

طراحی بهینه جداسازهای ارتعاش یک جعبه داخل خودرو براساس

تئوری ارتعاشات اتفاقی

مهدی تاجداری^۲

دانشکده مهندسی مکانیک
دانشگاه آزاد اسلامی واحد اراک
(تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۱۰/۲۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۴/۲)

حسین لکزیان^۱

مجتمع دانشگاهی مواد و فناوری‌های ساخت
دانشگاه صنعتی مالک اشتر

چکیده

در این مقاله، رفتار یک جعبه حساس در برابر ارتعاشات که با استفاده از چهار جداساز ارتعاش غیرفعال نامیرا به خودرو متصل شده است، با استفاده از یک مدل ۱۰ درجه آزادی تحت تحریک جاده بررسی شده است. در ابتدا معادلات دیفرانسیل حاکم با استفاده از روش لاگرانژ به دست آمده و چگالی طیفی پروفیل جاده بر مبنای ISO ارائه شده است. با تحلیل مودال، فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها استخراج و سپس پاسخ به تحریک اتفاقی پایه براساس تئوری ارتعاشات اتفاقی محاسبه شده است. جذر میانگین مربع با انتگرال‌گیری از منحنی چگالی طیفی حاصل شده و با تغییر سفتی جداساز در یک بازه واقعی، منحنی جذر میانگین مربع شتاب عمودی مطلق جعبه بر حسب جابه‌جایی عمودی نسبی آن ترسیم شده و جداساز بهینه بر مبنای نقطه کمینه منحنی مذکور انتخاب شده است. نتایج نشان می‌دهند بدون در نظر گرفتن اثرات چرخ و سیستم تعلیق نمی‌توان جداساز مطلوب را انتخاب کرد و فرکانس طبیعی جداساز بهینه بین فرکانس طبیعی چرخ و سیستم تعلیق قرار گرفته است. همچنین، جذر میانگین مربع شتاب منتقل شده به جعبه نسبت به تغییر سفتی جداساز در اطراف نقطه بهینه، حساسیت کمی دارد.

واژه‌های کلیدی: جداساز ارتعاش، ارتعاشات اتفاقی، چگالی طیفی، تحریک جاده

Optimum Design of Passive Vibration Isolator for a Box in a Vehicle Based on the Random Vibration Theory

H. Lexian

Metallurgy and Manufacturing Processes Department
Malek Ashtar University of Technology

M. Tajdary

Mechanical Engineering Department
Arak Islamic Azad University

(Received: 14/January/2014; Accepted: 23/June/2015)

ABSTRACT

In this paper the behavior of a sensitive box to vibration, which connected to the vehicle by means of four undamped passive vibration isolator mounts, is studied using a ten DOF model to the road excitation. First, the governing differential equations are obtained using the Lagrange method, and the power spectral density (PSD) of the road profile is determined based on the ISO. The natural frequencies and mode shapes are extracted using modal analysis, and the response to the random base excitation is calculated based on random vibration theory. The root of mean square (RMS) is calculated by integration of PSD curve. The RMS of vertical acceleration of the box is plotted vs. the RMS of its relative vertical displacement by varying the stiffness of isolators in a real interval and the optimal stiffness is selected as the minimum point on the curve. The results indicate that the optimum isolator can be selected regardless of wheels and suspension system and the natural frequencies of isolator are between the natural frequencies of wheels and of suspension system. The RMS of acceleration the box has low sensitivity to the variation of the isolator stiffness around the optimum point.

Keywords: Vibration Isolator, Random Vibration, Spectral Density, Road Excitation

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): lexian@mut.ac.ir

۲- استاد: tajdary@mut.ac.ir

۱- مقدمه

با حرکت خودرو روی یک جاده، ارتعاشاتی به قسمت‌های مختلف خودرو اعمال می‌شود که شدت این ارتعاشات وابسته به میزان ناهمواری‌های سطح جاده و مشخصات خودرو می‌باشد. ارتعاشات شدید، باعث خرابی سازه خودرو و آسیب جدی به تجهیزات مختلف آن می‌شود و راه‌کاری که به منظور محافظت خودرو و تجهیزات آن در مقابل ارتعاشات ارائه می‌شود، جداسازی ارتعاشات می‌باشد. جداسازی یک سامانه در برابر ارتعاشات مکانیکی، با به کار بردن یک سری اتصالات نرم مکانیکی به نام جداساز بین سامانه و منبع ارتعاش در یک طیف فرکانسی نسبتاً وسیع امکان‌پذیر است (ریوین^۱) [۱]. معروف‌ترین جداسازهای موجود در خودرو، چرخ‌ها و سامانه تعلیق برای کاهش ارتعاشات منتقل شده از جاده به بدنه و دسته‌موتورها برای کاهش ارتعاشات منتقل شده از موتور به سازه خودرو می‌باشند. البته در قسمت‌های دیگر خودرو همانند تجهیزات حساس الکترونیکی و حتی صندلی‌ها نیز از جداساز ارتعاش برای کاهش میزان ارتعاشات منتقل شده از سازه خودرو به آن‌ها استفاده می‌شود.

در یک دسته‌بندی کلی می‌توان جداسازهای ارتعاشات را به دو دسته فعال و غیرفعال دسته‌بندی کرد. در حالت فعال باتوجه به مشخصات ارتعاشی سامانه و منبع ارتعاش، مشخصات جداکننده طوری کنترل و تغییر داده می‌شود که کم‌ترین ارتعاشات به سامانه منتقل شود. اما در حالت غیرفعال باتوجه به غیرقابل کنترل و ثابت بودن مشخصات جداکننده، طراحی و انتخاب جداکننده طوری انجام می‌گیرد که میزان ارتعاشات منتقل شده به سامانه در کل طیف فرکانسی تحریک، کمینه گردد (جزر^۲ و همکاران) [۲].

انتخاب جداساز بر مبنای بررسی سامانه در حوزه زمان یا حوزه فرکانس امکان‌پذیر است (پیرسل^۳ و همکاران) [۳]. باتوجه به این‌که انتخاب بهینه جداساز بر مبنای بررسی سامانه در حوزه فرکانس، منجر به بروز رفتار مناسب سامانه نسبت به ارتعاشات ورودی در یک طیف فرکانسی نسبتاً وسیع می‌گردد (جزر و همکاران) [۲]. لذا به منظور انتخاب بهینه یک جداساز غیرفعال، بهتر است بررسی سامانه در حوزه فرکانس صورت گیرد.

ساده‌ترین روش انتخاب جداساز بر مبنای مدل‌سازی سامانه به‌عنوان یک جرم متمرکز و جداسازها به‌عنوان یک فنر می‌باشد که در آن نسبت فرکانس طبیعی جرم و فنر یک درجه آزادی به فرکانس تحریک، بسته به میزان انتقال‌پذیری موردنظر، بایستی کم‌تر از مقدار مشخصی باشد (ریوین) [۴ و ۱]. چنانچه از این روش برای طراحی جداساز یک محیط ارتعاشی که طیف تحریک آن در فرکانس‌های کوچک مقدار قابل توجهی دارد، استفاده شود، منجر به انتخاب یک جداساز نرم و انعطاف‌پذیر می‌گردد و استفاده از جداساز خیلی انعطاف‌پذیر در چنین محیط ارتعاشی باعث تغییرشکل شدید جداساز و آسیب جدی به سامانه می‌گردد (باییتسکی^۴ و همکاران) [۵]. در این حالت نمی‌توان از روش ساده مذکور برای طراحی بهینه جداساز بهره جست و نیاز به بررسی و تحلیل دقیق‌تر سامانه می‌باشد.

چنانچه بازه فرکانسی مجاز سامانه مشخص باشد، می‌توان با مدل‌سازی سامانه به‌عنوان یک جسم صلب و جداسازها به‌عنوان فنر، با تحلیل مودال سامانه معادل، سفتی جداسازها را طوری انتخاب کرد که فرکانس‌های طبیعی سامانه معادل در بازه مجاز باشد. به‌طور مثال زو^۵ و همکارانش [۶] با مدل‌سازی کابین اپراتور و جداسازها به‌صورت یک سامانه جرم و فنر سه‌بعدی، فرکانس‌های طبیعی سامانه را استخراج کرده و سفتی بهینه و موقعیت جداسازها را باتوجه به محدوده مجاز فرکانس‌های طبیعی کابین، تعیین کرده‌اند.

در طراحی سامانه تعلیق خودرو معمولاً احساس راحتی سرنشین دارای اهمیت زیادی است و احساس راحتی به‌صورت ترکیبی از شتاب‌ها و حرکت‌های اعمالی به سرنشین تعریف می‌گردد. مرزبان‌راد و همکارانش [۷] با مدل‌سازی کامل خودرو به‌صورت یک سامانه ۷ درجه آزادی، با تحلیل زمانی سامانه تحت ورودی اتفاقی یک جاده واقعی، پارامترهای بهینه سامانه تعلیق غیرفعال را براساس کمینه‌کردن ترکیبی از شتاب عمودی و زاویه شیب خودرو انتخاب کرده است. همچنین، فرید و همکارانش [۸] با مدل‌سازی مجموعه یک‌چهارم خودرو و قسمت‌های مختلف بدون سرنشین به‌عنوان یک سامانه جرم، فنر و دمپر ۷ درجه آزادی، معادلات حاکم در حوزه زمان تحت دو نوع تحریک جاده یکی به‌صورت موج سینوسی با دامنه و فرکانس ثابت و دیگری به‌صورت پله با ارتفاع و فاصله ثابت تحلیل شده است و بر مبنای کمینه‌کردن جابه‌جایی نسبی

1- Rivin
2- Jazar
3- Piersol

4- Babitsky
5- Xu

کاهش شتاب منتقل شده به آن‌ها بایستی از جداساز استفاده نمود. همان‌طور که در ادامه بحث می‌شود، برای طراحی جداساز یک جعبه داخل خودرو، امکان انتخاب جداساز مناسب با استفاده از روش معمول و ساده وجود ندارد، لذا برای طراحی و انتخاب بهینه این جداسازها لازم است که مدل کلی خودرو و جعبه مورد مطالعه و بررسی قرار گیرد. باتوجه به این که شتاب مطلق جعبه در تمام طول مسیر حرکت بایستی کمینه گردد، از میان روش‌های مختلف طراحی جداساز بهینه که در بالا آمده است، استفاده از روش کمینه کردن جذر میانگین مربع شتاب مطلق برحسب جذر میانگین مربع جابه‌جایی نسبی، که جدیدتر بوده و کارایی بهتری نیز دارد [۲]، توجیه‌پذیرتر است. لذا در این پژوهش، رفتار یک جعبه که با استفاده از ۴ جداساز خطی غیرفعال نامیرا بر روی یک خودرو دومیحوره نصب شده است، در قالب یک سامانه ۱۰ درجه آزادی تحت تحریک اتفاقی جاده بررسی شده و بر مبنای کمینه کردن جذر میانگین مربع شتاب مطلق عمودی جعبه نسبت به جذر میانگین مربع جابه‌جایی نسبی عمودی آن نسبت به خودرو، جداساز مناسب انتخاب می‌گردد. تحلیل مدل کامل خودرو و جعبه، تحت تحریک جاده واقعی بر مبنای تئوری ارتعاشات اتفاقی، از ویژگی‌های این مقاله نسبت به تحقیق‌های مشابه می‌باشد.

۲- استخراج معادله‌های دیفرانسیل حاکم

در شبیه‌سازی سه‌بعدی دینامیک یک خودرو دومیحوره، معمولاً خودرو و سامانه تعلیق آن به‌صورت یک سامانه ۷ درجه آزادی شامل ۴ درجه آزادی جابه‌جایی عمودی در مرکز جرم هر چرخ، ۱ درجه آزادی جابه‌جایی عمودی در مرکز جرم خودرو و ۲ درجه آزادی چرخش خودرو حول محور طولی و عرضی آن مدل سازی می‌گردد (مرزبان‌راد و جذر) [۱۳ و ۷]. برای شبیه‌سازی رفتار ارتعاشی یک جعبه که بر روی خودرو نصب شده است نیز می‌توان از درجه‌های آزادی مشابه مدل خودرو استفاده کرد، لذا ۱ درجه آزادی جابه‌جایی عمودی در مرکز جرم جعبه و ۲ درجه آزادی چرخش حول محور طولی و عرضی آن برای مدل سازی رفتار ارتعاشی جعبه استفاده می‌گردد. همچنین، باتوجه به این که حرکت خودرو بر روی جاده مشابه یک سامانه ارتعاشی تحت تحریک پایه است، در محل تماس چرخ‌ها با زمین نیز ۴ درجه آزادی جابه‌جایی عمودی تعریف می‌گردد، لذا مدل ارتعاشی جعبه و خودرو در این تحقیق مطابق شکل ۱ فرض می‌گردد.

صندلی و شتاب منتقل شده به سرنشین، با استفاده از الگوریتم ژنتیک پارامترهای بهینه سامانه تعلیق تعیین شده است. به‌طور کلی هر بخش حساس به ارتعاشات خودرو را می‌توان با استفاده از اتصالات انعطاف‌پذیر جداسازی نمود. همان‌طور که لی^۱ و همکارانش [۹] با مدل سازی نیمی از خودرو به‌صورت ۴ درجه آزادی و سامانه خروجی دود به‌صورت ۴ درجه آزادی دیگر، با تحلیل زمانی مدل ۸ درجه آزادی جرم و فنر معادل تحت ورودی سینوسی جاده، حرکت عمودی قسمت‌های مختلف سامانه خروجی دود را تحلیل کرده‌اند.

روش‌های معروف طراحی و انتخاب جداساز بهینه شامل ۵ روش کمینه کردن حداکثر شتاب مطلق در یک مقدار مشخص جابه‌جایی نسبی، کمینه کردن حداکثر جابه‌جایی نسبی در یک مقدار مشخص شتاب مطلق، کمینه کردن مجموع حداکثر شتاب‌های مطلق، کمینه کردن مجموع حداکثر شتاب مطلق و حداکثر جابه‌جایی نسبی و کمینه کردن جذر میانگین مربع شتاب مطلق برحسب جذر میانگین مربع جابه‌جایی نسبی می‌باشد (نلسون^۲؛ کمپر^۳ و همکاران؛ جذر^۴ و همکاران) [۱۲-۱۰ و ۲] که جزو و همکارانش با بررسی روش‌های فوق برای یک سامانه ۲ درجه آزادی، نشان دادند که استفاده از روش کمینه کردن جذر میانگین مربع شتاب مطلق برحسب جذر میانگین مربع جابه‌جایی نسبی برای انتخاب جداساز بهینه کارایی بهتر و مناسب‌تری دارد [۲]. آن‌ها برای محاسبه جذر میانگین مربع پارامترها از انتگرال نتایج در فرکانس‌های مختلف استفاده کردند که لازم بود در هر فرکانس، معادلات در حوزه زمان حل شوند که این امر باعث افزایش قابل ملاحظه زمان حل به‌خصوص برای سامانه‌ها با تعداد درجات آزادی زیاد می‌شود. اما جذر میانگین مربع پارامترها با استفاده از تئوری ارتعاشات اتفاقی به‌راحتی قابل محاسبه است و چنانچه از این تئوری برای تحلیل مسئله استفاده شود، باعث افزایش قابل توجه کارایی روش فوق در انتخاب بهینه جداسازهای ارتعاش می‌گردد که این امر اساس به‌کاررفته در این تحقیق است.

تجهیزات حساس الکترونیکی به‌عنوان یک جزء مهم در بسیاری از خودروهای ارتباطاتی، کنترلی، هدایت‌کننده و حتی خودروهای شناسایی و جاسوسی وجود دارند. این تجهیزات معمولاً به شتاب واردشده به آن‌ها بسیار حساس هستند و برای

- 1- Li
- 2- Nelson
- 3- Kemper
- 4- Jazar

داده شده و زیرنویس S نشان دهنده سامانه تعلیق، V خودرو و B جعبه باشد، همچنین، زیرنویس f و r به ترتیب نشان دهنده جلو و عقب خودرو باشد، انرژی جنبشی سامانه ارتعاشی نشان داده شده در شکل ۱ عبارتست از:

$$T = \frac{1}{2} m_B \dot{u}_B^2 + \frac{1}{2} I_{Bx} \dot{\eta}^2 + \frac{1}{2} I_{Bz} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m_V \dot{u}_V^2 + \frac{1}{2} I_{Vx} \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} I_{Vz} \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} m_{Sf} \dot{u}_{Tf}^2 + \frac{1}{2} m_{Sr} \dot{u}_{Tr}^2 \quad (5)$$

که در آن، m_{Sf} و m_{Sr} به ترتیب نصف جرم نامعلق (جرم مجموعه چرخ‌های روی یک محور و قسمت‌هایی از سامانه تعلیق که به آن چرخ‌ها متصل است) در جلو و عقب خودرو است. همچنین، انرژی پتانسیل سامانه عبارتست از:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_{\eta}} k_{sj} (\theta y_{lj} - \beta y_{gj})^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_{\eta}} k_{zj} (\eta y_{lj} - \alpha y_{gj})^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_{\eta}} k_{y_j} ((u_B + \theta x_{lj} - \eta z_{lj}) - (u_V + \beta x_{gj} - \alpha z_{gj}))^2 + \frac{1}{2} k_{Sf} [(u_V + \beta x_{fl} - \alpha z_{fl} - u_{Tfl})^2 + (u_V + \beta x_{fr} - \alpha z_{fr} - u_{Tfr})^2] + \frac{1}{2} k_{Sr} [(u_V + \beta x_{rl} - \alpha z_{rl} - u_{Trl})^2 + (u_V + \beta x_{rr} - \alpha z_{rr} - u_{Trr})^2] + \frac{1}{2} k_{Tr} [(u_{Tfl} - u_{Rfl})^2 + (u_{Tfr} - u_{Rfr})^2] + \frac{1}{2} k_{Tr} [(u_{Trl} - u_{Rrl})^2 + (u_{Trr} - u_{Rrr})^2] \quad (6)$$

تابع اتلاف ریلی نیز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$D = \frac{1}{2} c_{Sf} [(\dot{u}_V + \dot{\beta} x_{fl} - \dot{\alpha} z_{fl} - \dot{u}_{Tfl})^2 + (\dot{u}_V + \dot{\beta} x_{fr} - \dot{\alpha} z_{fr} - \dot{u}_{Tfr})^2] + \frac{1}{2} c_{Sr} [(\dot{u}_V + \dot{\beta} x_{rl} - \dot{\alpha} z_{rl} - \dot{u}_{Trl})^2 + (\dot{u}_V + \dot{\beta} x_{rr} - \dot{\alpha} z_{rr} - \dot{u}_{Trr})^2] \quad (7)$$

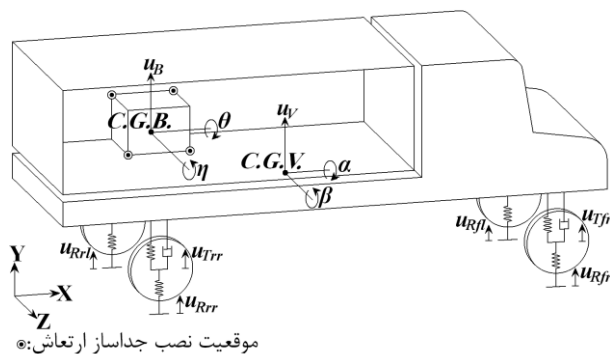
با استفاده از رابطه (۱)، دستگاه معادله دیفرانسیل حاکم بر سامانه عبارتست از [۱۴]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{FF} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{X}}_F \\ \dot{\mathbf{X}}_R \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{FF} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_F \\ \mathbf{X}_R \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{FF} & \mathbf{K}_{FR} \\ \mathbf{K}_{RF} & \mathbf{K}_{RR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_F \\ \mathbf{X}_R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

که در آن:

$$\mathbf{M}_{FF} = \begin{bmatrix} m_B & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{Bx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Bz} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_V & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{Vx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{Vz} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{Sf} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{Sr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{Sr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{Sr} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{C}_{FF} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & c_{45} & c_{46} & c_{47} & c_{48} & c_{49} & c_{410} \\ 0 & 0 & 0 & c_{45} & c_{55} & c_{56} & c_{57} & c_{58} & c_{59} & c_{510} \\ 0 & 0 & 0 & c_{46} & c_{56} & c_{66} & c_{67} & c_{68} & c_{69} & c_{610} \\ 0 & 0 & 0 & c_{47} & c_{57} & c_{67} & c_{77} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{48} & c_{58} & c_{68} & 0 & c_{88} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{49} & c_{59} & c_{69} & 0 & 0 & c_{99} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{410} & c_{510} & c_{610} & 0 & 0 & 0 & c_{1010} \end{bmatrix} \quad (10)$$



شکل (۱): مدل ارتعاشی جعبه و خودرو.

در شکل ۱ زیرنویس B نشان دهنده جعبه، V خودرو، T چرخ، R جاده، fl جلو چپ، fr جلو راست، rl عقب چپ و rr عقب راست است. همچنین، بردار درجه‌های آزادی سامانه را می‌توان به صورت دو دسته درجه‌های آزادی آزاد \mathbf{x}_F و درجه‌های آزادی پایه \mathbf{x}_R مطابق زیر تعریف کرد:

$$\mathbf{x} = \{\mathbf{x}_F | \mathbf{x}_R\}^T = \{u_B, \eta, \theta, u_V, \alpha, \beta, u_{Tfl}, u_{Tfr}, u_{Trl}, u_{Trr}, u_{Rfl}, u_{Rfr}, u_{Rrl}, u_{Rrr}\}^T$$

برای ارتعاشات خطی و کوچک یک سامانه n درجه آزادی، معادلات لاگرانژ به صورت زیر بیان می‌گردد [۱۴]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_i} + \frac{\partial V}{\partial x_i} = f_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

که در آن، T انرژی جنبشی، V انرژی پتانسیل و D تابع اتلاف ریلی برحسب ماتریس جرم \mathbf{M} ، سختی \mathbf{K} و میرایی \mathbf{C} سامانه به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{x}} \quad (2)$$

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{K} \mathbf{x} \quad (3)$$

$$D = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}} \quad (4)$$

همچنین، f_i نیروی وارد شده بر درجه آزادی x_i و \dot{x}_i مشتق زمانی x_i است.

هدف از این تحقیق انتخاب بهینه جداسازهای خطی غیرفعال نامیرا است. لذا هر جداساز ارتعاش دارای یک سفتی در راستای محوری و یک سفتی در راستای عرضی است. بنابراین هر جداساز ارتعاش را می‌توان به عنوان یک اتصال فنری که در سه جهت مختلف دارای سفتی‌های مشخصی است، مدل سازی نمود. همچنین، جعبه الکترونیکی با استفاده از n_{VI} جداساز ارتعاش که در موقعیت‌های $(x_{lj}, y_{lj}, z_{lj}), j = 1, 2, \dots, n_{VI}$ نسبت به مرکز جرم جعبه قرار گرفته‌اند، به خودرو متصل می‌گردد. چنانچه سفتی فنر با k ، ضریب میراکن c ، جرم با m و ممان اینرسی با I نمایش

نقلیه ایجاد می‌گردد. در این تحقیق برای تعیین چگالی طیفی پروفیل عمودی سطح جاده برحسب فرکانس فضایی κ (معکوس طول موج جاده)، از استاندارد ISO به صورت زیر استفاده شده است [۱۵]:

$$G(\kappa) = \begin{cases} G(\kappa_0) \left(\frac{\kappa}{\kappa_0}\right)^{-w_1} & \frac{\kappa}{\kappa_0} \leq 1 \\ G(\kappa_0) \left(\frac{\kappa}{\kappa_0}\right)^{-w_2} & \frac{\kappa}{\kappa_0} > 1 \end{cases} \quad (16)$$

که در آن، $\kappa_0 = 1/(2\pi)$ [cycle/m] فرکانس فضایی مبنا و $G(\kappa_0)$ چگالی طیفی جابه‌جایی عمودی سطح جاده در فرکانس فضایی مبنا است که برای جاده‌های مختلف در استاندارد ISO آمده است و در این تحقیق برای یک جاده ناهموار مقدار $[m^2/(cycle/m)]$ 256E-6 در نظر گرفته شده است [۱۵]. همچنین، $w_1=3$ و $w_2=2.4$ بوده و چنانچه سرعت حرکت خودرو v باشد، رابطه فرکانس فضایی و فرکانس زاویه‌ای به صورت زیر می‌باشد [۱۶]:

$$\omega = 2\pi v \kappa \quad (17)$$

چگالی طیفی تحریک در محل هر چرخ از رابطه (۱۶) به دست می‌آید و چنانچه فاصله چرخ جلو و عقب واقع در یک طرف خودرو با l نشان داده شود، چگالی طیفی عرضی پروفیل سطح جاده در محل چرخ جلو و عقب یک طرف خودرو به صورت زیر به دست می‌آید [۱۷]:

$$G_{fr}(\kappa) = e^{-i2\pi l \kappa} G(\kappa) \quad (18)$$

چگالی طیفی عرضی پروفیل سطح جاده در محل چرخ‌های چپ و راست یک محور نیز با فرض همسانگرد بودن پروفیل سطح جاده در تمامی جهات، به صورت زیر به دست می‌آید [۱۶]:

$$G_{lr}(\kappa) = G(\kappa) |\gamma(\kappa)| e^{i\theta(\kappa)} \quad (19)$$

که در آن:

$$\theta(\kappa) = \pm \pi (1 - |\gamma(\kappa)|) \text{Rand} \quad (20)$$

در رابطه فوق احتمال علامت مثبت و منفی یکسان است و Rand یک عدد اتفاقی با توزیع یکنواخت در بازه $[0, 1]$ است. همچنین، با تعریف $|\gamma(\kappa)|$ مطابق رابطه زیر، تطابق خوبی با نتایج مرجع [۱۸] حاصل می‌گردد:

$$|\gamma(\kappa)| = 1 - \frac{2}{\pi} \tan^{-1}(4\kappa b) \quad (21)$$

برای تعیین چگالی طیفی عرضی پروفیل سطح جاده در محل دو چرخ قطری نیز می‌توان از ترکیب دو حالت فوق استفاده کرد:

$$G_{lr}(\kappa) = G(\kappa) |\gamma(\kappa)| e^{i(\theta(\kappa) - 2\pi l \kappa)} \quad (22)$$

$$\mathbf{K}_{FF} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{12} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{13} & k_{23} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{14} & k_{24} & k_{34} & k_{44} & k_{45} & k_{46} & k_{47} & k_{48} & k_{49} & k_{410} \\ k_{15} & k_{25} & k_{35} & k_{45} & k_{55} & k_{56} & k_{57} & k_{58} & k_{59} & k_{510} \\ k_{16} & k_{26} & k_{36} & k_{46} & k_{56} & k_{66} & k_{67} & k_{68} & k_{69} & k_{610} \\ 0 & 0 & 0 & k_{47} & k_{57} & k_{67} & k_{77} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{48} & k_{58} & k_{68} & 0 & k_{88} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{49} & k_{59} & k_{69} & 0 & 0 & k_{99} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{410} & k_{510} & k_{610} & 0 & 0 & 0 & k_{1010} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} c_{44} &= 2(c_{Sf} + c_{Sr}), \quad c_{45} = -c_{Sf}(z_{fl} + z_{fr}) - c_{Sr}(z_{rl} + z_{rr}); \\ c_{46} &= c_{Sf}(x_{fl} + x_{fr}) + c_{Sr}(x_{rl} + x_{rr}), \quad c_{47} = -c_{Sf}, \quad c_{48} = -c_{Sf}; \\ c_{49} &= -c_{Sf}, \quad c_{410} = -c_{Sf}, \quad c_{55} = c_{Sf}(z_{fl}^2 + z_{fr}^2) + c_{Sr}(z_{rl}^2 + z_{rr}^2); \\ c_{56} &= -c_{Sf}(x_{fl}z_{fl} + x_{fr}z_{fr}) - c_{Sr}(x_{rl}z_{rl} + x_{rr}z_{rr}), \quad c_{57} = c_{Sf}z_{fl}; \\ c_{58} &= c_{Sf}z_{fr}, \quad c_{59} = c_{Sr}z_{rl}, \quad c_{510} = c_{Sr}z_{rr}, \quad c_{69} = -c_{Sr}x_{rl}; \\ c_{66} &= c_{Sf}(x_{fl}^2 + x_{fr}^2) + c_{Sr}(x_{rl}^2 + x_{rr}^2), \quad c_{67} = -c_{Sf}x_{fl}, \quad c_{68} = -c_{Sf}x_{fr}; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} c_{610} &= -c_{Sr}x_{rr}, \quad c_{77} = c_{Sf}, \quad c_{88} = c_{Sf}, \quad c_{99} = c_{Sr}, \quad c_{1010} = c_{Sr} \\ k_{11} &= \sum_{j=1}^{n_{y1}} k_{yj}, \quad k_{12} = -\sum_{j=1}^{n_{y1}} k_{yj}z_{lj}, \quad k_{13} = \sum_{j=1}^{n_{y1}} k_{yj}x_{lj}; \\ k_{14} &= -\sum_{j=1}^{n_{y1}} k_{yj}, \quad k_{15} = \sum_{j=1}^{n_{y1}} k_{yj}z_{lj}, \quad k_{16} = -\sum_{j=1}^{n_{y1}} k_{yj}x_{lj}; \\ k_{22} &= \sum_{j=1}^{n_{y1}} (k_{yj}z_{lj}^2 + k_{yj}x_{lj}^2), \quad k_{23} = -\sum_{j=1}^{n_{y1}} k_{yj}x_{lj}z_{lj}; \\ k_{24} &= \sum_{j=1}^{n_{y1}} k_{yj}z_{lj}, \quad k_{34} = -\sum_{j=1}^{n_{y1}} k_{yj}x_{lj}, \quad k_{48} = -k_{Sf}; \\ k_{25} &= -\sum_{j=1}^{n_{y1}} (k_{yj}z_{lj}z_{lj} + k_{yj}x_{lj}y_{lj}), \quad k_{26} = \sum_{j=1}^{n_{y1}} k_{yj}x_{lj}z_{lj}; \\ k_{33} &= \sum_{j=1}^{n_{y1}} (k_{yj}x_{lj}^2 + k_{yj}z_{lj}^2), \quad k_{35} = \sum_{j=1}^{n_{y1}} k_{yj}x_{lj}z_{lj}; \\ k_{1010} &= k_{Sr} + k_{Tr}, \quad k_{36} = -\sum_{j=1}^{n_{y1}} (k_{yj}x_{lj}x_{lj} + k_{yj}y_{lj}y_{lj}); \\ k_{44} &= \sum_{j=1}^{n_{y1}} k_{yj} + 2(k_{Sf} + k_{Sr}), \quad k_{49} = -k_{Sf}; \\ k_{45} &= -\sum_{j=1}^{n_{y1}} k_{yj}z_{lj} - k_{Sf}(z_{fl} + z_{fr}) - k_{Sr}(z_{rl} + z_{rr}); \\ k_{46} &= \sum_{j=1}^{n_{y1}} k_{yj}x_{lj} + k_{Sf}(x_{fl} + x_{fr}) + k_{Sr}(x_{rl} + x_{rr}), \quad k_{47} = -k_{Sf}; \\ k_{55} &= \sum_{j=1}^{n_{y1}} (k_{yj}z_{lj}^2 + k_{yj}x_{lj}^2) + k_{Sf}(z_{fl}^2 + z_{fr}^2) + k_{Sr}(z_{rl}^2 + z_{rr}^2); \\ k_{56} &= -\sum_{j=1}^{n_{y1}} k_{yj}z_{lj}x_{lj} - k_{Sf}(x_{fl}z_{fl} + x_{fr}z_{fr}) - k_{Sr}(x_{rl}z_{rl} + x_{rr}z_{rr}); \\ k_{57} &= k_{Sf}z_{fl}, \quad k_{410} = -k_{Sf}, \quad k_{58} = k_{Sf}z_{fr}, \quad k_{59} = k_{Sr}z_{rl}; \\ k_{66} &= \sum_{j=1}^{n_{y1}} (k_{yj}x_{lj}^2 + k_{yj}z_{lj}^2) + k_{Sf}(x_{fl}^2 + x_{fr}^2) + k_{Sr}(x_{rl}^2 + x_{rr}^2); \\ k_{510} &= k_{Sr}z_{rr}, \quad k_{67} = -k_{Sf}x_{fl}, \quad k_{68} = -k_{Sf}x_{fr}, \quad k_{69} = -k_{Sr}x_{rl}; \\ k_{610} &= -k_{Sr}x_{rr}, \quad k_{77} = k_{Sf} + k_{Tr}, \quad k_{88} = k_{Sf} + k_{Tr}, \quad k_{99} = k_{Sr} + k_{Tr} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\mathbf{K}_{FR} = \mathbf{K}_{RF}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_{Tr} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_{Tr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_{Tr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_{Tr} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{K}_{RR} = \begin{bmatrix} k_{Tr} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{Tr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{Tr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{Tr} \end{bmatrix} \quad (15)$$

۳- تحریک اتفاقی ناشی از پروفیل سطح جاده

سطح هیچ جاده‌ای به طور کامل صاف نیست و با حرکت یک وسیله نقلیه بر روی آن، ارتعاشاتی با ماهیت اتفاقی در وسیله

که در آن، $G_{X_F X_F}^d(\omega)$ ، $G_{X_F X_F}^s(\omega)$ و $G_{X_F X_F}^{ds}(\omega)$ به ترتیب چگالی طیفی مربوط به پاسخ دینامیکی، شبه‌استاتیکی و همپراش پاسخ دینامیکی و شبه‌استاتیکی است که به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$G_{X_F X_F}^d(\omega) = \text{Vdiag} \left[\frac{1}{\omega^2} \Gamma G_{\ddot{x}_R \ddot{x}_R}(\omega) \Gamma^T \text{diag}[H(\omega)] V^T \right] \quad (31)$$

$$G_{X_F X_F}^{ds}(\omega) = \text{Vdiag} \left[\frac{1}{\omega^2} \Gamma G_{\ddot{x}_R \ddot{x}_R}(\omega) A^T + A G_{\ddot{x}_R \ddot{x}_R}(\omega) \Gamma^T \text{diag}[H(\omega)] V^T \right] \quad (32)$$

$$G_{X_F X_F}^s(\omega) = \frac{A G_{\ddot{x}_R \ddot{x}_R}(\omega) A^T}{\omega^4} \quad (33)$$

چنانچه تعداد درجه‌های آزادی پایه، آزاد و تعداد مودهای در نظر گرفته شده برای حل به ترتیب n_R ، n_F و n باشند، شکل باز شده رابطه‌های فوق عبارتست از [۱۷]:

$$G_{X_F X_F}^d(\omega) = \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n V_{i\alpha} V_{j\beta} H_{\alpha}^*(\omega) H_{\beta}(\omega) \sum_{r=1}^{n_R} \sum_{s=1}^{n_R} \Gamma_{ar} \Gamma_{\beta s} G_{\ddot{x}_R \ddot{x}_R} \quad (34)$$

$$G_{X_F X_F}^{ds}(\omega) = -\frac{1}{\omega^2} \left(\sum_{\alpha=1}^n V_{i\alpha} H_{\alpha}^*(\omega) \sum_{r=1}^{n_R} \sum_{s=1}^{n_R} \Gamma_{ar} A_{\beta s} G_{\ddot{x}_R \ddot{x}_R} + \sum_{\alpha=1}^n V_{j\alpha} H_{\alpha}(\omega) \sum_{r=1}^{n_R} \sum_{s=1}^{n_R} \Gamma_{as} A_{ir} G_{\ddot{x}_R \ddot{x}_R} \right) \quad (35)$$

$$G_{X_F X_F}^s(\omega) = \frac{1}{\omega^4} \left(\sum_{r=1}^{n_R} \sum_{s=1}^{n_R} A_{ir} A_{js} G_{\ddot{x}_R \ddot{x}_R} \right) \quad (36)$$

۵- تعیین جذر میانگین شتاب و جابه‌جایی جعبه

پس از تعیین چگالی طیفی جابه‌جایی درجه‌های آزادی سامانه، می‌توان چگالی طیفی شتاب مطلق عمودی جعبه الکترونیکی را به صورت زیر تعیین کرد [۱۷]:

$$G_{u_B u_B}(\omega) = \omega^4 G_{u_B u_B}(\omega) \quad (37)$$

همچنین، جابه‌جایی عمودی نسبی مرکز جرم جعبه الکترونیکی نسبت به خودرو به صورت زیر تعیین می‌گردد:

$$u_{BV} = u_B - u_V + a z_B - b x_B \quad (38)$$

که در آن، موقعیت مرکز جرم جعبه الکترونیکی نسبت به مرکز جرم خودرو است. با توجه به رابطه (۳۸) چگالی طیفی جابه‌جایی عمودی نسبی مرکز جرم جعبه الکترونیکی نسبت به خودرو به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$G_{u_{BV} u_{BV}}(\omega) = G_{u_B u_B}(\omega) + G_{u_V u_V}(\omega) + z_B^2 G_{a a}(\omega) + x_B^2 G_{\beta \beta}(\omega) - (G_{u_B u_V}(\omega) + G_{u_V u_B}(\omega)) + z_B (G_{u_B a}(\omega) + G_{a u_B}(\omega)) - x_B (G_{u_B \beta}(\omega) + G_{\beta u_B}(\omega)) - z_B (G_{u_V a}(\omega) + G_{a u_V}(\omega)) + x_B (G_{u_V \beta}(\omega) + G_{\beta u_V}(\omega)) - x_B z_B (G_{a \beta}(\omega) + G_{\beta a}(\omega)) \quad (39)$$

با توجه به این که چگالی طیفی شتاب پروفیل سطح جاده در فرکانس صفر، مقدار صفر دارد، لذا مقدار متوسط شتاب پروفیل سطح جاده (مقدار متوسط ورودی) صفر است و در نتیجه مقدار متوسط خروجی نیز صفر بوده و جذر میانگین مربع شتاب

لازم به ذکر است که برای تبدیل چگالی طیفی به صورت تابعی از فرکانس زاویه‌ای از رابطه زیر استفاده می‌شود [۱۷]:

$$G(\omega) = \frac{G\left(\kappa = \frac{\omega}{2\pi v}\right)}{2\pi v} \quad (23)$$

که در آن، $G(\omega)$ چگالی طیفی یک طرفه می‌باشد. لازم به ذکر است که تغییرات فرکانس فضایی مطابق پیشنهاد ISO در بازه [۰,۰۱, ۳] سیکل بر متر می‌باشد [۱۹].

۴- پاسخ سامانه به تحریک اتفاقی پایه

در سامانه تحت تحریک پایه غیریکنواخت، درجه‌های آزادی به دو دسته درجه‌های آزادی پایه x_R و درجه‌های آزادی آزاد x_F تقسیم می‌شوند که پاسخ سامانه در درجه‌های آزادی آزاد را می‌توان به صورت حاصل جمع پاسخ شبه‌استاتیکی x_s و پاسخ دینامیکی x_d در نظر گرفت [۲۰]:

$$X_F = X_d + X_s \quad (24)$$

با توجه به این که مشتق زمانی پاسخ استاتیکی صفر است، با جایگذاری پاسخ شبه‌استاتیکی و پاسخ دینامیکی درجه‌های آزادی آزاد در سطر اول دستگاه معادله‌های دیفرانسیل (۸) می‌توان نوشت:

$$x_s = -K_{FF}^{-1} K_{FR} x_R = A x_R \quad (25)$$

$$M_{FF} \ddot{x}_d + C_{FF} \dot{x}_d + K_{FF} x_d = -M_{FF} A \ddot{x}_R \quad (26)$$

حال متناظر با بردار $\{x_F \quad x_R\}^T$ ، چنانچه شکل مود زام نرمال شده نسبت به ماتریس جرم ارتعاشات آزاد غیرمیرا، به صورت $\{v_j \quad 0\}^T$ نوشته شود، می‌توان تبدیل فوریه پاسخ رابطه فوق با استفاده از روش جمع مودها را به صورت زیر به دست آورد [۲۰]:

$$X_F = \text{Vdiag}[H(\omega)] \Gamma X_R + A X_R \quad (27)$$

که در آن، ماتریس مربعی مودال V طوری تعریف می‌شود که اجزای ستون زام آن، اجزای بردار شکل مود زام باشد و ماتریس مشارکت Γ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Gamma = -V^T M_{FF} A \quad (28)$$

$\text{diag}[H(\omega)]$ نیز ماتریس قطری است که اعضای روی قطر اصلی آن عبارتند از:

$$H_j(\omega) = \frac{1}{(i\omega)^2 + 2\zeta_j \omega_j (i\omega) + \omega_j^2} \quad (29)$$

حال با داشتن تبدیل فوریه پاسخ، می‌توان ماتریس چگالی طیفی پاسخ را به صورت زیر به دست آورد [۲۰]:

$$G_{X_F X_F}(\omega) = G_{X_F X_F}^d(\omega) + G_{X_F X_F}^{ds}(\omega) + G_{X_F X_F}^s(\omega) \quad (30)$$

فرکانس‌های طبیعی آن استخراج گردید. نتایج فرکانس‌های طبیعی با استفاده از مدل تحلیلی و مدل المان محدود مطابق جدول ۲ است.

بر مبنای رابطه (۳۷) چگالی طیفی یک‌طرفه شتاب عمودی مرکز جرم جعبه به‌دست آمد که در شکل ۲ نشان داده شده است.

با محاسبه چگالی طیفی چرخش زاویه‌ای جعبه حول دو محور طولی و عرضی با استفاده از روابط (۳۳-۳۰)، می‌توان با استفاده از روابطی مشابه رابطه (۳۷)، چگالی طیفی شتاب زاویه‌ای جعبه حول دو محور طولی و عرضی را نیز محاسبه نمود که منحنی چگالی طیفی یک‌طرفه شتاب زاویه‌ای مرکز جرم جعبه حول دو محور طولی و عرضی به ترتیب در شکل‌های ۴-۳ نشان داده شده است. همچنین، بر مبنای رابطه (۳۹) می‌توان چگالی طیفی جابه‌جایی نسبی عمودی مرکز جرم جعبه نسبت به خودرو را به‌دست آورد که منحنی آن در شکل ۵ نشان داده شده است.

جدول (۱): مقادیر عددی پارامترها.

پارامتر	مقدار
b_0	۰/۲۴ [m]
c_{SF}	۵۰۰۰ [N.s/m]
c_{SR}	۸۰۰۰ [N.s/m]
$G(K_G)$	۲۵۶×۱۰^{-۶} [m ² /(cycle/m)]
I_{Bx}	۲۰ [kg.m ²]
I_{Bz}	۱۵ [kg.m ²]
I_{Vx}	۲۰۰۰۰ [kg.m ²]
I_{Vz}	۶۰۰۰۰ [kg.m ²]
k_{aVI}	۱۲۲ [N/mm]
k_{VI}	۹۷/۶ [N/mm]
k_{SF}	۳۰۰ [N/mm]
k_{SR}	۷۰۰ [N/mm]
k_{TF}	۸۰۰ [N/mm]
k_{TR}	۸۰۰ [N/mm]
l	۴/۲ [m]
m_B	۱۰۰ [kg]
m_{SF}	۱۵۰ [kg]
m_{SR}	۱۵۰ [kg]
m_V	۱۵۰۰۰ [kg]
n	۱۴
n_{VI}	۴
v	۱۰ [m/s]

همان‌طور که در قبل اشاره شد، حداقل و حداکثر جابه‌جایی استاتیکی جداسازهای مختلف بین ۰/۰۵ الی ۱ اینچ بوده [۴] و

طراحی بهینه جداسازهای ارتعاش یک جعبه داخل خودرو براساس ...

مطلق عمودی و جابه‌جایی نسبی عمودی مرکز جرم جعبه الکترونیکی به‌صورت زیر حاصل می‌گردد [۱۷]:

$$w_{\text{rms}} = \sqrt{\int_0^{\infty} G_{\text{rms}}(w) dw} \quad (40)$$

$$u_{BV}^{\text{rms}} = \sqrt{\int_0^{\infty} G_{u_{BV}u_{BV}}(w) dw} \quad (41)$$

۶- انتخاب جداساز بهینه

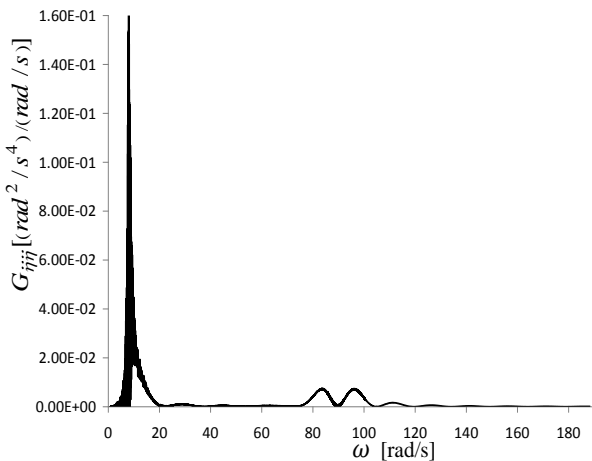
مطابق با مرجع [۴] روش معمول انتخاب جداساز در یک فرکانس تحریک مشخص، به‌گونه‌ای است که فرکانس طبیعی جداساز کم‌تر از $\sqrt{2}$ برابر فرکانس تحریک باشد. اما تحریک جاده در یک طیف فرکانسی وسیع با کران پایین نزدیک به صفر رخ می‌دهد و لذا نمی‌توان از این روش برای انتخاب جداساز استفاده کرد. اما بر مبنای مرجع مذکور، حداقل و حداکثر جابه‌جایی استاتیکی (Δ_s) برای جداسازهای مختلف بین ۰/۰۵ الی ۱ اینچ است که با داشتن جرم جعبه و تعداد جداسازهای مورد استفاده برای جداسازی ارتعاشات، می‌توان بر مبنای رابطه ($k = Mg/(n\Delta_s)$)، بازه تغییرات ضریب سفتی جداسازهای قابل استفاده را تعیین کرد.

همان‌طور که در قبل اشاره شد، روش‌های مختلفی برای انتخاب بهینه جداساز موجود است که یکی از جدیدترین روش‌ها با کارایی بالا، بر مبنای کمینه کردن جذر میانگین مربع شتاب مطلق عمودی نسبت به جذر میانگین مربع جابه‌جایی نسبی عمودی است [۲]. لذا با تغییر ضریب سفتی جداساز بازه به‌دست آمده از روش فوق، می‌توان با استفاده از رابطه‌های (۴۰-۴۱) جذر میانگین مربع شتاب و جابه‌جایی نسبی جعبه را تعیین کرده و سپس با رسم نمودار جذر میانگین مربع شتاب مطلق نسبت به جذر میانگین مربع جابه‌جایی نسبی، نقطه کمینه نمودار را تعیین و ضریب سفتی جداساز بهینه را استخراج کرد.

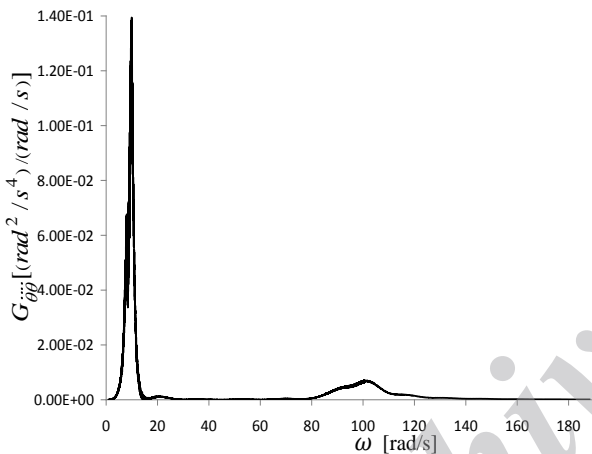
۷- استخراج نتایج

بر مبنای روابط ارائه‌شده در بالا و مقادیر عددی پارامترها مطابق جدول ۱، کد عددی در نرم‌افزار فرترن^۱ نوشته شد که پس از تعیین فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای مربوطه، چگالی طیفی خروجی‌ها نیز استخراج گردید. به‌منظور تایید صحت کد و رابطه‌های ارائه‌شده نیز مدل جرم و فنر ۱۰ درجه آزادی خودرو و جعبه در نرم‌افزار انسیس^۲ شبیه‌سازی شد و

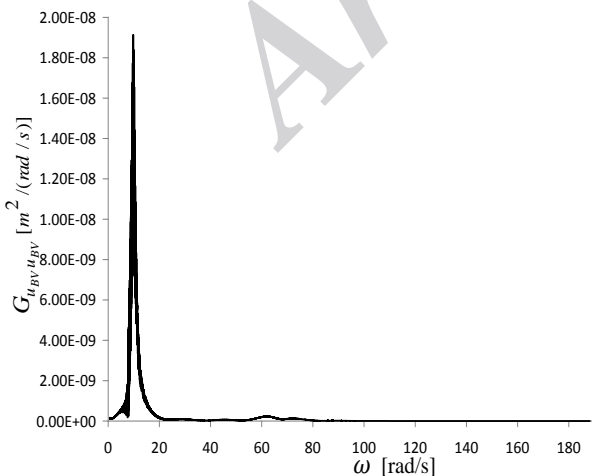
1 - FORTRAN
2 - ANSYS



شکل (۳): چگالی طیفی شتاب چرخشی حول محور طولی جعبه.

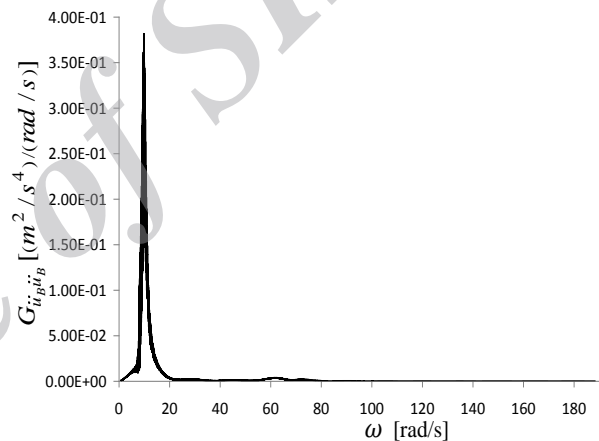


شکل (۴): چگالی طیفی شتاب چرخشی حول محور عرضی جعبه.



شکل (۵): چگالی طیفی جابه‌جایی نسبی عمودی جعبه.

برای تعیین حدود سفتی جداسازها از رابطه $k = Mg/(n\Delta_s)$ استفاده می‌گردد. لذا برای جعبه ۱۰۰ کیلوگرمی با چهار جداساز یکسان، ضریب سفتی جداسازها به‌طور حدودی بین ۵ تا ۲۰۰ نیوتن بر میلی‌متر تغییر داده‌شد و با فرض سفتی جانبی به اندازه ۸۰٪ سفتی محوری آن‌ها، انتگرال روابط (۴۱-۴۰) با استفاده از ۱۵,۰۰۰ نقطه انتگرال‌گیری در بازه فرکانسی ۰/۱ الی ۳۰ هرتز و بر مبنای روش دوزنقه محاسبه شد و تغییرات جذر میانگین مربع شتاب و جابه‌جایی نسبی عمودی مرکز جرم جعبه برحسب ضریب سفتی محوری جداساز به‌دست آمد که نتایج در شکل‌های ۶-۷ نشان داده شده است. تغییرات جذر میانگین مربع شتاب مطلق عمودی جعبه برحسب جذر میانگین مربع جابه‌جایی نسبی عمودی آن نیز در شکل ۸ نشان داده شده است.



شکل (۲): چگالی طیفی شتاب عمودی مرکز جرم جعبه.

جدول (۲): فرکانس‌های طبیعی و مقایسه با نتایج المان محدود.

ω_n [rad/s]	ω_n [rad/s]	n
۷/۹۶۵	۷/۹۶۵	۱
۸/۰۱۳	۸/۰۱۳	۲
۹/۹۶۴	۹/۹۶۴	۳
۶۶/۶۴۶	۶۶/۶۴۶	۴
۸۵/۶۸۱	۸۵/۶۸۱	۵
۸۵/۷۷۷	۸۵/۷۷۷	۶
۸۸/۲۳۷	۸۸/۲۳۷	۷
۹۷/۱۴۹	۹۷/۱۴۹	۸
۱۰۰/۱۶۶	۱۰۰/۱۶۶	۹
۱۰۰/۴۴۳	۱۰۰/۴۴۳	۱۰

۸- بحث و بررسی نتایج

انطباق فرکانس‌های طبیعی به‌دست‌آمده با استفاده از مدل تحلیلی و مدل المان محدود که در جدول ۲ آمده است، حاکی از صحت کد فرترن و رابطه‌های ارائه‌شده دارد. در جدول مذکور سه فرکانس اول مربوط به ارتعاش خودرو بر روی فنربندی تعلیق، فرکانس چهارم مربوط به حرکت عمودی جعبه، فرکانس پنجم و ششم مربوط به تغییرشکل چرخ‌های جلو، فرکانس هفتم و هشتم مربوط به چرخش جعبه و دو فرکانس آخر مربوط به تغییرشکل چرخ‌های عقب می‌باشد.

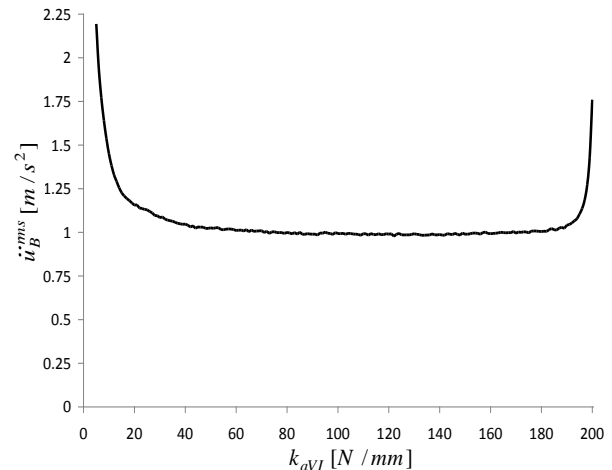
با داشتن حداقل فرکانس طبیعی ارتعاش خودرو که به منزله تحریک پایه برای جعبه حساس به ارتعاشات است، می‌توان جداساز بهینه را با استفاده از روش ساده مرجع [۴] انتخاب کرد. مطابق جدول ۲ حداقل فرکانس طبیعی ارتعاش خودرو حدود ۸ رایان بر ثانیه است که برای جداسازی ارتعاشات، فرکانس طبیعی ارتعاش جعبه بر روی جداسازها بایستی کمتر از $\omega_{max} = 8/\sqrt{2} = 5.66[\text{rad/s}]$ باشد. یا به عبارتی حداقل جابه‌جایی استاتیکی جعبه بر روی جداسازها عبارتست از:

$$\Delta_s = \frac{g}{\omega_{max}^2} = 306[\text{mm}] \quad (42)$$

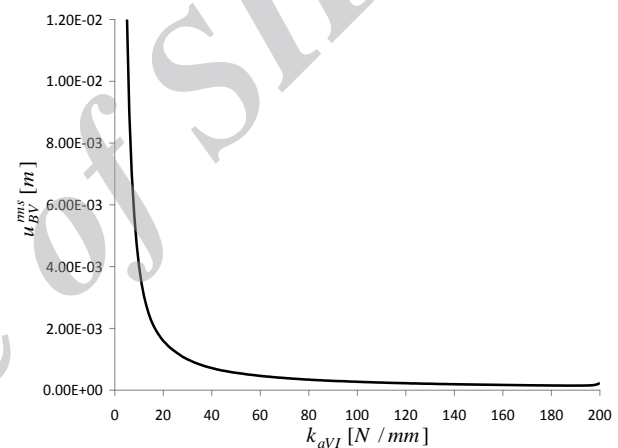
اما مطابق با مرجع [۴] جابه‌جایی استاتیکی تمامی جداسازها از جمله جداسازهای فرکانس پایین، بسیار کمتر از مقدار فوق است و یا به عبارتی از روش‌های ساده استاندارد نمی‌توان جداساز مناسبی برای این مورد خاص انتخاب کرد.

بر مبنای جدول ۲، با توجه به این‌که فرکانس طبیعی ارتعاش جعبه (حدود ۶۷، ۸۸ و ۹۷ رادیان بر ثانیه) بزرگ‌تر از فرکانس طبیعی ارتعاش خودرو بر روی فنربندی تعلیق (حدود ۸ الی ۱۰ رایان بر ثانیه) است، در بازه فرکانس طبیعی ارتعاش خودرو بر روی فنربندی تعلیق، ارتعاشات توسط جداسازهای ارتعاش از خودرو به جعبه منتقل می‌گردد [۳]. به همین علت در بازه فرکانسی مذکور، منحنی‌های چگالی طیفی شتاب‌های مطلق و جابه‌جایی نسبی جعبه که در شکل‌های ۵-۲ نشان داده شده است، دارای قله می‌باشد. همچنین، در فرکانس‌های طبیعی ارتعاشات جعبه نیز (حدود ۶۷، ۸۸ و ۹۷ رادیان بر ثانیه)، منحنی‌های مذکور دارای قله‌هایی دیگری هستند که به علت افزایش مقدار فرکانس، مقدار قله‌ها نیز کوچک است [۱۷].

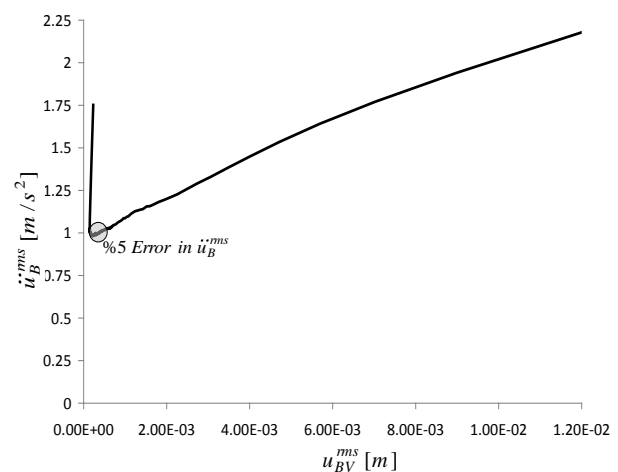
مطابق بحث فوق و همان‌طور که در شکل‌های ۵-۲ نشان داده شده است، جداساز انتخابی در بازه فرکانس طبیعی



شکل (۶): جذر میانگین مربع شتاب مطلق عمودی جعبه بر حسب ضریب سفتی محوری جداساز.



شکل (۷): جذر میانگین مربع جابه‌جایی نسبی عمودی جعبه بر حسب ضریب سفتی محوری جداساز.



شکل (۸): تغییرات جذر میانگین مربع شتاب عمودی بر حسب جذر میانگین مربع جابه‌جایی نسبی عمودی جعبه.

مشابه تحلیل فوق که برای شکل ۶ ارائه شد، برای شکل ۷ نیز صادق است. مقدار جذر میانگین مربع جابه‌جایی نسبی عمودی مرکز جرم جعبه در ضریب سفتی محوری ۱۲۲ نیوتن بر میلی‌متر جداساز، حدود 0.22 میلی‌متر است و احتمال این‌که حداکثر مقدار جابه‌جایی نسبی از $3 \times 0.22 = 0.66$ میلی‌متر تجاوز کند، کمتر از 0.3 درصد است [۱۷] که این حد جابه‌جایی در مقایسه با ابعاد جعبه و بازه مجاز حرکتی آن بسیار کوچک بوده و مجدداً نشان از طراحی مناسب جداساز دارد.

نقطه کمینه منحنی جذر میانگین مربع شتاب مطلق عمودی جعبه برحسب جذر میانگین مربع جابه‌جایی نسبی عمودی آن که در شکل ۸ نشان داده شده است، معادل با مقدار $\ddot{u}_B^{rms} = 0.98 [m/s^2]$ و $u_{BV}^{rms} \leq 0.22$ است. با توجه به این‌که شیب نمودار در دوطرف نقطه کمینه نسبتاً زیاد است، با تغییر جزئی \ddot{u}_B^{rms} تغییرات زیادی در u_{BV}^{rms} به‌وجود نمی‌آید. به‌طور مثال چنانچه مقدار \ddot{u}_B^{rms} تنها تا ۵ درصد نسبت به مقدار کمینه آن افزایش یابد، می‌توان هریک از نقاط نمودار شکل ۸ که در دایره سایه‌دار واقع شده‌اند را انتخاب کرد، بدون این‌که تغییر قابل ملاحظه‌ای در مقدار u_{BV}^{rms} نسبت به بازه تغییرات آن به‌وجود آید. اما مطابق شکل ۶ با توجه به این‌که شیب نمودار در اطراف نقطه کمینه \ddot{u}_B^{rms} ناچیز است، تغییرات کوچک \ddot{u}_B^{rms} حول نقطه کمینه، باعث تغییرات بزرگ در k_{aVI} می‌گردد به‌طوری‌که با تغییر \ddot{u}_B^{rms} در بازه $[0.98, 1.03]$ متر بر مجذور ثانیه (تا ۵ درصد بیشتر از مقدار کمینه)، تغییرات u_{BV}^{rms} در بازه $[0.15, 0.59]$ میلی‌متر و تغییرات k_{aVI} در بازه وسیع $[48, 189]$ نیوتن بر میلی‌متر است. به‌عبارت دیگر، رفتار جعبه نسبت به تغییر مشخصه جداساز حساسیت کمی دارد و چنانچه نتوان جداساز استاندارد $k_{aVI} = 122 [N/mm]$ با ضریب سفتی بهینه تهیه کرد، می‌توان از جداسازی با ضریب سفتی که در بازه $[189, 48]$ نیوتن بر میلی‌متر قرار دارد استفاده کرد بدون این‌که مقدار \ddot{u}_B^{rms} نسبت به مقدار بهینه اختلاف قابل ملاحظه‌ای داشته باشد.

فرکانس طبیعی ارتعاش جعبه بر روی جداسازهای بهینه حدود ۶۷ رایان بر ثانیه است که مطابق جدول ۲ این فرکانس در حدفاصل فرکانس طبیعی تعلیق و چرخ قرار گرفته است. چنانچه این فرکانس به هریک از فرکانس‌های طبیعی تعلیق یا چرخ نزدیک شود، به‌علت نزدیک شدن به حالت تشدید، مقدار

ارتعاش خودرو روی فنربندی تعلیق، ارتعاشات را منتقل می‌کند و این امر با توجه به این‌که فرکانس طبیعی ارتعاش خودرو روی فنربندی تعلیق کم‌تر از فرکانس طبیعی ارتعاش جعبه روی جداساز است، قابل انتظار است. اما تحریک اصلی در اثر ناهمواری‌های سطح جاده است و در فرکانس‌های پایین که جداساز کارایی لازم را ندارد، عملاً سامانه تعلیق نقش جداساز را داشته و در فرکانس‌های بالاتر، جداساز باعث کاهش شتاب‌های منتقله به جعبه می‌گردد. لذا جداساز انتخابی بایستی به‌گونه‌ای باشد که ضمن عدم تقویت شتاب‌ها در بازه فرکانس طبیعی ارتعاش خودرو روی فنربندی تعلیق، شتاب‌های منتقله در فرکانس‌های بالاتر را نیز تا حد ممکن کاهش دهد.

در شکل ۶ مشاهده می‌شود که در ضرایب سفتی میانی جداساز، مقدار جذر میانگین مربع شتاب عمودی مرکز جرم جعبه کمینه بوده و با نزدیک شدن به دوطرف بازه تغییرات ضریب سفتی جداساز، مقدار جذر میانگین مربع شتاب عمودی مرکز جرم جعبه افزایش می‌یابد. در ابتدای بازه مذکور که مقدار ضریب سفتی محوری جداساز ۵ نیوتن بر میلی‌متر است، فرکانس طبیعی ارتعاش عمودی جعبه حدود $13/5$ رادیان بر ثانیه است که این فرکانس در حال نزدیک شدن به بازه فرکانس طبیعی ارتعاش خودرو بر روی فنربندی تعلیق (۸ الی ۱۰ رادیان بر ثانیه) می‌باشد و به‌علت نزدیک شدن به حالت تشدید، مقدار جذر میانگین مربع شتاب عمودی مرکز جرم جعبه افزایش می‌یابد. همچنین، در انتهای بازه مذکور که مقدار ضریب سفتی محوری جداساز ۲۰۰ نیوتن بر میلی‌متر است، فرکانس طبیعی ارتعاش عمودی جعبه حدود $85/3$ رادیان بر ثانیه است که این فرکانس، نزدیک به بازه فرکانس طبیعی ارتعاش چرخ (حدود ۸۶ رادیان بر ثانیه) می‌باشد و مجدداً به‌علت نزدیک شدن به حالت تشدید، مقدار جذر میانگین مربع شتاب عمودی مرکز جرم جعبه افزایش می‌یابد. مقدار کمینه جذر میانگین مربع شتاب عمودی مرکز جرم جعبه حدود 0.98 متر بر مجذور ثانیه است که در ضریب سفتی محوری ۱۲۲ نیوتن بر میلی‌متر جداساز رخ می‌دهد. با فرض این‌که تغییرات شتاب از توزیع گوسی تبعیت کند، احتمال این‌که حداکثر مقدار شتاب از $3 \times 0.98 = 2.94$ متر بر مجذور ثانیه تجاوز کند، کمتر از 0.3 درصد است [۱۷] که این حد شتاب در مقایسه با شتاب گرانش زمین کوچک بوده و نشان از طراحی مناسب جداساز دارد.

به طوری که در این روش نیاز به تحلیل معادلات ارتعاشی برای هر فرکانس مجزا در حوزه زمان نیست.

۲- در طراحی جداساز ارتعاش برای یک جعبه داخل خودرو، باتوجه به این که تحریک در یک باند فرکانسی پهن با کران پایین صفر صورت می گیرد، با استفاده از روش های ساده مرسوم نمی توان جداساز بهینه را انتخاب کرد. برای انتخاب جداساز بهینه، لازم است فرکانس های طبیعی تعلیق و چرخ مورد توجه قرار گیرد زیرا فرکانس طبیعی جداساز بهینه بین فرکانس های طبیعی ارتعاش خودرو روی فترندی تعلیق و فرکانس های طبیعی ارتعاش چرخ در اثر تغییر شکل لاستیک قرار دارد.

۳- با افزایش فرکانس، مقدار چگالی طیفی نتایج خروجی کاهش می یابد به جز در نواحی نزدیک به فرکانس های طبیعی سامانه که منحنی چگالی طیفی دارای قله است.

۴- می توان ضریب سفتی جداساز را از یک بازه نسبتاً وسیع انتخاب کرد به گونه ای که جذر میانگین مربع شتاب عمودی منتقل شده به جعبه اختلاف بسیار کوچکی نسبت به مقدار متناظر در حالت استفاده از ضریب سفتی جداساز بهینه داشته باشد.

۵- برای مسئله مطرح شده در این مقاله، با استفاده از جداساز بهینه انتخاب شده، احتمال این که حداکثر شتاب منتقل شده به جعبه بیش تر از ۲/۹۴ متر بر مجذور ثانیه و حداکثر جابه جایی نسبی جعبه بیش تر از ۰/۶۶ میلی متر باشد، کم تر از ۰/۳ درصد است که این نشان از طراحی مناسب جداساز دارد.

جذر میانگین مربع شتاب افزایش می یابد. لذا برای انتخاب جداساز بهینه، لازم است فرکانس های طبیعی تعلیق و چرخ مورد توجه قرار گیرد و یا به عبارتی مدل باید به گونه ای باشد که در آن اثرات چرخ و سامانه تعلیق در نظر گرفته شود.

هر چند که در این تحقیق از یک مقدار مشخص برای چگالی طیفی جابه جایی عمودی سطح جاده در فرکانس فضایی مینا، $G(\kappa_0)$ ، استفاده شده است، اما برای جاده های مختلف بر مبنای استاندارد ISO، که فقط مقدار $G(\kappa_0)$ در آن ها تغییر می کند، تمامی نتایج فقط در ضرایب مشخصی ضرب شده و لذا شکل کلی نمودارهای ۸-۲ ثابت باقی می ماند و تنها مقیاس آن ها تغییر می کند. به عبارتی ضریب سفتی جداسازی که منجر به نقطه کمینه نمودار شکل ۸ می گردد، ثابت باقی می ماند و لذا جداساز بهینه انتخاب شده در این تحقیق، برای تمامی جاده های منطبق بر استاندارد ISO، بهینه می باشد.

لازم به ذکر است که به دلیل وجود اعداد اتفاقی و توابع هارمونیک در توابع چگالی طیفی عرضی پروفیل عمودی سطح جاده در محل دو چرخ مختلف (روابط (۲۲-۱۸))، منحنی آن ها دارای نوسانات شدیدی است و این نوسانات در منحنی چگالی طیفی تمام نتایج خروجی (شکل های ۵-۲) و حتی انتگرال آن ها (شکل های ۸-۶) نیز مشهود است به خصوص در فرکانس های پایین (۸ الی ۱۰ رادیان بر ثانیه) که مطابق بحث فوق ارتعاشات تا حدی تقویتی می شوند.

۹- نتیجه گیری

با در نظر گرفتن ۳ درجه آزادی جابه جایی عمودی، چرخش حول محور طولی و چرخش حول محور عرضی یک جعبه که با استفاده از جداسازهایی به خودرو متصل شده بود و همچنین، مدل کامل ۷ درجه آزادی خودرو، روش انتخاب جداسازهای بهینه بر مبنای کمینه کردن جذر میانگین مربع شتاب عمودی نسبت به جذر میانگین مربع جابه جایی نسبی با استفاده از تحلیل ارتعاشات اتفاقی تحت تحریک جاده ارائه شد. نتایج حاصل از این تحقیق نشان می دهد که:

۱- استفاده از تئوری ارتعاشات اتفاقی که در این مقاله مطرح شده است، باعث افزایش قابل توجه کارایی روش کمینه کردن جذر میانگین مربع شتاب مطلق بر حسب جذر میانگین مربع جابه جایی نسبی در طراحی جداساز بهینه شده است

۱۰- مراجع

1. Rivin, E.I., "Passive Vibration Isolation", ASME Press, New York, 2003.
2. Jazar, R.N., Narimani, A., Golnaraghi, M.F., and Swanson, D.A. "Practical Frequency and Time Optimal Design of Passive Linear Vibration Isolation Mounts", *Vehicle System Dynamics*, Vol. 39, No. 6, pp. 437-466, 2013.
3. Piersol, A.G. and Paez, T.L. "Harris' Shock and Vibration Handbook", Sixth Edition, McGraw Hill, New York, 2010.
4. Tech Product Corporation, "Vibration and Shock Isolation Products", Tech Products Catalog, Accessed 29 July 2015,
5. Babitsky, V.I. and Vepruk, A.M. "Universal Bumperd Vibration Isolator for Severe Environment", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 218, No.2, pp. 269-29, 1998.
6. Xu, P., Bernardo, B. and Tan, K. "Optimal Mounting Design for Cab Vibration Isolation",

- International Journal of Vehicle Design, Vol. 57, No's. 2-3, pp. 292-304, 2011.
7. Marzbanrad, J., Mohammadi, M., and Mostaani, S. "Optimization of a Passive Vehicle Suspension System for Ride Comfort Enhancement with Different Speeds Based on Design of Experiment Method (DOE)", Journal of Mechanical Engineering Research, Vol. 5, No. 3, pp. 50-59, 2013.
 8. Farid, T.M., Salah, A., and Abbas, W. "Design of Optimal Linear Suspension for Quarter Car with Human Model using Genetic Algorithms", Journal of Applied Sciences Research, Vol.7, No. 11, pp. 1709-1720, 2011.
 9. Li, S.B., Guan, X.Q., Lu, T.L., and Zhang, J.W. "Vehicle Modeling With the Exhaust System and Experimental Validation to Investigate the Exhaust Vertical Vibration Characteristics Excited by Road Surface Inputs", International Journal of Automotive Technology, Vol. 9, No. 4, pp. 483-491, 2008.
 10. Nelson, F.C. "Vibration Isolation: A Review, I. Sinusoidal and Random Excitations", Shock and Vibration, Vol. 1, No. 5, pp. 485-493, 1994.
 11. Jazar, R.N. and Golnaraghi, M.F. "Engine Mounts for Automotive Applications: A Survey", the Shock and Vibration Digest, Vol. 34, pp. 363-379, 2012.
 12. Kemper, J.D. and Ayre, R.S. "Optimum Damping and Stiffness in a Nonlinear Four-Degree-of-Freedom System Subject to Shock Load", J. Appl. Mech., Vol. 38, pp. 135-142, 1971.
 13. Jazar, R.N., "Vehicle Dynamics, Theory and Applications", Springer, New York, 2008.
 14. Dukkipati, R.V., "Vibration Analysis", Alpha Science International Ltd, U.K., 2004.
 15. Cebon, D. "Handbook of Vehicle-Road Interactions", Swets & Zeitlinger, Lisse, The Netherlands, 1999.
 16. Dixon, J.C. "The Shock Absorber Handbook", Second Edition, John Wiley and Sons, England, 2007.
 17. Lexian, H. "Spectral Analysis of Structures in Random Loading", Aerospace Organization Publication, Tehran, 2015 (in Persian).
 18. Robson, J.D. "Road surface description and vehicle response", International Journal of Vehicle Design, Vol. 1, No. 1, pp. 25-35, 1979.
 19. Sun, L. and Kennedy, T.W. "Spectral Analysis and Parametric Study of stochastic Pavement Loads", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 128, No. 3, pp. 318-327, 2002.
 20. Alkhaleefi, A.M. and Ali, A. "An efficient Multi-Point Support-Motion Random Vibration Analysis Technique", Computers and Structures", Vol. 80, No. 22, pp. 1689-1697, 2002.