تحلیل ضربه روی پوسته ضخیم ساندویچی انحنادار تحت اصابت اجرام

ضربهزننده

امیر ویسی گرگآباد^۲

دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی خواجه نصرالدین طوسی کرامت ملکزاده فرد^۱ مجتمع دانشگاهی هوافضا دانشگاه صنعتی مالک اشتر

ک اشتر (تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۲/۲۶؛ تاریخ پذیرش:۱۳۹۴/۵/۲۰)

چکیدہ

در این مقاله، برای اولینبار با استفاده از تئوری مرتبه بالای بهبودیافته پوستههای ساندویچی به آنالیز دینامیکی پوستههای ساندویچی انحنادار با شرایط مرزی ساده و گیردار تحت ضربه عرضی چند جرم ضربهزننده با سرعت پایین پرداخته شده است. نتایج با استفاده از دو مدل جرم و فنر بهبودیافته خطیشده جدید و مدل کامل استخراج و با هم مقایسه شده است. مسئله چند ضربه در یک شکل کلی فرمول بندی شده و توانایی تحلیل ضربات همزمان سرعت پایین چند جرم ضربهزننده با جرم، سرعت و شعاع متفاوت در نقاط مختلف را دارد. در این مطالعه، اثر پارامتره ای هندسی پوستههای ساندویچی انحنادار مانند نسبت طول به عرض (a/b) و نسبت ضخامت هسته میانی به ضخامت پوسته (hc/h) برروی پاسخ ضربه از هر دو مدل بررسی و مقایسه شده است.

واژههای کلیدی: پوسته ساندویچی انحنادار، ضربه با سرعت پایین، قانون برخورد هرتز، مدل جرم فنر خطی شده

Low Velocity Impact Response of the Thick Curved Sandwich Shells with Flexible Cores

K. Malekzadeh Fard

A. Veysi Gorgabad Mechanical Engineering Department

Aerospace Research Institute Malek Ashtar University of Technology

of Technology K. N. Tossi University of Technology (Received:16/May/2014; Accepted:11/August/2015)

ABSTRACT

In this paper, at the first time, dynamic response of the curved sandwich shells with simply supported and clamped boundary conditions subjected to low velocity multi- mass impacts was studied based on an improved higher order sandwich panel theory. Using a new linearized two degrees of freedom spring-mass system and complete solution model, the results are derived and compared with each other. The presented formulation is general and capable to analyses the curved sandwich panel subjected to multi-mass impacts with arbitrary different masses, initial velocities and impact locations. In this investigation, the effect of geometrical parameters, such as length to width ratio (a/b) and thickness of the core to thickness of the shell ratio (hc/h), on the impacts response from both presented models are studied and compared together.

Keywords: Curved Sandwich Shell, Low Velocity Impact, Hertzian Contact Law, Linearized Spring-Mass Model

۱- استاد (نویسنده پاسخگو): kmalekzadeh@mut.ac.ir

veysi amir@yahoo.com کارشناسی ارشد: - ۲

۱– مقدمه

پاسخ سازههای مرکب تحت بار ضربهای یک عامل مهم و اساسی مورد نیاز در طراحی است که باید به آن توجه شده و درنظر گرفته شود. سازههای ساندویچی با هندسههای مختلف که شامل دو رویه و یک هسته میباشند، امروزه در صنایع مختلفی از جمله صنایع هوایی، خودروسازی، عمران و ... کاربرد پیدا کردهاند. از جمله مواردی که امروزه کاربرد این سازهها را محدود کرده است، رفتار این سازه تحت اجرام ضربهزننده میباشد. بههمین علت، ضربه اجسام خارجی روی سازههای ساندویچی موضوع جذابی برای محققان در طول چند دهه اخیر بوده است.

تیموشنکو و یانگ ([۱]، با استفاده از قانون تماس هرتز و تئوری تیر اولر برنولی پاسخ ضربه تیر ایزوتروپیک را بررسی کردند. لم و همکاران^۲ [۲]، پاسخ تیر کامپوزیتی تحت چند جرم ضربهزننده را بررسی کردند. آنها با استفاده از قانون تماس هرتز برای ضربه زنندهها و تئوری مرتبه اول برشی معادلات حاکم بر حرکت را استخراج کردند. ابریت [۳]، آنالیز دینامیکی صفحات چندلایه کامپوزیتی ساندویچی را بررسی کرد. در این بررسی او با مرور کارهای انجامشده در زمینه پاسخ دینامیکی ورق ساندویچی کامپوزیتی تحت بار ضربهای با سرعت پایین، مدل های مختلف ارائهشده برای پاسخ موضعی صفحات ساندویچی که تحت بار ضربهای قرار داشتند را طبقهبندی کرد. ملکزاده و همکاران [۴]، با استفاده از مدل خطی شده قانون تماس هرتز به بررسی پاسخ دینامیکی مرتبه بالای پوستههای ساندویچی مسطح با هر دو شرط مرزی ساده و گیردار تحت چند ضربه ها پرداختند. ملکزاده، خلیلی و همکاران [۶–۵]، با استفاده از یک مدل دینامیکی جدید بر پایه تئوري بهبوديافته مرتبه بالاي پوستههاي ساندويچي به بررسي ياسخ ديناميكي يوستههاي ساندويجي تخت تحت ضربه عرضي پرداختند. آنها برای اولینبار دو مدل جرم و فنر ۳ درجه آزادی را که شامل جرم-فنر-دمپر می شد، برای توصیف مدل ضربه به کار بردند. فروستیگ و همکارانش[†] در کارهای مختلفی با استفاده از تئوری مرتبه بالای پوستههای ساندویچی خودشان به بررسی ارتعاشات و کمانش تیرها و پوستههای ساندویچی مسطح با هسته فوم و رویههای کامپوزیتی پرداختهاند [۹-۷].

ارتعاشات آزاد تیر خمیده کامپوزیتی و ساندویچی براساس یک تئوري جديد دوبعدي تصحيحشده مرتبه بالا توسط ملكزاده و همکاران [۱۱] ارائه شد. آنها اثر شکل ذوزنقهای تیر خمیده را بهطور کامل در این تئوری لحاظ کرده بودند. بررسی ها نشان میدهد که هیچ تحقیقی در مورد پوسته ساندویچی دوانحنایی و تکانحنایی تحت بارگذاری دینامیکی چندضربه حتی با شرط مرزی ساده نیز وجود ندارد. در این مقاله با استفاده از تئوری مرتبه بالای پوستههای ساندویچی براساس مدل دوم فراستیگ [۱۰] به مطالعه اثرات دینامیکی تک و چندضربه بر روی پوستههای ساندویچی دوانحنایی، تکانحنایی باز و مسطح با شرایط مرزی ساده و گیردار پرداخته می شود. تحلیل در منطقه الاستیک بوده و تغییر مکان ها و چرخش ها کوچک فرض می شوند. به منظور مدل سازی ضربه از دو مدل کامل هر تز (فرم غیرخطی قانون تماس هرتز) و مدل جرم و فنر خطی شده جدید استفاده می شود که مدل جرم و فنر با یک روش جدید خطی شده و به چند ضربه بر روی پوسته های ساندویچی تعمیم داده می شود. معادلات حاکم اسـتخراج شـده، شـامل تـرمهـای منتجههای تنش برای پوسته ساندویچی دوانحنایی که عبارت $(1+z_c/R_{yc})$ و $(1+z_c/R_{yc})$ در آن لحاظ شده و R_{vc} به طور دقیق انتگرال گیری شده است؛ می باشد. R_{vc} و به ترتیب شعاعهای انحنای هسته در صفحه های x-z و y-z می باشند. بنابراین تئوری بهبود دادهشده در این مقاله بهطور کامل جدید بوده و میتواند در زمینه چندضربه بسیار کاربردی باشد. تمامی روابط در ابتدا صحه گذاری شده و توافق بسیار خوبی حاصل گردیده است. در ادامه اثر بعضی از پارامترها همچون نسبت *a/b و h_o/h ب*ر رفتار دینامیکی سازه بررسی می شوند.

> **۲ – معادلات حرکت** در این قسمت معادلات حرکت استخراج می شود.

۲-۱- پوسته ساندویچی دوانحنایی

پوسته ساندویچی موردنظر از دو رویه کامپوزیتی و یک هسته انعطاف پذیر تشکیل شده و همچنین دارای طول a عرض d و ضخامت کلی h میباشد و تحت برخورد چند جرم ضربهزننده میباشد که دارای خواص مختلف بوده و همچنین میتوانند از جهات مختلف به پوسته برخورد کنند. در شکل l مجموعه سازه و ضربهزنندهها نشان داده شده است. در این شکل اندیسهای d d c بهترتیب معرف رویههای بالا، پایین و هسته

¹⁻ Timoshenko and Young

²⁻ Lam and et al

³⁻ Abrate

⁴⁻ Frostig and et al

میباشند. (Rij (i=t,b,c; j=x,y شعاعهای انحنای پوسته ساندویچی میباشند.



مولفههای میدان جابهجایی برای رویهها براساس تئوری مرتبه اول برشی بیان میشود [۱۲]. مؤلفههای کرنش برای رویهها طبق روابط (۱) بهصورت زیر تعریف میشود:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^{i} &= \varepsilon_{0xx}^{i} + z_{i} \kappa_{xx}^{i} \\ \varepsilon_{yy}^{i} &= \varepsilon_{0yy}^{i} + z_{i} \kappa_{yy}^{j}, \varepsilon_{zz}^{i} = 0 \\ \gamma_{xz}^{i} &= 2\varepsilon_{xz}^{i} = \varepsilon_{0xz}^{i}, \quad \gamma_{yz}^{i} = 2\varepsilon_{yz}^{i} = \varepsilon_{0yz}^{i} \\ \gamma_{xy}^{i} &= 2\varepsilon_{xy}^{i} = \varepsilon_{0xy}^{i} + z_{i} \kappa_{xy}^{i}, \quad i = t, b \\ \varepsilon_{0xx}^{i} &= \frac{\partial u_{0}^{i}}{\partial x} + \frac{w_{0}^{i}}{R_{xi}}, \quad \varepsilon_{0yy}^{i} = \frac{\partial v_{0}^{i}}{\partial y} + \frac{w_{0}^{i}}{R_{yi}}, \quad \varepsilon_{0xy}^{i} = \frac{\partial v_{0}^{i}}{\partial x} + \frac{\partial u_{0}^{i}}{\partial y} \\ \varepsilon_{0xz}^{i} &= \frac{\partial w_{0}^{i}}{\partial x} + \psi_{x}^{i} - \frac{u_{0}^{i}}{R_{xi}}, \quad \varepsilon_{0yz}^{i} = \frac{\partial w_{0}^{i}}{\partial y} + \psi_{y}^{i} - \frac{v_{0}^{i}}{R_{yi}} \\ \kappa_{xx}^{i} &= \frac{\partial \psi_{x}^{i}}{\partial x}, \quad \kappa_{yy}^{i} = \frac{\partial \psi_{y}^{i}}{\partial y}, \quad \kappa_{xy}^{i} = \frac{\partial \psi_{y}^{i}}{\partial x} + \frac{\partial \psi_{x}^{i}}{\partial y} \end{aligned} \tag{1}$$

راستای yx وz میباشند. $\psi_{y}^{i}, \psi_{y}^{i}$ بهترتیب مؤلفههای چرخش میدان جابهجایی در راستای x و y میباشند. اندیس بالا نمادی برای نشاندادن رویه بالا یا پایین میباشد (i = t,b). مؤلفههای میدان جابهجایی براساس مدل دوم فراستیگ برای هسته طبق روابط (۲) بهصورت زیر تعریف میشود [۸]:

$$u_{c}(x, y, z, t) = \left(1 + \frac{z}{R_{xc}}\right)u_{0}^{c}(x, y, t) + z_{c}^{3}u_{3}^{c}(x, y, t) + z_{c}^{2}u_{2}^{c}(x, y, t) + z_{c}^{3}u_{3}^{c}(x, y, t)$$

$$v_{c}(x, y, z, t) = \left(1 + \frac{z}{R_{yc}}\right)v_{0}^{c}(x, y, t) + z_{c}^{3}v_{3}^{c}(x, y, t) + z_{c}^{2}v_{2}^{c}(x, y, t) + z_{c}^{2}v_{3}^{c}(x, y, t) + z_{c}^{2}v_{3}^{c}(x, y, t) + z_{c}^{2}v_{3}^{c}(x, y, t) + z_{c}^{2}w_{3}^{c}(x, y, t) + z_$$

در رابطه (۲)، ${}^{s}_{k}$ ${}^{c}_{k}$ مجهولات مؤلفههای صفحهای میدان w_{k}^{c} می (۲)، ۲ و ۳ باشد. w_{k}^{c} جابهجایی می اشد و ۳ باشد. و k می میدان جابهجایی هسته می اشد و k می تواند برابر ۰، ۲ و ۲ باشد. اندیس c نشان دهنده هسته میانی می اشد. روابط کرنش جابهجایی برای هسته طبق روابط (۳) به صورت زیر می باشد:

$$\varepsilon_{xx}^{c} = \frac{1}{\left(1 + z / R_{xc}\right)} \left(\frac{\partial u_{c}}{\partial x} + \frac{w_{c}}{R_{xc}} \right)$$

$$\varepsilon_{yy}^{c} = \frac{1}{\left(1 + z / R_{yc}\right)} \left(\frac{\partial v_{c}}{\partial y} + \frac{w_{c}}{R_{yc}} \right)$$

$$\gamma_{xy}^{c} = 2\varepsilon_{xy}^{c} = \frac{1}{\left(1 + z / R_{xc}\right)} \frac{\partial v_{c}}{\partial x} + \frac{1}{\left(1 + z / R_{yc}\right)} \frac{\partial u_{c}}{\partial y}$$

$$\gamma_{xz}^{c} = 2\varepsilon_{xz}^{c} = \frac{1}{\left(1 + z / R_{xc}\right)} \left(\frac{\partial w_{c}}{\partial x} - \frac{u_{c}}{R_{xc}} \right) + \frac{\partial u_{c}}{\partial z}$$

$$\gamma_{yz}^{c} = 2\varepsilon_{yz}^{c} = \frac{1}{\left(1 + z / R_{yc}\right)} \left(\frac{\partial w_{c}}{\partial y} - \frac{u_{c}}{R_{yc}} \right) + \frac{\partial v_{c}}{\partial z}$$
(7)

با جایگذاری مولفههای میدان جابهجایی هسته از رابطه (۲) در روابط (۳)، کرنشها برحسب جابهجایی بهدست میآیند. شرایط سازگاری در سطح مشترک هسته با رویهها طبق روابط (۴) بهصورت زیر میباشند:

$$u_{c} = (z = z_{ci}) = u_{0}^{i} + \frac{1}{2}(-1)^{k} h_{i} \psi_{x}^{i}$$

$$v_{c} = (z = z_{ci}) = v_{0}^{i} + \frac{1}{2}(-1)^{k} h_{i} \psi_{y}^{i}$$

$$i = t \rightarrow (k = 1; z_{ci} = \frac{h_{c}}{2})$$

$$w_{c} = (z = z_{ci}) = w_{0}^{i}$$

$$i = b \rightarrow (k = 0; z_{ci} = -\frac{h_{c}}{2})$$
(f)

به منظور استخراج معادلات حاکم بر حرکت پوسته ساندویچی دوانحنایی تحت بر خورد اجرام ضربهزننده از اصل همیلتون طبق رابطه (۶) به صورت زیر استفاده می شود [۱۲]:

$$\int_{0}^{T} \delta L = \int_{0}^{T} \left[\delta K - \left(\delta U + \delta U_{S} + \delta W_{ext} \right) \right] dt = 0$$
 (7)

که در آن، δK تغییرات انرژی جنبشی، δU تغییرات انرژی کرنشی، δU تغییرات انرژی حاصل از چرخش جسم صلب δU_i تغییرات انرژی حاصل از کار نیروهای خارجی میباشد. تغییرات انرژی جنبشی طبق رابطه (۲) به صورت زیر میباشد:

$$\delta K = -\sum_{i=t,b,c} \iint_{A} \int_{-h_{i}/2}^{h_{i}/2} \rho_{i} \left(\ddot{u}_{i} \,\delta u_{i} \right) dz_{i} dA_{i}$$
$$-\sum_{i=t,b,c} \iint_{A} \int_{-h_{i}/2}^{h_{i}/2} \rho_{i} \left(\ddot{v}_{i} \,\delta v_{i} + \ddot{w}_{i} \,\delta w_{i} \right) dz_{i} dA_{i} \qquad (V)$$

که در آن، ، *۹_۲ ، ۹_۶ و _۲۵* بهترتیب چگالی رویههای بالا، پایین و هسته میباشند. همچنین (..) بیانکننده مشتق دوم نسبت به زمان میباشد. تغییرات انرژی کرنشی طبق روابط (۸) بهصورت زیر میباشد:

$$\begin{split} \delta U &= \sum_{i=t,b} \left(\int_{V_i} \left(\sigma_{xx}^i \, \delta \varepsilon_{xx}^i + \sigma_{yy}^i \, \delta \varepsilon_{yy}^i + \tau_{xy}^i \, \delta \gamma_{xy}^i \right) dV_i \right) \\ &+ \sum_{i=t,b} \left(\int_{V_i} \left(\tau_{xz}^i \, \delta \gamma_{xz}^i + \tau_{yz}^i \, \delta \gamma_{yz}^i \right) dV_i \right) \\ &+ \int_{V_c} \left(\sigma_{xx}^c \, \delta \varepsilon_{xx}^c + \sigma_{yy}^c \, \delta \varepsilon_{yy}^c + \sigma_{zz}^c \, \delta \varepsilon_{zz}^c \right) dV_c \\ &+ \int_{V_c} \left(\tau_{xy}^c \, \delta \gamma_{xy}^c + \tau_{xz}^c \, \delta \gamma_{xz}^c + \tau_{yz}^c \, \delta \gamma_{yz}^c \right) dV_c \quad (i = t, b) \end{split}$$

تغییرات انرژی حاصل از چرخش جسم صلب طبق روابط (۹) به صورت زیر می باشند [۱۴ – ۱۳]:

$$\delta U_{s} = -\sum_{i=t,b,c} \int_{A_{i}} \left[-C_{0}^{i} \frac{\partial M_{xy}^{i}}{\partial x} \delta v_{0}^{i} \right] dA_{i} - \sum_{i=t,b,c} \int_{A_{i}} \left[-C_{0}^{i} \frac{\partial M_{xy}^{i}}{\partial y} \delta u_{0}^{i} \right] dA_{i}$$

$$C_{0}^{i} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{xi}} - \frac{1}{R_{yi}} \right); \quad i = t, b$$

تغییرات انرژی پتانسیل ناشی از بارهای وارده بر رویههای بالا و پایین طبق روابط (۱۰) بهصورت زیر تعریف میشود: با جایگذاری میدان جابهجایی هسته رابطه (۲) در روابط سازگاری و بعضی از سادهسازیها، نهایتاً تعداد مجهولات هسته و رویهها به ۱۵ مجهول زیر کاهش مییابد:

 $u_0^t, v_0^t, w_0^t, \psi_x^t, \psi_y^t, u_0^b, v_0^b, w_0^b, \psi_x^b, \psi_y^b, u_0^c, u_1^c, v_0^c, v_1^c, w_0^c$

$$\begin{cases} N_{xy}^{c} \\ N_{yy}^{c} \\ M_{nyx}^{c} \\ M_{nyx}^{c} \\ M_{nyx}^{c} \\ M_{nyx}^{c} \\ M_{nyx}^{c} \\ N_{yz}^{c} \\ M_{nyz}^{c} \\ N_{yz}^{c} \\ N_{yz}^{c} \\ N_{yz}^{c} \\ M_{nyz}^{c} \\ N_{yz}^{c} \\ N$$

تحليل ضربه روى پوسته ضخيم ساندويچي انحنادار تحت اصابت اجرام ...

$$\begin{split} \partial W_{ext} &= \int_{A} \left(-\left(1 + \frac{h_{t}}{2R_{xt}}\right) \left(1 + \frac{h_{t}}{2R_{yt}}\right) q_{t} \, \delta w_{0}^{t} \right) dx dy \\ &+ \int_{A} \left(\left(1 - \frac{h_{b}}{2R_{xb}}\right) \left(1 - \frac{h_{b}}{2R_{yb}}\right) q_{b} \, \delta w_{0}^{t} \right) dx dy \\ &+ \sum_{j=100}^{2} \int_{00}^{ab} \left(\overline{N}_{xxj}^{t} \, \delta u_{0}^{t} + \overline{N}_{xyj}^{t} \, \delta v_{0}^{t} \right) \delta_{D} \left(x - x_{j}\right) dx dy \\ &+ \sum_{j=100}^{2} \int_{00}^{ab} \left(\overline{N}_{xxj}^{b} \, \delta u_{0}^{b} + \overline{N}_{xyj}^{b} \, \delta v_{0}^{b} \right) \delta_{D} \left(x - x_{j}\right) dx dy \\ &+ \sum_{j=100}^{2} \int_{00}^{ab} \left(\overline{N}_{yyj}^{t} \, \delta v_{0}^{t} + \overline{N}_{xyj}^{t} \, \delta u_{0}^{t} \right) \delta_{D} \left(y - y_{j}\right) dx dy \\ &+ \sum_{j=100}^{2} \int_{00}^{ab} \left(\overline{N}_{yyj}^{b} \, \delta v_{0}^{b} + \overline{N}_{xyj}^{b} \, \delta u_{0}^{b} \right) \delta_{D} \left(y - y_{j}\right) dx dy \\ &+ \sum_{j=100}^{2} \int_{00}^{ab} \left(\overline{N}_{yyj}^{b} \, \delta v_{0}^{b} + \overline{N}_{xyj}^{b} \, \delta u_{0}^{b} \right) \delta_{D} \left(y - y_{j}\right) dx dy \\ &+ \sum_{j=100}^{2} \int_{00}^{ab} \left(\overline{N}_{yyj}^{b} \, \delta v_{0}^{b} + \overline{N}_{xyj}^{b} \, \delta u_{0}^{b} \right) \delta_{D} \left(y - y_{j}\right) dx dy \\ &+ \sum_{j=100}^{2} \int_{00}^{ab} \left(\overline{N}_{yyj}^{b} \, \delta v_{0}^{b} + \overline{N}_{xyj}^{b} \, \delta u_{0}^{b} \right) \delta_{D} \left(y - y_{j}\right) dx dy \end{split}$$
(1.1)

در رابطه (۱۰)، $q_b \ e_b \ q_b$ نیروهای خارجی حاصل از برخورد اجرام ضربهزننده بر رویههای بالا و پایین میباشند. \overline{N}_{xxj}^i ، $\overline{N}_{yyj} \ \overline{N}_{yyj} \ \overline{N}_{yyj} \ \overline{N}_{yyj}$ و برشی درون صفحهای میباشند. در روابط (۲-۹) المانهای سطح و حجم رویهها و هسته طبق روابط (۱۱) به صورت زیر تعریف می شوند:

$$dV_{c} = dA_{c}dz_{c} = \left(1 + \frac{z_{c}}{R_{xc}}\right)\left(1 + \frac{z_{c}}{R_{yc}}\right)dx_{c}dy_{c}dz_{c}$$

$$dV_{i} = dA_{i}dz_{i} = dx_{i}dy_{i}dz_{i}, \quad (i = t, b)$$
(11)

با ساده کردن رابطههای (۱۱–۷) و جایگزینی آنها در اصل هامیلتون رابطه (۶)، معادلههای حاکم بر مسئله بهدست میآیند [۱۱و۱۴].

۲-۲- پوسته ساندویچی تکانحنایی باز

به منظور استخراج معادلات حاکم بر سازه ساندویچی تـک انحنایــه بـاز لازم اسـت فقـط تغییـرات ∞= R_{xi} = R در معادلات حاکم اعمال شود.

۲-۳- پوسته ساندویچی تخت

به منظور استخراج معادلات حاکم بر سازه ساندویچی تخت لازم است فقیط تغییرات $R_{ci} = R_{ci} = \infty$ و $R_{cy} = R_{cx} = \infty$ در معادلات حاکم اعمال شود.

شرایط مرزی: در این تحقیق، شرایط مرزی به صورت ساده و گیردار درنظر گرفته می شود. به منظور ارضای شرایط مرزی ساده، میدان جابه جایی تمامی سازه های ساندویچی مورد

مطالعه بهصورت بسط سری فوریه دوگانه طبق روابط (۱۲) تعریف می شود:

$$\begin{bmatrix} u_0^j(x, y, t) \\ v_0^j(x, y, t) \\ w_0^j(x, y, t) \\ \psi_x^j(x, y, t) \\ \psi_y^j(x, y, t) \\ u_k^c(x, y, t) \\ v_k^c(x, y, t) \\ w_i^c(x, y, t) \\ w_i^c(x, y, t) \end{bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \begin{bmatrix} u_{0mn}^j(t) \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \\ v_{0mn}^j(t) \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) \\ \psi_{xmn}^j(t) \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \\ \psi_{ymn}^j(t) \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) \\ u_{kmn}^c(t) \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \\ u_{kmn}^c(t) \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \\ v_{kmn}^c(t) \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) \\ w_{kmn}^c(t) \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) \\ w_{kmn}^c(t) \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \end{bmatrix}$$

$$k = 01, 2, 3, I = 0, 1, 2; \ \alpha_m = \frac{m\pi x}{a}, \ \beta_n = \frac{n\pi x}{b}$$
 (17)

که، $W_{lmn}^{c} V_{0mn}^{j}, V_{kmn}^{c}, U_{kmn}^{c}, \psi_{xmn}^{j}, \psi_{ymn}^{j}, W_{0mn}^{j}, U_{0mn}^{j}, b($)j=t,b(، ضرایب زمانی هستند که باید تعیین شوند. برای شرط مرزی گیردار کافی است که در روابط ارائه شده در روابط $\cos\beta_n x_2$ و $\cos\alpha_m x_1$ تارات $\cos\beta_n x_2$ و $\cos\beta_n x_2$ و $\cos\beta_n x_2$ و $\sin\alpha_m x_1$ توشته شوند. در بهترتیب به صورت $\sin\beta_n x_2$ و $\sin\alpha_m x_1$ نوشته شوند. در معادلات حرکت پوسته های ساندویچی مفروض با هر دو شرط مرزی ساده و گیردار، (j = t, b) نیروهای حاصل از برخورد اجرام ضربهزننده بوده که میتوانند بهترتیب به رویه بالا و یا پایین سازه های مفروض وارد شوند و طبق روابط (۱۳) قابل پایین سازه ای مفروض وارد شوند و طبق روابط (۱۳) قابل

$$q_{j}(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [\sum_{i=1}^{N} q_{mn}^{i}(t)] \sin(\alpha_{m} x) \sin(\beta_{n} y)$$

$$N = 1, 2, \dots, N$$
(17)

که درآن، *i*یک شرمارنده بوده و معرف تعداد ضربهزننده می میاشد. ضریب زمانی (۱۴ می طبق روابط (۱۴) نوشته می شود [1۵]:

$$q_{mn}^{i}(t) = \frac{4F_{c}^{i}(t)}{ab}\sin(\alpha_{m}x_{i})\sin(\beta_{n}y_{j}) \qquad (14)$$

که در آن، $(f)^{i}F_{c}^{i}(t)$ نیروی ضربه حاصل از i امین ضربهزننده بوده که بهصورت بار ضربه عرضی بر سطح رویهها وارد میشود. نیروهای ضربه در مراحل بعد توسط دو مدل کامل و جرم و فنر بهدست خواهد آمد. با جایگذاری روابط (۱۳–۱۲)، منتجههای تنش، روابط سازگاری دادهشده معادله (۴) در معادلات حاکم و بعضی از سادهسازیها و همچنین، اعمال روش تقریبی گالرکین، نهایتاً معادلات حرکت مجموعه سازه ساندویچی و ضربهزنندهها طبق روابط (۱۵) نوشته میشوند:

$$K_{c}^{i} = \frac{4}{3}E^{*i}\sqrt{R^{*i}}$$

$$\frac{1}{E^{*i}} = \frac{1 - (v_{impactor}^{2})^{i}}{E_{impactor}^{i}} + \frac{1 - (v_{panel}^{2})^{j}}{E_{panel}^{i}}$$

$$\frac{1}{R^{*i}} = \frac{1}{R_{imactor}^{i}} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_{x}^{j}} + \frac{1}{R_{y}^{j}}\right) \qquad (14)$$

که در آن، ¹ _x و ¹ _y شعاعهای انحنا در رویههای بالایی و پایینی میباشند. نهایتاً با استفاده کردن از مدل کامل هرتز معادلات حاکم بر حرکت به صورت یک دسته معادلات دیفرانسیلی معمولی جفتشده غیرخطی طبق روابط (۱۸) بهدست میآیند:

$$\begin{bmatrix} M \\] \{ \vec{X} \} + [K] \{ X \} = \{ Q \} \\ m_{p}^{i} \vec{w}_{p}^{i} + F_{c}^{i}(t) = 0 \\ w_{j}^{i}(t=0) = 0; \ \vec{w}_{j}^{i}(t=0) = V_{0}^{i} \\ F_{c}^{i}(t) = K_{c}^{i}\left(w_{imactor}^{i} - w_{panel}^{j}(x_{i}, y_{i}) \right) \\ j = (t, b) \tag{1A}$$

۲-۳- مدل جرم و فنر بهبودیافته خطی شده جدید

در این تحقیق، از سیستم ۲ درجه آزادی جرم و فنر [۲۰–۱۸] مطابق شکل \mathbf{T} برای تعیین تاریخچه نیروی تماسی استفاده شده است. که، M_i^i جرم موثر شده است. که، M_i^i جرم موثر پوسته ساندویچی مورد مطالعه، K_c^{*i} سفتی تماسی خطی اصلاحشده در *i* امین نقطه ضربه و K_g^i سفتی معادل پوسته در محل برخورد *i* امین ضربهزننده میباشد.



شکل(۲): مدل جرم و فنر ۲ درجه آزادی خطی بهبودیافته.

با استفاده از مدل خطی شده چوی^۱ [۲۱] قانون خطی هرتز جایگزین قانون غیرخطی هرتز شده است. بنابراین نیروی تماسی طبق روابط (۱۹) محاسبه می شود:

$$F_{c}^{i} = K_{c}^{i} \left[z_{2}^{i}(t) - z_{1}^{i}(t) \right]$$

$$K_{c}^{i*} = \left(K_{c}^{i} \right)^{\frac{1}{n}} F_{c \max}^{i} \frac{n-1}{n}$$
(19)

$$[M] \{X\} + [K] \{X\} = \{Q\}$$

$$\{X\} = \{u_{0mn}^{t}(t), u_{0mn}^{b}(t), v_{0mn}^{t}(t), v_{0mn}^{b}(t), w_{0mn}^{t}(t), w_{0mn}^{t}(t), w_{0mn}^{t}(t), \psi_{xmn}^{t}(t), \psi_{xmn}^{t}(t), \psi_{ymn}^{t}(t), \psi_{ymn}^{b}(t), u_{0mn}^{c}(t), v_{0mn}^{c}(t), v_{1mn}^{c}(t), w_{0mn}^{c}(t)\}^{T}$$

$$\{Q\} = [0, 0, 0, 0, q_{mn}^{i}, -q_{mn}^{i}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0] \qquad (1\Delta)$$

که در آن، [*M*] ماتریس جـرم و [*K*] ماتریس سفتی بـوده و بهعلت نیاز به محدودسازی تعداد صفحات مقاله از آوردن آنها صرفنظر میشود. با اعمال تغییرات گفتـهشـده در بخـشهـای ۲-۲ و ۳-۲ درایههای ماتریس جرم و سفتی قابـل سـادهسـازی برای هر دو سازه تکانحنایی باز و تخت هستند.

۳-۱- مدل کامل هر تز

در این مدل از قانون غیرخطی بهبودیافته تماس هرتر برای بهدست آوردن تاریخچه نیروی تماسی استفاده شده است. قانون تماس هرتز در اصل برای بارگذاری استاتیکی بر روی یک نیمفضای الاستیک خطی گسترش یافته است [1۵]. اما این قانون با انجام تصحیحاتی، برای مسائل ضربه بر روی سازههای مهندسی نیز به کار میرود که طبق روابط (۱۶) نوشته می شود [19]:

$$F_{c}^{i}(t) = K_{c}^{i}(\alpha^{i})^{n} = K_{c}^{i}\left(w_{j}^{i} - w_{0}(x_{1i}, x_{2i})\right)^{1.5} \quad (18)$$

که در آن، α^{i} میزان فرورفتگی در *i* امین نقط و ضربه، α^{i} *w i* جابهجایی رویه برخورد شونده جابهجایی *i* امین ضربهزننده، w_{0} مجابهجایی رویه برخورد شونده در *i* امین نقطه برخورد و K_{c}^{i} سفتی تماسی هرتز در محل *i* امین ضربهزننده است. اندیس *i* نمادی برای نشاندادن رویه بالایی یا پایینی است (*f*=*t*,*b*) برای پوسته ساندویچی دوانحنایه -بالایی یا پایینی است (۱۷) تعریف می شود (برای بقیه سازهها K_{c}^{i} تغییرات گفته شده در بخش ۲-۲ و ۳-۲ بایستی اعمال شود) [۱۷].

¹⁻ Choi

در رابطه بالا، K_c^i معرف سفتی تماسی غیرخطی بهازای *i* امین ضربهزننده و F_{cmax}^i ماکزیمم نیروی تماسی پیش بینی شده بهازای *i* امین ضربهزننده است. با نوشتن معادلات دیفرانسیل سیستم جرم و فنر خطی، استفاده از معادلات (۱۹) و بعضی از سادهسازی ها طبق روابط (۲۱–۲۰) می توان نوشت:

$$F_{c}^{i}(t) = \frac{K_{c}^{i*} V^{i}}{\left(\phi_{2}^{i} - \phi_{1}^{i}\right)} \left[\frac{1 - \phi_{2}^{i}}{\omega_{2}^{i}} \sin(\omega_{2}^{i}t) - \frac{1 - \phi_{1}^{i}}{\omega_{1}^{i}} \sin(\omega_{1}^{i}t) \right]$$
(7.1)

$$\omega_{1}^{i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\left(N^{i}+1\right)K_{c}^{i*}+K_{g}^{i}}{N^{i}M_{I}^{i}} - \sqrt{\left(\frac{\left(\frac{\left(N^{i}+1\right)K_{c}^{i*}+K_{g}^{i}}{N^{i}M_{I}^{i}}\right)^{2} - 4\frac{K_{c}^{i*}K_{g}^{i}}{N^{i}M_{I}^{i}}\right)}{N^{i}M_{I}^{i}} - \frac{1}{2} \left(\frac{\left(N^{i}+1\right)K_{c}^{i*}+K_{g}^{i}}{N^{i}M_{I}^{i}} - 4\frac{K_{c}^{i*}K_{g}^{i}}{N^{i}M_{I}^{i}}\right)}{\left(\frac{\left(\frac{\left(N^{i}+1\right)K_{c}^{i*}+K_{g}^{i}}{N^{i}M_{I}^{i}}\right)^{2} - 4\frac{K_{c}^{i*}K_{g}^{i}}{N^{i}M_{I}^{i}}\right)}{\sqrt{\left(\frac{\left(\frac{\left(N^{i}+1\right)K_{c}^{i*}+K_{g}^{i}}{N^{i}M_{I}^{i}}\right)^{2} - 4\frac{K_{c}^{i*}K_{g}^{i}}{N^{i}M_{I}^{i}}\right)}{\sqrt{1-1}}}\right)} \phi_{1}^{i} = \frac{K_{c}^{i*}}{K_{c}^{i*} - M_{I}^{i}\omega_{1}^{i}}, \phi_{2}^{i} = \frac{K_{c}^{i*}}{K_{c}^{i*} - M_{I}^{i}\omega_{2}^{i}}} (\Upsilon)$$

که در آن،
$$rac{M_{eff}^{s}}{M_{I}^{i}}$$
 میباشد. همچنین، سفتی پوسته
ساندویچی مورد مطالعه در *i* امین نقطه ضربهزننده طبق روابط
(۲۲) قابل محاسبه است:

$$K_{g}^{i} = \frac{1}{\delta_{1}^{i}}, \quad \delta_{1}^{i} = w_{panel}^{j}(x_{i}, y_{i}); \quad j = (t, b)$$
 (YY)

که در آن، δ_{l}^i خیز استاتیکی سازه بهازای بار واحد در i امین نقطه ضربهزننده میباشد.

حال در این مقاله بهمنظور بهدست آوردن سفتی تماسی خطیشده برای اولینبار از یک روش جدید که بر پایه بسط سینوس و کسینوس میباشد طبق روابط (۲۳)، استفاده میشود:

$$\sin(\omega_{1}^{i}t) = \omega_{1}^{i}t - \frac{1}{6}(\omega_{1}^{i}t)^{3}$$

$$\sin(\omega_{2}^{i}t) = \omega_{2}^{i}t - \frac{1}{6}(\omega_{2}^{i}t)^{3}$$
(YY)

با جایگذاری معادلات (۲۳) در معادله (۲۰)، اعمال اولین مشتق گیری از معادله حاصله و سپس استفاده از معادلات (۲۱) و بعضی سادهسازیها، ماکزیمم زمان تماس و همچنین، بیشینه

نیروی برخورد بهازای i امین ضربهزننده بهصورت کاملاً تحلیلی طبق روابط (۲۵–۲۴) بهدست میآید:

$$t_{mac}^{i} = \sqrt{\frac{2N^{i}M_{I}^{i}}{\left(N^{i}+1\right)K_{c}^{i*}}}, F_{c\,\max}^{i} = \frac{2}{3}V^{i}\sqrt{\frac{2N^{i}M_{I}^{i}K_{c}^{i*}}{\left(N^{i}+1\right)}}$$
(74)

$$K_{c}^{i*} = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^{\frac{2(n-1)}{n+1}} \left(\frac{N^{i}}{N^{i}+1}\right)^{\frac{n-1}{n+1}} \left(V^{i}\right)^{\frac{2(n-1)}{n+1}} \left(K_{c}^{i}\right)^{\frac{2}{n+1}} \left(M_{I}^{i}\right)^{\frac{n-1}{n+1}}$$
(Y Δ)

نهایتا مشابه روش انجامشده در بخش ۱-۳ معادلات کلی سازههای ساندویچی تحت اجرام ضربهزننده طبق روابط (۲۶) قابل نوشتن است:

$$\begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \left\{ \ddot{X} \right\} + \begin{bmatrix} K \end{bmatrix} \left\{ X \right\} = \left\{ Q \right\}$$
(19)

که در آن، {*Q*} تابعی از نیروهای اجرام ضربهزننده بوده و از معادلات (۱۳)، (۱۴) و (۲۰) جایگذاری می شود. در تحلیل های انجام شده توسط شیواکومار^۱ و همکاران [۱۹] و گانگ^۲ [۲۰] جرم موثر سازه برابر یک چهارم جرم کل سازه برای شرایط مرزی اطراف لولا درنظر گرفته شده است. سوانسون^۳ [۲۱] نشان داد که نسبت جرم موثر سازه به کل آن به هندسه سازه، ضخامت جداره سازه، محل اعمال بار، شرایط مرزی و ناهمسانگردی خواص ماده بستگی دارد.

۴- صحه گذاری نتایج

در این بخش به کمک کدنویسی انجامشده، به بررسی تک و چندضربه روی سازههای ساندویچی دوانحنایی، تک انحنایی باز و تخت پرداخته شده است. باتوجه به نبود هیچ پژوهشی در زمینه چندضربه سازههای ساندویچی، لذا برای صحه گذاری نتایج ارائهشده براساس کدنویسی در نرمافزار متلب⁴ از نرمافزار المان محدود آباکوس^۵ نیز استفاده شده است. در مثال اول یک پوسته ساندویچی تخت با شرط مرزی ساده تحت برخورد یک جرم ضربهزننده بزرگ فولادی در وسط پوسته [۴و۲۲]، با خواص هندسی و مکانیکی دادهشده در جدول ۱ درنظر گرفته شده است. جرم ضربهزننده ۸/۱ کیلوگرم، شعاع آن ۱۲/۷ میلیمتر و سرعت برخورد آن ۳ متر بر ثانیه است. در شکل ۳ تاریخچه نیروی بهدستآمده از هر دو مدل کامل و جرم و فنر آورده شده که با نتایج پیشین نیز مقایسه گردیده است.

¹⁻ Shivakumar

²⁻ Gong

³⁻ Swanson

⁴⁻ Matlab

⁵⁻ Abaqus

همچنان که شکل ۳ نشان میدهد توافق بسیارخوبی بین نتایج بهدستآمده از مدلهای پیشنهادی با نتایج پیشین و همچنین نتایج بهدستآمده از دو مدل برقرار است. بهعنوان دومین مثال برای صحهگذاری نتایج، یک پوسته مسطح با شرط مرزی ساده تحت برخورد تکجرم ضربهزننده کوچک در وسط آن با خواص هندسی مکانیکی و هندسی دادهشده در جدول ۲ را درنظر بقیرید. جرم ضربهزننده ۱۰ گرم، شعاع آن ۱۲/۷ میلیمتر و سرعت برخورد آن ۳ متر بر ثانیه درنظر گرفته میشود. باتوجه به محدود بودن کارهای انجامشده در زمینه ضربه سازههای ساندویچی، در این مثال از نتایج مدلسازی در نرمافزار المان







$E_{11} = E_{22} = \texttt{AF} \text{ GPa, } E_{33} = \texttt{F}, \texttt{AF} \text{ GPa,} \\ G_{12} = \texttt{F}, \texttt{1F} \text{ Gpa, } G_{23} = \texttt{G}_{13} = \texttt{1}, \texttt{AY} \text{ GPa,} \\ p = \texttt{1} \texttt{A} \texttt{1} \texttt{1} \texttt{kg/m^3}, \texttt{v}_{12} = \texttt{., F}, \texttt{v}_{13} = \texttt{v}_{23} = \texttt{., F} \texttt{1} \texttt{F}$	رویههای بالا و پایین
$E_{11}=E_{22}=E_{22}=\cdot, i \land GPa, \ G_{12}=G_{23}=G_{13}=\cdot, \cdot \lor GPa, \ v_{12}=v_{23}=v_{13}=\cdot, \land \varkappa, p=11\cdot kg/m^3$	هسته فوم
a=b= ۱۵۸,۷mm, h _o /h=۰,۸۸ (۰٫ , ۹۰٫ , ۰٫ , core, ۰٫) لایه چینی الیاف ۹۰٫ , ۰٫]	هندسه پوسته

جدول(۲): خواص هندسی و مکانیکی رویهها و هسته سازه ساندویچی.

E ₁₁ = 171 GPa, E ₂₂ =E ₃₃ = 1.776 GPa, G ₁₂ =G ₁₂ =G ₁₃ = 9.136 Gpa, G ₂₃ = $9.7.0$ GPa, p= 1977 kg/m ³ , v ₁₂ = 77 , v ₁₃ = v ₂₃ = 69	رویههای بالا و پایین
$E_{11}=E_{22}=E_{22}=\cdot,\cdot\cdot\neq\wedge\P \text{ GPa, } G_{12}=G_{23}=G_{13}=\cdot,\cdot\cdot\P\varphi\wedge \text{ GPa, } v_{12}=v_{23}=v_{13}=\cdot,\cdot\cdot\cdot\rangle, p=\P\Psi, \Psi\land \text{ kg/m}^3$	هسته فوم
h _t =h _b =۳mm, h _c /h= ۰٫۸۸ , a/h= ۱ ۰, a/b= ۱ الایه چینی الیاف [۰, ۹۰, ۰, core, ۰, ۹۰, ۰]	هندسه پوسته



شکل(۴): همگرایی تاریخچه نیروی ضربه برای پوسته ساندویچی تخت تحت برخورد تکجرم ضربهزننده کوچک.

مجموعه پوسته ساندویچی و ضربهزننده مدلسازی و مشبندی میشود. در مدلسازی هسته میانی سازه مفروض از المانهای هشتگرهای استفاده شده است. رویهها به کمک المانهای پوسته مدلشده و در مرز اتصال با هسته شرایط اتصال برآورده شدهاند. در شکل ۴ همگرایی تاریخچه نیروی ضربه به کمک روش حل کامل پیشنهادی آورده شده است. در این مقاله تمامی نتایج در حالت همگراشده آورده شده است.

در شکلهای ۶–۵ با استفاده از هر دو مدل کامل و جرم و فنر بهترتیب تاریخچه نیروی ضربه و خیز رویههای بالا و پایین آورده شده و با نتایج بهدستآمده از نرمافزار آباکوس مقایسه

شده است. همچنین، توافق بسیارخوبی بین نتایج بهدست آمده از مدل کامل با نتایج آباکوس برقرار است ولی بین این نتایج با مدل جرم و فنر اختلاف زیادی وجود دارد و این اختلاف بهخاطر اینست که مدل جرم و فنر توانایی کافی لازم برای تحلیل سازههای ساندویچی تحت برخورد جرم کوچک را ندارد [۴]. همچنین، دیده می شود زمانی که نیروی ضربه به صفر می رسد (زمان کلی تماس)، تاریخچه خیز به صفر نمی رسد. این پدیده در ضربه با جرمهای کوچک اتفاق می افتد.



جرم و فنر با نتایج آباکوس.



بهعنوان آخرین مثال در اینجا به صحه گذاری نتایج پوسته ساندویچی مسطح تحت برخورد دو جرم ضربهزننده بزرگ فولادی در نقاط (x₁=a/5,y₁=b/2) و

(x₂=4a/5,y₂=b/2) با شرط مرزی گیردار پرداخته می شود. خواص هندسی و مکانیکی پوسته در جدول ۱ داده شده است. جرم ضربهزننده ۱/۸ کیلوگرم ، شعاع آن ۱۲/۷ میلیمتر و سرعت برخورد آن ۳ متر بر ثانیه درنظر گرفته می شود. در این مثال نیز نتایج به دستآمده از مدل کامل با نتایج به دستآمده از مدل سازی سازه مفروض در نرمافزار آباکوس مقایسه می شود. در شکل ۷ نتایج المان محدود آباکوس مقایسه شده است و با همان طور که این شکل نشان می دهد توافق نسبتاً خوبی بین نتایج برقرار است. بیشترین اختلاف نیروی ضربه از مدل کامل با آباکوس 7/۳ درصد می باشد.



۵- نتایج و بررسی پارامترها

در این بخش به بررسی ضربه یک پوسته ساندویچی دوانحنایی با شرط مرزی ساده تحت برخورد دو جرم ضربهزننده بزرگ در نقاط ($x_1=a/5,y_1=b/2$) و ($x_2=4a/5,y_2=b/2$) پرداخته میشود. خواص هندسی و مکانیکی پوسته در جدول **۱** داده شده است. همچنین شعاعهای انحنای پوسته مفروض **۱** داده شده است. میباشند که در آن، n طول پوسته ساندویچی مورد مطالعه میباشد. جرم ضربهزنندهها ۱۸۸ کیلوگرم، شعاع آنها ۱۲/۷ میلیمتر و سرعت برخورد آنها ۳ متر بر ثانیه درنظر گرفته میشود. در شکلهای **۹**–**۸** بهترتیب تاریخچه نیرو و خیز رویههای بالا و پایین از هر دو مدل جرم و فنر (کوپلشده و غیر کوپل) و مدل کامل نشان داده شده است. لازم به یادآوری

است که منظور از مدل کوپل یعنی وارد کردن تابع نیروی حاصل از مدل جرم و فنر در معادلات پارهای سازه و حل آنها میباشد. در این حالت میتوان کلیه تغییرمکانها، کرنشها و تنشها را در هر نقطه پیدا کرد. این درحالی است که در مدل تحلیلی معادل غیر کوپل جرم و فنر (رجوع به معادلات ۲۵ و ۲۶)، فقط خیز عرضی در نقطه برخورد قابل برآورد اولیه است.



همان طور که شکل های ۹-۸ نشان میدهند، توافق بسیار خوبی بین نتایج بهدست آمده از دو مدل جرم و فنر و مدل کامل وجود دارد و این نشان دهنده دقت بالای فرمول بندی و مدل های پیشنهادی می باشد.



همان طور که از فرمول بندی ارائه شده دیده می شود؛ مدل جرم و فنر به تنهایی قادر به پیش بینی تاریخچه نیرو و خیز رویه بالا و همچنین به صورت کوپل شده قادر به پیش بینی تاریخچه خیز هر دو رویه ی بالا و پایین می باشد که در شکل ۸ نتایج هر دو مورد ارائه شده و توافق خوبی بین آن ها برقرار است. همان طور که از شکل ۹ دیده می شود، خیز زیر نقاط ضربه زننده برابر می باشد و این نیز به دلیل متقارن بودن نقاط بر خورد نسبت به وسط پوسته و همچنین مشابه بودن ضربه خورنده می باشد. همواره بیش تر از رویه مقابل آن می باشد و این نیز به دلیل می باشد. همچنین، دیده می شود که خیز رویه ضربه خورنده انعطاف پذیری هسته می باشد.

۵-۱- بررسی نسبت طول به عرض پوسته ساندویچی تخت

در این بخش به بررسی اثر نسبت طول به عـرض (a/b) پوسـته ساندویچی تخت با هر دو شرط مرزی ساده و گیردار تحت برخورد تکجرم ضربهزننده بزرگ فولادی در وسط آن پرداخته می شود. خواص هندسی و مکانیکی پوسته ساندویچی در جدول ا آورده شده است. در مطالعه اثر *a/b* مساحت یوسته ثابت درنظر گرفته شده است. جرم ضربهزنندهها ۱/۸ کیلوگرم ، شعاع انها ۱۰۱/۶ میلیمتر و سرعت برخورد آنها ۳ متر بر ثانیه درنظر گرفته می شود. در شکل های ۱۱–۱۰ به ترتیب تغییرات بیشینه نیروی ضربه و خیز رویه بالا نسبت به تغییرات a/b برای هر دو شرط مرزی و با استفاده از هر دو مدل ضربه آورده شده است. همچنین، روند تغییرات نیروی ضربه با خیز رویه بالا برعکس میباشد به عبارتی با افزایش نسبت طول به عرض از ۰/۲۵ تا ۱ مقدار نیروی ضربه بهدستآمده از هر دو مدل کاهش یافته و سپس افزایش می یابد ولی خیز تا این نسبت افزایش می یابد و سپس کاهش پیدا می کند. باتوجه به این که در مطالعه اثرات ضریب منظری پوسته، مساحت آن ثابت فرض شده است. لذا بدیهی است که در حالت پوسته مربعی *a/b=1* به دلیل پایین بودن سفتی نسبت به دیگر حالات، نیروی ضربه کمتر و خیز بیشتر خواهد شد. انتظار مےرود با افزایش یا کاهش ضریب منظری نسبت به *a/b=1،* بهدلیل تبدیلشدن یوسته به یک باریکه و افزایش سفتی آن، نیروی برخورد همراه افزایش پیدا کند و بهطور متناظر خیز نیز کاهش یابد.



شکل(۱۰): تغییرات ماکزیمم نیروی برخورد بهدستآمده از هر دو مدل کامل و جرم و فنر غیر کویل با نسبتهای مختلف a/b



شکل(۱۱): تغییرات ماکزیمم خیز رویه بالا بهدستآمده از هر دو مدل کامل و جرم و فنر غیر کویل با نسبتهای مختلف a/b

۵-۲- بررسی نسبت ضخامت هسـته بـه ضـخامت کـل يوسته ساندويجي دوانحنايي (h_c/h)

در این بخش به بررسی اثر نسبت ضخامت پوسته دوانحنایی به ضخامت کلی پوسته (hoh) پرداخته میشود. ضخامتهای رویههای بالایی و پایینی یکسان و ثابت فرض شدهاند. پوسته مفروض با شرط مرزی گیردار و تحت برخورد دو جرم ض____ربهزنن___ده ف___ولادی در نق__اط (x_I=a/5, y_I=b/2) و (x₂=4a/5,y₂=b/2) بر رویه بالا بوده و خواص هندسی و مکانیکی آن در جدول ۱ داده شده است. همچنین، شعاعهای انحنای آن $R_{cx}=R_{cy}=3a$ بوده که در آن، a طول پوسته مفروض می باشد. جرم ضربه زننده ها ۱/۸ کیلوگرم، شعاع آنها ۱۲/۷ میلیمتر و سرعت برخورد آنها ۳ متر بر ثانیه درنظر گرفته می شود. در شکل ۱۲ تغییرات تاریخچه نیروی برخورد برای سه

نسبت $h_o h$ در نقطه برخورد اول نشان داد شده است. نتایج این بخش از مدل کامل استخراج شدهاند. شکل **۱۲** نشـان مـیدهـد که با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت کلی یوسته، مقدار نیروی برخورد افزایش می یابد و این نیز بهدلیل بیش ترشدن مقاومت خمشی و سفتی سازه با افزایش این نسبت می باشد. مقدار افزایش نیروی برخورد با افزایش hc/h از ۰/۵ تا ۰/۹، ۳۲/۲ درصد می باشد.



 $(x_1=a/5, y_1=b/2)$

8- نتيجەگىرى

در این مقاله برای اولینبار با استفاده از تئوری مرتبه بالای پوستههای ساندویچی به تحلیل ضربه پوستههای ساندویچی دوانحنایی، تکانحنایی و تخت با هر دو شرط مرزی ساده و گیردار پرداخته شد. بهمنظور مدل سازی ضربه از دو مدل کامل هرتز و جرم و فنر استفاده شد که در آن با یک روش جدید مدل جرم و فنر خطیسازی شد. به منظور صحه گذاری روابط و مدلهای ضربه ارائهشده از نتایج حل المان محدود در نرمافزار آباکوس نیز استفاده شد. نتایج نشان میدهد که مدلهای ییشنهادی توانایی تحلیل مسائل تک و چندضربه را با دقت بسیار بالایی دارند. همچنین مدل جرم و فنر توانایی تحلیل مسائل ضربه با جرم کوچک را ندارد. همچنین، نتایج نشان میدهد که خیز رویه ضربهخوردنده در سازههای ساندویچی همواره بیشتر از رویه مقابل آن میباشد که این نیز بهدلیل وجود هسته انعطاف یذیر می باشد. باتوجه به این که در مطالعه اثرات ضريب منظرى پوسته، مساحت آن ثابت فرض شده است 1724, 2004.

- Malekzadeh, K. and Davar, A. "Free Vibration of Sandwich Curved Beam (Improved High Order), Aerospace Mechanics Journal, Vol. 8, No. 3, pp. 77-98, 2012 (in Persian).
- 12. Reddy, J.N. "Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells", 2nd Ed., United States of America: CRC Press, 2004.
- 13. Sanders, J.L. "An Improved First Approximation Theory for Thin Shells", NASA THR24, 1959.
- Budiansky, B., Sanders, J.L. "On the Best First Order Linear Shell Theory", Applied Mechanics, The Prager Anniversary Volume, Macmillan, New York, pp. 129-140, 1963.
- Carvalho, A. and Soares, C.G. "Dynamic Response of Rectangular Plates of Composite Materials Subjected to Impact Loads, Composite Structures", Vol. 34, pp. 55–63, 1996.
- Zheng, D. and Binienda, W.K. "Analysis of Impact Response of Composite Laminates under Prestress", 10.1061/(ASCE) 0893-132121, Vol. 4, No. 197, pp. 211-219, 2008.
- Malekzadeh, K. and Gholami, M. "Analysis of Impact Dynamic Response of Doubly Curved Composite Laminated Shell under Initial Stresses", Aerospace Mechanics Journal, Vol. 10, No. 3, pp. 73–88, 2013. (in Persian)
- 18 Choi, I.H. and Lim, C.H. "Low-Velocity Impact Analysis of Composite Laminates using Linearized Contact Law", Composite Structures, Vol. 66, pp. 125–32, 2004.
- Shivakumar, K.N. and Elber, W. "Prediction of Impact Force and Duration Due to Low Velocity on Circular Composite Laminates", Mechanics, Vol. 52. pp. 11-20, 1985.
- Gong, S.W., Toh, S.L. and Shim, V.P.W. "The Elastic Response of Orthotropic Laminated Cylindrical Shells to Low-Velocity Impact", Composites Engineering, Vol. 4, No. 2, pp. 241-266, 1994.
- 21. Swanson, S.R. "Limits of Quasi-Static Solutions in Impact of Composite Structures" Composite Engeineering, Vol. 2, pp. 261-267, 1992.
- Anderson, T.A. "Experimental Investigation of Low-Velocity Impact Characteristics of Sandwich Composites", Composite Structures, Vol. 50, No. 19, pp. 239-247, 2000.
- AshnaGhasimi, F., Malekzadeh, K. and Paknejad, R. "Response of Impact on Cantilever Beam with FML Layers", Scientific Research Monthly Modares Mechanical Engineering, Vol.13, pp. 57-67, 2013 (in Persian).

لذا بدیهی است که درحالت پوسته مربعی 1=a/b بهدلیل پایینبودن سفتی نسبت به دیگر حالات، نیروی ضربه کمتر و خیز بیشتر خواهد شد. انتظار میرود با افزایش یا کاهش ضریب منظری نسبت به 1=a/b بهدلیل تبدیلشدن پوسته به یک باریکه و افزایش سفتی آن، نیروی برخورد همراه افزایش پیدا کند و بهطور متناظر خیز نیز کاهش یابد. همچنین بررسی اثر افزایش ضخامت هسته به ضخامت پوسته نشان میدهد که با این افزایش سفتی سازه افزایش پیدا کرده و این پدیده باعث افزایش مقدار نیروی ضربه میشود.

۷- مراجع

- Timoshenko, S., Young, D.H. "Vibration Problems in Engineering", 3rd ed., pp. 413-416, Dordrecht: Van Nostrand Reinhold, 1995.
- Lam, K.Y. and Sathiyamoorthy, T.S. "Response of Composite Beam Under Low-Velocity Impact of Multiple Masses", Composite Structures, Vol. 44, pp. 205-220, 1994.
- Abrate, S. "Localized Impact on Sandwich Structures with Laminated Facings", Applied Mechanic, Vol. 50, No. 2, pp. 69-82, 1997.
- Malekzadeh, K., Khalili, M.R., Olsson, R. and Jafari, A. "Higher-Order Dynamic Response of Composite Sandwich Panels with Flexible Core Under Simultaneous Low-Velocity Impacts of Multiple Small Masses", Solids and Structures, Vol. 43, pp. 6667–6687, 2006.
- Khalili, M.R., Malekzadeh, K. and Mittal, R.K. "Effect and Physical and Geometrical Parameters on Transverse Low-Velocity Impact Response of Sandwich Panels with a Transversely Flexible Core", Composite Structures, Vol. 77, pp. 430-443, 2007.
- Malekzadeh, K., Khalili, M.R. and Mittal, R.K. "Response of Composite Sandwich Panels with Transversely Flexible Core to Low-Velocity Transverse Impact: A New Dynamic Model", Impact Engineering, Vol. 34, pp. 522–543, 2007.
- Frostig, Y., Baruch, M. and Vinay, O.I. "Shteinman, Higher-Order Theory for Sandwich Beams Behavior with Transversely Flexible Core", Engineering Mechanics, Vol. 118, No. 5, pp.1026-1043, 1992.
- Frostig, Y., Baruch. "Free Vibration of Sandwich Beams with a Transverse Flexible Core: a Higher Order Approach", Solids and Vibration, Vol. 176, No. 2, pp. 195-208, 1994.
- Frostig, Y. "Buckling of Sandwich Panels with a Flexible Core-High-Order Theory", Solids and Structures, Vol. 35, No. 3–4, pp. 183–204, 1998.
- 10. Frostig, Y., and Thomsen, O.T. "High-Order free Vibrations of Sandwich Panels with a Flexible Core", Solid and Structure, Vol. 41, pp. 1697-