

پیش بینی تخریب چندلایه‌های کامپوزیتی چندجهته تحت بار گذاری

خستگی با استفاده از یک مدل آسیب مبتنی بر انرژی

بیژن محمدی^۱، مرتضی حلمی^۲ و داود سلیمی مجد^۳

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه علم و صنعت ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۳/۹؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۸/۲۷)

چکیده

هدف از این تحقیق، تخمین عمر خستگی کامپوزیت‌های چندلایه با استفاده از یک مدل جدید مبتنی بر مکانیک خرابی محیط پیوسته است. بدین منظور یک معیار به فرم بسته بر پایه روش انرژی و در چارچوب مکانیک خرابی ارائه شده است، به گونه‌ای که تفاوت آسیب در سه جهت مختلف را لحاظ می‌نماید و در عین حال محدود به لایه‌چینی خاصی نمی‌باشد. مدل پیشنهادی با استفاده از ماده نوشته‌شده توسط کاربر، در نرم افزار اجزاء محدود ANSYS (یوزرمت) پیاده‌سازی شده است. در این مقاله نحوه مشخصه‌سازی ثوابت مدل بیان شده و برای کامپوزیت کربن-اپکسی AS4/3501-6، ثوابت محاسبه شده‌اند و در نهایت اعتبارسنجی مدل برای کامپوزیت‌های لایه‌ای تک‌جهته و چندجهته مورد ارزیابی قرار گرفته است. در چندلایه‌های چندجهته، نتایج عمر خستگی برای چندلایه‌های متعام دارای سوراخ $[0_4/90_4]_s$ و $[90_4/0_4]_s$ با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد که مدل ارائه‌شده می‌تواند با تقریب بسیار قابل قبولی عمر چندلایه‌های کامپوزیتی را تنها با استفاده از ثوابت به دست آمده از آزمایش چندلایه‌های تک‌جهته در دو نسبت تنش محاسبه نماید.

واژه‌های کلیدی: عمر خستگی، کامپوزیت چندلایه، مکانیک خرابی محیط پیوسته، متغیر آسیب، چگالی انرژی کرنشی

Failure Prediction of Multidirectional Composite Laminates under Fatigue Loading using an Energy Based Damage Model

B. Mohammadi, M. Helmi and D. Salimi-Majd

Mechanical Engineering Department

Iran University of Science and Technology

(Received: 30/May/2015; Accepted: 18/November/2015)

ABSTRACT

The purpose of this study is to estimate the fatigue life of laminated composites using a novel model based on continuum damage mechanics. For this purpose, a closed form criterion based on the energy method has been presented in the context of damage mechanics such that considers the difference of damage in three directions and moreover is not limited to a special layup. The proposed model has been implemented in the ANSYS finite element software using the material coded by the user (Usermat). The method of characterization of the model constants has been presented in this paper and the constants have been determined for AS4/3501-6 Carbon-Epoxy composite and finally, validation of the model for unidirectional and multidirectional layered composites has been evaluated. For multidirectional laminates, results of fatigue life for cross-ply laminates with hole with the layups $[0_4/90_4]_s$ and $[90_4/0_4]_s$ compared with experimental results. The results show that the developed model can predict the fatigue life of laminated composites only by using the material constants which is obtained from experiments of unidirectional laminates in two stress levels.

Keywords: Fatigue Life, Laminated Composite, Continuum Damage Mechanics, Damage Variable, Strain Energy Density

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): bijan_mohammadi@iust.ac.ir

۲- کارشناسی ارشد: morteza.helmi@gmail.com

۳- کارشناسی ارشد: d.salimimajd@gmail.com

۱- مقدمه

کامپوزیت‌های الیافی پلیمری، به‌خاطر خواص جهتی‌شان و داشتن نسبت استحکام به وزن بالا، کاربردهای مهندسی زیادی به‌ویژه در سازه‌های هوایی دارند. تعداد زیادی از این کاربردها شامل اجزائی است که تحت بارگذاری متناوب قرار می‌گیرند. این بارگذاری‌های متناوب، باعث آسیب و تنزل خواص مواد به‌صورت انباشتگی آسیب می‌شوند. با توجه به اهمیت سبکی در سازه‌های هوایی، پیش‌بینی مناسب عمر خستگی مواد مرکب لایه‌ای موضوعی مهم در طراحی بهینه آنها می‌باشد. اما در عین حال به‌دلیل رفتار ناهمسانگرد این مواد، پیش‌بینی تخریب آنها به‌ویژه تحت بارگذاری خستگی بسیار پیچیده می‌باشد و توجه محققین زیادی را به‌خود جلب نموده است.

بارگذاری خستگی باعث ایجاد ترک‌های میکروسکوپی می‌شوند، که در مقیاس ماکروسکوپی خود را به‌صورت کاهش استحکام، کاهش سفتی و کاهش عمر باقی‌مانده ماده نشان می‌دهند [۱]. برای مطالعه تأثیر عیوب میکروسکوپی در مواد، متغیر وضعیت داخلی ماده در چارچوب علم ترمودینامیک و با استفاده از مکانیک خرابی محیط پیوسته تعریف شده است. این متغیر وضعیت، متغیر آسیب نام دارد.

هنگام به‌کارگیری مدل‌های خستگی بر پایه مکانیک خرابی محیط پیوسته برای پیش‌بینی رفتار خستگی مواد، اثر توأم پاسخ مکانیکی و انباشتگی آسیب چالش‌های فراوانی را ایجاد کرده است. برای مواد کامپوزیتی، مکانیزم آسیب خستگی بسیار پیچیده است و علت این پیچیدگی، تفاوت خواص مواد اجزائی سازنده و همچنین مشخصات ناهمسانگرد این مواد است [۲-۶]. برای داشتن قابلیت اطمینان بالا برای ساختارها در طول زمان استفاده، این مسئله حائز اهمیت فراوان است که تنزل خواص ماده و عمر خستگی باقی‌مانده مواد به‌صورت دقیق بررسی شوند. از سال ۱۹۷۰، موضوع خستگی کامپوزیت‌ها مورد بررسی قرار گرفته است و دستاوردهای فراوانی در این زمینه به‌دست آمده است. با این حال به‌علت پیچیدگی مکانیزم آسیب ناشی از خستگی کامپوزیت‌ها، مسئله پیش‌بینی آسیب خستگی کامپوزیت‌ها تحت بارگذاری متناوب هنوز یک مسئله جدید محسوب می‌شود.

به‌منظور ارزیابی ساختار کامپوزیت‌ها و ارائه یک راه‌حل دقیق برای توصیف خستگی و پیش‌بینی عمر کامپوزیت، یک مدل کامل باید شرایط زیر داشته باشد [۷]:

- به کمترین داده ورودی نیاز داشته باشد،
- بتواند شرایط کامپوزیت را تحت انواع بارگذاری‌های مرکب مورد بررسی قرار دهد،
- بتواند برای هر نوع کامپوزیت چندلایه با هر نوع لایه‌چینی قابل اجرا باشد،
- کفایت لازم را برای تحلیل ساختارهای رایج داشته باشد و
- برای تعیین رفتار بتواند تأثیر شرایط محیطی از جمله دما و رطوبت را در نظر بگیرد.

در این مقاله، به‌منظور پیش‌بینی رشد آسیب درون لایه‌ای و عمر خستگی کامپوزیت‌های چندلایه، مدلی با استفاده از روش مکانیک خرابی محیط پیوسته و بر پایه روش انرژی ارائه شده است که مستقل از لایه‌چینی می‌باشد و خواص جهتی را در نظر می‌گیرد. لازم به‌ذکر است که مدل مزبور برای شرایط محیطی معمولی می‌باشد و در شرایط دماهای خاص و وجود رطوبت می‌بایست اصلاحاتی در مدل صورت گیرد.

برای محاسبه عمر خستگی چندلایه تحت بارگذاری به‌کمک مدل ارائه‌شده، پس از انجام آزمایش‌های استاتیکی به‌منظور مشخصه‌سازی مادی، ابتدا بایستی آزمایش کشش خستگی روی چندلایه تک‌جهته در جهت الیاف و رزین انجام شود و درنهایت با برازش روابط مدل بر روی نتایج افت سفتی برحسب چرخه‌های بارگذاری حاصل از آزمایش، ثوابت مدل به‌دست می‌آید. با در اختیارداشتن مشخصات استاتیکی و نتایج آزمایش خستگی برای چندلایه تک‌جهته، می‌توان عمر خستگی را برای هر چند لایه با هر نوع لایه‌چینی محاسبه کرد.

در این مطالعه، پس از بیان روابط ساختاری مدل، با استفاده از نتایج آزمایشی موجود برای کامپوزیت چندلایه تک‌جهته AS4/3501-6 [۲]، ثوابت مدل مبتنی بر نتایج آزمایشی بارگذاری کششی متناوب روی چندلایه تک‌جهته در دو سطح تنش محاسبه شده و به‌منظور اعتبارسنجی اولیه مدل، چندلایه‌های تک‌جهته در سطوح تنش دیگر تحت تحلیل خستگی قرار گرفته‌اند. در ادامه اعتبارسنجی مدل برای کامپوزیت‌های لایه‌ای چندجهته مورد ارزیابی قرار گرفته است. رفتار خستگی کامپوزیت‌های چندلایه‌ی متعامد با شرایط بارگذاری Pin/loaded که یک مسئله پیچیده و ترکیبی از نظر توزیع تنش می‌باشد، مورد بررسی قرار گرفته است. بدین‌منظور، نتایج عمر خستگی برای چندلایه‌های متعامد [0₄/90₄] و [90₄/0₄] با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است.

۲- مروری بر پیشینه پژوهش

حدود چند دهه است که مسئله خستگی کامپوزیت‌ها مورد مطالعه قرار گرفته است و بسیاری از مدل‌های پیشنهادی، تعدادی از نیازمندی‌های یادشده در بخش قبل را که ملزومات یک مدل قابل قبول هستند، ارضا کرده‌اند. اما مدل‌های رایج نتوانسته‌اند همه شرایط را برای داشتن قابلیت اطمینان بالا برآورده کنند. در مدل‌های قبلی تعدادی از انواع بارگذاری خستگی از جمله، بارگذاری با دامنه ثابت، بارگذاری بلوکی و بارگذاری طیفی مورد بررسی قرار می‌گرفته است. اما هنوز هیچ مدلی به‌طور رضایت‌بخش نتوانسته است تمامی شرایط بارگذاری را مورد بررسی قرار دهد [۷].

دگریک^۱ و ون‌پاچم^۲ [۸] مدل‌های خستگی موجود را به سه دسته تقسیم‌بندی کرده‌اند:

- مدل عمر خستگی براساس منحنی‌های S-N،
- مدل‌های سفتی و استحکام باقی‌مانده^۳ و
- مدل‌های بررسی سیر تکاملی آسیب^۴.

روش منحنی S-N برای حل مسئله خستگی کامپوزیت‌ها به فراوانی به‌کار گرفته شده است. با این حال، این روش تنها تحت شرایط تنش‌های پایین و ساده‌شده مناسب است [۹]. چرا که مدل عمر خستگی براساس منحنی‌های S-N جزئیات مکانیزم خستگی را در نظر نمی‌گیرد. این روش، یک روش کاملا تجربی است و به داده‌های آزمایشگاهی فراوانی نیاز دارد. برای همه تفاوت‌های میان چندلایه‌ها از جمله ترتیب و موقعیت لایه‌ها، باید منحنی‌ها S-N به‌صورت مجزا موجود باشد تا بتوان از این روش برای پیش‌بینی عمر کامپوزیت‌ها استفاده کرد. از این‌رو، ایجاد شرایط برای استفاده از این روش، گران و زمان‌بر است. اما اگر داده‌های لازم موجود باشند، یک روش ساده محسوب می‌شود [۱۰].

مفهوم انباشتگی آسیب برای پیش‌بینی عمر خستگی مواد کامپوزیتی می‌تواند راه‌حل مناسب‌تری باشد. با این حال، آسیب خستگی نمی‌تواند به‌صورت مستقیم اندازه‌گیری شود. بنابراین، مدل‌های یانگ مواد کامپوزیتی برای برآورد آسیب خستگی تحت بارگذاری متناوب مورد استفاده قرار می‌گیرند. مدل‌های یانگ اندازه‌گیری شده از آزمایش‌های خستگی نیز چیزی شبیه مدل‌سازی انباشتگی آسیب را نشان می‌دهند.

هوانگ^۵ و هان^۶ [۱۱] در سال ۱۹۸۶، به مطالعه در زمینه پیش‌بینی عمر خستگی کامپوزیت چندلایه به روش انباشتگی آسیب تحت بارگذاری چندمحوره پرداختند. به‌علاوه هالورسون تابع توانی نرخ دوره بارگذاری را برای ارزیابی استحکام باقی‌مانده مواد و محاسبه عمر خستگی به‌کار برد [۱۲]. توابع غیرخطی انباشتگی آسیب دیگری هم در این زمینه مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۱۳]. این توابع غیرخطی، توانایی این را دارند که رشد آسیب را در حالت ابتدای آسیب یا حالت نزدیک انتهای عمر مورد بررسی قرار دهند، ولی نه هر دو آنها را [۱۴]. برای مثال مدل آسیب سوبرمانیان^۷ [۱۳]، رشد سریع آسیب را در طول بارگذاری متناوب توضیح می‌دهد، ولی قادر نیست رشد آسیب را در حالت نزدیک به‌حالت شکست بررسی کند. همچنین، مدل هالورسون^۸ [۱۲]، می‌تواند نرخ رشد آسیب را در انتهای عمر خستگی مورد بررسی قرار دهد، اما این مدل نمی‌تواند به‌صورت دقیق نرخ رشد آسیب را در طول بارگذاری متناوب توضیح دهد. مدل رایف اشنايدر^۹ [۱۴]، می‌تواند نرخ رشد آسیب را هم در طول دوره بارگذاری و هم در حالت نزدیک به انتهای عمر مواد کامپوزیتی توضیح دهد.

در مدل پیشنهادی دگریک و ون‌پاچم [۱۵] تغییر مدول‌های الاستیک در بارگذاری متناوب خمشی مطالعه شده است. در این مدل، نرخ رشد آسیب خستگی و مقدار سفتی کاهش یافته با دو بخش جداگانه بیان می‌شوند، یکی شروع و دیگری انتشار آسیب خستگی.

پایان^{۱۰} و هچارد^{۱۱} [۱۶] مدلی بر پایه مکانیک خرابی ارائه کردند که در این مدل از دو متغیر اسکالر آسیب به‌منظور توصیف کاهش سفتی تحت بارگذاری عرضی و بارگذاری برشی استفاده شده است. یکی از این متغیرهای آسیب مربوط به آسیب کل ناشی از بارگذاری استاتیکی و متغیر آسیب دیگر مربوط به آسیب کل ناشی از بارگذاری خستگی می‌باشد. با برهم نهی این دو آسیب، آسیب کل ناشی از بارگذاری به‌دست می‌آید.

شکریه و لسارد^{۱۲} [۲] در سال ۲۰۰۰ مدلی را به‌منظور پیش‌بینی عمر خستگی از طریق محاسبه سفتی و استحکام

5- Hwang

6- Han

7- Subramanian

8- Halverson

9- Reifsnider

10- Payan

11- Hochard

12 - Lessard

1- Degrieck

2- Paepegem

3- Residual Stiffness/Strength Models

4- Progressive Damage Models

نگرفته است، در این مطالعه فرض شده است که نرخ انباشتگی آسیب در یک نسبت بار معین به مقدار ماکزیمم چگالی انرژی کرنشی کشسان (W_e) و متغیر آسیب (D) بستگی دارد و به صورت رابطه (۲) است:

$$\frac{dD}{dN} = f(D, W_e) \quad (2)$$

سختی مسئله این است که تابع (f) قابل شناسایی نیست. شکل تابع (f) باید با استفاده از نتایج آزمایش خستگی به دست آید. بهتر است که از رابطه میان آسیب و معادلات الاستیسیته برای برآورد آسیب خستگی کمک گرفت. پارامتر (D) به صورت تئوری با زمان (یا تعداد دوره‌های بارگذاری) به دلیل تغییر مدول کششی یانگ (E) در ارتباط است. موقر و همکاران [۲۴] فرض نمودند که در نسبت بار صفر، یک رابطه توانی میان ماکزیمم انرژی کرنشی مخصوص و نرخ رشد آسیب وجود دارد. یعنی نرخ رشد آسیب می‌تواند به صورت رابطه (۳) نوشته شود [۲۴]:

$$\frac{dD}{dN} = c(W_e)_{\max}^m \quad (3)$$

که، c و m ثوابت تجربی می‌باشند و (W_e)، ماکزیمم انرژی کرنشی در واحد حجم نمونه است و از مولفه‌های تنش و کرنش کشسان تانسوری از رابطه (۴) محاسبه می‌شود:

$$W = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (4)$$

مهمترین نقص این مدل این است که نرخ رشد آسیب در جهات مختلف، یکسان فرض شده است که در واقعیت این‌گونه نیست و اثر مولفه‌های مختلف تنش در آسیب جهات الیاف و عمود بر آن، متفاوت است.

با توجه به عیب مدل موقر در عدم تفکیک مناسب موده‌های خرابی در جهات مختلف، در تحقیق جاری سه متغیر آسیب مجزا در جهات مادی در نظر گرفته شده است که رابطه نرخ رشد آسیب هر مود برحسب مجموع ترم‌هایی از انرژی کرنشی که در رشد آسیب آن مود مؤثرند، به صورت روابط (۵) تا (۷) فرض می‌شود:

$$\frac{dD_1}{dN} = c_1 \left(\frac{\Delta W_1}{W_1^0} \right)^{m_1} \quad (5)$$

$$\frac{dD_2}{dN} = c_2 \left(\frac{\Delta W_2}{W_2^0} \right)^{m_2} \quad (6)$$

$$\frac{dD_3}{dN} = c_3 \left(\frac{\Delta W_3}{W_3^0} \right)^{m_3} \quad (7)$$

در این رابطه اندیس‌های ۱، ۲ و ۳، به ترتیب مربوط جهات

باقی‌مانده ارائه دادند. به علاوه شکریه و طاهری [۱۷] در سال ۲۰۰۸ و شکریه و حقیقی یزدی [۱۸] در سال ۲۰۰۹ به بررسی کاهش سفتی تحت بارگذاری خستگی روی کامپوزیت‌های چندلایه متعامد پرداختند.

کوارسیمین^۱ و همکاران [۱۹] در سال ۲۰۱۰ از یک مدل تجربی برای پیش‌بینی عمر خستگی کامپوزیت‌ها تحت بارگذاری چندمحوره استفاده نمودند.

شیری و همکاران [۲۰] در سال ۲۰۱۵، پیش‌بینی عمر خستگی مواد مرکب پلیمری براساس کاهش هم‌زمان سفتی و استحکام تحت بارگذاری با دو سطح تنش را مورد مطالعه قرار دادند. به علاوه خان‌محمدی و احمدی [۲۱] نیز در سال ۲۰۱۵ با استفاده از مدل‌های مبتنی بر افت استحکام، عمر خستگی در چندلایه‌های کامپوزیتی را بررسی نمودند. همچنین، محسنی‌شکیب، با در نظر گرفتن رفتار غیرخطی برشی، پاسخ سازه‌های مرکب تقویت‌شده با الیاف تحت بارگذاری متناوب را مورد بررسی قرار داد [۲۲-۲۳].

موقر و همکاران [۲۴] در سال ۲۰۱۲ یک مدل جدید برای پیش‌بینی عمر خستگی کامپوزیت‌های چندلایه بر پایه روش انرژی ارائه دادند. از جمله عیوب مدل ارائه‌شده توسط این محققین می‌توان به این نکته اشاره کرد که در این مدل نرخ رشد آسیب خستگی در تمام جهات یکسان فرض شده است. به علاوه این مدل برای پیش‌بینی عمر هر چند لایه مورد مطالعه، ثوابت جداگانه‌ای را در نظر می‌گیرد. در این مقاله سعی شده است که این عیوب برطرف شود و مدل پیش‌بینی رشد آسیب درون‌لایه‌ای به گونه‌ای توسعه داده شود که با استفاده از مشخصه‌سازی ثوابت مربوط به مدل در آزمایش‌های کشش تک‌جهته در جهت الیاف و رزین، بتوان این ثوابت را برای پیش‌بینی عمر هر نوع چندلایه به کار برد.

۳- روابط ساختاری مدل ارائه‌شده

در حالت عمومی متغیر آسیب (D) را می‌توان به عنوان تابعی از ماکزیمم مقدار چگالی انرژی کرنشی کشسان، تعداد دوره‌های بارگذاری (N)، نسبت تنش (R)، شرایط محیطی از جمله دمای (T) و خواص ماده از جمله سفتی (E) مطابق رابطه (۱) فرض نمود:

$$D = D(W_e, N, E_{ijki}, R, T, \dots) \quad (1)$$

با توجه به آنکه اثرات دما و رطوبت در این پژوهش مد نظر قرار

نتایج آزمایش‌های شکریه و همکاران [۲] صحت مناسب این فرض را تایید می‌نماید.

در این روابط X_T و Y_T به ترتیب استحکام کششی اولیه تک‌لایه در جهت الیاف و عمود بر الیاف و E_x و E_y به ترتیب سفتی اولیه تک‌لایه در جهت الیاف و عمود بر آن می‌باشند. لازم به ذکر است که طبق روابط (۷) و (۱۳) در اینجا تک‌لایه اولیه به صورت همسانگرد عرضی فرض شده است. البته بعد از رخ دادن آسیب با توجه به تأثیر متفاوت مؤلفه‌های مختلف تنش در آسیب دو جهت عمود بر الیاف، لزوماً این گونه نیست و این موضوع در این پژوهش با در نظر گرفتن دو متغیر آسیب مجزا در صفحه عمود بر الیاف لحاظ شده است. بایستی تاکید شود که اگرچه در این مقاله هدف پیش‌بینی آسیب "درون لایه‌ای" می‌باشد اما از آنجاکه آسیب داخل لایه در حالت کلی می‌تواند در سه جهت و تابع تنش‌های خارج صفحه‌ای نیز باشد، در روابط (۸) تا (۱۰) تنش‌های خارج صفحه‌ای و متغیر آسیب در جهت عمود بر صفحه نیز حضور دارند.

برای به دست آوردن مقدار عناصر ماتریس سفتی کاهش یافته و ترم‌های انرژی کرنشی بر حسب پارامترهای ماده و متغیرهای آسیب، بایستی ماتریس تنش‌های موثر ($\tilde{\sigma}_{ij}$) را به دست آورد. تنش موثر تنش است که مرتبط‌کننده کرنش با ماتریس سفتی اولیه می‌باشد. در این پژوهش از رویکرد ارائه شده توسط سیدوروف^۲ [۲۶] برای رابطه تنش موثر استفاده شده است که رابطه آن به صورت رابطه (۱۴) است:

$$[\tilde{\sigma}] = ([I] - [D])^{-1} [\sigma] ([I] - [D])^{-1} \quad (14)$$

که در آن، I ماتریس یکه بوده و با توجه به استفاده از سه متغیر آسیب مجزا در این تحقیق تانسور آسیب (D) در این رابطه به صورت معادله (۱۵) می‌باشد:

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} D_1 & 0 & 0 \\ 0 & D_2 & 0 \\ 0 & 0 & D_3 \end{bmatrix} \quad (15)$$

با استفاده از تعریف رابطه (۱۴) برای تنش موثر و با اتخاذ رویکرد معادل‌سازی کرنش می‌توان نشان داد که ماتریس نرمی آسیب دیده برای ماده با رفتار اولیه همسانگرد عرضی به صورت رابطه (۱۶) به دست می‌آید.

پیش‌بینی تخریب چندلایه‌های کامپوزیتی چندجهته تحت بارگذاری ...

الیاف، عمود بر الیاف در داخل صفحه و عمود بر صفحه چندلایه می‌باشند و ثوابت c_i و m_i ثوابت تجربی می‌باشند که نحوه مشخصه‌سازی آنها در ادامه خواهد آمد. به منظور پیش‌بینی مناسب رشد آسیب بایستی متغیر آسیب در هر جهت تابع تنش‌های مؤثر بر خرابی در آن جهت مبتنی بر فیزیک رشد آسیب در نظر گرفته شود. بدین منظور با الهام از معیارهای تخریب کلاسیکی مانند معیار هشین، ترم‌های انرژی کرنشی تأثیرگذار بر مود خرابی در هر جهت در روابط (۵) تا (۷) به صورت روابط (۸) تا (۱۰) در نظر گرفته می‌شوند:

$$W_1 = \frac{1}{2} \sigma_{11} \varepsilon_{11} + \frac{1}{2} \sigma_{12} \gamma_{12} + \frac{1}{2} \sigma_{13} \gamma_{13} \quad (8)$$

$$W_2 = \frac{1}{2} \sigma_{22} \varepsilon_{22} + \frac{1}{2} \sigma_{12} \gamma_{12} + \frac{1}{2} \sigma_{23} \gamma_{23} \quad (9)$$

$$W_3 = \frac{1}{2} \sigma_{33} \varepsilon_{33} + \frac{1}{2} \sigma_{13} \gamma_{13} + \frac{1}{2} \sigma_{23} \gamma_{23} \quad (10)$$

در روابط (۵) تا (۷)، ΔW_i تغییرات چگالی انرژی کرنشی W_i در چرخه بارگذاری خستگی جاری در نقطه انتگرال‌گیری موردنظر می‌باشد. در نظر گرفتن تغییرات انرژی کرنشی در این روابط به نوعی اثرات نسبت بار را در مدل وارد می‌کند. به علاوه عناصر (W_i^0) به صورت روابط (۱۱) تا (۱۳) تعریف می‌شوند:

$$W_1^0 = \frac{1}{2} (1 - D_1) \frac{X_T^2}{E_x} \quad (11)$$

$$W_2^0 = \frac{1}{2} (1 - D_2) \frac{Y_T^2}{E_y} \quad (12)$$

$$W_3^0 = \frac{1}{2} (1 - D_3) \frac{Y_T^2}{E_y} \quad (13)$$

لازم به ذکر است که با لحاظ نمودن این کمیت‌ها در روابط نرخ رشد آسیب ضمن بی‌بعد شدن ثوابت c_i ، اثر تغییرات نرخ رشد آسیب با افت استحکام و سفتی باقی‌مانده در نظر گرفته شده است. برای تعیین لحظه شکست بایستی یک معیار تخریب به کار گرفته شود [۲۵]. در این مقاله آسیب کامل هر مود، متناظر با انرژی کرنشی بحرانی جاری متناظر با آن مود در لحظه موردنظر در نظر گرفته شده است و به علاوه فرض شده است که استحکام باقی‌مانده در هر جهت متناسب با سفتی باقی‌مانده در آن جهت باشد. در نظر گرفتن این فرض، پارامترها و آزمایش‌های لازم برای مشخصه‌سازی مدل را کاهش می‌دهد.

۴- مشخصه یابی مدل در حالت های خاص بارگذاری

همان طور که اشاره شد، مدل ارائه شده در این مقاله، به منظور پیش بینی آسیب درون لایه های توسعه داده شده است. لذا به منظور "مشخصه سازی" ثوابت مدل تخریب درون لایه های بهتر است به منظور اجتناب از ایجاد برهم کنش این مود خرابی با مود "جدایی بین لایه های ۱"، چندلایه های مورد بررسی قرار گیرد که در آنها مود جدایی بین لایه های وجود ندارد [۲۷].

بدین منظور چندلایه های تک جهته تحت کشش مورد استفاده قرار می گیرد تا بتوان پیش بینی عمر را تنها با استفاده از تخریب درون لایه ای انجام داد. در صورتی که نسبت بار صفر باشد، برای یک ورق چندلایه تک جهته تحت بارگذاری متناوب کنترل نیرویی داخل صفحه ای می توان نرخ رشد متغیرهای آسیب در دو جهت الیاف و عمود بر الیاف (در داخل صفحه) را برحسب توابع انرژی کرنشی ماکزیمم در چرخه بارگذاری از روابط (۲۲) و (۲۳) محاسبه نمود:

$$\frac{dD_1}{dN} = c_1 \left(\frac{W_{1Max}}{W_1^0} \right)^{m_1}$$

$$W_1 = \frac{1}{2} \sigma_{11} \epsilon_{11} + \frac{1}{2} \sigma_{12} \gamma_{12}$$

$$W_1^0 = \frac{1}{2} (1 - D_1) \frac{X_T^2}{E_X} \quad (22)$$

$$\frac{dD_2}{dN} = c_2 \left(\frac{W_{2Max}}{W_2^0} \right)^{m_2}$$

$$W_2 = \frac{1}{2} \sigma_{22} \epsilon_{22} + \frac{1}{2} \sigma_{12} \gamma_{12}$$

$$W_2^0 = \frac{1}{2} (1 - D_2) \frac{Y_T^2}{E_Y} \quad (23)$$

توابع انرژی کرنشی بسته به نوع بارگذاری و جهت گیری الیاف در تک لایه متفاوت خواهند بود. در ادامه دو حالت مرسوم برای آزمایش خستگی مواد مرکب لایه ای جهت استخراج نحوه مشخصه سازی ثوابت مدل ارائه شده برای تخمین عمر خستگی تشریح می گردد.

بارگذاری اعمالی مدنظر در این حالت به صورت کنترل نیرو با مقدار دامنه ثابت در نسبت بار تقریباً برابر صفر می باشد. در این حالت، آسیب خستگی تنها در جهت الیاف رخ خواهد داد و با توجه به حضور تنها مولفه تنش σ_1 در جهت الیاف، رابطه (۲۲) به صورت رابطه (۲۴) بازنویسی می شود.

$$\frac{dD_1}{dN} = c_1 \left(\frac{\sigma_1}{(1 - D_1) X_T} \right)^{2m_1} \quad (24)$$

$$S_D = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1^*} & \frac{\nu_{21}}{E_2^*} & \frac{\nu_{21}}{E_3^*} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{12}}{E_1^*} & \frac{1}{E_2^*} & \frac{\nu_{23}}{E_3^*} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{12}}{E_1^*} & \frac{\nu_{23}}{E_2^*} & \frac{1}{E_3^*} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}^*} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}^*} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}^*} \end{bmatrix} \quad (16)$$

که در آن، سفتی های آسیب دیده قائم و برشی به صورت $G_{ij}^* = \sqrt{(1 - D_i)(1 - D_j)} G_{ij}$ و $E_i^* = (1 - D_i) E_i$ سفتی های اولیه متناظر و متغیرهای آسیب مرتبط می شوند. با داشتن ماتریس نرمی آسیب دیده، مقدار چگالی انرژی کرنشی برحسب تنش های واقعی از رابطه (۱۷) می تواند محاسبه گردد.

$$W = \frac{1}{2} [\sigma]^T [S_D] [\sigma] \quad (17)$$

با جایگذاری رابطه (۱۶) در رابطه (۱۷)، چگالی انرژی کرنشی برای تعریف به کار گرفته شده برای تانسور تنش موثر، از رابطه (۱۸) به دست می آید:

$$W = \frac{\sigma_{11}^2}{2E_1(1 - D_1)} + \frac{\sigma_{22}^2}{2E_2(1 - D_2)} + \frac{\sigma_{33}^2}{2E_3(1 - D_3)} + \frac{\sigma_{13}^2}{2G_{12}\sqrt{(1 - D_1)(1 - D_3)}} + \frac{\sigma_{23}^2}{2G_{23}\sqrt{(1 - D_2)(1 - D_3)}} + \frac{\sigma_{12}^2}{2G_{12}\sqrt{(1 - D_1)(1 - D_2)}} - \frac{\nu_{21}\sigma_{11}\sigma_{22}}{2E_2(1 - D_2)} - \frac{\nu_{21}\sigma_{11}\sigma_{33}}{2E_2(1 - D_3)} - \frac{\nu_{12}\sigma_{11}\sigma_{22}}{2E_1(1 - D_1)} - \frac{\nu_{23}\sigma_{33}\sigma_{22}}{2E_2(1 - D_3)} - \frac{\nu_{12}\sigma_{11}\sigma_{33}}{2E_1(1 - D_1)} - \frac{\nu_{23}\sigma_{33}\sigma_{22}}{2E_2(1 - D_2)} \quad (18)$$

همچنین، مقدار ترم های انرژی کرنشی تعریف شده در روابط (۸) تا (۱۰) برحسب مؤلفه های تنش و متغیرهای آسیب در سه جهت ۱، ۲ و ۳، از روابط (۱۹) تا (۲۱) به دست می آید.

$$W_1 = \frac{\sigma_{11}^2}{2E_1(1 - D_1)} - \frac{\nu_{12}\sigma_{11}\sigma_{22}}{2E_1(1 - D_1)} - \frac{\nu_{12}\sigma_{11}\sigma_{33}}{2E_1(1 - D_1)} + \frac{\sigma_{13}^2}{2G_{12}\sqrt{(1 - D_1)(1 - D_3)}} + \frac{\sigma_{12}^2}{2G_{12}\sqrt{(1 - D_1)(1 - D_2)}} \quad (19)$$

$$W_2 = \frac{\sigma_{22}^2}{2E_2(1 - D_2)} - \frac{\nu_{21}\sigma_{11}\sigma_{22}}{2E_2(1 - D_2)} - \frac{\nu_{23}\sigma_{33}\sigma_{22}}{2E_2(1 - D_3)} + \frac{\sigma_{23}^2}{2G_{23}\sqrt{(1 - D_2)(1 - D_3)}} + \frac{\sigma_{12}^2}{2G_{12}\sqrt{(1 - D_1)(1 - D_2)}} \quad (20)$$

$$W_3 = \frac{\sigma_{33}^2}{2E_3(1 - D_3)} - \frac{\nu_{21}\sigma_{11}\sigma_{33}}{2E_2(1 - D_3)} - \frac{\nu_{23}\sigma_{33}\sigma_{22}}{2E_2(1 - D_2)} + \frac{\sigma_{13}^2}{2G_{12}\sqrt{(1 - D_1)(1 - D_3)}} + \frac{\sigma_{23}^2}{2G_{23}\sqrt{(1 - D_2)(1 - D_3)}} \quad (21)$$

حضور تنها مولفه تنش ماکزیمم σ_2 در جهت عمود بر الیاف، رابطه (۲۳) به صورت رابطه (۳۱) بازنویسی می شود.

$$\frac{dD_2}{dN} = c_2 \left(\frac{\sigma_2}{(1-D_2)Y_T} \right)^{2m_2} \quad (31)$$

با طی نمودن روندی مشابه با آنچه برای کشش چندلایه تک جهته در جهت الیاف بیان شد، برای وضعیت کشش در جهت رزین، روابط عمر و افت سفتی (۲۹) و (۳۰) در این وضعیت به صورت روابط (۳۲) و (۳۳) بازنویسی می شوند:

$$N_f = \frac{(1 - (\frac{\sigma_2}{Y_T})^{2m_2+1})}{(2m_2 + 1)c_2 (\frac{\sigma_2}{Y_T})^{2m_2}} \quad (32)$$

$$\frac{N}{N_f} = \frac{(1 - (\frac{E_Y^R}{E_Y^0})^{2m_2+1})}{(1 - (\frac{\sigma_2}{Y_T})^{2m_2+1})} \quad (33)$$

برای بررسی رفتار کششی مواد مرکب تک لایه، از نمونه های تحت بارگذاری کششی با مشخصات ارائه شده در استاندارد استفاده می شود [۲۸]. با انجام آزمایش خستگی، علاوه بر به دست آوردن عمر خستگی، می توان مدول الاستیک را در هر لحظه به دست آورد و نمودار مدول الاستیک بر حسب تعداد چرخه های بارگذاری را رسم کرد. با در اختیار داشتن نمودار بی بعد شده مدول الاستیک بر حسب عمر، می توان با برآزش روابط (۳۰) و (۳۳) بر روی داده های آزمایشگاهی دو آزمایش خستگی نمونه های تک جهته در جهت الیاف و عمود بر جهت الیاف، ثابت عددی m را برای الیاف و ماتریس محاسبه نمود و با در اختیار داشتن ثابت عددی m می توان از روابط (۲۹) و (۳۲) ثابت عددی c را برای الیاف و ماتریس محاسبه نمود. طبیعی است هرچه تعداد آزمایش های خستگی نمونه های تک جهته بیشتر باشد، دقت ثوابت محاسبه شده به منظور پیش بینی مناسب عمر خستگی چندلایه های چند جهته بیشتر خواهد بود.

لازم به ذکر است که با توجه به در نظر گرفتن رفتار همسانگرد عرضی اولیه در کامپوزیت تک جهته، به منظور کاهش آزمایش های لازم برای مشخصه سازی ثوابت می توان ثوابت خستگی در جهت عمود بر صفحه تک لایه را مشابه ثوابت داخل صفحه تک لایه در جهت عمود بر الیاف در نظر گرفت که این موضوع در رابطه (۷) اعمال شده است.

پیش بینی تخریب چندلایه های کامپوزیتی چند جهته تحت بارگذاری ...

با توجه به اعمال تنش ماکزیمم ثابت σ_1 در چرخه بارگذاری، با انتگرال گیری از معادله (۲۴) به ازای تغییرات متغیر آسیب از صفر تا D_1 رابطه (۲۵) حاصل می شود.

$$c_1 \left(\frac{\sigma_1}{X_T} \right)^{2m_1} N = \frac{1}{2m_1 + 1} (1 - (1 - D_1)^{2m_1+1}) \quad (25)$$

و با توجه به تعریف سفتی کاهش یافته مطابق رابطه (۲۶)،

$$1 - D_1 = \frac{E_X^R}{E_X^0} \quad (26)$$

مقدار بی بعد شده سفتی بعد از N سیکل (E_X^R) نسبت به سفتی اولیه (E_X^0)، از رابطه (۲۷) حاصل می شود:

$$\frac{E_X^R}{E_X^0} = (1 - (2m_1 + 1)c_1 \left(\frac{\sigma_1}{X_T} \right)^{2m_1} N)^{\frac{1}{2m_1+1}} \quad (27)$$

در اینجا با توجه به بارگذاری کنترل نیرو در یک تنش "معین" برابر با σ_1 ، طبق رابطه (۱۱) پایان عمر متناظر با حالتی است که استحکام باقی مانده به تنش اعمالی برسد. بنابراین مقدار نهایی متغیر وضعیت آسیب درست یک لحظه قبل از شکست نمونه از رابطه (۲۸) به دست می آید.

$$(1 - D_1) X_T = \sigma_1 \Rightarrow D_1 = \frac{X_T - \sigma_1}{X_T} \quad (28)$$

لذا، با جایگذاری رابطه (۲۸) در رابطه (۲۵)، عمر نهایی از رابطه (۲۹) محاسبه می شود:

$$N_f = \frac{(1 - (\frac{\sigma_1}{X_T})^{2m_1+1})}{(2m_1 + 1)c_1 (\frac{\sigma_1}{X_T})^{2m_1}} \quad (29)$$

با مقایسه روابط (۲۷) و (۲۹)، معادله (۳۰) برای رابطه نسبت چرخه های بارگذاری شده بی بعد شده و مدول الاستیسیته بی بعد شده در حالت بارگذاری کششی در جهت الیاف به دست می آید.

$$\frac{N}{N_f} = \frac{(1 - (\frac{E_X^R}{E_X^0})^{2m_1+1})}{(1 - (\frac{\sigma_1}{X_T})^{2m_1+1})} \quad (30)$$

بارگذاری اعمالی مدنظر در این حالت نیز به صورت کنترل نیرو با مقدار دامنه ثابت در چرخه بارگذاری در نسبت بار تقریباً برابر صفر می باشد. در این حالت، آسیب خستگی تنها در جهت عمود بر الیاف در صفحه الیاف رخ خواهد داد و با توجه به

آورد. اما از آنجایی که در نتایج گزارش شده در [۲] افت سفتی تنها در حدود ۱۰ درصد ابتدای بارگذاری خستگی ذخیره و ارائه شده‌اند، لذا نمی‌توان از این نتایج برای مشخصه‌یابی مدل استفاده نمود. چرا که در این صورت ثوابت به‌دست‌آمده از دقت کافی برخوردار نخواهند بود. لذا در این پژوهش به‌منظور مشخصه‌یابی ثوابت مدل، با استفاده از نتایج عمر خستگی دو وضعیت تنش معین به‌ازای هرکدام از دو بارگذاری در جهت الیاف و در جهت عمود بر الیاف، ثوابت c و m محاسبه شده‌اند. با دراختیارداشتن عمر متوسط نهایی کامپوزیت چندلایه تک‌جهته AS4/3501-6 برای بارگذاری در جهت الیاف در وضعیت تنش ماکزیمم ۶۰ درصد استحکام استاتیکی برابر با ۴,۴۶۰,۰۰۰ سیکل و عمر ۲۳۰,۰۰۰ سیکل برای وضعیت تنش ماکزیمم ۷۵ درصد استحکام استاتیکی [۲]، می‌توان مقدار ثابت عددی c_1 و m_1 را از رابطه (۲۹) و از حل دو معادله و دو مجهول محاسبه نمود. مقادیر ثوابت محاسبه شده در جدول ۲ آورده شده است.

با استفاده مشابه از روند بیان‌شده برای نتایج حاصل از آزمایش خستگی کشش چندلایه تک‌جهته در جهت عمود بر الیاف، ثوابت خستگی مدل در جهت ماتریسی نیز به‌دست می‌آید. بدین‌منظور داده‌های عمر متوسط خستگی در دو وضعیت تنش ماکزیمم ۶۰ درصد و ۶۵ درصد استحکام استاتیکی که به‌ترتیب برابر ۳۹,۹۰۰ و ۱۵,۶۰۰ سیکل می‌باشد، به‌کار گرفته‌شده و ثوابت c_2 و m_2 محاسبه شده است. ثوابت مدل خستگی محاسبه‌شده برای کامپوزیت کربن-اپوکسی AS4/3501-6 در جدول ۲ آورده شده است.

جدول (۲): ثوابت استخراج‌شده برای مدل خستگی ارائه‌شده برای کامپوزیت کربن-اپوکسی AS4/3501-6.

نام ثابت	c_1	m_1	c_2	m_2
مقدار ثابت	$1/36 \times 10^{-5}$	۶/۶۲	$7/74 \times 10^{-4}$	۵/۸۵

به‌منظور امکان تحلیل عمر خستگی چندلایه‌های با لایه‌چینی مختلف، مدل مزبور با استفاده از ماده نوشته‌شده توسط کاربر، در نرم‌افزار انسیس پیاده‌سازی شده است. اکنون با استفاده از ثوابت محاسبه شده، می‌توان عمر خستگی را برای هر نوع لایه‌چینی در شرایط مختلف بارگذاری محاسبه کرد.

۶- اعتبارسنجی مدل برای چندلایه‌های تک‌جهته

برای اعتبارسنجی مدل ارائه‌شده برای چندلایه‌های تک‌جهته،

۵- استخراج ثوابت مدل برای یک کامپوزیت معین

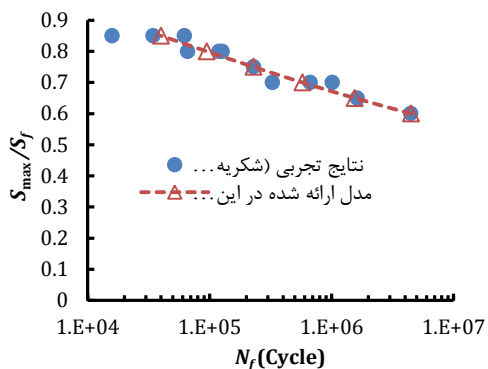
همان‌طور که پیش‌تر ذکر شد، برای پیش‌بینی عمر خستگی ابتدا باید مشخصه‌سازی مادی صورت گیرد. در این پژوهش نتایج آزمایش‌های شکریه و لسارد [۲] روی کامپوزیت AS4/3501-6 مورد بررسی قرار گرفته است. نسبت بار اعمالی در همه آزمایش‌های مورد بررسی در این پژوهش برابر ۰/۱ می‌باشد. نتایج حاصل از آزمایش‌های استاتیکی [۲] در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول (۱): نتایج آزمایش‌های استاتیکی روی کامپوزیت AS4/3501-6 [۲].

مقدار	خواص
۱۴۷ GPa	E_{xx}
۹ GPa	$E_{yy} = E_{zz}$
۵ GPa	$G_{xy} = G_{xz}$
۳ GPa	G_{yz}
۰/۳	$\nu_{xy} = \nu_{xz}$
۰/۴۲	ν_{yz}
۲۰۰۴ MPa	X_t
۱۱۹۷ MPa	X_c
۵۳ MPa	$Y_t = Z_t$
۲۰۴ MPa	$Y_c = Z_c$
۱۳۷ MPa	$S_{xy} = S_{xz}$
۴۲ MPa	S_{yz}
۰/۰۱۳۶	ϵ_{fx}
۰/۰۰۶۸	ϵ_{fy}

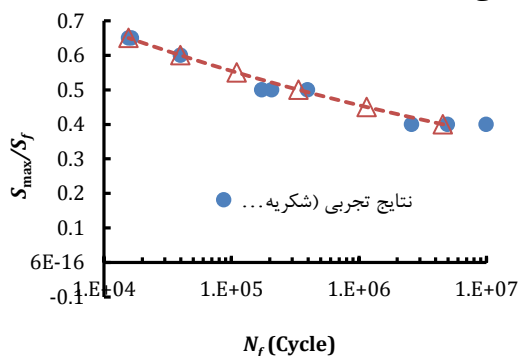
مقادیر مدول کشسانی کششی در جهت الیاف و رزین، مدول برشی داخل صفحه‌ای و خارج صفحه‌ای، ضرایب پواسون داخل صفحه‌ای و خارج صفحه‌ای، استحکام کششی و فشاری در جهت الیاف و زمینه، استحکام برشی داخل صفحه‌ای و خارج صفحه‌ای و کرنش شکست در جهت بارگذاری در این جدول آمده است.

همان‌طور که بیان شد، به‌منظور مشخصه‌یابی ثوابت خستگی مدل ارائه‌شده در این مقاله، با محاسبه نسبت‌های N/N_f و E/E_0 برای نتایج حاصل از آزمایش خستگی چندلایه تک‌جهته در دو جهت الیاف و عمود بر الیاف در یک وضعیت تنش معین و با برازش رابطه (۳۰) یا (۳۳) بر روی این داده‌های آزمایشگاهی، می‌توان مقدار ثابت m_1 و m_2 بهینه را به‌دست



شکل (۱) نمودار تنش - عمر حاصل از مدل جاری و نتایج

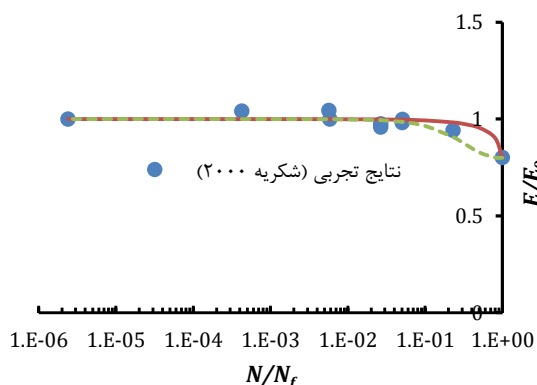
آزمایشی برای بارگذاری در جهت الیاف و در نسبت تنش ۰/۱.



شکل (۲): نمودار تنش - عمر حاصل از مدل جاری و نتایج

آزمایشی برای بارگذاری در جهت ماتریسی و در نسبت تنش ۰/۱.

در شکل ۳ نمودار افت سفتی پیش‌بینی شده توسط مدل در کنار نتایج حاصل از مدل شکرپه و لسارد [۲] و نتایج آزمایشی برای بارگذاری کششی متناوب در جهت الیاف در بار ماکزیمم ۸۰ درصد استحکام استاتیکی آورده شده است.



شکل (۳) مقایسه نتایج افت سفتی مدل ارائه شده با نتایج

آزمایشگاهی و مدل شکرپه و لسارد [۲] برای وضعیت تنش ۸۰ درصد استحکام استاتیکی برای بارگذاری در جهت الیاف و در نسبت تنش ۰/۱.

کافی است با مقادیر ثوابت خستگی محاسبه شده مبتنی بر دو سطح تنش بارگذاری در بخش قبل، عمر نهایی را در سطوح تنش دیگر محاسبه و با نتایج تجربی [۲] مقایسه نمود. این مقایسه برای چندلایه تک‌جهته تحت بارگذاری کششی در جهت الیاف و ماتریس به ترتیب در دو جدول ۴-۳ ارائه شده است.

جدول (۳): مقایسه نتایج عمر خستگی آزمایشگاهی و عمر خستگی محاسبه شده از مدل ارائه شده در جهت الیاف.

درصد تنش اعمالی به استحکام استاتیکی	متوسط عمر حاصل از آزمایش (سیکل)	عمر پیش-بینی شده از مدل (سیکل)	خطا (%)
۰/۶۵	۱۶۲۷۰۰۰	۱۵۵۰۰۰۰	۵
۰/۷	۶۳۷۰۰۰	۵۷۸۰۰۰	۹
۰/۸	۱۰۴۰۰۰	۹۵۰۰۰	۹
۰/۸۵	۳۶۰۰۰	۴۰۰۰۰	۱۱

جدول (۴): مقایسه نتایج عمر خستگی آزمایشگاهی و عمر خستگی محاسبه شده از مدل ارائه شده در جهت عمود بر الیاف.

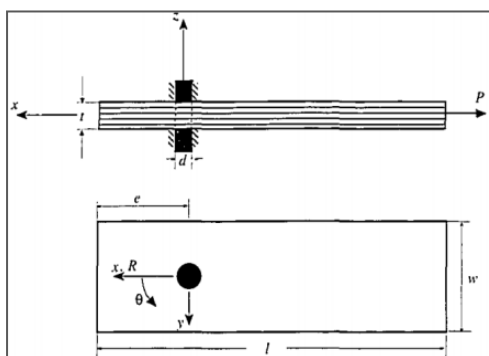
درصد خطا (%)	متوسط عمر حاصل از آزمایش (سیکل)	عمر پیش‌بینی شده از مدل (سیکل)	نسبت تنش اعمالی به استحکام استاتیکی
۷	۴۹۵۰۰۰۰	۴۵۸۰۰۰۰	۰/۴
۱۱	۳۰۲۰۰۰	۳۳۶۰۰۰	۰/۵

مطابق دو جدول ۳ و ۴ متوسط خطای عمر محاسبه شده از مدل ارائه شده و عمر حاصل از نتایج تجربی زیر ۱۰ درصد است که با توجه به محدود بودن داده‌های تجربی در محاسبه ثوابت، خطای بسیار کمی محسوب می‌شود.

در شکل ۱ و ۲ نمودار تنش-عمر حاصل از مدل جاری در کنار نتایج آزمایشی آورده شده است.

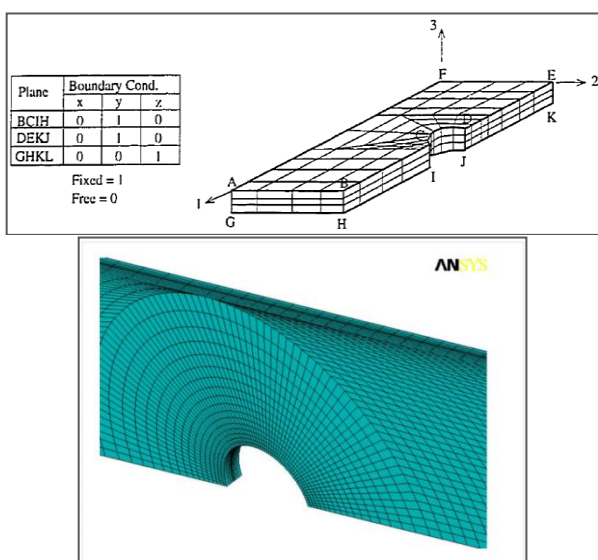
مطابق شکل‌های ۱-۲، نتایج حاصل از مدل تطابق بسیار خوبی با نتایج تجربی دارند که با توجه به خطایی که در خود آزمایش‌های خستگی در تکرارهای مختلف وجود دارد، مطابقت قابل‌قبولی حاصل شده است که نشان از کارایی مدل دارد.

تنش بیشتر از نقاط دیگر است. لازم به ذکر است که در راستای ضخامت هم تعداد المان‌ها در مرز مشترک دو لایه بیشتر در نظر گرفته شده است.



شکل (۴): ابعاد نمونه و نحوه بارگذاری Pin/loaded [۱].

لازم به ذکر است که برای شبیه‌سازی شرایط مرزی در بارگذاری Pin/loaded گره‌های زاویه صفر تا ۸۲/۵ درجه در اطراف سوراخ در جهت شعاعی مقید شده است [۲].



شکل (۵): شرایط مرزی و شبکه بندی مدل المان محدود نمونه.

در این بخش ابتدا، تخریب خستگی در چند لایه متعامد $[0_4/90_4]_s$ در سطح بارگذاری ۶۵ درصد استحکام استاتیکی مورد بررسی قرار خواهد گرفت. لازم به ذکر است که شکست استاتیکی برای چند لایه حفره‌دار متعامد $[0_4/90_4]_s$ مزبور، ۵/۷۸ کیلونیوتن گزارش شده است. لذا بارگذاری خستگی اعمالی به صورت کنترل نیرو و با مقدار بار ماکزیمم ۳/۷۶ کیلونیوتن می‌باشد. برای لایه‌چینی مزبور، توزیع متغیر آسیب

همان‌طور که از شکل ۳ مشاهده می‌شود، نتایج حاصل از مدل جاری تطابق مناسبی با نتایج آزمایشی دارند. بایستی اشاره نمود که در مدل جاری تنها دو ثابت مادی در جهت الیاف وجود دارد که این ثوابت تنها از نتایج عمر خستگی دو آزمایش ۶۰ و ۷۵ درصد استاتیکی به دست آمده‌اند، در حالی که در مدل ارائه شده توسط شکریه و لسارد [۲] تعداد این ثوابت شش مورد می‌باشند، دو ثابت مربوط به افت سفتی، دو ثابت مربوط به افت استحکام و دو ثابت مربوط به عمر که در استخراج این ثوابت نتایج آزمایش ۸۰ درصد استاتیکی نیز مد نظر قرار گرفته شده است. به عبارت دیگر مدل ارائه شده در این پژوهش قادر است با کمترین آزمایش‌های لازم برای مشخصه‌سازی ثوابت مدل، پیش‌بینی مناسبی از عمر خستگی برای وضعیت‌های دیگر تنش ارائه دهد.

در بخش بعد، نتایج حاصل از ثوابت مدل محاسبه شده در نمونه‌های تک‌جهته که در این مقاله ارائه شد، برای نمونه‌های چندلایه با لایه‌چینی چندجهته به کار گرفته خواهد شد و اعتبارسنجی مدل برای چندلایه‌های چندجهته مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۷- اعتبارسنجی مدل برای چندلایه‌های چندجهته

در این بخش، اعتبارسنجی مدل برای کامپوزیت‌های لایه‌ای چندجهته مورد ارزیابی قرار گرفته است. رفتار خستگی کامپوزیت‌های چندلایه‌ی متعامد از جنس AS4/3501-6 با شرایط بارگذاری Pin/loaded که یک مسئله پیچیده و ترکیبی از نظر توزیع تنش می‌باشد، مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور، نتایج عمر خستگی برای چندلایه‌های متعامد $[0_4/90_4]_s$ و $[90_4/0_4]_s$ در نسبت بار ۰/۱ با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است.

چندلایه مورد بررسی و نحوه بارگذاری در شکل ۴ ارائه شده است. طول نمونه ۱۰۱/۶ میلی‌متر، عرض آن ۲۵/۴ میلی‌متر و ضخامت آن ۲/۳۳۶ میلی‌متر می‌باشد. همچنین، فاصله مرکز سوراخ از لبه عرضی نمونه (e)، برابر با عرض نمونه یعنی ۲۵/۴ میلی‌متر انتخاب شده است [۲].

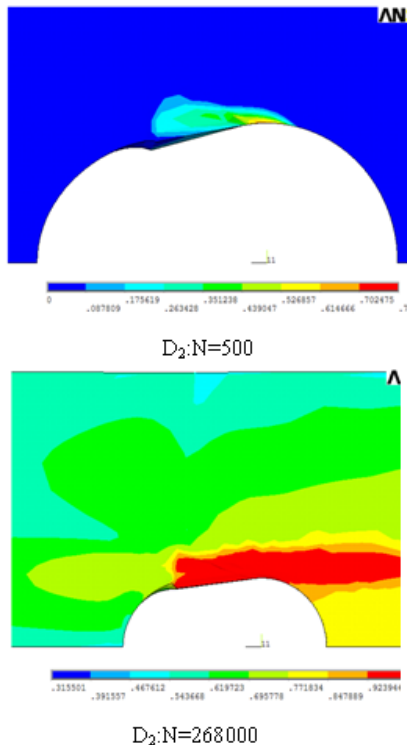
با توجه به مقارن بودن نمونه در راستای ضخامت و در راستای عرضی، می‌توان به منظور کوتاه کردن زمان حل، یک چهارم نمونه را مدل نمود. المان‌بندی انجام شده و شرایط مرزی بارگذاری در شکل ۵ نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، تعداد المان‌ها در اطراف حفره به علت تمرکز

می‌گردد و

- آسیب در راستای زمینه (ترک ماتریسی) در ابتدا و انتهای بارگذاری خستگی در لایه ۹۰ درجه بیشتر از لایه صفردرجه می‌باشد که علت آن منطبق بودن جهت بارگذاری با جهت زمینه در لایه ۹۰ درجه است که باعث می‌شود، تنش در جهت رزین در لایه ۹۰ درجه بیشتر از لایه صفردرجه باشد. البته به دلیل تنش برشی بالای لایه صفردرجه در قطعه دارای سوراخ، در لایه صفردرجه نیز ترک ماتریسی رخ خواهد داد.

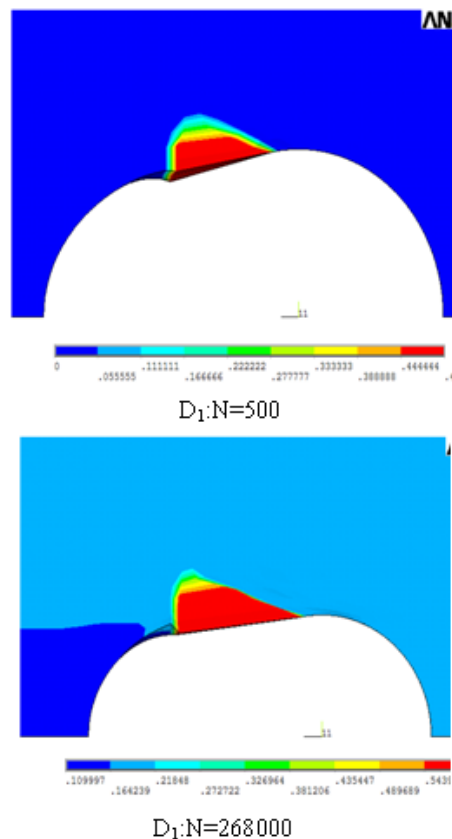
به‌طور مشابه تخریب خستگی در چند لایه متعامد $[90_4/0_4]_s$ در سطح بارگذاری ۶۰ درصد استحکام استاتیکی مورد بررسی گرفت. لازم به ذکر است که شکست استاتیکی برای چند لایه حفره‌دار متعامد $[90_4/0_4]_s$ مزبور، ۶/۵۵ کیلونیوتن گزارش شده است. لذا بارگذاری خستگی اعمالی به صورت کنترل نیرو و با مقدار بار ماکزیمم ۳/۹۳ کیلونیوتن می‌باشد.

در این بخش نتایج به‌دست‌آمده از حل عددی برای عمر خستگی دو چندلایه $[0_4/90_4]_s$ و $[90_4/0_4]_s$ با نتایج به‌دست‌آمده از آزمایش خستگی شکریه [۲] در جداول ۵-۶ مقایسه شده است.



شکل (۷): رشد آسیب خستگی در جهت ماتریس لایه صفردرجه در لایه‌چینی $[0_4/90_4]_s$ در بارگذاری $F_s \cdot 0.65 / 3.76$ کیلونیوتن).

در نواحی اطراف سوراخ در دو جهت الیاف و رزین در هر یک از دو لایه صفردرجه و ۹۰ درجه، در ابتدا و انتهای بارگذاری خستگی در شکل‌های ۹-۶ ارائه شده است.



شکل (۶): رشد آسیب خستگی در جهت الیاف لایه صفردرجه در لایه‌چینی $[0_4/90_4]_s$ در بارگذاری $F_s \cdot 0.65 / 3.76$ کیلونیوتن).

تحلیل خستگی نشان داد که ابتدا آسیب در جهت رزین در لایه ۹۰ درجه رخ می‌دهد و بعد از آن آسیب در جهت رزین در لایه صفردرجه اتفاق می‌افتد و در نهایت آسیب به‌صورت شکست الیاف در لایه صفردرجه رخ می‌دهد. به‌علاوه از دقت در شکل‌های ۹-۶، می‌توان نتایج منطقی زیر را استخراج نمود:

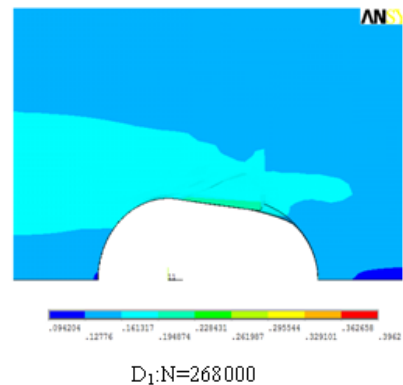
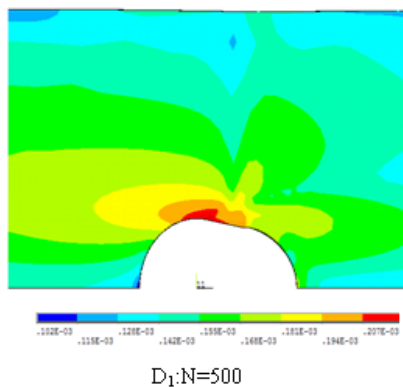
- توزیع آسیب نهایی در هر دو لایه و برای تمامی جهت‌های مختصات محلی در نقاط اطراف سوراخ به‌علت تمرکز تنش در این نواحی بیشتر است،
- آسیب در جهت الیاف در ابتدا و انتهای بارگذاری خستگی، در لایه صفردرجه بسیار بیشتر از لایه ۹۰ درجه می‌باشد. علت این امر این است که جهت الیاف لایه صفردرجه منطبق بر جهت بارگذاری می‌باشد که منجر به باربری و تنش بیشتر این لایه در جهت الیاف

جدول (۵): مقایسه عمر به دست آمده از آزمایش و حل عددی مدل ارائه شده برای چندلایه متعامد $[0_4/90_4]_s$.

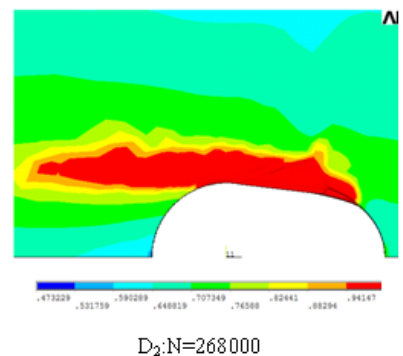
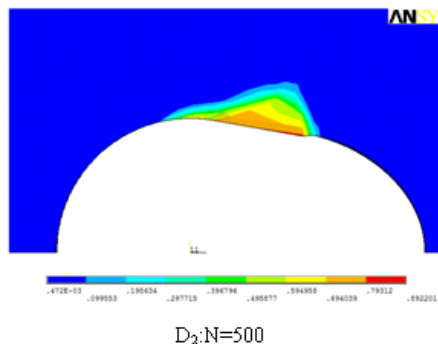
۳/۷۶ کیلونیوتن (۶۵ درصد استحکام استاتیکی)			بار ماکزیمم خستگی
۲۶۸۰۰۰			عمر به دست آمده از حل عددی مدل ارائه شده (Cycle)
۲۴۵۰۰۰	۲۰۹۰۰۰	۱۳۸۰۰۰	عمر به دست آمده از آزمایش خستگی شکریه و لسارد [۲]

جدول (۶): مقایسه عمر به دست آمده از آزمایش و حل عددی مدل ارائه شده برای چندلایه متعامد $[90_4/0_4]_s$.

۳/۹۳ کیلونیوتن (۶۰ درصد استحکام استاتیکی)			بار ماکزیمم خستگی
۲۹۱۰۰۰			عمر به دست آمده از حل عددی مدل ارائه شده (Cycle)
۳۱۶۰۰۰	۲۵۱۰۰۰	۱۷۷۰۰۰	عمر به دست آمده از آزمایش خستگی شکریه و لسارد [۲]



شکل (۸): رشد آسیب خستگی در جهت الیاف لایه نود درجه در لایه چینی $[0_4/90_4]_s$ در بارگذاری $F_s = 0.65 \times 3/76$ کیلونیوتن).



شکل (۹): رشد آسیب خستگی در جهت ماتریس لایه نود درجه در لایه چینی $[0_4/90_4]_s$ در بارگذاری $F_s = 0.65 \times 3/76$ کیلونیوتن).

همان طور که از جداول ۵ و ۶ ملاحظه می شود، با توجه به پراکندگی داده های آزمایش خستگی مربوط به چند لایه تک جهته و دو پارامتری بودن مدل ارائه شده، خطای نتایج عمر خستگی پیش بینی شده از حل عددی قابل قبول است. در صورتی که داده های بیشتری از آزمایش خستگی برای چند لایه تک جهته در دسترس باشد، می توان ثوابت مربوط به حل عددی را با دقت بالاتری محاسبه نمود که در این صورت خطای نتایج پیش بینی عمر خستگی چندلایه چند جهته کمتر خواهد شد.

نکته مهم دیگری که از مقایسه نتایج استاتیکی و خستگی دو لایه چینی متعامد می توان دریافت کرد، این است که مدل به دلیل لحاظ نمودن تنش های خارج صفحه ای، تفاوت ترتیب لایه چینی را درک می کند و آسیب متفاوتی را پیش بینی می کند. همان طور که ملاحظه می شود، علی رغم آنکه در چندلایه $[90_4/0_4]_s$ ماکزیمم بار بارگذاری خستگی اعمالی بیشتر از بارگذاری خستگی مورد بررسی در چندلایه $[0_4/90_4]_s$ می باشد، اما با این حال عمر خستگی محاسبه شده برای چندلایه $[90_4/0_4]_s$ بیشتر از چندلایه دیگر است. موضوعی که طبق جداول اخیر در نتایج آزمایشی نیز مشاهده می شود [۲]. علت این پدیده این است که قرارگیری لایه ۹۰ درجه در

۷- مراجع

1. Zhang, W. and Cai, Y. "Continuum Damage Mechanics and Numerical Applications", Springer, 2010.
2. Shokrieh, M.M. and Lessard, L.B. "Progressive Fatigue Damage Modeling of Composite Materials, Part II: Material Characterization and Model Verification", J. Compo. Mater., Vol. 34, No. 13, pp. 1081-1116, 2000.
3. Zhang, W., Yunmin, C. and Yi, J. "Effects of Symmetrisation of Net-Stress Tensor in Anisotropic Damage Models", Int. J. Fract., Vol. 109, No. 4, pp. 345-363, 2001.
4. Qiu, Z.H., Zhang, W.H. and Yu, G.S. "The Finite Element Modeling of Visco-Elasto-Plastic Dynamic Damage in Concrete-Rock Like Materials", The Theory and Practice of Modern Civil Engineering, Proceedings of the 1st National Postgraduate Student Research Theses, Hohai University, Nanjing, China, pp. 349-353, 2004.
5. Zhang, W.H., Qiu, Z.H. and Ren, T.H. "Influences of Hypothesis on Damage Strain Energy Release Rate, Fracture and Damage of Advanced Materials", Proceedings of the International Conference on Fracture and Damage of Advanced Materials, China Machine Press, Beijing, pp. 460-470, 2004.
6. Qiu, Z.H. and Zhang, W.H. "Theory of Visco-Elasto-Plastic Damage Mechanics Represented by the Principle of the Minimum Dissipative Energy", J. North. Chin., Water Conserv, Water Electr, Inst., Vol. 26, No. 4, pp. 124-126, 2005.
7. Al-Assaf, Y. and Kadi, H.El. "Fatigue Life Prediction of Unidirectional Glass Fiber/Epoxy Composite Laminae using Neural Networks", Compos. Struct., Vol. 53, No. 1, pp. 65-71, 2001.
8. Degrieck, J. and Paeppegem, W.V. "Fatigue Damage Modeling of Fibre-Reinforced Composite Materials: Review", Appl. Mech. Rev., Vol. 54, No. 4, pp. 279-300, 2001.
9. Talreja, R. "Fatigue of Composite Materials". Technomic, 1987.
10. Hashin, Zvi. and Rotem, A. "A Fatigue Failure Criterion for Fiber Reinforced Materials", J. Compos. Mater., Vol. 7, No. 4, pp. 448-464, 1973.
11. Hwang, W. and Han, K.S. "Cumulative Damage Models and Multi-Stress Fatigue Life Prediction", J. Compos. Mater., Vol. 20, pp. 125-153, 1986.
12. Halverson, H.G., Curtin, W.A. and Reifsnider, K.L. "Fatigue Life of Individual Composite Specimens Based on Intrinsic Fatigue Behavior", Int. J. Fatigue., Vol. 19, pp. 369-377, 1997.
13. Subramanian, S., Reifsnider, K.L. and Stinchcomb, W.W. "A Cumulative Damage Model to Predict the Fatigue Life of Composite Laminates Including the Effect of a fibre-Matrix Interphase", Int. J. Fatigue., Vol. 17, pp. 343-351, 1995.
14. Reifsnider, K., Scott, C. and Duthoit, J. "The Mechanics of Composite Strength Evolution",

قسمت‌های بیرونی‌تر (در لایه‌چینی $[90_4/0_4]_s$) موجب می‌شود که تنش قائم خارج صفحه‌ای ایجادشده در محل تغییر لایه‌چینی به دلیل ناهمگونی خواص جهتی دولایه، فشاری باشد درحالی‌که در لایه‌چینی دیگر کششی است. از آنجاکه استحکام کششی کامپوزیت در جهت ماتریسی کمتر از استحکام فشاری است، احتمال تخریب ماتریس در جهت عمود بر صفحه و ایجاد جدایی بین‌لایه‌ای که منجر به ترک ماتریسی می‌شود، در لایه‌چینی که لایه ۹۰ درجه در قسمت داخلی قرار دارد $[0_4/90_4]_s$ بیشتر است. گذشته از آن تنش فشاری موجب ترک ماتریسی نمی‌شود. لازم به ذکر است که این پدیده در بارگذاری استاتیکی نیز موجود بوده و در آنجا هم استحکام استاتیکی بالاتری برای چندلایه $[90_4/0_4]_s$ در مقایسه با چندلایه دیگر به دست آمده است [۲].

۶- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مقاله، به منظور پیش‌بینی تخریب خستگی درون‌لایه‌ای کامپوزیت‌های چندلایه، مدلی با استفاده از روش مکانیک خرابی محیط پیوسته و بر پایه روش انرژی ارائه شد. حسن مدل ارائه‌شده این است که تفاوت تخریب در جهات مختلف و اثرات متفاوت مؤلفه‌های مختلف تنش را لحاظ می‌نماید. در ابتدا روابط ساختاری مدل پیشنهادی ارائه شد و پس از آن، نحوه استخراج ثوابت در حالت‌های خاص بارگذاری توضیح داده شد. در ادامه با استفاده از نتایج آزمایشی موجود برای کامپوزیت چندلایه تک‌جهته AS4/3501-6 [۲]، ثوابت مدل مبتنی بر نتایج آزمایشی بارگذاری کششی متناوب روی چندلایه تک‌جهته در دو سطح تنش برای ماده مزبور محاسبه شده و به منظور اعتبارسنجی اولیه مدل، چندلایه‌های تک‌جهته در سطوح تنش دیگر تحت تحلیل خستگی قرار گرفته و نتایج آنها با نتایج آزمایشی مورد مقایسه قرار گرفت. سپس به منظور اعتبارسنجی مدل برای چندلایه‌های چندجهته، نتایج پیش‌بینی عمر خستگی کامپوزیت‌های چندلایه‌های متعامد تحت بارگذاری Pin/loaded با استفاده از مدل پیشنهادی با نتایج تجربی مقایسه شد. مقایسه نتایج حاصل از مدل جاری و نتایج تجربی نشان داد که مدل ارائه‌شده با کمترین آزمایش‌های لازم برای مشخصه‌سازی با خطای قابل‌قبولی برای سایر وضعیت‌های تنش و لایه‌چینی قابل به‌کارگیری است.

- Free Edge Effects in Composite Laminates using Cohesive Interface Elements”, Eng. Solid Mech., Vol. 2, pp. 101–118, 2014.
28. “Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials”, Annual Book of ASTM Standard, D., 3039/D 3039M-00, 10, 2000.
 - Compos. Sci. Tech., Vol. 60, No. 12, pp. 2539-2546, 2000.
 15. Paepegem, W.V. and Degrieck, J. “Coupled Residual Stiffness and Strength Model for Fatigue of fibre-Reinforced Composite Materials”, Compos. Sci. Tech., Vol. 62, pp. 687–696, 2002.
 16. Payan, J. and Hochard, C. “Damage Modelling of Laminated Carbon/Epoxy Composites under Static and Fatigue Loadings”, Int. J. Fatigue., Vol. 24, No. 2, pp. 299-306, 2002.
 17. Shokrieh, M.M. and Taheri-Behrooz, F. “Fatigue Life Evaluation of Unidirectional Composites by using Residual Strain Energy”, J. Polym. Sci. Technol., Vol. 1, pp. 19-26, 2008 (in Persian).
 18. Shokrieh, M.M. and Haghighi Yazdi, M. “A Simplified Approach to Fatigue Damage Modelling of Composite Laminates with Stress Concentration: Regional Elements Model”, Iran. Polym. J., Vol. 18, No. 3, pp. 233–246, 2009.
 19. Quaresimin, M., Susmel, L. and Talreja r. “Fatigue Behaviour and Life Assessment of Composite Laminates under Multiaxial Loadings”, Int. J. Fatigue., Vol. 32, pp. 2–16, 2010.
 20. Shiri, S., Yazdani, M. and Pourgol Mohammad, M., “Fatigue Life Prediction of Polymeric Composites Based on the Simultaneous Degradation of Stiffness and Strength under Two-Stage Loading”, Modares Mech. Eng., Vol. 14, No. 14, pp. 137-142, 2015 (in Persian).
 21. Khanmohammadi, M. and Ahmadi, I. “Progressive Damage Analysis of Laminated Composite Plate Subjected to Bending Fatigue”, Modares Mech. Eng., Vol. 15, No. 2, pp. 72-80, 2015 (in Persian).
 22. Mohseni Shakib, S. “Shear Nonlinearity Behaviour of Fibrous Composites under Cyclic Loading Part I: Experimental Investigation”, Aero. Mech. J., Vol. 12 No. 2, pp. 39-49, 2016 (in Persian).
 23. Mohseni Shakib, S. “Shear Nonlinearity Behaviour of Fibrous Composites under Cyclic Loading Part II: A Nonlinear In-plane Shear Model for UD Composites”, Aero. Mech. J., Vol. 12, No. 2, pp. 51-63, 2016 (in Persian).
 24. Movaghghar, A. and Lvov, G.I. “An Energy Model for Fatigue Life Prediction of Composite Materials using Continuum Damage Mechanics”, Appl. Mech. Mater., Vol. 110, pp. 1353-1360, 2012.
 25. Farsi, M. A. and Hamidi-Ghalejigh, B. “Strength Analysis of a Composite Laminate by First Order Reliability and Branch & Bound Methods”, Aero. Mech. J., Vol. 9, No.4, pp. 95-99, 2014 (in Persian).
 26. Sidoroff, F. “Description of Anisotropic Damage Application to Elasticity”, In Jean Paul Boehler, Editor, Mechanical Behavior of Anisotropic Solids / N295 Comportement Mecanique Des Solides Anisotropes. Martinus Nijhoff Publishers, Proceedings of the Euromech Colloquim, 115, N295 Villard-de-Lans, June 19-22, France. 1979.
 27. Mohammadi, B. and Salimi-Majd, D. “Investigation of Delamination and Damage Due to