده است. روش مربعات دیفرانسیلی که نخستین بار توسط بلمن و کاستی^۱ [۲] معرفی شده، روشی جایگزین برای حل مستقیم معادلات حاکم بر مسائل مختلف مهندسی است که امروزه برای حل مسائل مربوط به انواع سازه‌ها استفاده می‌شود. نسخه بهبود یافته روش مربعات دیفرانسیلی، GDQ نام دارد که توسط شو^۲ معرفی شده است.

۲- پیشینه و ادبیات تحقیق

مطالعات بسیار گسترده‌ای از زوایای مختلف پیرامون پدیده کمانش پوسته‌های استوانه‌ای انجام گرفته است که در ادامه به برخی از آنها اشاره می‌گردد. هوی‌شن‌شن^۳ [۴] در سال ۲۰۱۱ به تحلیل پس‌کمانش پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی در محیط حرارتی در حالت بارگذاری فشارمحوری پرداخته است. وی همچنین در همان سال، پانل کامپوزیتی را تحت بارگذاری فشارخارجی جانبی (فشار هیدرواستاتیک) مورد مطالعه قرار داده است [۵]. درویزه و همکارش [۶] در سال ۲۰۰۷ کمانش حرارتی پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی نسبتاً ضخیم تحت بارگذاری حرارتی متقارن را با استفاده از روش المان محدود بررسی کرده‌اند. در

همان سال، شریعت [۷] تحلیل دینامیکی کمانش حرارتی تحت بارگذاری فشارخارجی با در نظر گرفتن شکل عمومی تانسور کرنش گرین در مختصات منحنی‌الخط و تئوری مرتبه بالا با استفاده از روش المان محدود را بررسی کرد و اسلامی و همکارش [۸] نیز در همان سال با استفاده از فرضیات سندرس^۴ به تحلیل ترموالاستیک پوسته استوانه‌ای نازک براساس معادلات پایداری بهبودیافته پرداختند. یک راه‌حل دقیق کلاسیک برای کوپل مغناطیسی-حرارتی و الاستیک در مختصات استوانه‌ای توسط جباری و همکارش [۹] در سال ۲۰۱۲ براساس سری فوریه هانکل و تبدیلات لاپلاس ارائه شد و همچنین در همان سال قربان‌پور و همکارانش [۱۰] در تحلیلی دیگر، پاسخ الکتریکی-حرارتی و مکانیکی استوانه جداره‌ضخیم پیزوالکتریک تقویت‌شده با نانولوله‌های برونونیتريد را ارائه کردند. پنگ‌فی‌هو^۵ و همکارش [۱۱] در سال ۲۰۰۴ پاسخ‌های گذرای مغناطیسی و الکتریکی و الاستیک استوانه‌های توخالی را با استفاده از خاصیت جداسازی متغیرها ارائه کردند. ژانگ لانگ^۶ و همکارش [۱۲] به بررسی کمانش و ارتعاش پوسته استوانه‌ای از جنس مواد تابعی مدرج در شرایط مغناطیسی-الکتریکی و حرارتی پرداخته و اثر تغییرات بارهای خارجی از قبیل نیروی محوری، اختلاف دمای سطوح بالایی و پایینی، ولتاژ الکتریکی و ولتاژ مغناطیسی را بررسی نموده و به نتایجی همچون تاثیر خواص هندسی بر اختلاف دمای بحرانی دست یافتند و همچنین در سال ۲۰۰۰ [۱۳] ژاکوب آبودی^۷ در گزارش سازمان ناسا به شماره CR-2000,209787 و نیز ژو سانگ‌لی^۸ [۱۴] در سال ۲۰۰۳ به بررسی ساختار درونی لایه‌های کامپوزیتی چندفازی به‌منظور امکان بررسی همزمان اثرات میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی و شرایط الاستیکی ماده ماتریس پرداختند. مدل‌سازی و بررسی رفتار و خواص ماده چندفازی مگنتو-الکترو-الاستیک با استفاده از روش المان محدود در سال ۲۰۰۹ توسط بی‌بیجو^۹ [۱۵] و تیان‌تانگ^{۱۰} [۱۶] و نیز در سال ۲۰۱۳ توسط کندایه^{۱۱} [۱۷] ارائه گردیده که همگی نتایج یکسان داشته که مولف در این پژوهش از این نتایج به‌طور گسترده استفاده نموده است.

4 - Sanders

5 - Peng Fei Hou

6 - Zhang Lang

7- Jacob Aboudi

8- JAE Sang Lee

9- Biju

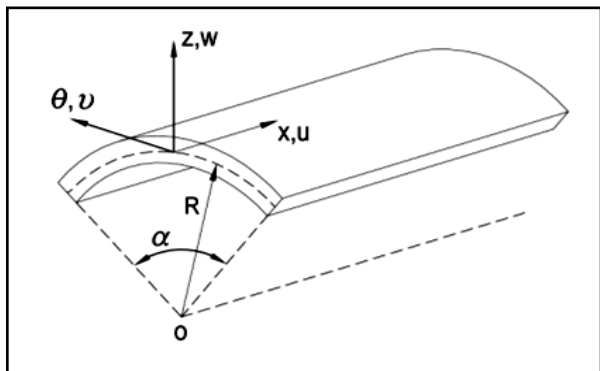
10- Tian Tang

11- Kondaiah

1- Belman and Casti

2- Shu

3- Hui Shen Shen



شکل (۲): پانل استوانه‌ای نازک و محورهای مختصات آن.

که در رابطه فوق، $\mathbf{P}(\theta, \mathbf{x})$ نشان‌دهنده خواص ماده تابعی مدرج (مثل مدول الاستیسیته و ضریب انبساط حرارتی)، $\mathbf{P}_{mi}(\mathbf{i} = 1, 2)$ و $\mathbf{P}_{ci}(\mathbf{i} = 1, 2)$ به ترتیب نشان‌دهنده خواص فلزات و سرامیک‌ها و $\mathbf{V}_{mi}(\mathbf{i} = 1, 2)$ و $\mathbf{V}_{ci}(\mathbf{i} = 1, 2)$ به ترتیب نشان‌دهنده کسر حجمی فلز و سرامیک می‌باشند که براساس قانون توانی به صورت زیر بیان می‌شوند [۱۸]:

$$\begin{aligned} V_{m1}(x, \theta) &= \left[1 - \left(\frac{\theta}{\alpha}\right)^{n_\theta}\right] \left[1 - \left(\frac{x}{L}\right)^{n_x}\right] \\ V_{m2}(x, \theta) &= \left[1 - \left(\frac{\theta}{\alpha}\right)^{n_\theta}\right] \left[\left(\frac{x}{L}\right)^{n_x}\right] \\ V_{c1}(x, \theta) &= \left[1 - \left(\frac{x}{L}\right)^{n_x}\right] \left[\left(\frac{\theta}{\alpha}\right)^{n_\theta}\right] \\ V_{c2}(x, \theta) &= \left[\left(\frac{x}{L}\right)^{n_x}\right] \left[\left(\frac{\theta}{\alpha}\right)^{n_\theta}\right] \end{aligned} \quad (2)$$

که در رابطه فوق، \mathbf{n}_θ و \mathbf{n}_x دو ضریب ثابت بوده که مقادیر آنها بزرگتر یا مساوی با صفر در نظر گرفته می‌شود.

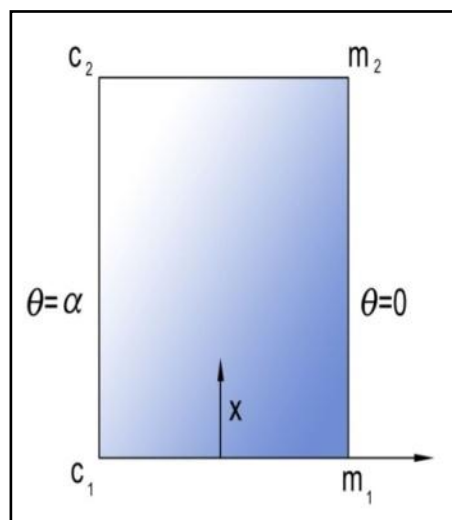
برای دستیابی به معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسئله ابتدا میدان تغییرمکان براساس تئوری تغییرشکل برشی مرتبه اول به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۱۹]:

$$\begin{aligned} u(x, \theta, z) &= u_0(x, \theta) + z\psi(x, \theta) \\ v(x, \theta, z) &= v_0(x, \theta) + z\varphi(x, \theta) \\ w(x, \theta, z) &= w_0(x, \theta) \end{aligned} \quad (3)$$

که، $\mathbf{u}(\mathbf{x}, \theta, \mathbf{z})$ و $\mathbf{v}(\mathbf{x}, \theta, \mathbf{z})$ و $\mathbf{w}(\mathbf{x}, \theta, \mathbf{z})$ به ترتیب جابه‌جایی در جهات \mathbf{x} ، \mathbf{z} ، θ و $\mathbf{u}_0(\mathbf{x}, \theta)$ و $\mathbf{v}_0(\mathbf{x}, \theta)$ و $\mathbf{w}_0(\mathbf{x}, \theta)$ جابه‌جایی‌های صفحه میانی و $\psi(\mathbf{x}, \theta)$ و $\varphi(\mathbf{x}, \theta)$ به ترتیب چرخش حول محورهای \mathbf{x} ، θ می‌باشند. با در نظر گرفتن میدان تغییرمکان (۳)، روابط غیرخطی کرنش - تغییرمکان به صورت زیر نوشته می‌شوند [۱۹]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= u_{,x} + \frac{1}{2}w_{,x}^2 \\ \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{1}{R}(w + v_{,\theta}) + \frac{1}{2R^2}w_{,\theta}^2 \end{aligned}$$

براساس تحقیقات انجام گرفته توسط پژوهشگران و با توجه مطالب ارائه شده به وضوح مشاهده می‌گردد که تحلیل جامعی از کمانش پانل استوانه‌ای نازک ساخته شده از ماده تابعی مدرج دوبعدی که خواص آن در دو جهت طول و محیط متغیر بوده و تحت تاثیر میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی نیز قرار داشته باشد، ارائه نشده و موضوع این مقاله کاملاً جنبه نوآوری دارد. نحوه همگرایی پاسخ‌ها به‌ازای تعداد نقاط گوناگون شبکه برای یک حالت نمونه در جدول ۱ و همچنین پوسته استوانه‌ای از جنس ماده تابعی مدرج دوبعدی از دو فلز و دو سرامیک و لایه چندفازی مگنتو-الکترو-الاستیک تشکیل شده و خواص مواد به‌طور مشروح در جداول ۲-۳ ذکر شده‌اند. مطابق شکل ۱، با حرکت روی لبه پانل استوانه‌ای از فلز \mathbf{m}_1 به فلز \mathbf{m}_2 و روی لبه مستقیم از سرامیک \mathbf{c}_1 به سرامیک \mathbf{c}_2 می‌رسیم و با حرکت از $(\theta = 0)$ تا $(\theta = \alpha)$ از فلز خالص به سرامیک خالص می‌رسیم.



شکل (۱): نمای فوقانی پانل استوانه‌ای.

۳- معادلات حاکم بر مسئله

مطابق شکل ۲، یک پانل استوانه‌ای با ضخامت کم به شعاع \mathbf{R} ، ضخامت \mathbf{h} ، طول \mathbf{L} و زاویه مرکزی α که تحت تاثیر میدان مغناطیسی یکنواخت در جهات $(\mathbf{x}, \theta, \mathbf{z})$ قرار گرفته، مفروض است.

خواص پوسته در دوراستای طول و محیط متغیر بوده و براساس قانون مخلوطها به صورت زیر بیان می‌گردد [۱۸]:

$$P(\theta, x) = P_{m1}V_{m1} + P_{m2}V_{m2} + P_{c1}V_{c1} + P_{c2}V_{c2} \quad (1)$$

خاص به طور متناوب، یکنواخت و منظم در سرتاسر لایه بدون هیچ گونه حفره و بی نظمی چیده شده‌اند که این نانولوله‌ها دارای خواص ایزوتروپ می‌باشند. باتوجه به توضیحات فوق و مطابق شکل ۴، پانل مذکور به واسطه وجود لایه مگنتو- الکترو- الاستیک و نانولوله‌های پیزومغناطیس در جهت محور طولی پانل، در تمامی نقاط دارای خواص کوپل الاستیکی- مغناطیسی می‌باشد [۱۷-۱۳].

روابط ساختاری برای پانل استوانه‌ای با در نظر گرفتن اثرات دما و میدان مغناطیسی به صورت زیر نوشته می‌شوند [۱۲]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \tau_{\theta z} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} - \alpha(x, \theta)T(z) \\ \varepsilon_{\theta\theta} - \alpha(x, \theta)T(z) \\ \gamma_{\theta z} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{x\theta} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & q_{31} \\ 0 & 0 & q_{32} \\ 0 & q_{24} & 0 \\ q_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_{xx} \\ H_{\theta\theta} \\ H_{zz} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} B_{xx} \\ B_{\theta\theta} \\ B_{zz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & q_{15} & 0 \\ 0 & 0 & q_{24} & 0 & 0 \\ q_{31} & q_{32} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \gamma_{\theta z} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{x\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_{xx} \\ H_{\theta\theta} \\ H_{zz} \end{Bmatrix} \quad (۸)$$

که در روابط فوق، σ_{ij} مولفه‌های تنش‌نرمال، τ_{ij} مولفه‌های تنش برشی، ε_{ij} مولفه‌های کرنش‌نرمال، γ_{ij} مولفه‌های کرنش برشی، B_{ij} تنش‌های ناشی از میدان مغناطیسی، μ_{ij} ضرایب مغناطیسی^۳، q_{ij} ضرایب پیزومغناطیس، $\alpha(x, \theta)$ ضریب انبساط حرارتی و همچنین H_{ij} مولفه‌های میدان مغناطیسی و Q_{ij} ضرایب الاستیک^۴ می‌باشند که به صورت زیر بیان می‌شوند [۱۹ و ۱۲]:

$$Q_{11} = Q_{22} = \frac{E(x, \theta)}{1 - \nu^2}$$

$$Q_{12} = Q_{21} = \frac{\nu E(x, \theta)}{1 - \nu^2}$$

$$Q_{44} = Q_{55} = Q_{66} = \frac{E(x, \theta)}{2(1 + \nu)}$$

$$H_{\theta\theta} = -\frac{1}{R+z} \frac{\partial \eta_H}{\partial \theta} = -\frac{2z}{h(R+z)} V_{H,\theta}$$

3- Magnetic Constant
4- Elastic Constant

$$\begin{aligned} \varepsilon_{zz} &= 0 \\ \gamma_{x\theta} &= \frac{1}{R} u_{,\theta} + v_{,x} + \frac{1}{R} w_{,x} w_{,\theta} \\ \gamma_{xz} &= w_{,x} + u_{,z} \\ \gamma_{\theta z} &= \frac{1}{R} w_{,\theta} + v_{,z} \end{aligned} \quad (۴)$$

با جایگذاری رابطه (۳) در روابط غیرخطی کرنش- تغییر مکان (۴)، روابط سینماتیک به فرم زیر بیان می‌شوند:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \gamma_{x\theta} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{\theta z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xxm} \\ \varepsilon_{\theta\theta m} \\ \gamma_{x\theta m} \\ \gamma_{xz m} \\ \gamma_{\theta z m} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_\theta \\ 2k_{x\theta} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (۵)$$

که در آن:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xxm} \\ \varepsilon_{\theta\theta m} \\ \gamma_{x\theta m} \\ \gamma_{xz m} \\ \gamma_{\theta z m} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{0,x} + \frac{1}{2} w_{0,x}^2 \\ \frac{1}{R} (w_0 + v_{0,\theta}) + \frac{1}{2R^2} w_{0,\theta}^2 \\ \frac{1}{R} u_{0,\theta} + v_{0,x} + \frac{1}{R} w_{0,x} w_{0,\theta} \\ w_{0,x} + \psi \\ \frac{1}{R} w_{0,\theta} + \varphi \end{Bmatrix}$$

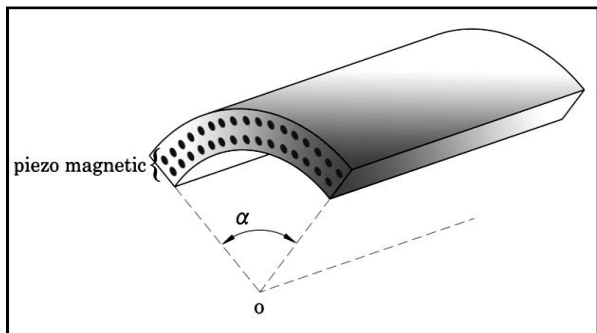
$$\begin{Bmatrix} k_x \\ k_\theta \\ k_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \psi_{,x} \\ \frac{1}{R} \varphi_{,\theta} \\ \frac{1}{2} (\frac{1}{R} \psi_{,\theta} + \varphi_{,x}) \end{Bmatrix} \quad (۶)$$

در روابط فوق، اندیس m اشاره به کرنش‌های صفحه میانی داشته و k_x و k_θ و $k_{x\theta}$ بیان‌گر انحنای صفحه میانی پوسته می‌باشند. فرض می‌کنیم که پتانسیل مغناطیسی^۱ η_H در جهت ضخامت پوسته با رابطه زیر اعمال شود [۱۲]:

$$\eta_H(x, \theta, z) = \frac{2z}{h} V_H(x, \theta) \quad (۷)$$

که در رابطه فوق، V_H ولتاژ مغناطیسی سطح خارجی^۲ وارد شده به پانل می‌باشد. در ساختار پانل، به منظور بررسی اثرپذیری اختلاف دمای بحرانی سازه از میدان مغناطیسی یکنواخت، از یک لایه کامپوزیتی چندفازی مگنتو- الکترو- الاستیک که امکان بررسی همزمان خاصیت الاستیکی، مغناطیسی و الکتریکی را فراهم می‌کند، استفاده گردیده است. لیکن لازم به ذکر است که در اینجا فقط از شرایط کوپل الاستیکی- مغناطیسی این لایه استفاده شده است. همان‌طور که در شکل ۳ مشاهده می‌گردد ساختار درونی ماده کامپوزیتی چندفازی در نظر گرفته شده، به گونه‌ای است که نانولوله‌های استوانه‌ای پیزوالکتریک و پیزومغناطیس تحت شرایط الاستیکی

1- Magnetic Potential
2- External Surface Magnetic Voltage



شکل (۴): شماتیک نحوه قرارگیری لایه چندفازی در پانل استوانه‌ای 2D-FGM.

در مرحله بعد برای به دست آوردن معادلات تعادل با استفاده از روش انرژی، انرژی پتانسیل کل سازه را به صورت زیر در نظر می‌گیریم [۲۱]:

$$V = U + \Omega \quad (12)$$

که در رابطه فوق، U انرژی داخلی سازه و Ω کارناشی از بارهای خارجی می‌باشد که عبارتند از [۱۲ و ۱۹]:

$$U = \frac{1}{2} \int_V \{ \sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{\theta\theta} \varepsilon_{\theta\theta} + \tau_{x\theta} \gamma_{x\theta} + \tau_{xz} \gamma_{xz} + \tau_{z\theta} \gamma_{z\theta} - \sigma_{xx} \alpha(x, \theta) T(z) - \sigma_{\theta\theta} \alpha(x, \theta) T(z) + B_{xx} H_{xx} + B_{\theta\theta} H_{\theta\theta} + B_{zz} H_{zz} \} dV$$

$$\Omega = \frac{1}{2} \int (N_x^H - N_x^T) (w_x^2 + v_x^2) dA \quad (13)$$

در رابطه فوق، N_x^H نیروی ناشی از میدان مغناطیسی و N_x^T نیروی ناشی از بارگذاری حرارتی می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌شوند [۱۲]:

$$N_x^H = V_H \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{2q_{31}}{h} dz$$

$$N_x^T = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \{ Q_{11} \alpha(x, \theta) + Q_{12} \alpha(x, \theta) \} T(z) dz \quad (14)$$

در ادامه محاسبات نیرو و گشتاورهای منتهی به N_i, M_i, Q_i به صورت زیر تعریف می‌شوند [۱۹]:

$$(N_i, M_i) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_i(1, z) dz \quad i = x, \theta$$

$$Q_i = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{iz} dz \quad i = x, \theta \quad (15)$$

همچنین، ضرایب زیر برای سهولت، در ادامه محاسبات به کار برده می‌شوند:

$$A_{11}, A_{12}, A_{22}, A_{44}, A_{55} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \{ Q_{11}, Q_{12}, Q_{22}, Q_{44}, Q_{55} \} dz$$

$$H_{zz} = -\frac{\partial \eta_H}{\partial z} = -\frac{2}{h} V_H$$

$$H_{xx} = -\frac{\partial \eta_H}{\partial x} = -\frac{2z}{h} V_{H,x} \quad (9)$$

همچنین، برای میدان مغناطیسی شرط زیر را در نظر می‌گیریم [۲۰]:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (10)$$

باجایگذاری روابط (۵) و (۷) و (۹) در رابطه (۸) خواهیم داشت:

$$\sigma_{xx} = Q_{11} \varepsilon_{xxm} + Q_{12} \varepsilon_{\theta\theta m} + z(Q_{11} k_x + Q_{12} k_\theta) -$$

$$Q_{11} \alpha(x, \theta) T(z) - Q_{12} \alpha(x, \theta) T(z) + \frac{2q_{31}}{h} V_H$$

$$\sigma_{\theta\theta} = Q_{12} \varepsilon_{xxm} + Q_{22} \varepsilon_{\theta\theta m} + z(Q_{12} k_x + Q_{22} k_\theta) -$$

$$Q_{12} \alpha(x, \theta) T(z) - Q_{22} \alpha(x, \theta) T(z) + \frac{2\mu_{33}}{h} \frac{2q_{32}}{h} V_H$$

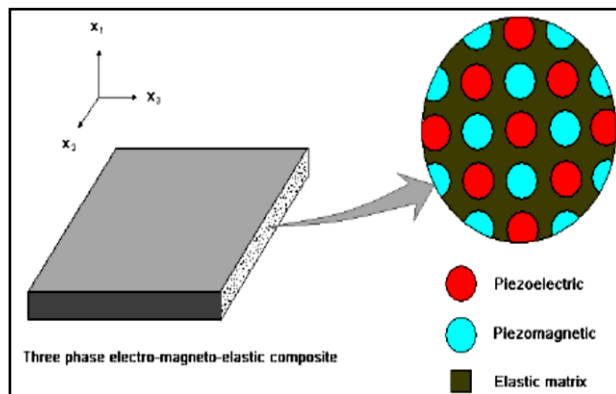
$$\tau_{\theta z} = Q_{44} \gamma_{\theta zm} + \frac{2zq_{24}}{h(R+z)} V_{H,\theta}$$

$$\tau_{x\theta} = Q_{66} \gamma_{x\theta m} + 2zQ_{66} k_{x\theta}$$

$$B_{xx} = q_{15} \gamma_{xzm} - \frac{2z\mu_{11}}{h} V_{H,x}$$

$$B_{\theta\theta} = q_{24} \gamma_{\theta zm} - \frac{2z\mu_{22}}{h(R+z)} V_{H,\theta}$$

$$B_{zz} = [q_{31} \varepsilon_{xxm} + q_{32} \varepsilon_{\theta\theta m}] + z[q_{31} k_x + q_{32} k_\theta] - \frac{2\mu_{33}}{h} V_H \quad (11)$$



شکل (۳): لایه کامپوزیتی ماده چندفازی مگنتو-الکترو-الاستیک.

مجموعه می‌شود و یا در بیانی دیگر کمترین دمایی است که به‌ازای آن، تغییرات دوم انرژی پتانسیل بزرگتر از صفر می‌شود. بنابراین در مسائل کمانش از ملاک $\delta^2 V = 0$ برای تعیین معادلات پایداری استفاده می‌شود، با اعمال معادلات اویلر بر فانکشنال تغییرات دوم انرژی پتانسیل، معادلات به‌فرم زیر به‌دست می‌آیند:

$$RN_{xx1,x} + N_{x\theta1,\theta} = 0$$

$$RN_{x\theta1,x} + N_{\theta\theta1,\theta} + R(N_x^H - N_x^T)v_{1,xx} + 2RS_1v_{H,x}v_{1,x} = 0$$

$$N_{\theta\theta1} - RW_{1,xx}N_{xx0} - 2W_{1,x\theta}N_{x\theta0} - RQ_{x1,x} - \frac{1}{R}W_{1,\theta\theta}$$

$$N_{\theta\theta0} + \frac{2}{R}S_2W_{1,\theta\theta}v_H - Q_{\theta1,\theta} - 2S_1W_{1,x}v_x + \frac{1}{R}W_{1,\theta}$$

$$(2S_1v_{H,x}v_{0,x} + (N_x^H - N_x^T)v_{0,xx}) = 0$$

$$RQ_{x1} - RM_{xx1,x} - M_{x\theta1,\theta} = 0$$

$$RQ_{\theta1} - RM_{x\theta1,x} - M_{\theta\theta1,\theta} = 0 \quad (18)$$

عبارات دارای زیرنویس "0" مربوط به حالت تعادل و عبارات دارای زیرنویس "1" نشان‌دهنده حالت پایداری می‌باشند. با جایگذاری رابطه (۶) در رابطه (۱۸)، معادلات پایداری برحسب تغییرمکان بیان می‌شوند. برای تعیین اختلاف دمای بحرانی، نیروهای پیش‌کمانش حرارتی باید از معادلات تعادل به‌دست‌آمده و در معادلات پایداری جایگذاری شوند. برای پانل استوانه‌ای تحت بارگذاری حرارتی و میدان مغناطیسی یکنواخت، نیروهای پیش‌کمانش حرارتی با توجه به بارگذاری پوسته به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$N_{x\theta0} = N_{\theta\theta0} = 0$$

$$N_{xx0} = N_x^H - N_x^T = 2S_1V_H - (C_{11} + c_{12}) = 2S_1V_H - \beta\Delta T$$

$$\beta = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \{Q_{11} + Q_{12}\} \alpha(x, \theta) dz \quad (19)$$

برای حل معادلات پایداری (۱۸) شرایط مرزی برای سازه مذکور در چهار لبه یعنی $\mathbf{x} = \mathbf{0}, \mathbf{L}, \boldsymbol{\theta} = \mathbf{0}, \boldsymbol{\alpha}$ در نظر گرفته شده که به‌فرم زیر تعریف می‌شوند [۲۲]:

$$v_1 = w_1 = \varphi_1 = M_{xx1} = N_{xx1} = 0 \quad \text{at } x = 0, L$$

$$u_1 = w_1 = \psi_1 = M_{\theta\theta1} = N_{\theta\theta1} = 0 \quad \text{at } \theta = 0, \alpha \quad (20)$$

با جایگذاری روابط (۱۹) و (۲۰) در رابطه (۱۸)، معادلات پایداری به‌صورت زیر بیان می‌شوند:

$$RN_{xx1,x} + N_{x\theta1,\theta} = 0$$

$$RN_{x\theta1,x} + N_{\theta\theta1,\theta} + R(N_x^H - N_x^T)V_{1,xx} = 0$$

$$B_{11}, B_{12}, B_{22}, B_{66} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z \{Q_{11}, Q_{12}, Q_{22}, 2Q_{66}\} dz$$

$$C_{11}, C_{12}, C_{22} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \{Q_{11}, Q_{12}, Q_{22}\} \alpha(x, \theta) T(z) dz$$

$$D_{11}, D_{12}, D_{22}, D_{66} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^2 \{Q_{11}, Q_{12}, Q_{22}, 2Q_{66}\} dz$$

$$T_{11}, T_{12}, T_{22} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z \{Q_{11}, Q_{12}, Q_{22}\} \alpha(x, \theta) T(z) dz$$

$$P_{11}, P_{12}, P_{22} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \{Q_{11}, Q_{12}, Q_{22}\} \alpha^2(x, \theta) T^2(z) dz$$

$$G_1, G_2 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{1}{h} \{q_{31}, q_{32}\} \alpha(x, \theta) T(z) dz$$

$$S_1, S_2 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{1}{h} \{q_{31}, q_{32}\} dz$$

$$m_{11}, m_{22}, m_{33} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{4}{h^2} \left\{ z^2 \mu_{11}, \frac{z^2 \mu_{22}}{(R+z)^2}, \mu_{33} \right\} dz$$

$$n_1, n_2, I_1, I_2 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{z}{h} \left\{ q_{31}, q_{32}, q_{15}, \frac{q_{24}}{R+z} \right\} dz$$

$$G_1 + G_2 = G_3 \quad (16)$$

با جایگذاری روابط (۱۱) و (۱۶-۱۳) در رابطه (۱۲) و اعمال معادلات اویلر بر فانکشنال حاصل، معادلات تعادل برای سازه مذکور به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$RN_{xx,x} + N_{x\theta,\theta} - 2S_1V_{H,x} = 0$$

$$RN_{x\theta,x} + N_{\theta\theta,\theta} + (N_x^H - N_x^T)v_{0,xx} + 2S_1V_{H,x}v_{0,x} - 2S_1V_{H,\theta} = 0$$

$$N_{\theta\theta} + RN_x^T w_{0,xx} - 2S_1V_{H,x}w_{0,x} - RN_{xx}w_{0,xx} - RQ_{x,x}$$

$$2N_{x\theta}w_{0,x\theta} - Q_{\theta,\theta} - \frac{1}{R}w_{0,\theta}[(N_x^H - N_x^T)v_{0,xx} - 2S_1V_{H,x}$$

$$v_{0,x}] - \frac{1}{R}w_{0,\theta\theta}N_{\theta\theta} + \frac{2}{R}S_2w_{0,\theta\theta}V_H + 2RI_1V_{H,xx} + 2I_2V_{H,\theta\theta} - 2S_2V_H = 0$$

$$RQ_x - RM_{xx,x} - M_{x\theta,\theta} + 2R(n_1 - I_1)V_{H,x} = 0$$

$$RQ_{\theta} - RM_{x\theta,x} - M_{\theta\theta,\theta} + 2(n_2 - RI_2)V_{H,\theta} = 0$$

$$RS_1(w_{0,x}^2 + v_{0,x}^2) + Rm_{33}V_H - RG_3 - Rm_1V_{H,xx} - Rm_{22}V_{H,\theta\theta} = 0 \quad (17)$$

معادلات پایداری پانل استوانه‌ای نازک 2D-FGM با اعمال روش تغییرات بر انرژی پتانسیل کل سازه به‌دست می‌آیند. اولین تغییرات (δV) منجر به معادلات تعادل می‌شود و با اعمال دومین تغییرات ($\delta^2 V$) در مجاورت حالت تعادل، معادلات پایداری حاصل می‌شوند. دمای بحرانی کمانش در واقع مقدار دمایی است که باعث بهم‌خوردن پایداری در تعادل یک

در نهایت با به‌کارگیری روابط (۲۲) و (۲۳) در رابطه (۲۱) و اعمال مشتقات، معادلات نهایی به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$R \frac{\partial K_1(x, \theta)}{\partial x} hu_{1,x} + RK_1(x, \theta) hu_{1,xx} + h \frac{\partial K_2(x, \theta)}{\partial x} (w_1 + v_{1,\theta}) + hK_2(x, \theta)(w_{1,x} + v_{1,x\theta}) + h \frac{\partial K_2(x, \theta)}{\partial \theta} (v_{1,x} + \frac{1}{R} u_{1,\theta}) + hK_2(x, \theta)(v_{1,x\theta} + \frac{1}{R} u_{1,\theta\theta}) = 0$$

$$R \frac{\partial K_3(x, \theta)}{\partial x} h(v_{1,x} + \frac{1}{R} u_{1,\theta}) + RhK_3(x, \theta) (v_{1,xx} + \frac{1}{R} u_{1,x\theta}) + h \frac{\partial K_2(x, \theta)}{\partial \theta} u_{1,x} + hK_2(x, \theta) u_{1,x\theta} + \frac{h}{R} (w_1 + v_{1,\theta}) \frac{\partial K_2(x, \theta)}{\partial \theta} + \frac{h}{R} K_2(x, \theta)(w_{1,\theta} + v_{1,\theta\theta}) + R\{2q_{31}V_H - [K_1(x, \theta) + K_2(x, \theta)]\alpha(x, \theta)h\Delta T\}v_{1,xx} = 0$$

$$hK_2(x, \theta)u_{1,x} + \frac{h}{R}K_1(x, \theta)(w_1 + v_{1,\theta}) - Rw_{1,xx}\{2q_{31}V_H - [K_1(x, \theta) + K_2(x, \theta)]\alpha(x, \theta)h\Delta T\} - Rh(\psi_1 + w_{1,x}) \frac{\partial K_3(x, \theta)}{\partial x} - RhK_3(x, \theta)(\psi_{1,x} + w_{1,xx}) - h \frac{\partial K_3(x, \theta)}{\partial \theta} (\varphi_1 + \frac{1}{R}w_{1,\theta}) - hK_3(x, \theta) (\varphi_{1,\theta} + \frac{1}{R}w_{1,\theta\theta}) + \frac{2}{R}q_{32}V_H w_{1,\theta\theta} = 0$$

$$RhK_3(x, \theta)(\psi_1 + w_{1,x}) - R \frac{h^3}{12} \frac{\partial K_1(x, \theta)}{\partial x} \psi_{1,x} - R \frac{h^3}{12} K_1(x, \theta) \psi_{1,xx} - \frac{h^3}{12} \frac{\partial K_1(x, \theta)}{\partial x} \varphi_{1,\theta} - \frac{h^3}{12} K_2(x, \theta) \varphi_{1,x\theta} - \frac{h^3}{24} \frac{\partial K_3(x, \theta)}{\partial \theta} (\varphi_{1,x} + \frac{1}{R} \psi_{1,\theta}) - \frac{h^3}{24} K_3(x, \theta) (\varphi_{1,x\theta} + \frac{1}{R} \psi_{1,\theta\theta}) = 0$$

$$RhK_3(x, \theta) (\varphi_{1,\theta} + \frac{1}{R} w_{1,\theta}) - \frac{h^3}{24} \frac{\partial K_1(x, \theta)}{\partial x} (\frac{1}{R} \psi_{1,\theta} + \varphi_{1,x}) - R \frac{h^3}{24} K_3(x, \theta) (\varphi_{1,x\theta} + \frac{1}{R} \psi_{1,\theta\theta}) - \frac{h^3}{12} \frac{\partial K_1(x, \theta)}{\partial x} \psi_{1,x} - \frac{h^3}{12} K_2(x, \theta) \psi_{1,x\theta} - \frac{h^3}{12R} \frac{\partial K_1(x, \theta)}{\partial \theta} \varphi_{1,\theta} - \frac{h^3}{12R} K_1(x, \theta) \varphi_{1,\theta\theta} = 0 \tag{۲۴}$$

با توجه به روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم‌یافته، مشتق‌های \mathbf{m} تابع در نقطه \mathbf{A} م در راستای محور مکانی \mathbf{x}, θ به صورت زیر بیان می‌شوند [۲۳]:

$$\frac{\partial^m f(x_i, \theta_j)}{\partial x^m} = \sum_{n=1}^{N_x} A_{in}^{(m)} f(x_n, \theta_j) \quad i = 1, 2, \dots, N_x$$

$$\frac{\partial^m f(x_i, \theta_j)}{\partial \theta^m} = \sum_{n=1}^{N_x} B_{jn}^{(m)} f(x_n, \theta_j) \quad i = 1, 2, \dots, N_x$$

$$j = 1, 2, \dots, N_\theta \tag{۲۵}$$

که، $\mathbf{A}_{ij}^{(m)}$ ضرایب وزنی در راستای محور \mathbf{x} و $\mathbf{B}_{jn}^{(m)}$ ضرایب وزنی در راستای محور θ می‌باشد. همچنین، N_θ و N_x تعداد نقاط در راستای \mathbf{x}, θ می‌باشند. مقادیر ماتریس ضرایب نیز با توجه به روابط زیر محاسبه می‌شوند [۲۳-۲۴]:

$$N_{\theta\theta 1} - RW_{1,xx}(N_x^H - N_x^T) - RQ_{x1,x}Q_{\theta 1,\theta} + \frac{2}{R}S_2W_{1,\theta\theta}V_H = 0$$

$$RQ_{x1} - R M_{xx1,x} - M_{x\theta 1,\theta} = 0$$

$$RQ_{\theta 1} - R M_{x\theta 1,x} - M_{\theta\theta 1,\theta} = 0 \tag{۲۱}$$

که در رابطه (۲۱)، نیروها و گشتاورهای منتجه در حالت انحراف از تعادل، طبق رابطه (۱۵)، به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$N_{xx1} = A_{11}U_{1,x} + \frac{A_{12}}{R}(W_1 + V_{1,\theta}) + B_{11}\psi_{1,x} + \frac{B_{12}}{R}\varphi_{1,\theta}$$

$$N_{\theta\theta 1} = A_{12}U_{1,x} + \frac{A_{22}}{R}V_{1,\theta} + \frac{A_{22}}{R}W_1 + B_{12}\psi_{1,x} + \frac{B_{22}}{R}\varphi_{1,\theta}$$

$$N_{x\theta 1} = A_{66}(V_{1,x} + \frac{1}{R}U_{1,\theta}) + \frac{B_{66}}{2}(\varphi_{1,x} + \frac{1}{R}\psi_{1,\theta})$$

$$M_{xx1} = B_{11}U_{1,x} + \frac{B_{12}}{R}(W_1 + V_{1,\theta}) + D_{11}\psi_{1,x} + \frac{D_{12}}{R}\varphi_{1,\theta}$$

$$M_{\theta\theta 1} = B_{12}U_{1,x} + \frac{B_{22}}{R}V_{1,\theta} + \frac{A_{22}}{R}W_1 + D_{12}\psi_{1,x} + \frac{D_{22}}{R}\varphi_{1,\theta}$$

$$M_{x\theta 1} = \frac{1}{2}\{B_{66}(V_{1,x} + \frac{1}{R}U_{1,\theta}) + \frac{D_{66}}{2}(\varphi_{1,x} + \frac{1}{R}\psi_{1,\theta})\}$$

$$Q_{x1} = A_{55}(\psi_1 + W_{1,x})$$

$$Q_{\theta 1} = A_{44}(\varphi_1 + \frac{1}{R}W_{1,\theta}) \tag{۲۲}$$

با توجه به رابطه (۱۶)، ضرایب تعریف شده را به صورت زیر ساده کرده و همچنین جهت ادامه فرایند حل، ضرایب جدیدی را به فرم زیر تعریف می‌کنیم:

$$K_1(x, \theta) = \frac{E(x, \theta)}{1-v^2}$$

$$K_2(x, \theta) = \frac{vE(x, \theta)}{1-v^2}$$

$$K_3(x, \theta) = \frac{E(x, \theta)}{2(1+v)}$$

$$A_{11} = A_{22} = K_1(x, \theta)h$$

$$A_{12} = A_{21} = K_2(x, \theta)h$$

$$A_{44} = A_{55} = A_{66} = K_3(x, \theta)h$$

$$B_{11} = B_{12} = B_{22} = B_{66} = 0$$

$$S_1 = q_{31}$$

$$S_2 = q_{32}$$

$$D_{11} = D_{22} = K_1(x, \theta)\frac{h^3}{12}$$

$$D_{12} = D_{21} = K_2(x, \theta)\frac{h^3}{12}$$

$$D_{66} = K_3(x, \theta)\frac{h^3}{12}$$

$$N_x^H = 2q_{31}V_H$$

$$N_x^T = (K_1(x, \theta) + K_2(x, \theta))\alpha(x, \theta)h\Delta T \tag{۲۳}$$

$$\begin{aligned} & \varphi_{ij}) - hK_3(x, \theta) \left(\sum_{m=1}^{N_\theta} B_{jm}^{(1)} \varphi_{im} + \frac{1}{R} \sum_{m=1}^{N_\theta} B_{jm}^{(2)} w_{im} \right) + \\ & \frac{2h}{R} q_{32} V_H \sum_{m=1}^{N_\theta} B_{jm}^{(2)} w_{im} R [K_1(x, \theta) + K_2(x, \theta)] \alpha(x, \theta) \Delta T \\ & \sum_{n=1}^{N_x} A_{in}^{(2)} w_{nj} - 2Rq_{31} V_H \sum_{n=1}^{N_x} A_{in}^{(2)} w_{nj} = 0 \\ & RhK_3(x, \theta) \left(\psi_{ij} + \sum_{n=1}^{N_x} A_{in}^{(1)} w_{nj} \right) - R \frac{h^3}{12} \frac{\partial K_1(x, \theta)}{\partial x} \sum_{n=1}^{N_x} \\ & A_{in}^{(1)} \psi_{nj} - R \frac{h^3}{12} K_1(x, \theta) \sum_{n=1}^{N_x} A_{in}^{(2)} \psi_{nj} - \frac{h^3}{12} \frac{\partial K_1(x, \theta)}{\partial x} \\ & \sum_{m=1}^{N_\theta} B_{jm}^{(1)} \varphi_{im} - \frac{h^3}{12} K_2(x, \theta) \sum_{n=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_\theta} A_{in}^{(1)} B_{jm}^{(1)} \varphi_{nm} - \frac{h^3}{24} \\ & \frac{\partial K_3(x, \theta)}{\partial \theta} \left(\sum_{n=1}^{N_x} A_{in}^{(1)} \varphi_{nj} + \frac{1}{R} \sum_{m=1}^{N_\theta} B_{jm}^{(1)} \psi_{im} \right) - \frac{h^3}{24} \\ & K_3(x, \theta) \left(\sum_{n=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_\theta} A_{in}^{(1)} B_{jm}^{(1)} \varphi_{nm} + \frac{1}{R} \sum_{m=1}^{N_\theta} B_{jm}^{(2)} \psi_{im} \right) = 0 \\ & RhK_3(x, \theta) \left(\varphi_{ij} + \frac{1}{R} \sum_{m=1}^{N_\theta} B_{jm}^{(1)} w_{im} \right) \\ & - R \frac{h^3}{24} \frac{\partial K_1(x, \theta)}{\partial x} \\ & \left(\sum_{n=1}^{N_x} A_{in}^{(1)} \varphi_{nj} + \frac{1}{R} \sum_{m=1}^{N_\theta} B_{jm}^{(1)} \psi_{im} \right) - R \frac{h^3}{24} K_3(x, \theta) \\ & \left(\sum_{n=1}^{N_x} A_{in}^{(2)} \varphi_{nj} + \frac{1}{R} \sum_{m=1}^{N_\theta} A_{in}^{(1)} B_{jm}^{(1)} \psi_{nm} \right) - \frac{h^3}{12} \frac{\partial K_1(x, \theta)}{\partial \theta} \\ & \sum_{n=1}^{N_x} A_{in}^{(1)} \psi_{nj} - \frac{h^3}{12} K_2(x, \theta) \sum_{n=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_\theta} A_{in}^{(1)} B_{jm}^{(1)} \psi_{nm} \\ & - \frac{h^3}{12R} \\ & \frac{\partial K_1(x, \theta)}{\partial \theta} \sum_{m=1}^{N_\theta} B_{jm}^{(1)} \varphi_{im} - \frac{h^3}{12R} K_1(x, \theta) \sum_{m=1}^{N_\theta} B_{jm}^{(2)} \varphi_{im} \\ & = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

نشان داده شده است که توزیع نقاط با استفاده از روش چبی شف- گاوس- لوباتو موجب همگرایی سریع تر و بهتر نتایج می گردد. بنابراین توزیع نقاط در حالت دوبعدی به فرم زیر بیان می شوند [۲۳-۲۴]:

$$\begin{aligned} x_i &= \frac{L}{2} \left(1 - \cos \frac{(i-1)\pi}{N_x-1} \right) \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, N_x \\ \theta_j &= \frac{\alpha}{2} \left(1 - \cos \frac{(j-1)\pi}{N_\theta-1} \right) \quad \text{for } j = 1, 2, \dots, N_\theta \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} A_{ij}^{(1)} &= \frac{M(x_i)}{(x_i - x_j)M(x_j)} \quad \text{For } i \neq j \\ A_{ii}^{(1)} &= -A_{ij}^{(1)} \\ M(x_i) &= \prod_{k=1, k \neq i}^N (x_i - x_k) \\ A_{ij}^{(2)} &= 2A_{ij}^{(1)} \left[A_{ii}^{(1)} - \frac{1}{x_i - x_j} \right] \quad \text{For } i \neq j \\ A_{ii}^{(2)} &= - \sum_{j=1, i \neq j}^N A_{ij}^{(2)} \end{aligned} \quad (26)$$

با جایگذاری روابط (۲۵) و (۲۶) در رابطه (۲۴)، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & R \frac{\partial K_1(x, \theta)}{\partial x} h \sum_{n=1}^{N_x} A_{in}^{(1)} u_{nj} + R K_1(x, \theta) h \sum_{n=1}^{N_x} A_{in}^{(2)} u_{nj} + h \\ & \frac{\partial K_2(x, \theta)}{\partial x} \left(w_{ij} + \sum_{m=1}^{N_\theta} B_{jm}^{(1)} v_{im} \right) + h K_2(x, \theta) \left(\sum_{n=1}^{N_x} A_{in}^{(1)} \right. \\ & w_{nj} + \sum_{n=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_\theta} A_{in}^{(1)} B_{jm}^{(1)} v_{nm} \left. \right) + h \frac{\partial K_2(x, \theta)}{\partial \theta} \left(\sum_{n=1}^{N_x} A_{in}^{(1)} v_{nj} \right. \\ & \left. + \frac{1}{R} \sum_{m=1}^{N_\theta} B_{jm}^{(1)} u_{im} \right) + h K_2(x, \theta) \left(\sum_{n=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_\theta} A_{in}^{(1)} B_{jm}^{(1)} v_{nm} + \right. \\ & \left. \frac{1}{R} \sum_{m=1}^{N_\theta} B_{jm}^{(1)} u_{im} \right) = 0 \\ & Rh \frac{\partial K_3(x, \theta)}{\partial x} \left(\sum_{n=1}^{N_x} A_{in}^{(1)} v_{nj} + \frac{1}{R} \sum_{m=1}^{N_\theta} B_{jm}^{(1)} u_{im} \right) + Rh \\ & K_3(x, \theta) \left(\sum_{n=1}^{N_x} A_{in}^{(2)} v_{nj} + \frac{1}{R} \sum_{n=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_\theta} A_{in}^{(1)} B_{jm}^{(1)} u_{nm} \right) + \\ & h \frac{\partial K_2(x, \theta)}{\partial \theta} \sum_{n=1}^{N_x} A_{in}^{(1)} u_{nj} + h K_2(x, \theta) \sum_{n=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_\theta} A_{in}^{(1)} B_{jm}^{(1)} \\ & u_{nm} + \frac{h}{R} \frac{\partial K_2(x, \theta)}{\partial \theta} \left(w_{ij} + \sum_{m=1}^{N_\theta} B_{jm}^{(1)} v_{im} \right) + \frac{h}{R} K_2(x, \theta) \\ & \left(\sum_{m=1}^{N_\theta} B_{jm}^{(1)} w_{im} + \sum_{m=1}^{N_\theta} B_{jm}^{(2)} v_{im} \right) - Rh \alpha(x, \theta) \Delta T \\ & [K_1(x, \theta) + K_2(x, \theta)] \sum_{n=1}^{N_x} A_{in}^{(2)} v_{nj} + 2Rq_{31} V_H \sum_{n=1}^{N_x} A_{in}^{(2)} v_{nj} \\ & = 0 \\ & h K_2(x, \theta) \sum_{n=1}^{N_x} A_{in}^{(1)} u_{nj} + \frac{h}{R} K_1(x, \theta) \left(w_{ij} + \sum_{m=1}^{N_\theta} B_{jm}^{(1)} v_{im} \right) \\ & - Rh \frac{\partial K_3(x, \theta)}{\partial x} \left(\psi_{ij} + \sum_{n=1}^{N_x} A_{in}^{(1)} w_{nj} \right) Rh K_3(x, \theta) \left(\sum_{n=1}^{N_x} \right. \\ & A_{in}^{(1)} \psi_{nj} + \sum_{n=1}^{N_x} A_{in}^{(2)} w_{nj} \left. \right) - h \frac{\partial K_3(x, \theta)}{\partial \theta} \left(\frac{1}{R} \sum_{m=1}^{N_\theta} B_{jm}^{(1)} w_{im} + \right. \end{aligned}$$

اختلاف دمای بحرانی در سرامیک‌ها بسیار بیشتر از فلزات بوده که یکی از دلایل آن را می‌توان بالابودن مدول الاستیسیته در این مواد دانست.

لازم به ذکر است که با توجه به همگرایی پاسخ‌ها، تعداد نقاط در راستای x, θ در این مقاله ۱۵ نقطه در نظر گرفته شده است که نحوه همگرایی پاسخ‌ها به‌ازای تعداد نقاط گوناگون شبکه برای یک حالت نمونه در جدول زیر نشان داده شده است.

جدول (۱): همگرایی پاسخ‌ها به‌ازای تعداد نقاط گوناگون شبکه.

زاویه مرکزی پانل ۶۰ درجه، نسبت طول به شعاع ۰/۷، ولتاژ مغناطیسی سطح خارجی ۱۰۰ آمپر		
توان کسرحجمی طولی ۱، توان کسرحجمی محیطی ۵، نسبت ضخامت به شعاع ۰/۰۰۸	توان کسرحجمی طولی ۵، توان کسرحجمی محیطی ۱، نسبت ضخامت به شعاع ۰/۰۵	
۷*۷	۱۶۰/۱۲۱	۱۶۱۲/۱۸۲
۹*۹	۱۶۱/۴۷۸	۱۶۱۴/۰۰۱
۱۱*۱۱	۱۶۴/۲۰۲	۱۶۱۷/۰۰۲۵
۱۳*۱۳	۱۶۵/۱۳	۱۶۱۹/۹
۱۵*۱۵	۱۶۵/۱۳	۱۶۱۹/۹

جدول (۲): خواص مواد سازنده پانل استوانه‌ای [۲۴ و ۲۵].

ضریب انبساط حرارتی	مدول الاستیسیته (گیگاپاسکال)	مواد	
$13/2 \times 10^{-6}$	۲۰۴	نیکل	فلز ۱
$15/32 \times 10^{-6}$	۲۰۷/۷۹	فولاد ضدزنگ	فلز ۲
$7/4746 \times 10^{-6}$	۳۲۲/۲۷	سیلیکون نیتريد	سرامیک ۱
$7/4 \times 10^{-6}$	۳۸۰	آلومینا	سرامیک ۲

مهمترین کاربرد موضوع مورد بحث در این پژوهش، موارد نظامی و صنعتی به‌خصوص در جایی که احتراق داخلی و دمای کاری بسیار بالا وجود دارد، می‌باشد که در این موارد مقاومت بالا در مقابل حرارت نیاز بوده و همچنین خواص سازه‌های فلزی نیز همزمان مورد نیاز می‌باشد. به‌خصوص این‌که تقریباً فلسفه پیدایش مواد تابعی مدرج نیز مباحث حرارتی می‌باشد. طراحان و محققان در بسیاری از موارد کاربردی، ناچار به استفاده از پانل استوانه‌ای با زوایای مرکزی گوناگون به‌جای استوانه کامل می‌باشد که یکی از دلایل بررسی پانل استوانه‌ای در این‌جا نیز پاسخ به این نیاز بوده است. به این منظور تغییرات اختلاف

به‌منظور استخراج اختلاف دمای بحرانی به‌روش مقدار ویژه و با استفاده از روش **GDQ**، متغیرها در تمام دامنه محاسباتی به دو بخش تقسیم می‌شوند. متغیرهای شامل نقاط داخلی که با زیرنویس **d** و متغیرهای شامل نقاط روی مرزها که با زیرنویس **b** مشخص می‌شوند و به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند [۲۳]:

$$\begin{aligned} \{x_a\} &= \{\{u_a\}, \{v_a\}, \{w_a\}, \{\psi_a\}, \{\varphi_a\}\}^T \\ \{x_b\} &= \{\{u_b\}, \{v_b\}, \{w_b\}, \{\psi_b\}, \{\varphi_b\}\}^T \end{aligned} \quad (29)$$

با جایگذاری روابط (۲۸) و (۲۹) در رابطه (۲۷)، معادلات پایداری و شرایط مرزی به‌صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{aligned} [A_{ab}]\{X_b\} + [A_{aa}]\{X_a\} &= 0 \\ [A_{bb}]\{X_b\} + [A_{ba}]\{X_a\} &= 0 \end{aligned} \quad (30)$$

که رابطه فوق، به‌صورت کلی زیر نشان داده می‌شود:

$$\begin{bmatrix} [A_{bb}] & [A_{ba}] \\ [A_{ab}] & [A_{aa}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{X_b\} \\ \{X_a\} \end{Bmatrix} = 0 \quad (31)$$

که از رابطه فوق، برای به‌دست‌آوردن اختلاف دمای بحرانی استفاده می‌گردد.

۴- نتایج و بحث

در این قسمت، پس از حل معادلات مذکور با استفاده از برنامه‌نویسی، برخی از نتایج و ملاحظات مهم در خصوص مسأله کمانش حرارتی پانل استوانه‌ای نازک **2D-FGM** ارائه می‌گردد. در این پژوهش از دو فلز نیکل و فولاد ضدزنگ و همچنین دو سرامیک سیلیکون نیتريد و آلومینا به‌عنوان مواد تشکیل‌دهنده پانل استوانه‌ای استفاده شده است.

به‌منظور اطمینان از میزان صحت و دقت جواب‌های به‌دست‌آمده، مقایسه‌ای بین اختلاف دمای بحرانی پوسته استوانه‌ای ارائه‌شده در مرجع [۸] با مقدار به‌دست‌آمده در این مقاله انجام گرفته و نتایج حاصله در جدول ۴ درج شده است. با مشاهده این جدول در می‌یابیم که اختلاف نتایج به‌دست‌آمده در حد مناسب و مورد انتظار بوده و می‌توان با عنایت به درصد اختلاف‌ها پذیرفت که نتایج به‌دست‌آمده به‌وسیله روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم‌یافته معقول و منطقی می‌باشند. همان‌طور که در جدول ۴ مشاهده می‌گردد در تمام شرایط یکسان، در فلزات و سرامیک‌ها با افزایش ضریب انبساط حرارتی، اختلاف دمای بحرانی کاهش می‌یابد به‌نحوی که اختلاف دمای بحرانی در استوانه از جنس آلومینا بیشتر از سیلیکون و نیکل بیشتر از فولاد ضدزنگ می‌باشد و همچنین در کل در شرایط یکسان،

جدول (۳): خواص ماده چندفازی مگنتو- الکترو- الاستیک^۱.

خواص پیزومغناطیس (نیوتن / آمپر. متر)			ماده
$q_{31} = q_{32}$	q_{33}	$q_{24} = q_{15}$	[۱۵] ^۲ MEE
۵۸۰	۷۰۰	۵۶۰	

جدول (۴): مقایسه اختلاف دمای بحرانی.

نسبت طول به شعاع ۰/۷، زاویه مرکزی پانل ۳۶۰ درجه، ولتاژ مغناطیسی سطح خارجی صفر، توان کسرحجمی در جهت طولی و محیطی صفر			
ماده	نسبت ضخامت به شعاع	نتایج روش حاضر	مرجع [۸]
نیکل	۰/۰۰۸	۲۵۶/۱۶۵۱	۲۵۶/۹۶
	۰/۰۲	۶۳۸/۸۰۷۱	۶۴۲/۴۲
	۰/۰۵	۱۵۶۴/۴	۱۶۰۶/۰۶
فولاد ضدزنگ	۰/۰۰۸	۲۲۱/۳۱۹۸	۲۲۱/۴۰۹
	۰/۰۲	۵۵۰/۴۰۸۹	۵۵۲/۵۲۴
	۰/۰۵	۱۳۴۸/۰۰۱	۱۳۸۳/۸۱
سیلیکون نیتريد	۰/۰۰۸	۴۵۳/۶۱۸۹	۴۵۳/۸۰۳
	۰/۰۲	۱۱۲۸/۱	۱۱۳۴/۵۰۸
	۰/۰۵	۲۷۶۲/۸	۲۸۳۶/۲۷
آلومینا	۰/۰۰۸	۴۵۸/۱۹۱۸	۴۵۸/۳۷۸۳
	۰/۰۲	۱۱۳۹/۵	۱۱۴۵/۹۴۵
	۰/۰۵	۲۷۹۰/۶	۲۸۶۴/۸۶۴

جدول (۵): اثر تغییرات زاویه مرکزی بر اختلاف دمای بحرانی با

توجه به مقادیر گوناگون ولتاژ مغناطیسی سطح خارجی.

نسبت ضخامت به شعاع ۰/۰۲، نسبت طول به شعاع ۰/۸، توان کسر حجمی در جهت محیطی ۱، توان کسر حجمی در جهت طولی ۴			
اختلاف دمای بحرانی			
ولتاژ مغناطیسی سطح خارجی (آمپر)			
زاویه مرکزی (درجه)	- ۳۰۰	۰	۳۰۰
۲۰	۷۵۷/۲	۷۵۶/۷	۷۵۶/۱
۲۵	۶۲۴/۱	۶۲۳/۵	۶۲۲/۶
۳۰	۵۸۳/۶	۵۸۲/۹	۵۸۲
۴۰	۶۰۲/۸	۶۰۵/۵	۱۶۰۸
۵۰	۵۸۹/۱۹۷۵	۵۹۰/۴۲۹۲	۵۹۱/۳۶۴۹
۶۰	۵۶۱/۹۳	۵۶۲/۱۷	۵۶۲/۱۱
۷۰	۵۶۱	۵۶۲/۷۱	۵۶۴/۲۷
۹۰	۵۴۵/۵۷	۵۴۶/۸۱	۵۴۷/۷۳
۱۳۰	۵۳۰/۵۶۸۴	۵۳۲/۴۹۳۶	۵۳۴/۱۵۲۷
۱۸۰	۵۱۹/۸۷	۵۲۲/۰۵	۵۲۳/۹
۲۷۰	۵۱۲/۶۰۰۵	۵۱۵/۸۳۶۰	۵۱۸/۹۵۹۵
۳۶۰	۵۰۶/۵۲۳۵	۵۱۰/۰۸۱	۵۱۳/۵۸۴۲

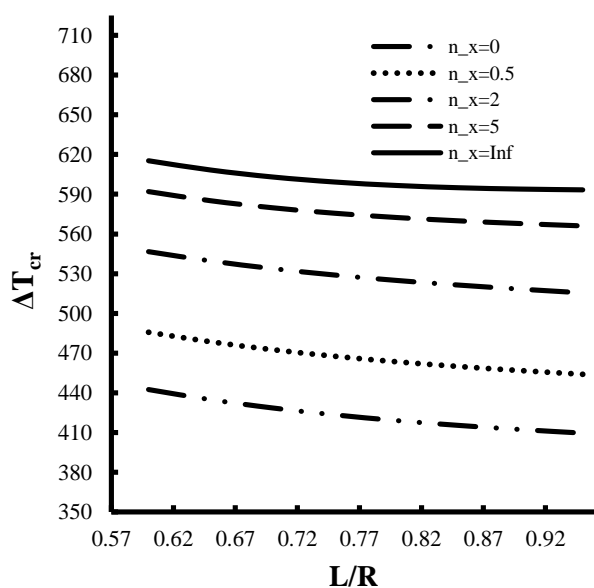
دمای بحرانی پانل در اثر تغییرات زاویه مرکزی پانل در شکل ۵ نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود حدوداً تا قبل از زاویه مرکزی ۷۰ درجه، تغییرات اختلاف دمای بحرانی نوسانی می باشد که در برخی از زوایا نسبت به زوایای پیشین کاهش و افزایش می یابد اما در زوایای حدوداً بیشتر از ۷۰ درجه، رفتار ثابتی برای نمودار اختلاف دمای بحرانی مشاهده می گردد و همواره با افزایش زاویه مرکزی پانل، اختلاف دمای بحرانی کاهش می یابد. در تشریح علت این پدیده می توان بیان نمود که هر چه سطح فوقانی پانل به واسطه افزایش زاویه مرکزی افزایش یابد چون پتانسیل مغناطیسی اعمالی بر این سطح ثابت می باشد، بنابراین سطح اختلاف دمای بحرانی در سازه کاهش می یابد.

همچنین، در این قسمت از تحلیل برای ولتاژ سطح خارجی سه مقدار 300A- و 300A و 0 اختیار شده است تا تاثیر پذیری اختلاف دمای بحرانی از ولتاژ سطح خارجی نیز بررسی گردد. مجدداً از همین شکل مشاهده می گردد که قبل از زاویه مرکزی بحرانی برای پانل (حدوداً ۷۰ درجه)، نمی توان تحلیل صحیح و دقیقی از تاثیر ولتاژ سطح خارجی بر اختلاف دمای بحرانی ارائه نمود ولی در زوایای بیشتر از ۷۰ درجه به وضوح مشاهده می گردد که با افزایش ولتاژ سطح خارجی، سطح نمودار اختلاف دمای بحرانی بالاتر قرار می گیرد و بنابراین نمودار مربوط به 300A در بالاترین سطح و نمودار 300A- در پایین ترین سطح قرار می گیرد که چون ولتاژ مغناطیسی خارجی عامل ایجاد اختلاف دمای بحرانی در سازه می باشد این نتیجه چندان دور از ذهن نبوده و با افزایش آن، اختلاف دمای بحرانی نیز باید افزایش یابد. لازم به ذکر است که برای دیگر پارامترهای تاثیرگذار بر اختلاف دمای بحرانی، مقادیر ثابتی در نظر گرفته شده که به همراه مقادیر عددی جهت این قسمت از تحلیل در جدول ۵ ذکر شده است.

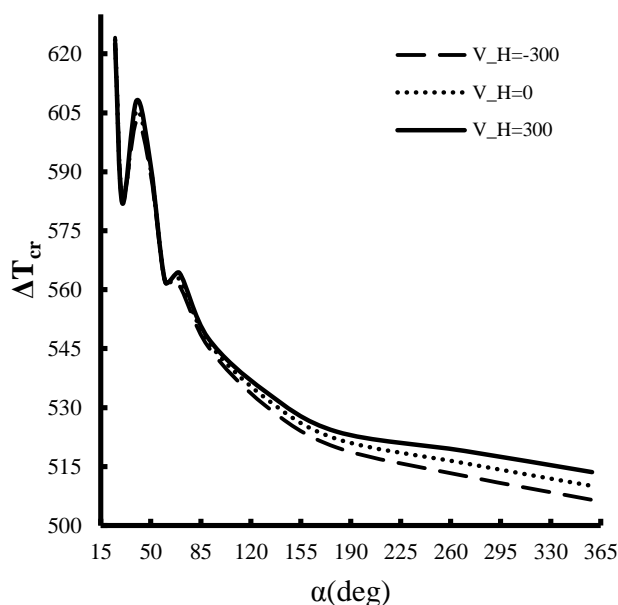
از جمله نکات مهم دیگری که می توان از مقادیر عددی ارائه شده در جدول ۵ و شکل ۴ استنباط کرد این است که حدوداً از زوایای بیشتر از ۱۹۰ درجه، شیب نمودار اختلاف دمای بحرانی کاهش چشم گیری می یابد و به عبارت دیگر مقادیر اختلاف دمای بحرانی با توجه به تغییرات زاویه مرکزی پانل، به یکدیگر نزدیک تر می شوند که این بدان معناست که در زوایای کمتر (تقریباً بین ۷۰ تا ۱۹۰ درجه) تغییرات اختلاف دمای بحرانی در مقابل تغییرات زاویه مرکزی شدیدتر بوده و باید در طراحی ها به این موضوع توجه ویژه گردد.

طوری که با افزایش مقدار این پارامتر، سطح کلی نمودار اختلاف دمای بحرانی افزایش می‌یابد به نحوی که نمودار مربوط به $n_x = +\infty$ در پایین‌ترین سطح و نمودار مربوط به $n_x = 0$ در بالاترین سطح قرار می‌گیرد.

در ادامه متغیر ضخامت به عنوان پارامتر مهم و تاثیرگذار دیگری بر اختلاف دمای بحرانی پانل استوانه‌ای مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. در اینجا نیز اثر پارامتر بی بعد نسبت ضخامت به شعاع بر اختلاف دمای بحرانی نشان داده شده است. با توجه به شکل‌های ۹-۸ به وضوح مشاهده می‌گردد که با افزایش این پارامتر بی بعد، اختلاف دمای بحرانی همواره سیر صعودی تقریباً خطی داشته و افزایش محسوسی دارد. به جهت تحلیل عمیق‌تر و بررسی نحوه و میزان تاثیر پارامتر توان کسرحجمی در جهت محیطی به عنوان یک متغیر ساختی مهم بر اختلاف دمای بحرانی سازه، ۵ مقدار متفاوت برای آن در نظر گرفته شده و با توجه به مقادیر عددی درج شده در جدول ۷ و شکل‌های ۹-۸ برداشت می‌گردد که افزایش توان کسرحجمی در جهت محیطی برخلاف توان کسر حجمی در جهت طولی موجب کاهش سطح نمودار اختلاف دمای بحرانی می‌شود بنابراین نمودار مربوط به $n_\theta = 0$ در بالاترین سطح و نمودار $n_\theta = +\infty$ در پایین‌ترین سطح قرار می‌گیرد و هرچه مقدار توان کسر حجمی در جهت محیطی افزایش می‌یابد، نمودارها به یکدیگر نزدیک‌تر شده و تراکم بیشتر می‌شود.



شکل (۶): اثر نسبت طول به شعاع بر اختلاف دمای بحرانی.



شکل (۵): اثر تغییرات زاویه مرکزی بر اختلاف دمای بحرانی.

یکی از پارامترهای مهم و تاثیرگذار در طراحی و حتی انتخاب پانل‌های استوانه‌ای، طول آن می‌باشد که یکی از فرضیات اصلی در این تحقیق نیز، نحوه و میزان تاثیرپذیری اختلاف دمای بحرانی پانل از طول آن می‌باشد. با توجه به حساسیت و کاربرد بیشتر پانل‌های استوانه‌ای کوتاه از نظر محقق، در این پژوهش سازه‌هایی با این مشخصه ویژه مورد تحلیل قرار گرفته‌اند. تغییرات اختلاف دمای بحرانی سازه متاثر از پارامتر بی بعد نسبت طول به شعاع در شکل‌های ۶-۷ به خوبی قابل مشاهده بوده به طوری که هرچه این نسبت افزایش می‌یابد، مقادیر اختلاف دمای بحرانی سازه سیر نزولی دارد که دلیل این پدیده نیز می‌تواند این باشد که ولتاژ مغناطیسی خارجی ثابت بوده در حالی که به سبب افزایش طول پانل، سطح متاثر از آن افزایش می‌یابد. جهت فراگیری بیشتر دامنه بررسی، ۵ مقدار متفاوت برای توان کسر حجمی در جهت طولی در نظر گرفته شده تا نحوه و میزان تاثیرپذیری اختلاف دمای بحرانی از این پارامتر نیز نمایان گردد. با توجه به مقادیر عددی ارائه شده در جدول ۶ و گراف‌های ترسیم شده در شکل‌های ۶-۷ به وضوح مشاهده می‌گردد که رفتار نزولی نمودار اختلاف دمای بحرانی در مقادیر گوناگون توان کسرحجمی در جهت طولی تداوم داشته ولی سطح نمودار اختلاف دمای بحرانی شدیداً متاثر از توان کسر حجمی در جهت طولی می‌باشد به

جدول (۶): اثر تغییرات نسبت طول به شعاع بر اختلاف دمای بحرانی با مقادیر متفاوت توان کسر حجمی در جهت طولی.

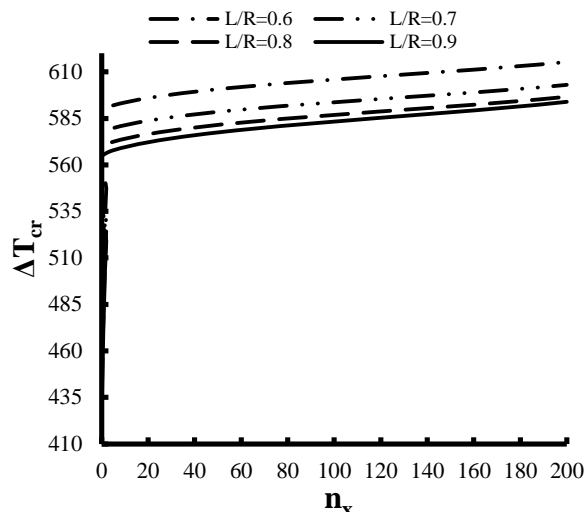
زاویه مرکزی ۶۰ درجه، نسبت طول به شعاع ۰.۷، ولتاژ مغناطیسی سطح خارجی ۱۰۰ آمپر، توان کسر حجمی در جهت محیطی ۱					
اختلاف دمای بحرانی					
توان کسر حجمی در جهت طولی					نسبت طول به شعاع
+∞	۵	۲	۰.۵	۰	
۶۱۵/۳	۵۹۲	۵۴۶/۴۲	۴۸۵/۷۵	۴۴۲/۴۷	۰/۶۰
۶۰۸/۳	۵۸۵/۰۹	۵۳۹/۶۱	۴۷۸/۵۵	۴۳۴/۸۳	۰/۶۵
۶۰۳/۰۲	۵۷۹/۷۹	۵۳۳/۸۳	۴۷۲/۵۹	۴۲۸/۵۷	۰/۷۰
۵۹۹/۲۳	۵۷۵/۶۵	۵۲۸/۹۸	۴۶۷/۶۳	۴۲۳/۳۷	۰/۷۵
۵۹۶/۶۱	۵۷۲/۴۳	۵۲۴/۸۸	۴۶۳/۴۴	۴۱۹/۰۴	۰/۸۰
۵۹۴/۹۱	۵۶۹/۹	۵۲۱/۳۹	۴۵۹/۸۹	۴۱۵/۳۹	۰/۸۵
۵۹۳/۸۹	۵۶۷/۸۴	۵۱۸/۳۱	۴۵۶/۷۹	۴۱۲/۲۸	۰/۹۰
۵۹۳/۲۲	۵۶۶/۰۷	۵۱۵/۵۱	۴۵۴	۴۰۹/۵۶	۰/۹۵

جدول (۷): اثر تغییرات نسبت ضخامت به شعاع بر اختلاف دمای بحرانی بر حسب مقادیر مختلف توان کسر حجمی در جهت محیطی.

زاویه مرکزی ۶۰ درجه، نسبت طول به شعاع ۰.۷، ولتاژ مغناطیسی سطح خارجی ۱۰۰ آمپر، توان کسر حجمی در جهت طولی ۱					
اختلاف دمای بحرانی					
توان کسر حجمی در جهت محیطی					نسبت ضخامت به شعاع
+∞	۵	۲	۰.۵	۰	
۱۶/۳۶	۳۲/۱۶	۵۸/۵۷	۱۰۰/۵۰	۱۹۳/۵۵	۰/۰۰۴
۱۴۱/۹۵	۱۶۵/۱۳	۱۷۳/۴۴	۲۱۷/۲۲	۴۴۳/۳۵	۰/۰۰۸
۳۹۳/۵۸	۴۳۰/۹۴	۴۵۳/۸۳	۵۹۰/۸۸	۱۱۰۴/۱	۰/۰۲
۱۰۸۷	۱۱۶۶/۸	۱۲۶۲/۳	۱۶۹۸/۲	۲۹۵۰/۵	۰/۰۵

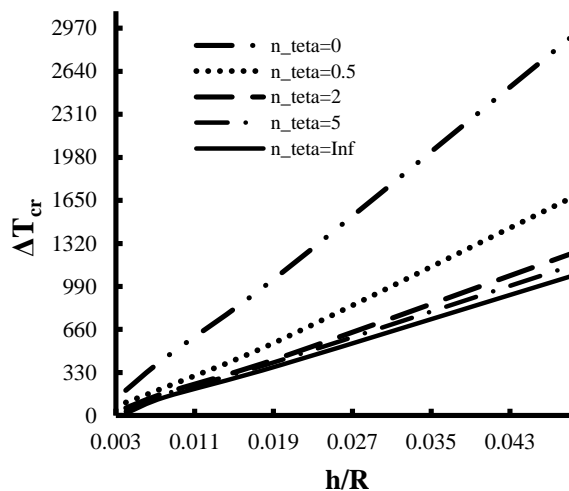
جدول (۸): اثر تغییرات نسبت ضخامت به شعاع بر اختلاف دمای بحرانی بر حسب مقادیر مختلف توان کسر حجمی در جهت طولی.

زاویه مرکزی ۶۰ درجه، نسبت طول به شعاع ۰.۷، ولتاژ مغناطیسی سطح خارجی ۱۰۰ آمپر، توان کسر حجمی در جهت محیطی ۱					
اختلاف دمای بحرانی					
توان کسر حجمی در جهت طولی					نسبت ضخامت به شعاع
+∞	۵	۲	۰.۵	۰	
۱۰۴/۰۴	۹۷/۰۶	۸۶/۶۷	۷۴/۹۱	۶۵/۲۲	۰/۰۰۴
۲۳۹/۹۴	۲۳۱/۳۸	۱۹۷/۷۹	۱۷۸/۶۸	۱۶۴/۴۰	۰/۰۰۸
۶۰۳/۰۲	۵۷۹/۷۸	۵۳۳/۸۳	۴۷۲/۵۹	۴۲۸/۵۷	۰/۰۲
۱۶۵۷/۷	۱۶۱۹/۹	۱۵۲۷/۱	۱۳۳۱/۷	۱۱۷۷/۱	۰/۰۵



شکل (۷): اثر توان کسر حجمی طولی بر اختلاف دمای بحرانی.

در شکل‌های ۱۱-۱۰ نیز مجدداً مقادیر متفاوتی برای توان کسر حجمی در جهت طولی در نظر گرفته شده و مشاهده می‌گردد که نتایج به دست آمده در این شکل با نتایج حاصل از شکل ۷، تطابق کامل داشته، بدین معنی که همواره با افزایش توان کسر حجمی در جهت طولی سطح نمودار اختلاف دمای بحرانی افزایش می‌یابد. با توجه دقیق‌تر به مقادیر مندرج در جدول ۸ در $h/R=0.004$ ، اختلاف کمترین و بیشترین مقدار اختلاف دمای بحرانی ۳۸/۸۲ درجه می‌باشد اما در $h/R=0.05$ این اختلاف ۴۸۰/۶ درجه می‌باشد. پس به طور کلی اختلاف دمای بحرانی پانل استوانه‌ای ضخیم‌تر، بیشتر تحت تاثیر تغییرات توان کسر حجمی در جهت طولی قرار می‌گیرد.



شکل (۸): اثر نسبت ضخامت به شعاع بر اختلاف دمای بحرانی.

۵- نتیجه‌گیری

در این قسمت نتایج مهم ارائه‌شده در قسمت بحث و نتیجه‌گیری به صورت مختصر لیست می‌گردند تا محققان دسترسی بهتر و سریع‌تری نسبت به نتایج داشته و مفیدتر واقع گردد و حال آنکه، محققان برای کسب اطلاعات جامع‌تر می‌توانند به متن مقاله مراجعه نمایند،

۱- روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم‌یافته از دقت بسیار بالایی جهت بررسی مساله کمانش حرارتی برخوردار می‌باشد (جدول ۴)،

۲- با افزایش ضریب انبساط حرارتی در مواد گوناگون، مقادیر اختلاف دمای بحرانی کاهش می‌یابد (جدول ۴)،

۳- مقادیر اختلاف دمای بحرانی در سرامیک‌ها بسیار بیشتر از فلزات می‌باشد (جدول ۴)،

۴- در پانل‌های استوانه‌ای با زاویه مرکزی حدوداً بیشتر از ۷۰ درجه، هرچه زاویه مرکزی افزایش می‌یابد، مقادیر اختلاف دمای بحرانی کاهش می‌یابد (شکل ۵)،

۵- در پانل‌های استوانه‌ای با زاویه مرکزی حدوداً بیشتر از ۷۰ درجه، با افزایش ولتاژ مغناطیسی خارجی، مقادیر اختلاف دمای بحرانی افزایش می‌یابد (شکل ۵)،

۶- در پانل‌های استوانه‌ای با زوایای حدوداً بین ۷۰ تا ۱۹۰ درجه، تغییرات مقادیر اختلاف دمای بحرانی نسبت به تغییرات زاویه مرکزی شدیدتر می‌باشد (شکل ۵)،

۷- با افزایش نسبت طول به شعاع در پانل‌های استوانه‌ای، مقادیر اختلاف دمای بحرانی کاهش می‌یابد (شکل ۶)،

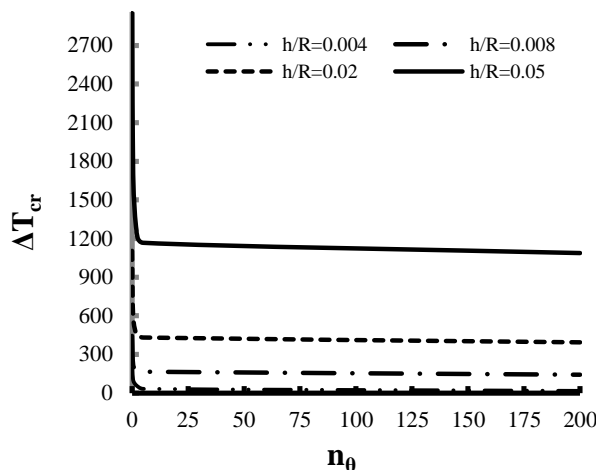
۸- با افزایش m_x ، مقادیر اختلاف دمای بحرانی افزایش می‌یابد (شکل ۷)،

۹- با افزایش نسبت ضخامت به شعاع، مقادیر اختلاف دمای بحرانی افزایش می‌یابد (شکل ۸) و

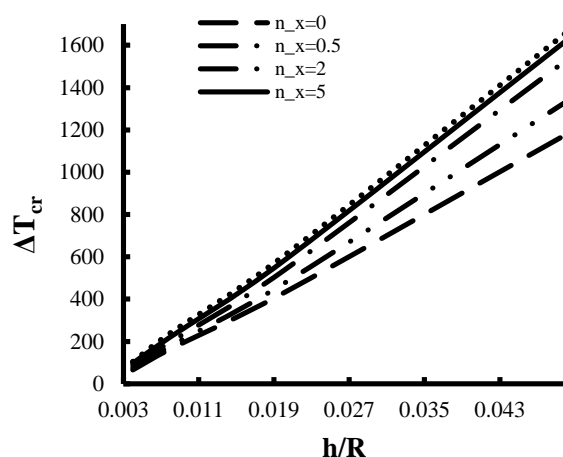
۱۰- با افزایش m_θ ، مقادیر اختلاف دمای بحرانی کاهش می‌یابد (شکل ۹).

۶- مراجع

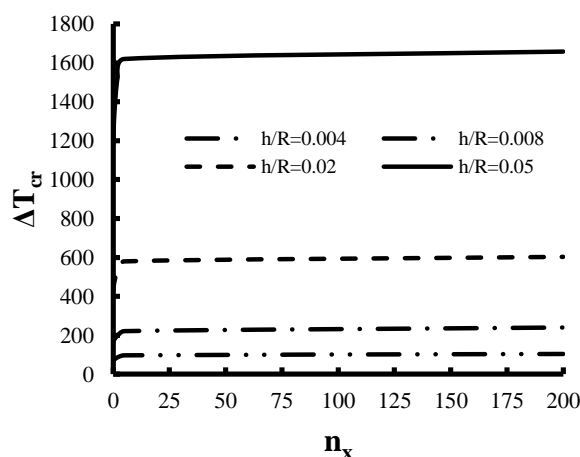
1. Yamanouchi, M., Koizumi, M. and Hirai, I. "Proceeding of the First International Symposium on Functionally Gradient Materials", Japan, 1990.
2. Bellman, R.E. and Casti, J. "Differential Quadrature and Long Term Integration", Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 34, No. 1, pp. 235-238, 1971.



شکل (۹): اثر توان کسر حجمی محیطی بر اختلاف دمای بحرانی.



شکل (۱۰): اثر تغییرات نسبت ضخامت به شعاع بر اختلاف دمای بحرانی پانل استوانه‌ای.



شکل (۱۱): اثر نسبت ضخامت به شعاع بر اختلاف دمای بحرانی.

17. Kondaiah, P., Shankar, K. and Ganesan, N. "Pyroelectric and Pyromagnetic Effects on Behavior of Magneto-Electro-Elastic Plate Coupled Systems Mechanics", Vol. 2, No. 1, pp. 1-22, 2013.
18. Asgari, M. and Akhlaghi, M. "Natural Frequency Analysis of 2D-FGM Thick Hollow Cylinder Based on Three-Dimensional Elasticity Equations", European Journal of Mechanics A/Solids, Vol. 30, pp. 72-81, 2011.
19. Reddy, J.N. "Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells. Theory and Analysis", CRC Press, Boca Raton, FL, Second Edition, 2004.
20. Wu, C. and Tsai, Y. "Static Behavior of Functionally graded Magneto-Electro-Elastic Shells Under Electric Displacement And Magnetic Flux" , International Journal Of Engineering Science, Vol. 45, pp. 744-769, 2007.
21. Brush, D.O. and Almorh, B.O. "Buckling of Bars. Plates and Shells", McGraw-Hill, New York.
22. Bodaghi, M. and Shakeri, M. "An Analytical Approach for Free Vibration and Transient Response of Functionally Graded Piezoelectric Cylindrical Panels Subjected to Impulsive Loads", Composite Structures, Vol. 94, pp. 1721-1735, 2012.
23. Shu, C. "Differential Quadrature and Its Applications in Engineering", Springer, Berlin, 2000.
24. Yang, J., Liew, K.M. Wu, Y.F. "Thermomechanical Postbuckling of FGM Cylindrical Panels with Temperature-Dependent Properties", International Journal of Solids and Structures, Vol. 43, pp. 307-324, 2006.
25. Fu, Y., Wang, J. and Mao, Y. "Nonlinear Analysis of Buckling, Free Vibration and Dynamic Stability for the Piezoelectric FG Beams in Thermal Environment", Applied Mathematical Modeling, Vol. 36, pp.4324-4340, 2012.
3. Shu, C. and Du, H. "Free Vibration Analysis of Laminated Composite Cylindrical Shells by DQM", Compos Technol, Part B, Vol. 28, pp. 267-274, 1997.
4. Shen, H. "Postbuckling of Nanotube-Reinforced Composite Cylindrical Shells in Thermal Enviroments. PartI:Axially load shells", Composite Structures Vol. 93, pp. 2096-2108, 2011.
5. Shen, H. " Postbuckling of Nanotube-Reinforced Composite Cylindrical Shells in Thermal Enviroments. PartII:Pressure load shells", Composite Structures Vol. 93, pp. 2496-2503, 2011.
6. Darvizeh, M., Darvizeh, A. and Ansari, R. "Thermal Buckling Analysis of Mderately Thick Composite Cylindrical Shells Under Axiymetric Thermal Loading", Mech. and Aerospace Eng, Vol. 3, No. 2, 2007.
7. Shariyat, M. "Dynamic Thermal Buckling of Suddenly Leated Temperature Dependent FGM Cylindrical Shells Under Combined Axial Compression and External Pressure", International Journal of Solids and Structures, Vol. 45, pp. 2598-2613, 2008
8. Eslami, M.R., Ziaii, A.R. and Ghorbanpour, A. "Thermoelastic Buckling of Thin Cylindrical Shells Based on Improved Stability Equations", Journal of Thermal Stresses, Vol. 19, No. 4, pp. 299-315, 1996.
9. Jabbari, M. and Dehbani, H. "An Exact Solution for Classic Coupled Magneto-Thermo-Elasticity in Cylidrical Coordinates", Journal of Solid Mechanics, Vol. 4, No. 1, pp. 33-47, 2009.
10. Ghorbanpour, A., Amir, S. and Khoddami, Z. "Electro-Thermo-Mechanical Response of Thick-Walled Piezoelectric Cylinder Reinforced by BNNTs", Journal of NanoStructures, pp. 113-124, 2012.
11. Hou-Fei, P. and Leung, A. "The Transient Responses of Magneto-Electro-Elastic Hollow Cylinders", Smart Materials and Structures, Vol. 13, pp. 762-776. 2004.
12. Long, Z. and Xuewu, Li. "Buckling and Vibration Analysis of Functionally Graded Magneto-Electro-Thermo-Elastic Circular Cylindrical Shells", Applied Mathematical Modelling, Vol. 37, pp. 2279-2292, 2013.
13. Aboudi, J. "Micromechanical Prediction of the Effective Behavior of Fully Coupled Electro-Magneto-Thermo-Elastic Multiphase Composites", Tel Aviv University, Tel Aviv, Israel NASA / CR- 2000-209787.
14. Jae, L.S. "Effective Properties of Three Phase Electro-Magneto-Elastic Multifunctional Composite Materials", Major Subject: Aerospace Engineering, 2003.
15. Biju, B., Ganesan, N. and Shankar, K. " Response of Multiphase Magneto-Electro-Elastic Sensors Under Harmonic Mechanical loading", International Journal of Engineering, Science and Technology, Vol. 1, No. 1, pp. 216-227, 2009.
16. Tang, T. and Wenbin, Y. "Micromechanical Modeling of the Multiphysical Behavior of Smart Materials using the Variational Asymptotic Method", Smart Mater. Struct. Vo. 18, No. 12, 2009.