تحلیل ضربه روی پوسته ضخیم ساندویچی انحنادار تحت اصابت اجرام ضربه‌زننده

کرامت ملک‌زاده فرد[۱]
مجتمع دانشگاهی هوافضا
دانشگاه صنعتی مالک اشتر

امیر ویسی گرگ‌آباد[۲]
دانشکده مهندسی مکانیک
دانشگاه صنعتی خواجه نصرالدین طوسی

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۲/۲۶؛ تاریخ پذیرش:۱۳۹۴/۵/۲۰)

چکیده

در این مقاله، برای اولین‌بار با استفاده از تئوری مرتبه بالای بهبودیافته پوسته‌های ساندویچی به آنالیز دینامیکی پوسته‌های ساندویچی انحنادار با شرایط مرزی ساده و گیردار تحت ضربه عرضی چند جرم ضربه‌زننده با سرعت پایین پرداخته شده است. نتایج با استفاده از دو مدل جرم و فنر بهبودیافته خطی‌شده جدید و مدل کامل استخراج و با هم مقایسه شده است. مسئله چند ضربه در یک شکل کلی فرمول‌بندی‌شده و توانایی تحلیل ضربات همزمان سرعت پایین چند جرم ضربه‌زننده با جرم، سرعت و شعاع متفاوت در نقاط مختلف را دارد. در این مطالعه، اثر پارامترهای هندسی پوسته‌های ساندویچی انحنادار مانند نسبت طول به عرض (a/b) و نسبت ضخامت هسته میانی به ضخامت پوسته (hc/h) بر‌روی پاسخ ضربه از هر دو مدل بررسی و مقایسه شده است.

واژه‌های کلیدی: پوسته ساندویچی انحنادار، ضربه با سرعت پایین، قانون برخورد هرتز، مدل جرم فنر خطی‌شده

Archive of SID

Low Velocity Impact Response of the Thick Curved Sandwich Shells with Flexible Cores

K. Malekzadeh Fard
Aerospace Research Institute
Malek Ashtar University of Technology

A. Veysi Gorgabad
Mechanical Engineering Department
K. N. Tossi University of Technology

(Received:16/May/2014; Accepted:11/August/2015)

ABSTRACT

In this paper, at the first time, dynamic response of the curved sandwich shells with simply supported and clamped boundary conditions subjected to low velocity multi- mass impacts was studied based on an improved higher order sandwich panel theory. Using a new linearized two degrees of freedom spring-mass system and complete solution model, the results are derived and compared with each other. The presented formulation is general and capable to analyses the curved sandwich panel subjected to multi-mass impacts with arbitrary different masses, initial velocities and impact locations. In this investigation, the effect of geometrical parameters, such as length to width ratio (a/b) and thickness of the core to thickness of the shell ratio (hc/h), on the impacts response from both presented models are studied and compared together.

Keywords: Curved Sandwich Shell, Low Velocity Impact, Hertzian Contact Law, Linearized Spring-Mass Model

۱- استاد (نویسنده پاسخگو): kmalekzadeh@mut.ac.ir
۲ – کارشناسی ارشد: veysi_amir@yahoo.com

www.SID.ir

۱- مقدمه

پاسخ سازه‌های مرکب تحت بار ضربه‌ای یک عامل مهم و اساسی مورد نیاز در طراحی است که باید به آن توجه شده و درنظر گرفته شود. سازه‌های ساندویچی با هندسه‌های مختلف که شامل دو رویه و یک هسته می‌باشند، امروزه در صنایع مختلفی از جمله صنایع هوایی، خودروسازی، عمران و ... کاربرد پیدا کرده‌اند. از جمله مواردی که امروزه کاربرد این سازه‌ها را محدود کرده است، رفتار این سازه تحت اجرام ضربه‌زننده می‌باشد. به‌همین علت، ضربه اجسام خارجی روی سازه‌های ساندویچی موضوع جذابی برای محققان در طول چند دهه اخیر بوده است.

تیموشنکو و یانگ[1] [۱]، با استفاده از قانون تماس هرتز و تئوری تیر اولر برنولی پاسخ ضربه تیر ایزوتروپیک را بررسی کردند. لم و همکاران[2] [۲]، پاسخ تیر کامپوزیتی تحت چند جرم ضربه‌زننده را بررسی کردند. آنها با استفاده از قانون تماس هرتز برای ضربه زننده‌ها و تئوری مرتبه اول برشی معادلات حاکم بر حرکت را استخراج کردند. ابریت[3] [۳]، آنالیز دینامیکی صفحات چندلایه کامپوزیتی ساندویچی را بررسی کرد. در این بررسی او با مرور کارهای انجام‌شده در زمینه پاسخ دینامیکی ورق ساندویچی کامپوزیتی تحت بار ضربه‌ای با سرعت پایین، مدل‌های مختلف ارائه‌شده برای پاسخ موضعی صفحات ساندویچی که تحت بار ضربه‌ای قرار داشتند را طبقه‌بندی کرد. ملک‌زاده و همکاران [۴]، با استفاده از مدل خطی‌شده قانون تماس هرتز به بررسی پاسخ دینامیکی مرتبه بالای پوسته‌های ساندویچی مسطح با هر دو شرط مرزی ساده و گیردار تحت چند ضربه‌ها پرداختند. ملک‌زاده، خلیلی و همکاران [۶-۵]، با استفاده از یک مدل دینامیکی جدید بر پایه تئوری بهبودیافته مرتبه بالای پوسته‌های ساندویچی به بررسی پاسخ دینامیکی پوسته‌های ساندویچی تخت تحت ضربه عرضی پرداختند. آنها برای اولین‌بار دو مدل جرم و فنر ۳ درجه آزادی را که شامل جرم- فنر- دمپر می‌شد، برای توصیف مدل ضربه به‌کار بردند. فروستیگ و همکارانش[4] در کارهای مختلفی با استفاده از تئوری مرتبه بالای پوسته‌های ساندویچی خودشان به بررسی ارتعاشات و کمانش تیرها و پوسته‌های ساندویچی مسطح با هسته فوم و رویه‌های کامپوزیتی پرداخته‌اند [۹-۷].

ارتعاشات آزاد تیر خمیده کامپوزیتی و ساندویچی براساس یک تئوری جدید دوبعدی تصحیح‌شده مرتبه بالا توسط ملک‌زاده و همکاران [۱۱] ارائه شد. آن‌ها اثر شکل ذوزنقه‌ای تیر خمیده را به‌طور کامل در این تئوری لحاظ کرده بودند. بررسی‌ها نشان می‌دهد که هیچ تحقیقی در مورد پوسته ساندویچی دوانحنایی و تک‌انحنایی تحت بارگذاری دینامیکی چندضربه حتی با شرط مرزی ساده نیز وجود ندارد. در این مقاله با استفاده از تئوری مرتبه بالای پوسته‌های ساندویچی براساس مدل دوم فراستیگ [۱۰] به مطالعه اثرات دینامیکی تک و چندضربه بر روی پوسته‌های ساندویچی دوانحنایی، تک‌انحنایی باز و مسطح با شرایط مرزی ساده و گیردار پرداخته می‌شود. تحلیل در منطقه الاستیک بوده و تغییر مکان‌ها و چرخش‌ها کوچک فرض می‌شوند. به‌منظور مدل‌سازی ضربه از دو مدل کامل هرتز (فرم غیرخطی قانون تماس هرتز) و مدل جرم و فنر خطی‌شده جدید استفاده می‌شود که مدل جرم و فنر با یک روش جدید خطی‌شده و به چندضربه بر روی پوسته‌های ساندویچی تعمیم داده می‌شود. معادلات حاکم استخراج شده، شامل ترم‌های منتجه‌های تنش برای پوسته ساندویچی دوانحنایی که عبارت $(1+z_c/R_{yc})$ و $(1+z_c/R_{xc})$ در آن لحاظ شده و به‌طور دقیق انتگرال‌گیری شده است؛ می‌باشد. R_{xc} و R_{yc} به‌ترتیب شعاع‌های انحنای هسته در صفحه‌های x-z و y-z می‌باشند. بنابراین تئوری بهبود داده‌شده در این مقاله به‌طور کامل جدید بوده و می‌تواند در زمینه چندضربه بسیار کاربردی باشد. تمامی روابط در ابتدا صحه‌گذاری شده و توافق بسیار خوبی حاصل گردیده است. در ادامه اثر بعضی از پارامترها همچون نسبت a/b و h_c/h بر رفتار دینامیکی سازه بررسی می‌شوند.

۲- معادلات حرکت

در این قسمت معادلات حرکت استخراج می‌شود.

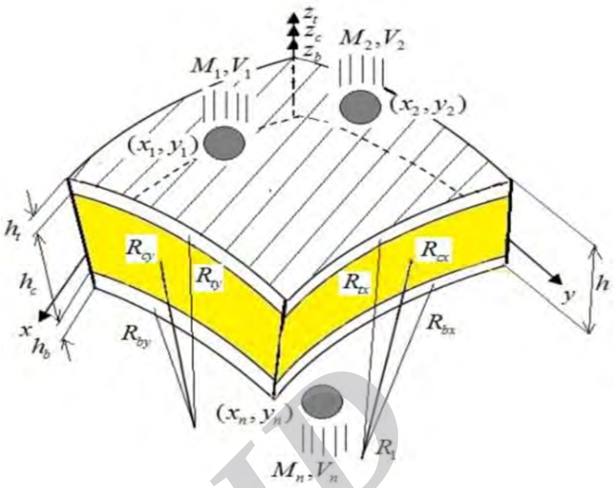
۲-۱- پوسته ساندویچی دوانحنایی

پوسته ساندویچی موردنظر از دو رویه کامپوزیتی و یک هسته انعطاف‌پذیر تشکیل شده و همچنین دارای طول a، عرض b و ضخامت کلی h می‌باشد و تحت برخورد چند جرم ضربه‌زننده می‌باشد که دارای خواص مختلف بوده و همچنین می‌توانند از جهات مختلف به پوسته برخورد کنند. در شکل **۱** مجموعه سازه و ضربه‌زننده‌ها نشان داده شده است. در این شکل اندیس‌های t، b و c به‌ترتیب معرف رویه‌های بالا، پایین و هسته

1- Timoshenko and Young
2- Lam and et al
3- Abrate
4- Frostig and et al

Archive of SID

می‌باشند. Rij $(i{=}t,b,c;\ j{=}x,y)$ شعاع‌های انحنای پوسته ساندویچی می‌باشند.



شکل (۱): پوسته ساندویچی دوانحنایی تحت برخورد اجرام ضربه‌زننده.

مولفه‌های میدان جابه‌جایی برای رویه‌ها براساس تئوری مرتبه اول برشی بیان می‌شود [۱۲]. مؤلفه‌های کرنش برای رویه‌ها طبق روابط (۱) به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$
\begin{aligned}
&\varepsilon_{xx}^{i}=\varepsilon_{0xx}^{i}+z_i\,\kappa_{xx}^{i}\\
&\varepsilon_{yy}^{i}=\varepsilon_{0yy}^{i}+z_i\,\kappa_{yy}^{i},\ \varepsilon_{zz}^{i}=0\\
&\gamma_{xz}^{i}=2\varepsilon_{xz}^{i}=\varepsilon_{0xz}^{i},\ \ \gamma_{yz}^{i}=2\varepsilon_{yz}^{i}=\varepsilon_{0yz}^{i}\\
&\gamma_{xy}^{i}=2\varepsilon_{xy}^{i}=\varepsilon_{0xy}^{i}+z_i\,\kappa_{xy}^{i},\ \ i=t,b\\
&\varepsilon_{0xx}^{i}=\frac{\partial u_0^i}{\partial x}+\frac{w_0^i}{R_{xi}},\ \varepsilon_{0yy}^{i}=\frac{\partial v_0^i}{\partial y}+\frac{w_0^i}{R_{yi}},\ \varepsilon_{0xy}^{i}=\frac{\partial v_0^i}{\partial x}+\frac{\partial u_0^i}{\partial y}\\
&\varepsilon_{0xz}^{i}=\frac{\partial w_0^i}{\partial x}+\psi_x^i-\frac{u_0^i}{R_{xi}},\ \varepsilon_{0yz}^{i}=\frac{\partial w_0^i}{\partial y}+\psi_y^i-\frac{v_0^i}{R_{yi}}\\
&\kappa_{xx}^{i}=\frac{\partial \psi_x^i}{\partial x},\ \kappa_{yy}^{i}=\frac{\partial \psi_y^i}{\partial y},\ \kappa_{xy}^{i}=\frac{\partial \psi_y^i}{\partial x}+\frac{\partial \psi_x^i}{\partial y}
\end{aligned}
\quad (۱)
$$

که در آن، u_0^i, v_0^i و w_0^i به‌ترتیب مؤلفه‌های میدان جابه‌جایی در راستای x،y و z می‌باشند. ψ_x^i, ψ_y^i به‌ترتیب مؤلفه‌های چرخش میدان جابه‌جایی در راستای x و y می‌باشند. اندیس بالا نمادی برای نشان‌دادن رویه بالا یا پایین می‌باشد $(i = t,b)$. مؤلفه‌های میدان جابه‌جایی براساس مدل دوم فراستیگ برای هسته طبق روابط (۲) به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۸]:

$$
\begin{aligned}
&u_c(x,y,z,t)=\left(1+\frac{z}{R_{xc}}\right)u_0^c(x,y,t)+\\
&\quad z_c u_1^c(x,y,t)+z_c^2 u_2^c(x,y,t)+z_c^3 u_3^c(x,y,t)\\
&v_c(x,y,z,t)=\left(1+\frac{z}{R_{yc}}\right)v_0^c(x,y,t)+\\
&\quad z_c v_1^c(x,y,t)+z_c^2 v_2^c(x,y,t)+z_c^3 v_3^c(x,y,t)\\
&w_c(x,y,z,t)=w_0^c(x,y,t)+z_c w_1^c(x,y,t)+\\
&\quad z_c^2 w_2^c(x,y,t)
\end{aligned}
\quad (۲)
$$

در رابطه (۲)، u_k^c وv_k^c مجهولات مؤلفه‌های صفحه‌ای میدان جابه‌جایی می‌باشند و k می‌تواند برابر ۰، ۱، ۲ و ۳ باشد. w_k^c مجهولات مؤلفه قائم میدان جابه‌جایی هسته می‌باشد و k می‌تواند برابر ۰، ۱و ۲ باشد. اندیس c نشان‌دهنده هسته میانی می‌باشد. روابط کرنش جابه‌جایی برای هسته طبق روابط (۳) به‌صورت زیر می‌باشد:

$$
\begin{aligned}
&\varepsilon_{xx}^{c}=\frac{1}{(1+z/R_{xc})}\left(\frac{\partial u_c}{\partial x}+\frac{w_c}{R_{xc}}\right)\\
&\varepsilon_{yy}^{c}=\frac{1}{(1+z/R_{yc})}\left(\frac{\partial v_c}{\partial y}+\frac{w_c}{R_{yc}}\right)\\
&\gamma_{xy}^{c}=2\varepsilon_{xy}^{c}=\frac{1}{(1+z/R_{xc})}\frac{\partial v_c}{\partial x}+\frac{1}{(1+z/R_{yc})}\frac{\partial u_c}{\partial y}\\
&\gamma_{xz}^{c}=2\varepsilon_{xz}^{c}=\frac{1}{(1+z/R_{xc})}\left(\frac{\partial w_c}{\partial x}-\frac{u_c}{R_{xc}}\right)+\frac{\partial u_c}{\partial z}\\
&\gamma_{yz}^{c}=2\varepsilon_{yz}^{c}=\frac{1}{(1+z/R_{yc})}\left(\frac{\partial w_c}{\partial y}-\frac{u_c}{R_{yc}}\right)+\frac{\partial v_c}{\partial z}
\end{aligned}
\quad (۳)
$$

با جایگذاری مولفه‌های میدان جابه‌جایی هسته از رابطه (۲) در روابط (۳)، کرنش‌ها برحسب جابه‌جایی به‌دست می‌آیند. شرایط سازگاری در سطح مشترک هسته با رویه‌ها طبق روابط (۴) به‌صورت زیر می‌باشند:

$$
\begin{aligned}
&u_c=\left(z=z_{ci}\right)=u_0^i+\frac{1}{2}(-1)^k h_i\psi_x^i\\
&v_c=\left(z=z_{ci}\right)=v_0^i+\frac{1}{2}(-1)^k h_i\psi_y^i\\
&i=t\rightarrow (k=1;\ z_{ct}=\frac{h_c}{2})\\
&w_c=\left(z=z_{ci}\right)=w_0^i\\
&i=b\rightarrow (k=0;\ z_{ct}=-\frac{h_c}{2})
\end{aligned}
\quad (۴)
$$

Archive of SID

با جایگذاری میدان جابه‌جایی هسته رابطه (۲) در روابط سازگاری و بعضی از ساده‌سازی‌ها، نهایتاً تعداد مجهولات هسته و رویه‌ها به ۱۵ مجهول زیر کاهش می‌یابد:

$$u_0^t, v_0^t, w_0^t, \psi_x^t, \psi_y^t, u_0^b, v_0^b, w_0^b, \psi_x^b, \psi_y^b, u_0^c, u_1^c, v_0^c, v_1^c, w_0^c$$

برخلاف هسته میانی، چون رویه‌ها نازک هستند ($\frac{z_i}{R_{xi}},\frac{z_i}{R_{yi}} << 1, i=t,b$)، بنابراین $\frac{z_i}{R_{xi}},\frac{z_i}{R_{yi}}$ می‌توانند نادیده گرفته شوند. منتجه‌های تنش بر واحد طول لبه‌ها برای هسته طبق روابط (۵) به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$\begin{Bmatrix} N_{xx}^c \\ N_{yy}^c \\ N_{xy}^c \\ N_{yx}^c \end{Bmatrix} = \int_{-h_c/2}^{h_c/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^c\left(1+\frac{z_c}{R_{yc}}\right) \\ \sigma_{yy}^c\left(1+\frac{z_c}{R_{xc}}\right) \\ \sigma_{xy}^c\left(1+\frac{z_c}{R_{yc}}\right) \\ \sigma_{xy}^c\left(1+\frac{z_c}{R_{xc}}\right) \end{Bmatrix} dz_c$$

$$\begin{Bmatrix} M_{nxx}^c \\ M_{nyy}^c \\ M_{nxy}^c \\ M_{nyx}^c \end{Bmatrix} = \int_{-h_c/2}^{h_c/2} z_c^n \begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^c\left(1+\frac{z_c}{R_{yc}}\right) \\ \sigma_{yy}^c\left(1+\frac{z_c}{R_{xc}}\right) \\ \sigma_{xy}^c\left(1+\frac{z_c}{R_{yc}}\right) \\ \sigma_{xy}^c\left(1+\frac{z_c}{R_{xc}}\right) \end{Bmatrix} dz_c$$

$$\begin{Bmatrix} N_{xz}^c \\ N_{yz}^c \\ M_{nxz}^c \\ M_{nyz}^c \end{Bmatrix} = \int_{-h_c/2}^{h_c/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{xz}^c\left(1+\frac{z_c}{R_{yc}}\right) \\ \sigma_{yz}^c\left(1+\frac{z_c}{R_{xc}}\right) \\ z_c^n\sigma_{xz}^c\left(1+\frac{z_c}{R_{yc}}\right) \\ z_c^n\sigma_{yz}^c\left(1+\frac{z_c}{R_{xc}}\right) \end{Bmatrix} dz_c$$

$$\begin{Bmatrix} N_{xz}^{*c} \\ N_{yz}^{*c} \\ M_{nxz}^{*c} \\ M_{nyz}^{*c} \end{Bmatrix} = \int_{-h_c/2}^{h_c/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{xz}^c \\ \sigma_{yz}^c \\ z_c^n\sigma_{xz}^c \\ z_c^n\sigma_{yz}^c \end{Bmatrix} \left(1+\frac{z_c}{R_{xc}}\right)\left(1+\frac{z_c}{R_{yc}}\right) dz_c$$

$$\left\{R_z^c, M_z^c,\right\} = \int_{-h_c/2}^{h_c/2} (1, z_c)\,\sigma_{zz}^c\left(1+\frac{z_c}{R_{xc}}\right)\left(1+\frac{z_c}{R_{yc}}\right) dz_c$$

$$n = 1,2,3 \tag{۵}$$

به‌منظور استخراج معادلات حاکم بر حرکت پوسته ساندویچی دوانحنایی تحت برخورد اجرام ضربه‌زننده از اصل همیلتون طبق رابطه (۶) به‌صورت زیر استفاده می‌شود [۱۲]:

$$\int_0^T \delta L = \int_0^T \left[\delta K - \left(\delta U + \delta U_S + \delta W_{ext}\right)\right] dt = 0 \tag{۶}$$

که در آن، δK تغییرات انرژی جنبشی، δU تغییرات انرژی کرنشی، δU_i تغییرات انرژی حاصل از چرخش جسم صلب و δW_{ext} تغییرات انرژی حاصل از کار نیروهای خارجی می‌باشد. تغییرات انرژی جنبشی طبق رابطه (۷) به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \delta K = &-\sum_{i=t,b,c} \iint_A \int_{-h_i/2}^{h_i/2} \rho_i\left(\ddot{u}_i \delta u_i\right) dz_i\, dA_i \\ &-\sum_{i=t,b,c} \iint_A \int_{-h_i/2}^{h_i/2} \rho_i\left(\ddot{v}_i \delta v_i + \ddot{w}_i \delta w_i\right) dz_i\, dA_i \end{aligned} \tag{۷}$$

که در آن، ρ_t، ρ_b و ρ_c به‌ترتیب چگالی رویه‌های بالا، پایین و هسته می‌باشند. همچنین (..) بیان‌کننده مشتق دوم نسبت به زمان می‌باشد. تغییرات انرژی کرنشی طبق روابط (۸) به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \delta U = &\sum_{i=t,b}\left(\int_{V_i}\left(\sigma_{xx}^i \delta\varepsilon_{xx}^i + \sigma_{yy}^i \delta\varepsilon_{yy}^i + \tau_{xy}^i \delta\gamma_{xy}^i\right) dV_i\right) \\ &+ \sum_{i=t,b}\left(\int_{V_i}\left(\tau_{xz}^i \delta\gamma_{xz}^i + \tau_{yz}^i \delta\gamma_{yz}^i\right) dV_i\right) \\ &+ \int_{V_c}\left(\sigma_{xx}^c \delta\varepsilon_{xx}^c + \sigma_{yy}^c \delta\varepsilon_{yy}^c + \sigma_{zz}^c \delta\varepsilon_{zz}^c\right) dV_c \\ &+ \int_{V_c}\left(\tau_{xy}^c \delta\gamma_{xy}^c + \tau_{xz}^c \delta\gamma_{xz}^c + \tau_{yz}^c \delta\gamma_{yz}^c\right) dV_c \quad (i=t,b) \end{aligned} \tag{۸}$$

تغییرات انرژی حاصل از چرخش جسم صلب طبق روابط (۹) به‌صورت زیر می‌باشند [۱۴-۱۳]:

$$\delta U_S = -\sum_{i=t,b,c}\int_{A_i}\left[-C_0^i \frac{\partial M_{xy}^i}{\partial x}\delta v_0^i\right] dA_i - \sum_{i=t,b,c}\int_{A_i}\left[-C_0^i \frac{\partial M_{xy}^i}{\partial y}\delta u_0^i\right] dA_i$$

$$C_0^i = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_{xi}} - \frac{1}{R_{yi}}\right);\ i = t,b \tag{۹}$$

تغییرات انرژی پتانسیل ناشی از بارهای وارده بر رویه‌های بالا و پایین طبق روابط (۱۰) به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

Archive of SID

$$
\begin{aligned}
\delta W_{ext} &= \int_A \left(-\left(1+\frac{h_t}{2R_{xt}}\right)\left(1+\frac{h_t}{2R_{yt}}\right) q_t \delta w_0^t \right) dxdy \\
&+ \int_A \left(\left(1-\frac{h_b}{2R_{xb}}\right)\left(1-\frac{h_b}{2R_{yb}}\right) q_b \delta w_0^b \right) dxdy \\
&+ \sum_{j=1}^{2} \int_0^a\int_0^b \left(\bar{N}_{xxj}^t \delta u_0^t + \bar{N}_{xyj}^t \delta v_0^t \right) \delta_D \left(x - x_j \right) dxdy \\
&+ \sum_{j=1}^{2} \int_0^a\int_0^b \left(\bar{N}_{xxj}^b \delta u_0^b + \bar{N}_{xyj}^b \delta v_0^b \right) \delta_D \left(x - x_j \right) dxdy \\
&+ \sum_{j=1}^{2} \int_0^a\int_0^b \left(\bar{N}_{yyj}^t \delta v_0^t + \bar{N}_{xyj}^t \delta u_0^t \right) \delta_D \left(y - y_j \right) dxdy \\
&+ \sum_{j=1}^{2} \int_0^a\int_0^b \left(\bar{N}_{yyj}^b \delta v_0^b + \bar{N}_{xyj}^b \delta u_0^b \right) \delta_D \left(y - y_j \right) dxdy \\
j &= 1,2
\end{aligned}
\qquad (۱۰)
$$

در رابطه (۱۰)، q_t و q_b نیروهای خارجی حاصل از برخورد اجرام ضربه‌زننده بر رویه‌های بالا و پایین می‌باشند. $\bar{N}_{xxj}^i$، $\bar{N}_{xyj}^i$ و $\bar{N}_{yyj}^i$ $(i=t,b)$ بارهای کششی و برشی درون صفحه‌ای می‌باشند. در روابط (۹-۷) المان‌های سطح و حجم رویه‌ها و هسته طبق روابط (۱۱) به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$
\begin{aligned}
dV_c &= dA_c dz_c = \left(1+\frac{z_c}{R_{xc}}\right)\left(1+\frac{z_c}{R_{yc}}\right) dx_c dy_c dz_c \\
dV_i &= dA_i dz_i = dx_i dy_i dz_i, \ (i=t,b)
\end{aligned}
\qquad (۱۱)
$$

با ساده‌کردن رابطه‌های (۱۱-۷) و جایگزینی آنها در اصل هامیلتون رابطه (۶)، معادله‌های حاکم بر مسئله به‌دست می‌آیند [۱۱و۱۴].

۲-۲- پوسته ساندویچی تک‌انحنایی باز

به‌منظور استخراج معادلات حاکم بر سازه ساندویچی تک انحنایه باز لازم است فقط تغییرات $R_{xi} = R_{cx} = \infty$ در معادلات حاکم اعمال شود.

۲-۳- پوسته ساندویچی تخت

به‌منظور استخراج معادلات حاکم بر سازه ساندویچی تخت لازم است فقط تغییرات $R_{cy} = R_{cx} = \infty$ و $R_{ci} = R_{ci} = \infty$ در معادلات حاکم اعمال شود.

شرایط مرزی: در این تحقیق، شرایط مرزی به‌صورت ساده و گیردار درنظر گرفته می‌شود. به‌منظور ارضای شرایط مرزی ساده، میدان جابه‌جایی تمامی سازه‌های ساندویچی مورد مطالعه به‌صورت بسط سری فوریه دوگانه طبق روابط (۱۲) تعریف می‌شود:

$$
\begin{bmatrix}
u_0^j(x,y,t) \\ v_0^j(x,y,t) \\ w_0^j(x,y,t) \\ \psi_x^j(x,y,t) \\ \psi_y^j(x,y,t) \\ u_k^c(x,y,t) \\ v_k^c(x,y,t) \\ w_I^c(x,y,t)
\end{bmatrix}
= \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}
\begin{bmatrix}
u_{0mn}^j(t)\cos(\alpha_m x)\sin(\beta_n y) \\
v_{0mn}^j(t)\sin(\alpha_m x)\cos(\beta_n y) \\
w_{0mn}^j(t)\sin(\alpha_m x)\sin(\beta_n y) \\
\psi_{xmn}^j(t)\cos(\alpha_m x)\sin(\beta_n y) \\
\psi_{ymn}^j(t)\sin(\alpha_m x)\cos(\beta_n y) \\
u_{kmn}^c(t)\cos(\alpha_m x)\sin(\beta_n y) \\
v_{kmn}^c(t)\sin(\alpha_m x)\cos(\beta_n y) \\
w_{Lmn}^c(t)\sin(\alpha_m x)\sin(\beta_n y)
\end{bmatrix}
$$

$$
k = 01,2,3,\ I = 0,1,2;\ \alpha_m = \frac{m\pi x}{a},\ \beta_n = \frac{n\pi x}{b} \qquad (۱۲)
$$

که، U_{0mn}^j، W_{0mn}^j، ψ_{ymn}^j، ψ_{xmn}^j، U_{kmn}^c، V_{kmn}^c، V_{0mn}^j، W_{lmn}^c $(j=t,b)$، ضرایب زمانی هستند که باید تعیین شوند. برای شرط مرزی گیردار کافی است که در روابط ارائه‌شده در روابط چرخش‌ها در معادلات (۱۲) عبارات $\cos\alpha_m x_1$ و $\cos\beta_n x_2$ به‌ترتیب به‌صورت $\sin\alpha_m x_1$ و $\sin\beta_n x_2$ نوشته شوند. در معادلات حرکت پوسته‌های ساندویچی مفروض با هر دو شرط مرزی ساده و گیردار، $q_j(j = t, b)$ نیروهای حاصل از برخورد اجرام ضربه‌زننده بوده که می‌توانند به‌ترتیب به رویه بالا و یا پایین سازه‌های مفروض وارد شوند و طبق روابط (۱۳) قابل بسط می‌باشند:

$$
\begin{aligned}
q_j(x,y,t) &= \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\sum_{i=1}^{N} q_{mn}^i(t)\right]\sin(\alpha_m x)\sin(\beta_n y) \\
N &= 1,2,\ldots..N
\end{aligned}
\qquad (۱۳)
$$

که درآن، i یک شمارنده بوده و معرف تعداد ضربه‌زننده می‌باشد. ضریب زمانی $q_{mn}^i(t)$ طبق روابط (۱۴) نوشته می‌شود [۱۵]:

$$
q_{mn}^i(t) = \frac{4F_c^i(t)}{ab}\sin(\alpha_m x_i)\sin(\beta_n y_j) \qquad (۱۴)
$$

که در آن، $F_c^i(t)$ نیروی ضربه حاصل از i امین ضربه‌زننده بوده که به‌صورت بار ضربه عرضی بر سطح رویه‌ها وارد می‌شود. نیروهای ضربه در مراحل بعد توسط دو مدل کامل و جرم و فنر به‌دست خواهد آمد. با جایگذاری روابط (۱۳-۱۲)، منتجه‌های تنش، روابط سازگاری داده‌شده معادله (۴) در معادلات حاکم و بعضی از ساده‌سازی‌ها و همچنین، اعمال روش تقریبی گالرکین، نهایتاً معادلات حرکت مجموعه سازه ساندویچی و ضربه‌زننده‌ها طبق روابط (۱۵) نوشته می‌شوند:

Archive of SID

$$[M]\{\ddot{X}\}+[K]\{X\}=\{Q\}$$
$$\{X\}=\{u^t_{0mn}(t),u^b_{0mn}(t),v^t_{0mn}(t),v^b_{0mn}(t),w^t_{0mn}(t)$$
$$w^b_{0mn}(t),\psi^t_{xmn}(t),\psi^b_{xmn}(t),\psi^t_{ymn}(t),\psi^b_{ymn}(t),$$
$$u^c_{0mn}(t),v^c_{0mn}(t),u^c_{1mn}(t),v^c_{1mn}(t),w^c_{0mn}(t)\}^T$$
$$\{Q\}=[0,0,0,0,q^i_{mn},-q^i_{mn},0,0,0,0,0,0,0,0,0] \qquad (۱۵)$$

کـه در آن، $[M]$ مـاتریس جـرم و $[K]$ مـاتریس سـفتی بـوده و به‌علت نیاز به محدودسازی تعداد صفحات مقاله از آوردن آن‌هـا صرف‌نظر می‌شود. با اعمال تغییرات گفتـه‌شـده در بخـش‌هـای ۲-۲ و ۳-۲ درایه‌های ماتریس جرم و سفتی قابـل سـاده‌سـازی برای هر دو سازه تک‌انحنایی باز و تخت هستند.

۳- به‌دست آوردن تاریخچه نیروی ضربه

در این قسمت تاریخچه نیروی ضربه به‌کمک قانون هرتز و مدل جرم و فنر به‌دست می‌آید.

۳-۱- مدل کامل هرتز

در این مدل از قانون غیرخطی بهبودیافتـه تمـاس هرتـز بـرای به‌دست آوردن تاریخچه نیـروی تماسـی اسـتفاده شـده اسـت. قانون تماس هرتز در اصل برای بارگذاری استاتیکی بر روی یک نیم‌فضای الاستیک خطی گسترش یافتـه اسـت [۱۵]. امـا ایـن قانون با انجام تصحیحاتی، برای مسائل ضربه بر روی سازه‌هـای مهندسی نیز به‌کار می‌رود که طبق روابط (۱۶) نوشته می‌شـود [۱۶]:

$$F^i_c(t)=K^i_c(\alpha^i)^n=K^i_c\left(w^i_j-w_0(x_{1i},x_{2i})\right)^{1.5} \qquad (۱۶)$$

که در آن، α^i میزان فرورفتگی در i امین نقطـه ضـربه، w^i_j جابه‌جایی i امین ضربه‌زننده، w_0جابه‌جایی رویه برخورد شـونده در i امین نقطه برخورد و K^i_c سفتی تماسی هرتـز در محـل iامین ضربه‌زننده است. اندیس j نمادی برای نشـان‌دادن رویـه بالایی یا پایینی است ($j=t,b$) برای پوسته ساندویچی دوانحنایه - K^i_c طبق روابط (۱۷) تعریـف مـی‌شـود (بـرای بقیـه سـازه‌ها تغییرات گفته‌شده در بخش ۲-۲ و ۳-۲ بایستی اعمـال شـود) [۱۷].

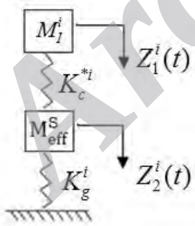
$$K^i_c=\frac{4}{3}E^{*i}\sqrt{R^{*i}}$$
$$\frac{1}{E^{*i}}=\frac{1-(\nu^2_{impactor})^i}{E^i_{impactor}}+\frac{1-(\nu^2_{panel})^j}{E^i_{panel}}$$
$$\frac{1}{R^{*i}}=\frac{1}{R^i_{imactor}}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{R^j_x}+\frac{1}{R^j_y}\right) \qquad (۱۷)$$

که در آن، $R_x{}^j$ و $R_y{}^j$ شعاع‌های انحنا در رویـه‌هـای بـالایی و پایینی می‌باشند. نهایتاً بـا اسـتفاده‌کـردن از مـدل کامـل هرتـز معـادلات حـاکم بـر حرکـت بـه‌صـورت یـک دسـته معـادلات دیفرانسیلی معمولی جفـت‌شـده غیرخطـی طبـق روابـط (۱۸) به‌دست می‌آیند:

$$[M]\{\ddot{X}\}+[K]\{X\}=\{Q\}$$
$$m^i_p\ddot{w}^i_p+F^i_c(t)=0$$
$$w^i_j(t=0)=0;\ \dot{w}^i_j(t=0)=V^i_0$$
$$F^i_c(t)=K^i_c\left(w^i_{imactor}-w^j_{panel}(x_i,y_i)\right)$$
$$j=(t,b) \qquad (۱۸)$$

۳-۲- مدل جرم و فنر بهبودیافته خطی‌شده جدید

در این تحقیق، از سیستم ۲ درجه آزادی جرم و فنـر [۲۰-۱۸] مطابق شکل **۲** برای تعیین تاریخچـه نیـروی تماسـی اسـتفاده شده است. که، M^i_I جرم i امین ضربه‌زننده و M^S_{eff}جـرم مـوثر پوسته سـاندویچی مـورد مطالعـه، K^{*i}_c سـفتی تماسـی خطـی اصلاح‌شده در i امین نقطه ضربه و K^i_g سفتی معادل پوسـته در محل برخورد i امین ضربه‌زننده می‌باشد.



شکل(۲): مدل جرم و فنر ۲ درجه آزادی خطی بهبودیافته.

با استفاده از مدل خطی شده چوی[1] [۲۱] قـانون خطـی هرتـز جایگزین قانون غیـرخطـی هرتـز شـده اسـت. بنـابراین نیـروی تماسی طبق روابط (۱۹) محاسبه می‌شود:

$$F^i_c=K^i_c\left[z^i_2(t)-z^i_1(t)\right]$$
$$K^{i*}_c=(K^i_c)^{\frac{1}{n}}F^{i}_{c\max}{}^{\frac{n-1}{n}} \qquad (۱۹)$$

1- Choi

Archive of SID
www.SID.ir

در رابطه بالا، K_c^i معرف سفتی تماسی غیرخطی به‌ازای i امین ضربه‌زننده و $F_{c\max}^i$ ماکزیمم نیروی تماسی پیش‌بینی‌شده به‌ازای i امین ضربه‌زننده است. با نوشتن معادلات دیفرانسیل سیستم جرم و فنر خطی، استفاده از معادلات (۱۹) و بعضی از ساده‌سازی‌ها طبق روابط (۲۱-۲۰) می‌توان نوشت:

$$F_c^i(t)=\frac{K_c^{i*}V^i}{\left(\phi_2^i-\phi_1^i\right)}\left[\frac{1-\phi_2^i}{\omega_2^i}\sin(\omega_2^i t)-\frac{1-\phi_1^i}{\omega_1^i}\sin(\omega_1^i t)\right] \qquad (۲۰)$$

که در آن:

$$\omega_1^i=\frac{1}{2}\left(\frac{\left(N^i+1\right)K_c^{i*}+K_g^i}{N^iM_I^i}-\sqrt{\left(\left(\frac{\left(N^i+1\right)K_c^{i*}+K_g^i}{N^iM_I^i}\right)^2-4\frac{K_c^{i*}K_g^i}{N^iM_I^i}\right)}\right)$$

$$\omega_2^i=\frac{1}{2}\left(\frac{\left(N^i+1\right)K_c^{i*}+K_g^i}{N^iM_I^i}+\sqrt{\left(\left(\frac{\left(N^i+1\right)K_c^{i*}+K_g^i}{N^iM_I^i}\right)^2-4\frac{K_c^{i*}K_g^i}{N^iM_I^i}\right)}\right)$$

$$\phi_1^i=\frac{K_c^{i*}}{K_c^{i*}-M_I^i\omega_1^i},\quad \phi_2^i=\frac{K_c^{i*}}{K_c^{i*}-M_I^i\omega_2^i} \qquad (۲۱)$$

که در آن، $N^i=\frac{M_{eff}^S}{M_I^i}$ می‌باشد. همچنین، سفتی پوسته ساندویچی مورد مطالعه در i امین نقطه ضربه‌زننده طبق روابط (۲۲) قابل محاسبه است:

$$K_g^i=\frac{1}{\delta_1^i},\quad \delta_1^i=w_{panel}^j(x_i,y_i);\ j=(t,b) \qquad (۲۲)$$

که در آن، δ_1^i خیز استاتیکی سازه به‌ازای بار واحد در i امین نقطه ضربه‌زننده می‌باشد.

حال در این مقاله به‌منظور به‌دست آوردن سفتی تماسی خطی‌شده برای اولین‌بار از یک روش جدید که بر پایه بسط سینوس و کسینوس می‌باشد طبق روابط (۲۳)، استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned}\sin(\omega_1^i t)&=\omega_1^i t-\frac{1}{6}(\omega_1^i t)^3\\ \sin(\omega_2^i t)&=\omega_2^i t-\frac{1}{6}(\omega_2^i t)^3\end{aligned} \qquad (۲۳)$$

با جایگذاری معادلات (۲۳) در معادله (۲۰)، اعمال اولین مشتق‌گیری از معادله حاصله و سپس استفاده از معادلات (۲۱) و بعضی ساده‌سازی‌ها، ماکزیمم زمان تماس و همچنین، بیشینه نیروی برخورد به‌ازای i امین ضربه‌زننده به‌صورت کاملاً تحلیلی طبق روابط (۲۵-۲۴) به‌دست می‌آید:

$$t_{mac}^i=\sqrt{\frac{2N^iM_I^i}{\left(N^i+1\right)K_c^{i*}}},\ F_{c\max}^i=\frac{2}{3}V^i\sqrt{\frac{2N^iM_I^iK_c^{i*}}{\left(N^i+1\right)}} \qquad (۲۴)$$

$$K_c^{i*}=\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^{\frac{2(n-1)}{n+1}}\left(\frac{N^i}{N^i+1}\right)^{\frac{n-1}{n+1}}\left(V^i\right)^{\frac{2(n-1)}{n+1}}\left(K_c^i\right)^{\frac{2}{n+1}}\left(M_I^i\right)^{\frac{n-1}{n+1}} \qquad (۲۵)$$

نهایتا مشابه روش انجام‌شده در بخش ۱-۳ معادلات کلی سازه‌های ساندویچی تحت اجرام ضربه‌زننده طبق روابط (۲۶) قابل نوشتن است:

$$[M]\{\ddot{X}\}+[K]\{X\}=\{Q\} \qquad (۲۶)$$

که در آن، $\{Q\}$ تابعی از نیروهای اجرام ضربه‌زننده بوده و از معادلات (۱۳)، (۱۴) و (۲۰) جایگذاری می‌شود. در تحلیل‌های انجام‌شده توسط شیواکومار[1] و همکاران [۱۹] و گانگ[2] [۲۰] جرم موثر سازه برابر یک‌چهارم جرم کل سازه برای شرایط مرزی اطراف لولا درنظر گرفته شده است. سوانسون[3] [۲۱] نشان داد که نسبت جرم موثر سازه به کل آن به هندسه سازه، ضخامت جداره سازه، محل اعمال بار، شرایط مرزی و ناهمسانگردی خواص ماده بستگی دارد.

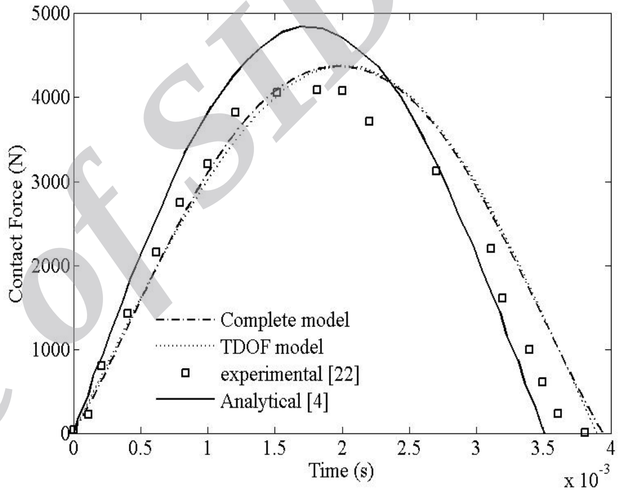
۴- صحه‌گذاری نتایج

در این بخش به‌کمک کدنویسی انجام‌شده، به بررسی تک و چندضربه روی سازه‌های ساندویچی دوانحنایی، تک انحنایی باز و تخت پرداخته شده است. باتوجه به نبود هیچ پژوهشی در زمینه چندضربه سازه‌های ساندویچی، لذا برای صحه‌گذاری نتایج ارائه‌شده براساس کدنویسی در نرم‌افزار متلب[4] از نرم‌افزار المان محدود آباکوس[5] نیز استفاده شده است. در مثال اول یک پوسته ساندویچی تخت با شرط مرزی ساده تحت برخورد یک جرم ضربه‌زننده بزرگ فولادی در وسط پوسته [۴و۲۲]، با خواص هندسی و مکانیکی داده‌شده در جدول **۱** درنظر گرفته شده است. جرم ضربه‌زننده ۱/۸ کیلوگرم، شعاع آن ۱۲/۷ میلی‌متر و سرعت برخورد آن ۳ متر بر ثانیه است. در شکل **۳** تاریخچه نیروی به‌دست‌آمده از هر دو مدل کامل و جرم و فنر آورده شده که با نتایج پیشین نیز مقایسه گردیده است.

1- Shivakumar
2- Gong
3- Swanson
4- Matlab
5- Abaqus

Archive of SID

همچنان که شکل **۳** نشان می‌دهد توافق بسیارخوبی بین نتایج به‌دست‌آمده از مدل‌های پیشنهادی با نتایج پیشین و همچنین نتایج به‌دست‌آمده از دو مدل برقرار است. به‌عنوان دومین مثال برای صحه‌گذاری نتایج، یک پوسته مسطح با شرط مرزی ساده تحت برخورد تک‌جرم ضربه‌زننده کوچک در وسط آن با خواص هندسی مکانیکی و هندسی داده‌شده در جدول **۲** را درنظر بگیرید. جرم ضربه‌زننده ۱۰ گرم، شعاع آن ۱۲/۷ میلی‌متر و سرعت برخورد آن ۳ متر بر ثانیه درنظر گرفته می‌شود. باتوجه به محدود بودن کارهای انجام‌شده در زمینه ضربه سازه‌های ساندویچی، در این مثال از نتایج مدل‌سازی در نرم‌افزار المان محدود آباکوس [۲۳] نیز استفاده می‌گردد.



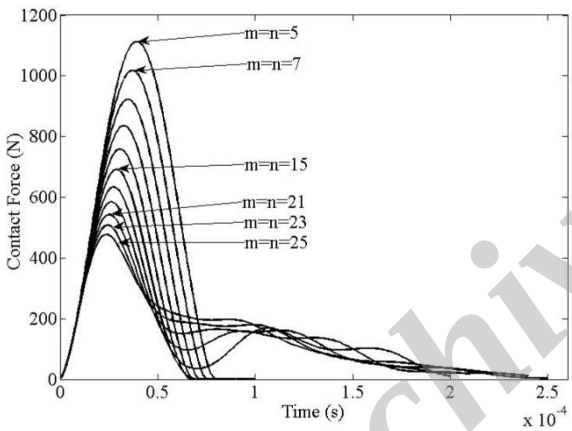
شکل(۳): مقایسه تاریخچه نیروی برخورد از دو مدل جرم و فنر ۲ درجه آزادی و مدل کامل با کارهای پیشین.

جدول (۱): خواص هندسی و مکانیکی رویه‌ها و هسته سازه ساندویچی.

رویه‌های بالا و پایین	E_{11}= E_{22}=۵۴ GPa, E_{33}=۴,۸۴ GPa, G_{12}=۳,۱۶ Gpa, G_{23}=G_{13}= ۱,۸۷ GPa, p=۱۵۱۱ kg/m^3, v_{12}=۰,۰۶, v_{13}= v_{23}=۰,۳۱۳
هسته فوم	E_{11}=E_{22}= E_{22}= ۰,۱۸ GPa, G_{12}=G_{23}= G_{13}= ۰,۰۷ GPa, v_{12}= v_{23}= v_{13}= ۰,۸۶, p= ۱۱۰ kg/m^3
هندسه پوسته	a=b= ۱۵۸,۷mm, h_c/h= ۰,۸۸ لایه چینی الیاف [۰۲ , ۹۰۲ , ۰۲ , core, ۰۲ , ۹۰۲ , ۰۲]

جدول(۲): خواص هندسی و مکانیکی رویه‌ها و هسته سازه ساندویچی.

رویه‌های بالا و پایین	E_{11}= ۱۳۱GPa, E_{22}=E_{33}=۱۰,۳۴ GPa, G_{12}= G_{12}= G_{13}=۶,۸۹۵ Gpa, G_{23}= ۶,۲۰۵ GPa, p=۱۶۲۷ kg/m^3, v_{12}=۰,۲۲, v_{13}= v_{23}=۰,۴۹
هسته فوم	E_{11}=E_{22}= E_{22}=۰,۰۰۶۸۹ GPa, G_{12}=G_{23}= G_{13}=۰,۰۰۳۴۵ GPa, v_{12}= v_{23}=v_{13}=۰,۰۰۰۰۱, p=۹۴,۱۴۵ kg/m^3
هندسه پوسته	h_t=h_b= ۳mm, h_c/h= ۰,۸۸ , a/h= ۱۰, a/b= ۱ لایه چینی الیاف [۰, ۹۰, ۰, core, ۰, ۹۰, ۰]



شکل(۴): همگرایی تاریخچه نیروی ضربه برای پوسته ساندویچی تخت تحت برخورد تک‌جرم ضربه‌زننده کوچک.

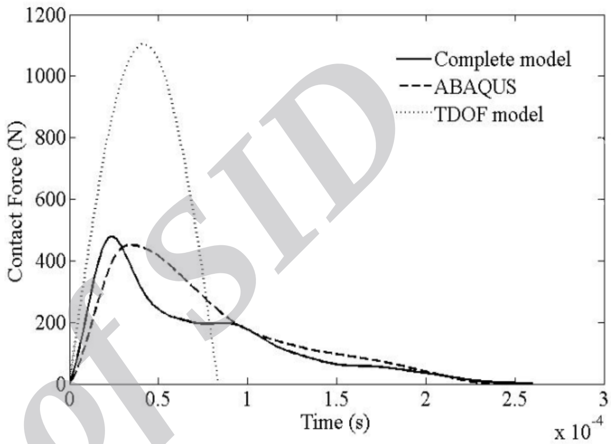
مجموعه پوسته ساندویچی و ضربه‌زننده مدل‌سازی و مش‌بندی می‌شود. در مدل‌سازی هسته میانی سازه مفروض از المان‌های هشت‌گره‌ای استفاده شده است. رویه‌ها به‌کمک المان‌های پوسته مدل‌شده و در مرز اتصال با هسته شرایط اتصال برآورده شده‌اند. در شکل **۴** همگرایی تاریخچه نیروی ضربه به‌کمک روش حل کامل پیشنهادی آورده شده است. در این مقاله تمامی نتایج در حالت همگراشده آورده شده است.

در شکل‌های **۶-۵** با استفاده از هر دو مدل کامل و جرم و فنر به‌ترتیب تاریخچه نیروی ضربه و خیز رویه‌های بالا و پایین آورده شده و با نتایج به‌دست‌آمده از نرم‌افزار آباکوس مقایسه

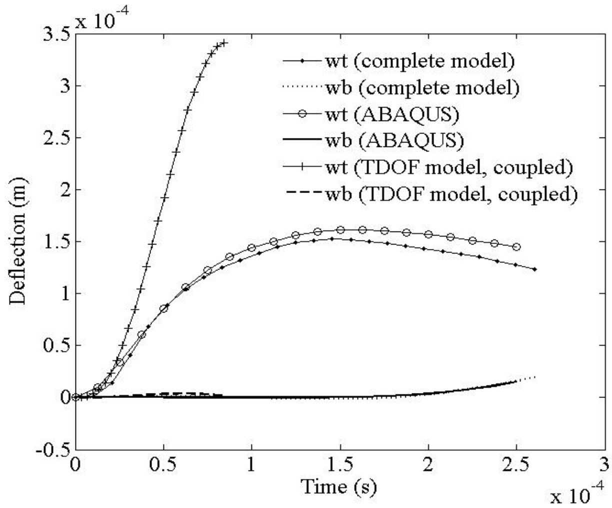
Archive of SID

www.SID.ir

شده است. همچنین، توافق بسیارخوبی بین نتایج به‌دست‌آمده از مدل کامل با نتایج آباکوس برقرار است ولی بین این نتایج با مدل جرم و فنر اختلاف زیادی وجود دارد و این اختلاف به‌خاطر اینست که مدل جرم و فنر توانایی کافی لازم برای تحلیل سازه‌های ساندویچی تحت برخورد جرم کوچک را ندارد [۴]. همچنین، دیده می‌شود زمانی که نیروی ضربه به صفر می‌رسد (زمان کلی تماس)، تاریخچه خیز به صفر نمی‌رسد. این پدیده در ضربه با جرم‌های کوچک اتفاق می‌افتد.

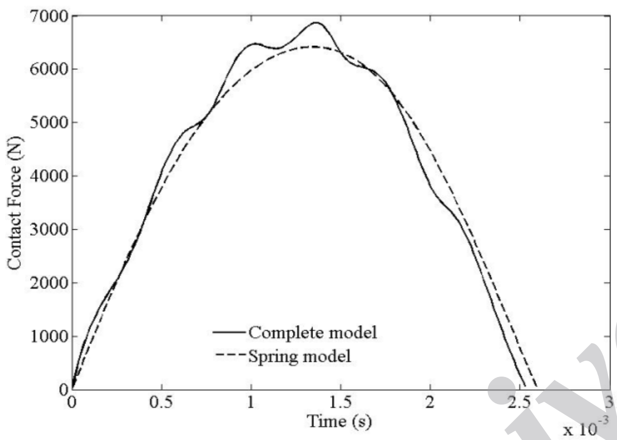


شکل(۵): مقایسه تاریخچه نیروی برخورد از دو مدل کامل و جرم و فنر با نتایج آباکوس.



شکل(۶): مقایسه تاریخچه نیروی خیز رویه‌های بالا و پایین از دو مدل کامل و جرم و فنر با نتایج آباکوس.

به‌عنوان آخرین مثال در اینجا به صحه‌گذاری نتایج پوسته ساندویچی مسطح تحت برخورد دو جرم ضربه‌زننده بزرگ فولادی در نقاط $(x_1=a/5,y_1=b/2)$ و $(x_2=4a/5,y_2=b/2)$ با شرط مرزی گیردار پرداخته می‌شود. خواص هندسی و مکانیکی پوسته در جدول **۱** داده شده است. جرم ضربه‌زننده ۱/۸ کیلوگرم ، شعاع آن ۱۲/۷ میلی‌متر و سرعت برخورد آن ۳ متر بر ثانیه درنظر گرفته می‌شود. در این مثال نیز نتایج به‌دست‌آمده از مدل کامل با نتایج به‌دست‌آمده از مدل‌سازی سازه مفروض در نرم‌افزار آباکوس مقایسه می‌شود. در شکل **۷** تاریخچه نیرو در نقطه برخورد اول آورده شده است و با نتایج المان محدود آباکوس مقایسه شده است. همان‌طورکه این شکل نشان می‌دهد توافق نسبتاً خوبی بین نتایج برقرار است. بیشترین اختلاف نیروی ضربه از مدل کامل با آباکوس ۶/۳ درصد می‌باشد.



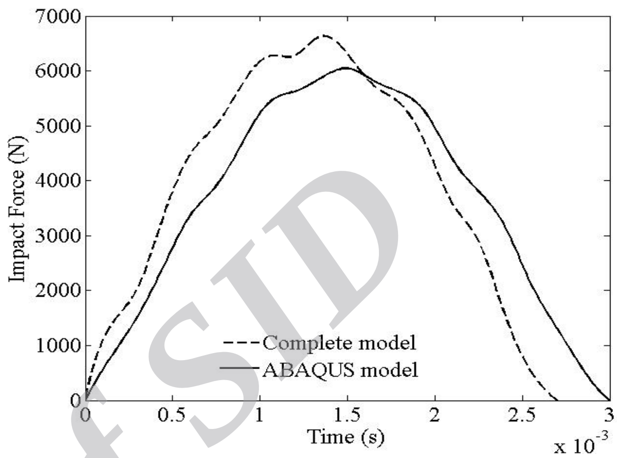
شکل(۷): مقایسه تاریخچه نیروی برخورد از مدل کامل با نتایج آباکوس برای پوسته ساندویچی تخت تحت برخورد دو جرم بزرگ در نقطه $(x_1=a/5,y_1=b/2)$.

۵- نتایج و بررسی پارامترها

در این بخش به بررسی ضربه یک پوسته ساندویچی دوانحنایی با شرط مرزی ساده تحت برخورد دو جرم ضربه‌زننده بزرگ در نقاط $(x_1=a/5,y_1=b/2)$ و $(x_2=4a/5,y_2=b/2)$ پرداخته می‌شود. خواص هندسی و مکانیکی پوسته در جدول **۱** داده شده است. همچنین شعاع‌های انحنای پوسته مفروض $R_{cx}=R_{cy}=10a$ می‌باشند که در آن، a طول پوسته ساندویچی مورد مطالعه می‌باشد. جرم ضربه‌زننده‌ها ۱/۸ کیلوگرم، شعاع آن‌ها ۱۲/۷ میلی‌متر و سرعت برخورد آن‌ها ۳ متر بر ثانیه درنظر گرفته می‌شود. در شکل‌های **۹-۸** به‌ترتیب تاریخچه نیرو و خیز رویه‌های بالا و پایین از هر دو مدل جرم و فنر (کوپل‌شده و غیرکوپل) و مدل کامل نشان داده شده است. لازم به یادآوری

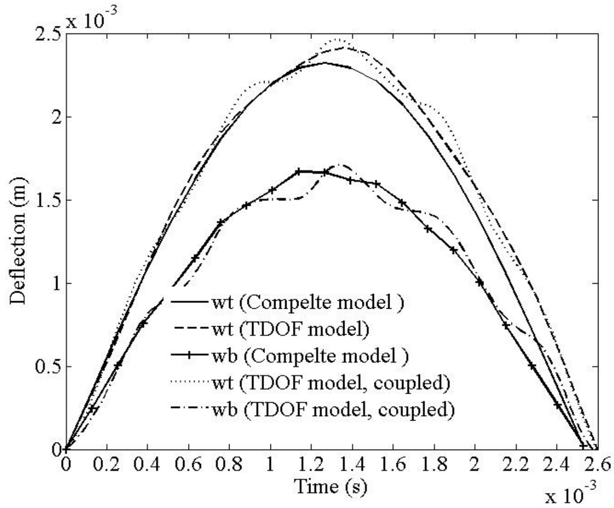
www.SID.ir

است که منظور از مدل کوپل یعنی واردکردن تابع نیروی حاصل از مدل جرم و فنر در معادلات پاره‌ای سازه و حل آن‌ها می‌باشد. در این حالت می‌توان کلیه تغییرمکان‌ها، کرنش‌ها و تنش‌ها را در هر نقطه پیدا کرد. این درحالی است که در مدل تحلیلی معادل غیرکوپل جرم و فنر (رجوع به معادلات ۲۵ و ۲۶)، فقط خیز عرضی در نقطه برخورد قابل برآورد اولیه است.



شکل(۸): تاریخچه نیروی برخورد به‌دست‌آمده از دو مدل کامل و جرم و فنر در موقعیت ($x_1=a/5, y_1=b/2$).

همان‌طورکه شکل‌های **۹-۸** نشان می‌دهند، توافق بسیارخوبی بین نتایج به‌دست‌آمده از دو مدل جرم و فنر و مدل کامل وجود دارد و این نشان‌دهنده دقت بالای فرمول‌بندی و مدل‌های پیشنهادی می‌باشد.



شکل(۹): تاریخچه خیز به‌دست‌آمده برای رویه‌های بالا و پایین.

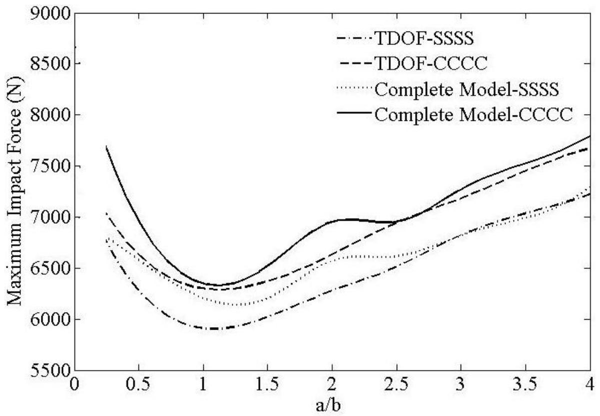
همان‌طورکه از فرمول‌بندی ارائه‌شده دیده می‌شود؛ مدل جرم و فنر به‌تنهایی قادر به پیش‌بینی تاریخچه نیرو و خیز رویه بالا و همچنین به‌صورت کوپل‌شده قادر به پیش‌بینی تاریخچه خیز هر دو رویه‌ی بالا و پایین می‌باشد که در شکل **۸** نتایج هر دو مورد ارائه‌شده و توافق خوبی بین آن‌ها برقرار است. همان‌طور که از شکل **۹** دیده می‌شود، خیز زیر نقاط ضربه زننده برابر می‌باشد و این نیز به‌دلیل متقارن‌بودن نقاط برخورد نسبت به وسط پوسته و همچنین مشابه بودن ضربه‌زننده‌ها می‌باشد. همچنین، دیده می‌شود که خیز رویه ضربه‌خورنده همواره بیش‌تر از رویه مقابل آن می‌باشد و این نیز به‌دلیل انعطاف‌پذیری هسته می‌باشد.

۵-۱- بررسی نسبت طول به عرض پوسته ساندویچی تخت

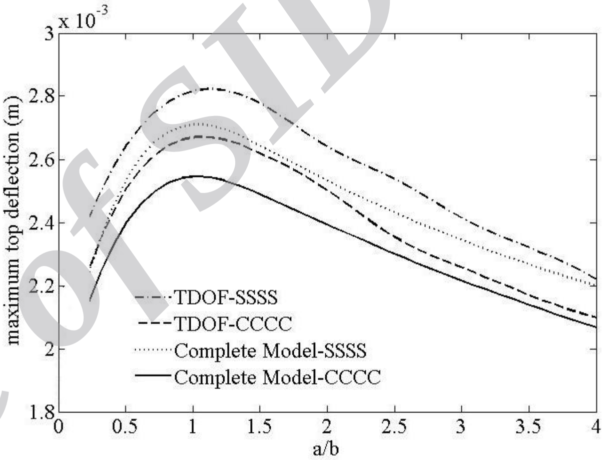
در این بخش به بررسی اثر نسبت طول به عرض (a/b) پوسته ساندویچی تخت با هر دو شرط مرزی ساده و گیردار تحت برخورد تک‌جرم ضربه‌زننده بزرگ فولادی در وسط آن پرداخته می‌شود. خواص هندسی و مکانیکی پوسته ساندویچی در جدول **۱** آورده شده است. در مطالعه اثر a/b مساحت پوسته ثابت درنظر گرفته شده است. جرم ضربه‌زننده‌ها ۱/۸ کیلوگرم ، شعاع آنها ۱۰۱/۶ میلی‌متر و سرعت برخورد آن‌ها ۳ متر بر ثانیه درنظر گرفته می‌شود. در شکل‌های **۱۱-۱۰** به‌ترتیب تغییرات بیشینه نیروی ضربه و خیز رویه بالا نسبت به تغییرات a/b برای هر دو شرط مرزی و با استفاده از هر دو مدل ضربه آورده شده است. همچنین، روند تغییرات نیروی ضربه با خیز رویه بالا برعکس می‌باشد به‌عبارتی با افزایش نسبت طول به عرض از ۰/۲۵ تا ۱ مقدار نیروی ضربه به‌دست‌آمده از هر دو مدل کاهش یافته و سپس افزایش می‌یابد ولی خیز تا این نسبت افزایش می‌یابد و سپس کاهش پیدا می‌کند. باتوجه به این‌که در مطالعه اثرات ضریب منظری پوسته، مساحت آن ثابت فرض شده است. لذا بدیهی است که در حالت پوسته مربعی $a/b=1$ به دلیل پایین‌بودن سفتی نسبت به دیگر حالات، نیروی ضربه کم‌تر و خیز بیش‌تر خواهد شد. انتظار می‌رود با افزایش یا کاهش ضریب منظری نسبت به $a/b=1$، به‌دلیل تبدیل‌شدن پوسته به یک باریکه و افزایش سفتی آن، نیروی برخورد همراه افزایش پیدا کند و به‌طور متناظر خیز نیز کاهش یابد.

Archive of SID

www.SID.ir



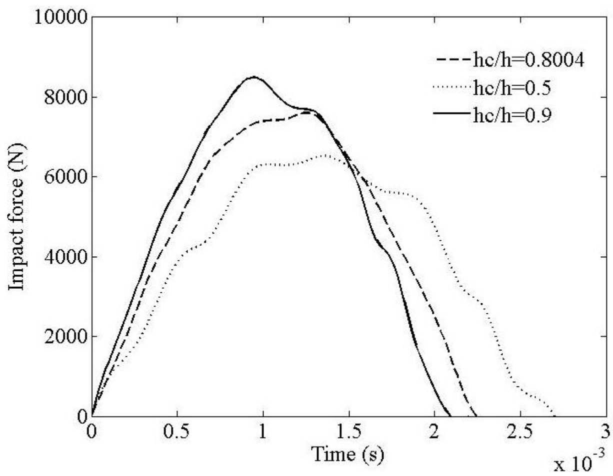
شکل(۱۰): تغییرات ماکزیمم نیروی برخورد به‌دست‌آمده از هر دو مدل کامل و جرم و فنر غیرکوپل با نسبت‌های مختلف *a/b*.



شکل(۱۱): تغییرات ماکزیمم خیز رویه بالا به‌دست‌آمده از هر دو مدل کامل و جرم و فنر غیرکوپل با نسبت‌های مختلف *a/b*.

۵-۲- بررسی نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل پوسته ساندویچی دوانحنایی (h_c/h)

در این بخش به بررسی اثر نسبت ضخامت پوسته دوانحنایی به ضخامت کلی پوسته (h_c/h) پرداخته می‌شود. ضخامت‌های رویه‌های بالایی و پایینی یکسان و ثابت فرض شده‌اند. پوسته مفروض با شرط مرزی گیردار و تحت برخورد دو جرم ضربه‌زننده فولادی در نقاط ($x_1=a/5, y_1=b/2$) و ($x_2=4a/5, y_2=b/2$) بر رویه بالا بوده و خواص هندسی و مکانیکی آن در جدول **۱** داده شده است. همچنین، شعاع‌های انحنای آن $R_{cx}= R_{cy}=3a$ بوده که در آن، a طول پوسته مفروض می‌باشد. جرم ضربه‌زننده‌ها ۱/۸ کیلوگرم، شعاع آنها ۱۲/۷ میلی‌متر و سرعت برخورد آنها ۳ متر بر ثانیه درنظر گرفته می‌شود. در شکل **۱۲** تغییرات تاریخچه نیروی برخورد برای سه نسبت h_c/h در نقطه برخورد اول نشان داد شده است. نتایج این بخش از مدل کامل استخراج شده‌اند. شکل **۱۲** نشان می‌دهد که با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت کلی پوسته، مقدار نیروی برخورد افزایش می‌یابد و این نیز به‌دلیل بیش‌ترشدن مقاومت خمشی و سفتی سازه با افزایش این نسبت می‌باشد. مقدار افزایش نیروی برخورد با افزایش *hc/h* از ۰/۵ تا ۰/۹، ۳۲/۲ درصد می‌باشد.



شکل (۱۲): تغییرات تاریخچه نیروی برخورد با نسبت‌های مختلف *hc/h* برای پوسته دوانحنایی گیردار در موقعیت ($x_1=a/5, y_1=b/2$).

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله برای اولین‌بار با استفاده از تئوری مرتبه بالای پوسته‌های ساندویچی به تحلیل ضربه پوسته‌های ساندویچی دوانحنایی، تک‌انحنایی و تخت با هر دو شرط مرزی ساده و گیردار پرداخته شد. به‌منظور مدل‌سازی ضربه از دو مدل کامل هرتز و جرم و فنر استفاده شد که در آن با یک روش جدید مدل جرم و فنر خطی‌سازی شد. به‌منظور صحه‌گذاری روابط و مدل‌های ضربه ارائه‌شده از نتایج حل المان محدود در نرم‌افزار آباکوس نیز استفاده شد. نتایج نشان می‌دهد که مدل‌های پیشنهادی توانایی تحلیل مسائل تک و چندضربه را با دقت بسیار بالایی دارند. همچنین مدل جرم و فنر توانایی تحلیل مسائل ضربه با جرم کوچک را ندارد. همچنین، نتایج نشان می‌دهد که خیز رویه ضربه‌خورنده در سازه‌های ساندویچی همواره بیش‌تر از رویه مقابل آن می‌باشد که این نیز به‌دلیل وجود هسته انعطاف‌پذیر می‌باشد. باتوجه به این که در مطالعه اثرات ضریب منظری پوسته، مساحت آن ثابت فرض شده است

Archive of SID

لذا بدیهی است که درحالت پوسته مربعی $a/b=1$ بهدلیل پایینبودن سفتی نسبت به دیگر حالات، نیروی ضربه کمتر و خیز بیشتر خواهد شد. انتظار میرود با افزایش یا کاهش ضریب منظری نسبت به $a/b=1$، بهدلیل تبدیلشدن پوسته به یک باریکه و افزایش سفتی آن، نیروی برخورد همراه افزایش پیدا کند و بهطور متناظر خیز نیز کاهش یابد. همچنین بررسی اثر افزایش ضخامت هسته به ضخامت پوسته نشان میدهد که با این افزایش سفتی سازه افزایش پیدا کرده و این پدیده باعث افزایش مقدار نیروی ضربه میشود.

۷- مراجع

1. Timoshenko, S., Young, D.H. “Vibration Problems in Engineering”, 3rd ed., pp. 413-416, Dordrecht: Van Nostrand Reinhold, 1995.
2. Lam, K.Y. and Sathiyamoorthy, T.S. “Response of Composite Beam Under Low-Velocity Impact of Multiple Masses”, Composite Structures, Vol. 44, pp. 205-220, 1994.
3. Abrate, S. “Localized Impact on Sandwich Structures with Laminated Facings”, Applied Mechanic, Vol. 50, No. 2, pp. 69-82, 1997.
4. Malekzadeh, K., Khalili, M.R., Olsson, R. and Jafari, A. “Higher-Order Dynamic Response of Composite Sandwich Panels with Flexible Core Under Simultaneous Low-Velocity Impacts of Multiple Small Masses’’, Solids and Structures, Vol. 43, pp. 6667–6687, 2006.
5. Khalili, M.R., Malekzadeh, K. and Mittal, R.K. “Effect and Physical and Geometrical Parameters on Transverse Low-Velocity Impact Response of Sandwich Panels with a Transversely Flexible Core”, Composite Structures, Vol. 77, pp. 430-443, 2007.
6. Malekzadeh, K., Khalili, M.R. and Mittal, R.K. “Response of Composite Sandwich Panels with Transversely Flexible Core to Low-Velocity Transverse Impact: A New Dynamic Model”, Impact Engineering, Vol. 34, pp. 522–543, 2007.
7. Frostig, Y., Baruch, M. and Vinay, O.I. “Shteinman, Higher-Order Theory for Sandwich Beams Behavior with Transversely Flexible Core”, Engineering Mechanics, Vol. 118, No. 5, pp.1026-1043, 1992.
8. Frostig, Y., Baruch. “Free Vibration of Sandwich Beams with a Transverse Flexible Core: a Higher Order Approach”, Solids and Vibration, Vol. 176, No. 2, pp. 195-208, 1994.
9. Frostig, Y. “Buckling of Sandwich Panels with a Flexible Core-High-Order Theory”, Solids and Structures, Vol. 35, No. 3–4, pp. 183–204, 1998.
10. Frostig, Y., and Thomsen, O.T. “High-Order free Vibrations of Sandwich Panels with a Flexible Core”, Solid and Structure, Vol. 41, pp. 1697-1724, 2004.
11. Malekzadeh, K. and Davar, A. “Free Vibration of Sandwich Curved Beam (Improved High Order), Aerospace Mechanics Journal, Vol. 8, No. 3, pp. 77-98, 2012 (in Persian).
12. Reddy, J.N. “Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells”, 2nd Ed., United States of America: CRC Press, 2004.
13. Sanders, J.L. “An Improved First Approximation Theory for Thin Shells”, NASA THR24, 1959.
14. Budiansky, B., Sanders, J.L. “On the Best First Order Linear Shell Theory”, Applied Mechanics, The Prager Anniversary Volume, Macmillan, New York, , pp. 129-140, 1963.
15. Carvalho, A. and Soares, C.G. “Dynamic Response of Rectangular Plates of Composite Materials Subjected to Impact Loads, Composite Structures”, Vol. 34, pp. 55–63, 1996.
16. Zheng, D. and Binienda, W.K. “Analysis of Impact Response of Composite Laminates under Prestress”, 10.1061/(ASCE) 0893-132121, Vol. 4, No. 197, pp. 211-219, 2008.
17. Malekzadeh, K. and Gholami, M. “Analysis of Impact Dynamic Response of Doubly Curved Composite Laminated Shell under Initial Stresses”, Aerospace Mechanics Journal, Vol. 10, No. 3, pp. 73–88, 2013. (in Persian)
18 Choi, I.H. and Lim, C.H. “Low-Velocity Impact Analysis of Composite Laminates using Linearized Contact Law”, Composite Structures, Vol. 66, pp. 125–32, 2004.
19. Shivakumar, K.N. and Elber, W. “Prediction of Impact Force and Duration Due to Low Velocity on Circular Composite Laminates”, Mechanics, Vol. 52. pp. 11-20, 1985.
20. Gong, S.W., Toh, S.L. and Shim, V.P.W. “The Elastic Response of Orthotropic Laminated Cylindrical Shells to Low-Velocity Impact”, Composites Engineering, Vol. 4, No. 2, pp. 241-266, 1994.
21. Swanson, S.R. “Limits of Quasi-Static Solutions in Impact of Composite Structures” Composite Engeineering, Vol. 2, pp. 261-267, 1992.
22. Anderson, T.A. “Experimental Investigation of Low-Velocity Impact Characteristics of Sandwich Composites”, Composite Structures, Vol. 50, No. 19, pp. 239-247, 2000.
23. AshnaGhasimi, F., Malekzadeh, K. and Paknejad, R. “Response of Impact on Cantilever Beam with FML Layers”, Scientific Research Monthly Modares Mechanical Engineering, Vol.13, pp. 57-67, 2013 (in Persian).

Archive of SID

www.SID.ir