

# تحلیل فرکانسی و آیروالاستیک صفحه دوبعدی تخت و منحنی شکل با اثر نیروی داخل صفحه و حرارت آیرودینامیکی در حوزه فرکانسی

مسعود راسخ<sup>۳</sup>

دانشکده مهندسی مکانیک  
دانشگاه تفرش

حمید موسی زاده<sup>۱</sup> و بهزاد قدیری دهکردی<sup>۲</sup>

دانشکده مهندسی هوافضا  
دانشگاه تربیت مدرس

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۷/۱۶؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۵/۱)

## چکیده

یک صفحه هموزن دوبعدی با شرایط مرزی تکیه گاه ساده فرض شده و اثر انحنا و تغییر شکل غیرخطی صفحه، با استفاده از مدل پوسته استوانه‌ای و رابطه ون کارمن در معادله سازه‌ای مسئله اعمال شده است. تحلیل فرکانسی و فلاتر صفحه تخت و منحنی شکل، تحت اثر بارهای داخل صفحه و اثرات حرارت برای سازه با خواص وابسته به دما، انجام شده است. تئوری پیستون مرتبه اول برای مدل سازی بارهای آیرودینامیکی مافوق صوت استفاده شده است. معادلات حرکت سامانه با استفاده از اصل همیلتون، رابطه کار مجازی، انرژی جنبشی سامانه به دست آمده و با استفاده از روش گالکین، به معادلات غیرخطی معمولی تبدیل شده است. با تبدیل معادلات به فضای حالت، تحلیل مقادیر ویژه انجام شده است. و تعریف ماتریس ژاکوبین پیشنهاد شده تحلیل فوق، منجر به نتایج جالبی شده که برای اولین بار انجام گرفته است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد؛ رفتار مرز ناپایداری صفحه، به اثر انحنای صفحه و مقدار آن، بسیار حساس است که در طراحی صفحات در معرض جریان آیرودینامیک مافوق صوت باید مورد نظر قرار داشته باشد. همین طور، وابستگی دمایی خواص مواد، در دماهای بالا، بر رفتار آیروالاستیک صفحه تاثیر گذاشته است.

**واژه‌های کلیدی:** فلاتر صفحه، تئوری پیستون مرتبه اول، بارهای حرارتی، بارهای داخل صفحه، صفحه دوبعدی منحنی شکل

## 2D Flat and Curved Plate Frequency and Aeroelastic Analysis with In-Plane Force and Aerodynamic Thermal Load Effects in Frequency Domain

H. Moosazadeh and B. GhadiriDehkordi

Aerospace Engineering Department  
Tarbiat Modares University

M. Rasekh

Mechanical Engineering Department  
Tafresh University

(Received:8/October/2014; Accepted:23/July/2015)

## ABSTRACT

A homogenous plate with a high length to width ratio (2D model) and simply supported boundary conditions is assumed. The effect of panel curvature is considered and a non-linear deformation via Von Karman's strains is taken into account. A frequency and flutter analysis of flat and curved plate under in-plane loads and thermal effects for the structure with temperature dependent properties has been performed. The first order piston theory is deployed to model supersonic aerodynamic loading. The system of non-linear PDE equations has been derived using the Hamilton principle and transformed into a set of non-linear ODE equations via the Galerkin method. By transforming the equations into the state space form and defining the proposed Jacobian matrix, eigenvalue analysis has been performed. The frequency and flutter analyses of a curved plate show that the effects of different environmental loadings are noticeable and have been carried out for the first time. The results show that the plate's curvature has a profound effect on the instability boundary of the plate under supersonic aerodynamic loading. Also, Thermal property effected flutter domain.

**Keywords:** Panel Flutter, First Order Piston Theory, Thermal Load, InplaneLoad, 2D Curve Plate

۱- دکتری: hamid.moosazadeh@modares.ac.ir

۲- استادیار (نویسنده پاسخگو): ghadirib@modares.ac.ir

۳- استادیار: rasekh@modares.ac.ir

## فهرست علائم و اختصارات

پهنای صفحه	$a$
سرعت صوت	$c_{\infty}$
سفتی صفحه	$D$
ضرایب وابستگی دمایی مدول الاستیک	$E_1, E_0$
ضخامت صفحه، ضخامت بی‌بعد و نسبت ضخامت به شعاع انحنای صفحه	$h, \bar{h}, \hat{h}$
ارتفاع انحنای صفحه	$H$
فرکانس برحسب فرکانس اول، فرکانس فلاتر	$K, K_f$
عدد ماخ، ماخ واگرایی، ماخ فلاتر	$M, M_d, M_f$
نیروی داخل صفحه و گشتاور نیروی صفحه	$N_x, M_x$
فشار دینامیکی و استاتیکی بالا و پایین صفحه	$P^d, P^s$
فشار آیرودینامیکی اعمالی به صفحه	$\Delta P_a$
فشار دینامیکی	$q_{\infty}$
نیروی فشاری داخل صفحه و ضریب نیروی فشاری	$R_x, C_r$
شعاع انحنای صفحه منحنی	$\underline{R}_x$
دمای سطح صفحه، اختلاف دما و دمای مرجع	$T, \Delta T, T_{ref}$
سرعت جریان آزاد، سرعت عمود	$U_{\infty}, V_z$
جابجایی عمودی و تغییر شکل اولیه صفحه	$w_0, \hat{w}_0$
<b>علائم یونانی</b>	
ضریب انبساط حرارتی	$\alpha(x)$
ضرایب وابستگی دمایی انبساط حرارتی	$\alpha_1, \alpha_0$
ضرایب تصحیح جریان	$\beta_1, \beta_2$
ضریب دمایی انبساط حرارتی و مدول الاستیک	$\delta_{\alpha}, \delta_e$
انرژی کرنشی، کار و جنبشی سیستم	$\delta U, \delta V, \delta K$
فشار دینامیکی بی‌بعد	$\lambda$
چگالی جریان و چگالی فلز	$\rho_{\infty}, \rho_m$
ضریب بی‌بعد اثر دما بر روی صفحه	$\tau$
فرکانس اول، فرکانس بی‌بعد اول	$\Omega_0, \bar{\Omega}$

## ۱- مقدمه

فلاتر صفحه در واقع یک زمینه تحقیق در حوزه آیرولاستیسیته است. در این مقاله به بررسی اثر جریان آیرودینامیک مافوق صوت بر روی یک صفحه تخت یا منحنی شکل پرداخته شده است که سیال هوا در بالای صفحه جریان دارد و پایین صفحه یک فشار استاتیکی ثابت یا خلاء وجود دارد. وجود انحناء یا نقص در صفحه در اثر عوامل بیرونی مانند تولید صفحه، یا قراردادن آن در شرایط عملکردی، می‌تواند باعث بروز نقص یا تغییر شکل در صفحه شود؛ که این تغییر شکل تأثیر مستقیم در بارگذاری آیرودینامیکی و نیروی استاتیکی اعمالی

دارد. در نتیجه شرایط ناپایداری آیرولاستیک صفحه تغییر نموده و در برخی موارد این تغییر چشم‌گیر است. در زمینه فلاتر صفحه تجربی و تئوری، داول<sup>۱</sup> تحقیقات زیادی انجام داده و یکی از شاخص‌ترین افراد، در این زمینه به شمار می‌آید. داول در سال ۱۹۶۵، مطالعه تئوری و تجربی فلاتر صفحه در اعداد ماخ ۱ تا ۵ را انجام داد [۱] و آیرولاستیسیته صفحه و پوسته را در سال‌های ۱۹۶۶ و ۱۹۶۷، بر روی مدل صفحه با تئوری ون کارمن برای سازه غیرخطی با فرض رابطه کرنش-جابجایی غیرخطی برای تغییر شکل‌های بزرگ صفحه بررسی نمود. تئوری پیستون مرتبه اول برای تعیین بار آیرودینامیکی استفاده کرد. از روش گالرکین با انتگرال‌گیری عددی مستقیم برای تحلیل فلاتر غیرخطی صفحه همسانگرد<sup>۲</sup> استفاده نمود و در دو بخش ارائه کرد [۳-۲]. فلاتر ورق کمانش‌یافته را در سال ۱۹۸۲، به‌عنوان نمونه‌ای از حرکت آشوبناک یک سامانه بررسی نمود. در این تحقیق جهت مطالعه خواص آیرولاستیسیته صفحه‌ها و پوسته‌ها، معادلات حرکت به‌خوبی استخراج شده است. نتایج به‌دست‌آمده توسط انتگرال‌گیری عددی با نتایج حاصل از تئوری‌های دینامیک سیستم‌های پیوسته و همچنین نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده‌اند [۴].

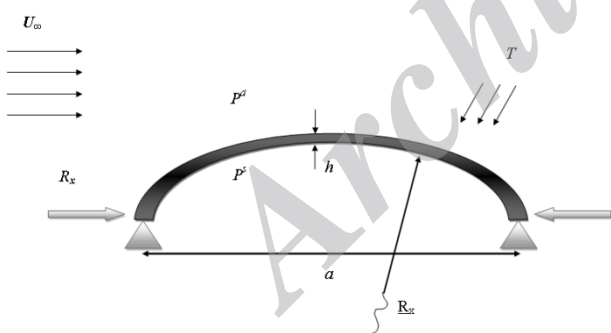
در زمینه فلاتر صفحه خمیده، تحقیقاتی انجام شده است. پدیده فلاتر برای مدل صفحه تخت و منحنی شکل با اثرات حرارتی بررسی شده است. اساس این مدل‌ها مبتنی بر مدل آیرودینامیک مرتبه اول و مرتبه سوم برای آیرودینامیک شبه‌پایا و معادلات اولر برای آیرودینامیک ناپایا و اثرات برش بر روی دیواره است. داول در سال ۱۹۶۹، تحلیل خطی و غیرخطی بررسی فلاتر صفحه منحنی شکل با استفاده از اثر غیرخطی ون کارمن در معادلات و اثر بارگذاری آیرودینامیکی شبه‌پایا را، انجام داد [۵]. فانگ<sup>۳</sup> در سال ۱۹۵۴، پایداری استاتیکی صفحه خمیده دوبعدی را در جریان مافوق صوت برای پدیده فلاتر صفحه بررسی کرد [۶]. هوبالت<sup>۴</sup> در سال ۱۹۶۵، به بررسی چندین مسئله آئروترموالاستیک مربوط به سازه هواپیما در سرعت‌های بالا پرداخت [۷]. اسچافر<sup>۵</sup> و همکاران در سال ۱۹۶۵، فلاتر صفحه تخت غیرخطی، تحت اثر حرارت گسترده

1- Dowell  
2-Isotrope  
3- Fung  
4-Houbolt  
5- Schaeffer

اولین مرتبه، مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا معادلات سازه، شامل مدل صفحه دوبعدی، با اثر هندسه غیرخطی ون کارمن، تعیین شده است. اثر نیروی داخل صفحه (به صورت فشاری یا کششی) و بار حرارتی داخل صفحه برای سازه با خواص وابسته به دما (مدول الاستیسیته و ضریب انبساط حرارتی)، در نظر گرفته شده است. تئوری پیستون مرتبه اول برای جریان آیرودینامیک مافوق صوت فرض شده است. برای انجام این تحلیل، شرایط مرزی تکیه‌گاه‌ها ساده، روش مودهای فرضی و گالریکین، استفاده شده است. آنچه از پژوهش صورت گرفته نتیجه شده است؛ وابستگی دمایی مواد به دما، در دماهای پایین تاثیر چندانی در تغییر فرکانسی و ناپایداری آیرودلاستیک صفحه ندارد. در تحلیل آیرودلاستیک صفحه تخت، در سرعت‌های پایین، با افزایش نیروی فشاری، ناپایداری از نوع واگرایی، در سرعت‌های بالا، فلاتر و با کاهش نیروی فشاری پایدار است. با تغییر انحنای صفحه پاسخ فلاتر صفحه دارای مرزهای متفاوتی است که حساسیت اثر انحنای در پاسخ، نشان داده شده است.

## ۲- تئوری مسأله

مدل صفحه خمیده تحت اثر جریان آیرودینامیکی مافوق صوت و اثر بارهای خارجی آیرودینامیک، نیروی داخل صفحه و حرارت آیرودینامیکی، در شکل ۱ نشان داده شده است:



شکل (۱): هندسه صفحه دوبعدی تحت اثر بارهای خارجی

$U_\infty$ ، سرعت جریان آزاد روی صفحه،  $R_x$ ، نیروی داخل صفحه،  $P^d$ ، فشار دینامیکی جریان بالای صفحه،  $P^s$ ، فشار استاتیکی پایین صفحه،  $T$ ، دمای جریان بر روی صفحه،  $h$ ، ضخامت صفحه و  $a$  پهناى صفحه است. با توجه به نامحدود فرض کردن پهناى صفحه، معادلات سازه از دو بعد  $(X, Y)$  به

را بررسی نمود [۸]. ونترز<sup>۱</sup> و داوول در سال ۱۹۷۰، به مقایسه تئوری و تجربی فلاتر غیرخطی صفحه پرداختند [۹]. یانگ<sup>۲</sup> در سال ۱۹۷۶، فلاتر صفحه کمانش‌یافته را با روش المان محدود بررسی کرد [۱۰]. ژوو<sup>۳</sup> در سال ۱۹۹۳، به بررسی فلاتر صفحه غیرخطی با استفاده از روش المان محدود با گستره دمایی مختلف بر روی صفحه، در جریان مافوق صوت پرداخت [۱۱]. بین<sup>۴</sup> در سال ۱۹۹۳، فلاتر ماوراءصوت صفحه منحنی شکل را با اثر حرارت آیرودینامیکی تحلیل کرد [۱۲]. ژوو<sup>۵</sup> در سال ۱۹۹۴، از روش المان محدود برای مدل‌سازی حوزه زمانی فلاتر غیرخطی صفحه مواد مرکب استفاده نمود [۱۳]. جی<sup>۶</sup> در سال ۱۹۹۹، ترکیب فلاتر غیرخطی صفحه با اثر حرارت را در نظر گرفت [۱۴]. لیبرسکو<sup>۷</sup> در سال ۲۰۰۴، به بررسی فلاتر خطی و غیرخطی مافوق صوت صفحه در دمای بالا پرداخت [۱۵]. پورتاکدوست در سال ۲۰۰۵، رفتار آیرودینامیک غیرخطی صفحه با حرارت آیرودینامیکی را بررسی نمود [۱۶]. کوچک‌زاده و همکاران در سال ۲۰۱۰، بر روی فلاتر غیرخطی صفحه مواد مرکب تحقیق نمودند [۱۷]. عباس<sup>۸</sup> و همکاران، در سال ۲۰۱۱، مطالعه پارامتریک فلاتر فوق صوتی/ماوراء صوتی و رفتار آیرودینامیک صفحه منحنی شکل بررسی نمودند [۱۸]. اثر پارامترهای سیستم بر فلاتر یک صفحه منحنی تحت جریان ناپایدار فوق صوتی و ماورای صوتی مورد بررسی قرار داد. روابط خطی شده سازه مورد استفاده قرار گرفت و در حوزه فرکانسی مدل آیرودلاستیک صفحه بررسی شد. اثر مخرب حرارتی مورد توجه قرار گرفته و مدل دمپینگ سازه‌ای کلونین به صورت غیروابسته به دما و زمان در مدل‌سازی در نظر گرفته شد. یانگ و همکاران در سال ۲۰۱۲، بررسی فلاتر صفحه ماوراءصوت در ترکیب دوطرفه آیرودلاستیسیت و آیرودینامیک برای صفحه منحنی شکل انجام دادند. صفحه با تکیه‌گاه ساده فرض شده است و اثر غیرخطی هندسی سازه بر اساس مدل ون کارمن استفاده شد [۱۹].

در تحقیق حاضر، فلاتر صفحه منحنی شکل با اثر نیروهای خارجی ترکیبی شامل اثر حرارت، نیروی مکانیکی فشاری داخل صفحه و نیروی آیرودینامیک، در حوزه فرکانسی؛ برای

- 1- Ventres
- 2- Yang
- 3- Xue
- 4- Bein
- 5- Zhou
- 6- Gee
- 7- Librescu
- 8- Abbas

است، در واقع یک گستره دمایی خطی در ضخامت صفحه فرض شده و به صورت رابطه (۹) تعریف شده است [۱۸، ۱۴]:

$$\Delta T(x, z) = T - T_{ref} = T_0(x) + zT_1(x) \quad (9)$$

هنگامی که وسیله پروازی در سرعت‌های بالا حرکت می‌کند، در اثر حرارت آیرودینامیکی دمای صفحه مقادیر بالایی یافته و به صد درجه و بیش‌تر می‌رسد. این پدیده باعث کاهش مرز فلاتر صفحه و افزایش دامنه سیکل محدود صفحه در همان فشار دینامیکی شده است. برای تعیین پاسخ صفحه با دقت بالاتر اثرات حرارت در صفحه در نظر گرفته شده است [۱۸].

در این فعالیت شرایط گستره دمایی حالت پایا<sup>۲</sup> برای وسیله پروازی سرعت بالا فرض شده و از تغییرات دما در ضخامت صفحه صرف‌نظر شده است. بنابراین  $\Delta T(x) = T_0(x)$  و در نتیجه گشتاور حرارتی تولیدی داخل صفحه صرف‌نظر شده است. رابطه مربوط به دمای صفحه به صورت رابطه (۱۰) تعریف شده است:

$$T_0(x) = T \sin\left(\pi \frac{x}{a}\right) \quad (10)$$

$T$  بیشینه دما در  $x=a/2$  داخل صفحه است. شرایط مرزی صفحه برای حالت تکیه‌گاه ساده به صورت رابطه (۱۱) تعریف شده است [۲۱]:

$$\begin{aligned} w_0(x, t) &= 0 \\ w_{0,xx}(x, t) &= -\frac{M_x^T}{D} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

خواص مواد وابسته به دما فرض شده است؛ که شامل مدول الاستیک  $E$  و ضریب انبساط حرارتی  $\alpha$  است [۱۸]:

$$\begin{aligned} E &= E_0 + E_1 T_0 = E_0(1 + e_T T_0), \quad e_T = \frac{E_1}{E_0} < 0 \\ \alpha &= \alpha_0 + \alpha_1 T_0 = \alpha_0(1 + \alpha_T T_0), \quad \alpha_T = \frac{\alpha_1}{\alpha_0} > 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$e_T$  و  $\alpha_T$ ، ضرایب مربوط به تغییرات حرارتی مدول الاستیسیته و انبساط حرارتی هستند.  $E_1, E_0$ ، ضرایب درجه صفر و یک مدول الاستیک و  $\alpha_1, \alpha_0$ ، ضرایب درجه صفر و یک ضریب انبساط حرارتی، بر حسب دما هستند. مدول الاستیک بر حسب دما با توجه به وابستگی دمایی خواص مواد ترموالاستیک صفحه و وابستگی مکانی گستره دما بر روی صفحه، بنابراین ضرایب ترموالاستیک مواد نیز تابعی از متغیرهای دمایی و مکانی هستند. یعنی  $E = E(x, T)$  و  $\alpha = \alpha(x, T)$

یک بعد (X) کاهش یافته است و حالت خمش سازه با رابطه (۱) تعریف شده است [۱۸-۱۹]:

$$M_{x,xx} - N_x \left( w_{0,xx} - \frac{1}{R_x} \right) + \Delta P_a + M_{x,xx}^T + \rho_m h w_{0,tt} = 0. \quad (1)$$

$w_0(x, t)$ ، جابه‌جایی لایه میانی صفحه در راستای عمودی،  $R_x$ ، شعاع دایره،  $N_x$  تنش محوری،  $M_x$  گشتاور خمشی،  $M_x^T$  گشتاور حرارتی صفحه،  $\Delta P_a$  فشار آیرودینامیکی و عبارت آخر اینرسی انتقالی<sup>۱</sup> صفحه است که:

$$M_x \equiv D w_{0,xx} \quad (2)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (3)$$

$D$ ، سفتی صفحه و  $E$ ، مدول الاستیک،  $\nu$ ، ضریب پواسون و  $w_{0,xx}$ ، تغییرات انحنای صفحه میانی است. کرنش صفحه بر اساس رابطه غیرخطی ون کارمن با رابطه (۴) تعریف شده است [۲۰]:

$$\varepsilon_x = u_{0,x} + \frac{1}{2} (w_{0,x})^2 + \frac{w_0}{R_x} \quad (4)$$

صفحه در کاربردهای هوافضایی مانند بخشی از بدنه یا بال یا دم هواپیما به صورت ثابت و محکم به سازه هواپیما متصل شده است. بنابراین تنش در جهت طولی (x) داخل صفحه فرض شده است. این تنش در اثر وجود قیدها در مرزهای صفحه تولید شده است.  $N_x$  بر اساس بار کلی داخل صفحه در جهت X تعیین شده است [۱۹]:

$$N_x = N_x^m + N_x^g + N_x^T \quad (5)$$

$N_x^m$ ، اثر بار مکانیکی کششی یا فشاری داخل صفحه،  $N_x^g$ ، اثر تغییر شکل‌های هندسی حاصل از خمیدگی (عبارت غیرخطی صفحه) و  $N_x^T$ ، اثر بارهای حرارتی داخل صفحه است:

$$N_x^m = \frac{ah}{(1-\nu^2)} \frac{1}{\int_0^a E(x)^{-1} dx} \eta \quad (6)$$

$$N_x^g = \frac{h}{(1-\nu^2)} \frac{1}{\int_0^a E(x)^{-1} dx} \left( \frac{1}{2} \int_0^a (w_{0,x})^2 dx + \frac{1}{R_x} \int_0^a w_0 dx \right) \quad (7)$$

$$N_x^T = -\frac{1}{(1-\nu^2)} \frac{1}{\int_0^a E(x)^{-1} dx} \left( (1+\nu) \int_0^a \alpha(x) \int_{-h/2}^{h/2} \Delta T dz dx \right) \quad (8)$$

$\eta$ ، ضریب اثر نیروی کششی یا فشاری در مرزهای صفحه بر واحد سطح و  $\alpha(x)$ ، ضریب انبساط حرارتی است.  $\Delta T$ ، افزایش دمای صفحه از حالت بدون تنش در دمای مرجع  $T_{ref}$

۱-۲- بارگذاری آیرودینامیکی

تقابل سازه و سیال براساس تئوری پیستون غیرخطی در نظر گرفته شده است.  $\Delta P_a$  فشار گسترده بر روی صفحه در اثر جریان آیرودینامیک بالای صفحه به صورت رابطه (۱۳) تعریف شده است:

$$\Delta P_a = P^d(x,t) + P^s(x) \tag{13}$$

$P^d(x,t)$  اثر نیروی آیرودینامیکی ناپایا و  $P^s(x)$  نیروی استاتیکی اولیه در نظر گرفته شده است. رابطه فشار ایزنتروپیک بر روی صفحه با استفاده از تئوری پیستون براساس سرعت عمودی جریان بر روی صفحه  $V_z$  (سرعت فروریزش<sup>۱</sup>)، در یک بعد به صورت رابطه (۱۴) نشان داده شده است [۲۲].

$$P^d(x,t) = P_\infty \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{V_z}{c_\infty} \right)^{2\gamma/\gamma-1} \tag{14}$$

مدل پیستون مرتبه اول، به صورت زیر تعیین شده است:

$$P^d(x,t) = P_\infty \left( 1 + \gamma \frac{M}{\beta_1} \left( \eta_1 \frac{V_z}{c_\infty} \right) \right) \tag{15}$$

که  $\eta_1 = \frac{M}{\sqrt{M^2-1}}$  تعریف شده است. برای تعیین فشار آیرودینامیکی دینامیکی روی صفحه رابطه  $V_z$ ، در اثر جریان سیال بالای صفحه براساس تغییرشکل عمودی صفحه تعریف شده است [۱۸و۵].

$$V_z = (\beta_2 w_{0,t} + U_\infty (w_{0,x} + \hat{w}_{0,x})) \tag{16}$$

$c_\infty$ ، سرعت صوت و رابطه  $c_\infty^2 = \frac{\gamma P_\infty}{\rho_\infty}$  برقرار است.  $P_\infty$ ،  $\rho_\infty$  و  $\gamma$  به ترتیب، فشار اتمسفر، چگالی هوا و ضریب ثابت گاز آیزنتروپیک  $\gamma = 1.4$  تعریف شده است.  $\hat{w}_{0,x}$  اثر نقص یا انحنای اولیه در صفحه است. برای عدد ماخ  $M$  و فشار دینامیکی  $q_\infty$  و ضریب  $\beta_1$  و  $\beta_2$  تعاریف زیر در نظر گرفته شده است.

$$M = \frac{U_\infty}{c_\infty}, q_\infty = \frac{\rho_\infty U_\infty^2}{2}, \beta_1 = \sqrt{M^2-1}, \beta_2 = \frac{M^2-2}{M^2-1} \tag{17}$$

برای اعداد ماخ بزرگ  $\beta_1 = M$  و  $\beta_2 = 1$  فرض شده است.

۲-۲- معادلات غیرخطی آیرودینامیک صفحه

ابتدا متغیرهای بی بعد سامانه تعریف شده است.

$$\begin{aligned} W &= \frac{w}{a}, \hat{W} = \frac{\hat{w}}{h}, \xi = \frac{x}{a}, \bar{t} = t\Omega_0, \Omega_0 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \sqrt{\frac{D_0}{\rho_m h}}, \\ \bar{\Omega} &= \Omega_0 \frac{a}{c_\infty}, \bar{h} = \frac{h}{a}, \hat{h} = \frac{h}{R_x}, \bar{P}^s(x) = P^s(x) \frac{a^4}{D_0 h}, \\ T_{cr} &= \frac{D_0}{E h a^2 \alpha_0}, \bar{\rho} = \frac{\rho_m}{\rho_\infty}, H \approx \frac{a^2}{8 R_x}, \tau = \frac{T}{T_{cr}}, \\ \bar{T} &= \tau \sin(\pi \xi), \mu = \frac{\rho_\infty a}{\rho_m h}, \beta = \sqrt{M^2-1}, \lambda = \frac{2 q a^3}{D_0}, \\ R_x &= \frac{E_0 h a^2 \eta}{D_0 (1-v^2)} = C_r \pi^2, K = \frac{\omega}{\Omega_0}. \end{aligned} \tag{18}$$

$\Omega_0$ ، فرکانس اول صفحه،  $\bar{\Omega}$ ، فرکانس بی بعد و  $K$ ، فرکانس‌های بی بعد صفحه برحسب فرکانس اول است.  $C_r$ ، ضریب نیروی داخل صفحه است.

اثر انحنای صفحه با رابطه (۱۷) تعریف شده است [۵].

$$\frac{\hat{W}}{H} = \left[ 1 - \frac{(x-a/2)^2}{(a/2)^2} \right] \tag{19}$$

بعد از بی بعدسازی به رابطه (۱۸) تبدیل شده است:

$$\hat{W} = -\frac{\hat{h}}{2\bar{h}^2} \xi(\xi-1) \tag{20}$$

با جایگذاری رابطه (۱۹) در (۱۶) و رابطه (۱۶) در (۱۵) و رابطه (۱۵) در (۱۳)، همین‌طور، جایگذاری رابطه (۱۰) در (۹) و (۱۲) و جایگذاری رابطه (۹) و (۱۲) در (۸)، سپس، جایگذاری روابط (۶-۸) در (۵) و جایگذاری رابطه (۳) در (۲)، در نهایت، با جایگذاری روابط (۱۳)، (۵) و (۲) در رابطه (۱) و با استفاده از روابط بی بعد، رابطه غیرخطی نهایی آیرودینامیک صفحه دوبعدی، به صورت رابطه (۲۱) بیان شده است:

$$\begin{aligned} & \left( 1 + \delta_e e_r T_{cr} \tau \sin(\pi \xi) \right) W_{,\xi\xi\xi\xi} - \\ & \left( \frac{1}{\int_0^1 \frac{d\xi}{1 + \delta_e e_r T_{cr} \tau \sin(\pi \xi)}} \right) \times \\ & \frac{12}{\bar{h}^2} \left( \eta + \frac{1}{2} \int_0^1 (W_{,\xi})^2 d\xi + \frac{\hat{h}}{h} \int_0^1 W d\xi \right) \left( W_{,\xi\xi} - \frac{\hat{h}}{h} \right) - \\ & \left( \frac{1}{\int_0^1 \frac{d\xi}{1 + \delta_e e_r T_{cr} \tau \sin(\pi \xi)}} \right) \times \\ & \left( \frac{1}{1-v} \int_0^1 \left( 1 + \delta_e \alpha_T T_{cr} \tau \sin(\pi \xi) \right) \tau \sin(\pi \xi) d\xi \right) \times \\ & \left( W_{,\xi\xi} - \frac{\hat{h}}{h} \right) + \pi^4 W_{,\bar{x}} + \frac{M^2 \pi^4}{h \bar{\rho} \bar{\Omega}^2} \eta_1 \times \\ & \left( C_{a1} \left( \beta_2 \frac{\bar{\Omega}}{M} W_{,\bar{t}} + W_{,\xi} + \bar{h} \hat{W}_{,\xi} \right) \right) = \bar{P}^s(x). \end{aligned} \tag{21}$$

بررسی قرار گرفته و جنبه‌های جدید از رفتار پوسته تحت اثر بارهای مختلف به صورت تفکیکی و ترکیبی را نشان داده است. برای تبدیل با استفاده از ۴ مود طبیعی اول سازه، شکل معادلات به صورت رابطه (۲۴) تشریح شده است:

$$\begin{aligned} a_1 = x_1 & \quad \dot{a}_1 = \dot{x}_5 = \dot{x}_1 & \quad \ddot{a}_1 = \dot{x}_5 \\ a_2 = x_2 & \quad \dot{a}_2 = \dot{x}_6 = \dot{x}_2 & \quad \ddot{a}_2 = \dot{x}_6 \\ a_3 = x_3 & \quad \dot{a}_3 = \dot{x}_7 = \dot{x}_3 & \quad \ddot{a}_3 = \dot{x}_7 \\ a_4 = x_4 & \quad \dot{a}_4 = \dot{x}_8 = \dot{x}_4 & \quad \ddot{a}_4 = \dot{x}_8 \end{aligned} \quad (24)$$

ماتریس ژاکوبین سامانه تعیین شده به صورت رابطه (۲۵) تعریف شده است:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_1} & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_8} \\ \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_1} & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_8} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \dot{x}_8}{\partial x_1} & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial \dot{x}_8}{\partial x_7} & \frac{\partial \dot{x}_8}{\partial x_8} \end{bmatrix} \quad (25)$$

سپس، دترمینان به صورت رابطه (۲۶) برای تعیین مقادیر ویژه استفاده شده است.

$$|A - \lambda I| = 0 \quad (26)$$

بنابراین رابطه نهایی چندجمله‌ای از توان ۸ ایجاد شده است:

$$s_8 \lambda^8 + s_7 \lambda^7 + s_6 \lambda^6 + s_5 \lambda^5 + s_4 \lambda^4 + s_3 \lambda^3 + s_2 \lambda^2 + s_1 \lambda^1 + s_0 = 0 \quad (27)$$

$s_i$  ضرایب چندجمله‌ای حاصل است که برای جلوگیری از حجم مطالب و گستردگی زیاد رابطه، بیان نشده اما، طبق روابط تشریح شده قابل حصول هستند.

### ۳- نتایج

نتایج شامل چهار بخش است. بخش اول، تحلیل فرکانسی سازه صفحه تخت بدون انحنا است. در این بخش اثر تغییر ضخامت صفحه، نیروی داخل صفحه و حرارت به صورت ترکیبی و مستقل بر روی تغییرات فرکانسی مودهای صفحه بررسی شده است. بخش دوم، تحلیل آیرولاستیک صفحه تخت، با اثر عبارات نیروی مکانیکی، حرارتی و آیرودینامیک است. رفتار آیرولاستیک صفحه تخت با اثر این نیروها بررسی شده است. بخش سوم، تحلیل فرکانسی سازه صفحه منحنی شکل است. اثر انحنای صفحه در تغییر فرکانس‌های صفحه با اثر نیروی داخل

$\delta_e$ ، وابستگی دمایی مدول الاستیسیته و  $\delta_a$ ، وابستگی دمایی ضریب انبساط حرارتی، با عدد صفر یا یک مشخص می‌شود.

### ۲-۳- روش حل

روش‌های مختلفی برای حل مسئله فلاتر صفحه خطی و غیرخطی در بستر زمان وجود دارد. ابتدا با استفاده از تئوری گالرکین و مودهای فرضی، جابه‌جایی عمودی صفحه را به صورت یک سری از مودهای سامانه سازه فرض نموده‌ایم. با توجه به شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده تابع شکل مودها به گونه‌ای تعریف شده تا شرایط مرزی را ارضاء کند. براساس مودهای فرضی سامانه، برپایه ۴ تا ۸ مود اول سامانه، و توابع وزنی هماهنگ با توابع اصلی، معادلات پاره‌ای غیرخطی را به معادلات غیرخطی معمولی تبدیل نموده است. با توجه به شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده، تابع شکل مودها به گونه‌ای تعریف شده تا شرایط مرزی را ارضاء کند.

$$W = W_{,\xi} = 0, \quad \xi = 0, 1 \quad (22)$$

$$W(\xi, \bar{t}) = \sum_{i=1}^n a_i(\bar{t}) \phi_i(\xi), \quad (23)$$

$$\phi_i(\xi) = \sin(\lambda_i \xi), \quad \lambda_i = i\pi.$$

حل تقریبی حاصل برابر حل دقیق نیست و مقداری باقی‌مانده دارد. با ضرب باقی‌مانده یا رابطه اصلی که براساس اصل جابه‌جایی مجازی تعیین شده، در تابع پایه مورد استفاده برای شکل مودهای سامانه  $(\phi_r(\xi))$ ، و انتگرال‌گیری در طول صفحه و برابر صفر قراردادن حاصل، یک دسته رابطه دیفرانسیلی معمولی با توجه به تعداد جملات بسط داده شده به دست آمده است.

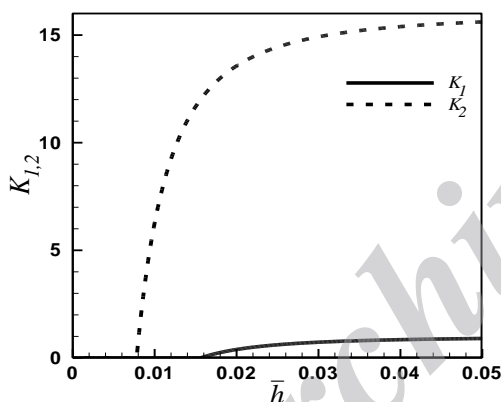
$$R_e = \int_0^1 F(\xi, \bar{t}) \phi_r(\xi) d\xi = 0 \quad (24)$$

### ۲-۴- تبدیل معادلات به فضای حالت

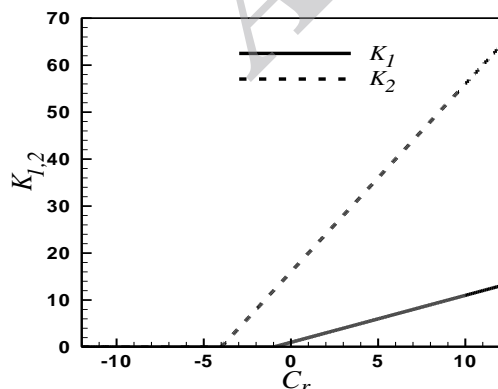
دسته معادلات دیفرانسیلی معمولی حاصل با تغییر متغیر به فضای حالت تبدیل شده و سپس ماتریس ژاکوبین سامانه محاسبه شده است. با استفاده از ماتریس حاصل تحلیل مقدار ویژه سامانه انجام شده است و فرکانس‌ها و میرایی‌های سامانه جهت تعیین شرایط ناپایداری ترسیم شده است. در تحلیل مقدار ویژه فرکانس‌های سازه تحت اثر بارهای حرارتی و مکانیکی بررسی شده است و فرکانس‌های آیرولاستیک سامانه جهت بررسی ناپایداری فلاتر و واگرایی بررسی شده است. نتایج به دست آمده از این تحلیل فرکانسی برای اولین مرتبه مورد

تغییرات فرکانس مود اول و دوم صفحه تخت، با تغییر نیروی داخل صفحه با ضریب نیروی  $12 < C_r < -12$  محاسبه شده است. شکل ۳ اثر افزایش یا کاهش ضریب نیروی کششی یا فشاری داخل صفحه در مرزها را بر تغییر فرکانس اول و دوم صفحه تا حالت کمانش و صفرشدن فرکانسها نشان داده است. تحلیل فرکانسی صفحه تخت با اثر بار حرارتی به صورت تابعی از مکان در حالت پایا انجام شده است.

شکل ۴، تغییرات فرکانسی صفحه تخت، برای مود دوم، براساس تغییرات دمایی سطح، ترسیم شده است. ضریب بار کششی داخل صفحه،  $C_r = 2.43$ ، تغییرات ضریب بی بعد دمایی سطح صفحه،  $\tau$ ، بین ۰ تا ۲۰ فرض شده است. با توجه به وابستگی دمایی، برای ضریب انبساط حرارتی،  $\delta_\alpha$  و مدول الاستیک صفحه،  $\delta_e$ ، چهار حالت مختلف ترسیم شده است. همانطور که مشاهده شده است، اثر وابستگی دمایی خواص سازه مانند مدول الاستیک و ضریب انبساط حرارتی باعث کاهش بیش تر فرکانسی سامانه شده است.



شکل (۲): فرکانس اول و دوم با تغییر ضخامت صفحه تخت.



شکل (۳): فرکانس اول و دوم صفحه تخت بر حسب ضریب

نیروی داخل صفحه  $C_r$

صفحه، بررسی شده است. بخش چهارم، تحلیل آبروالاستیک صفحه منحنی شکل است. اثر انحنای صفحه به همراه نیروهای مختلف با عنوان ترموآبروالاستیسیته به بررسی رفتار ناپایداری صفحه پرداخته شده است.

تعداد مودهای بسط داده شده در روش مودهای فرضی (گالرکین)، چهار، شش و هشت مود انتخاب شده است و با یکدیگر مقایسه شده و درستی نتایج با افزایش تعداد مودهای فرضی، بررسی شده است. استفاده از شش مود نتایج بسیار مطلوبی نشان داده است. شرایط اولیه تحریک، برای مود اول؛  $0/1$  فرض شده است. تحلیل برای صفحه آلومینیومی، با شرایط زیر انجام شده است.

جدول (۱): ورودی‌های نمونه مسأله.

$\rho_m = 2700 \text{ kg/m}^3$	$\alpha_0 = 5.7623e-6 \text{ } 1/k^\circ$
$\nu = 0.33$	$\alpha_0 = 5.7623e-6 \text{ } 1/k^\circ$
$E_0 = 70 \text{ Gpa}$	$\alpha_r = 6.074e-4 \text{ } 1/k^\circ$
$E_s = 1.183E_0 = 82.86 \text{ Gpa}$	$e_r = -6.941e-4 \text{ } 1/k^\circ$
$a = 1 \text{ m}$	$h = 0.01 \text{ m}$
$c_\infty = 340 \text{ m/s}$	$\gamma = 1.4$

### ۳-۱- تحلیل فرکانسی سازه صفحه تخت

برای شناسایی بهتر مدل سازه و تغییرات فرکانسی آن، ابتدا یک تحلیل فرکانسی بر روی سازه خطی شده صفحه تخت و خمیده انجام شده است. تغییرات فرکانسی سازه با اثر نیروی داخل صفحه، اثر بارهای حرارتی و تغییرات انحنای بررسی شده است. در جدول ۲ توان دوم چهار فرکانس بی بعد اول سازه صفحه تخت بدون انحنای نشان داده شده است.

جدول (۲): فرکانس اول تا چهارم صفحه تخت  $K$ .

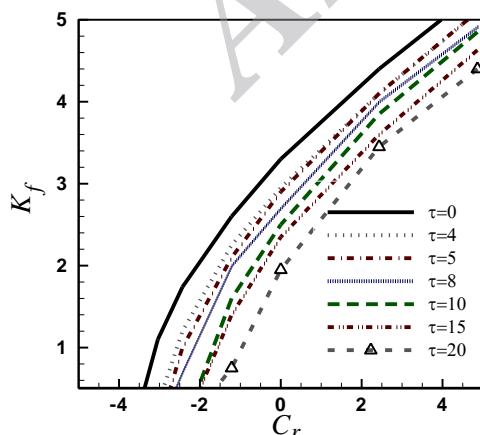
فرکانس اول	فرکانس دوم	فرکانس سوم	فرکانس چهارم
۱	۱۶	۸۱	۲۵۶

فرکانس‌های اول و دوم، با تغییر ضخامت بی بعد صفحه تخت، برای ضریب نیروی فشاری بر واحد سطح  $\eta = -2 \times 10^{-4}$  در مرزهای صفحه، در شکل ۲ نشان داده شده است. با کاهش ضخامت صفحه کاهش فرکانسی ادامه دارد تا به صفر رسیده است.

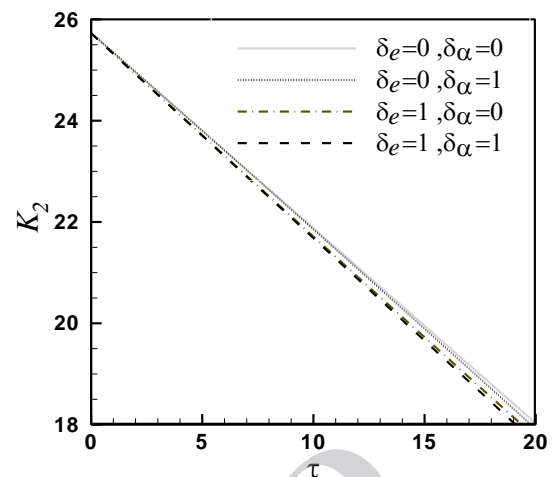
مقایسه فرکانس فلاتر صفحه تخت با اعمال بار حرارتی به صفحه با تغییر بار مکانیکی داخل صفحه در شکل ۶ نشان داده شده است. با افزایش دمای سطح صفحه سرعت فلاتر و فرکانس مربوطه، کاهش یافته است. با افزایش مقدار بار فشاری داخل صفحه مرز پایداری صفحه، کم‌تر شده و برای ضریب بار مکانیکی کششی داخل صفحه در مرزها باعث افزایش عدد ماخ فلاتر و فرکانس سامانه شده است.

در شکل ۷، نمودار مرز ناپایداری واگرایی صفحه برحسب مقادیر دمایی بین ۰ تا ۲۰، برای مقادیر بار فشاری داخل صفحه  $C_r = 0, -1.2, -3.4$ ، نشان داده شده است. ناحیه زیر هر منحنی ناحیهی واگرایی را نشان داده است که با افزایش بار فشاری مرز واگرایی و محدوده واگرایی سیستم افزایش یافته است.

ناحیه مرزبندی شده، رفتار صفحه در اثر بارهای خارجی آیرودینامیک، حرارت و بار مکانیکی داخل صفحه، در شکل ۸ نشان داده شده است. نمودار سرعت ناپایداری را برحسب ضریب نیروی داخل صفحه ترسیم نموده است. با افزایش دمای سطح صفحه نمودار پایداری سیستم، به طرف راست انتقال یافته و محدوده پایداری صفحه کاهش یافته است. برای نمونه در ضریب نیروی  $C_r = -2$  برای حالت بدون اثر حرارت  $\tau = 0$ ، برای عدد ماخ ۱ تا ۵ ناپایداری از نوع واگرایی است. برای عدد ماخ ۵ تا ۱۰ سیستم پایدار است و با افزایش عدد ماخ دچار فلاتر شده است. با افزایش اثر نیروی داخل صفحه محدوده پایداری کاهش یافته و ناحیه واگرایی و فلاتر بزرگ‌تر شده است.



شکل (۶): فرکانس فلاتر برحسب ضریب نیروی داخل صفحه، برای ضریب بار حرارتی متغیر.

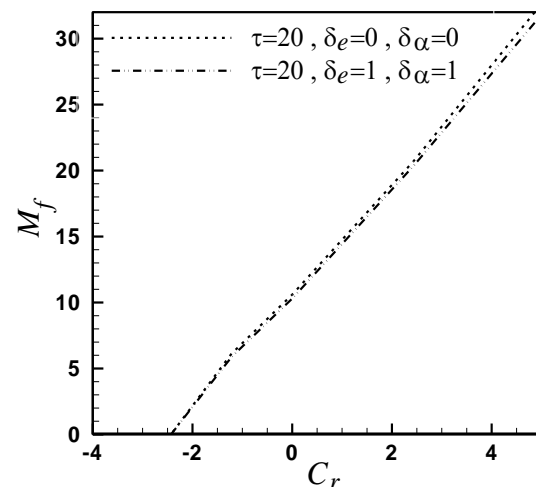


شکل (۴): فرکانس صفحه برحسب ضریب دمای بی‌بعد صفحه،  $\tau$  و ضریب نیروی  $C_r = 2.43$

### ۳-۲- تحلیل آیروالاستیک صفحه تخت

برای صفحه با ضخامت بی‌بعد  $\bar{h} = 0.01$ ، تحلیل آیروالاستیک صفحه در حوزه فرکانسی انجام شده است و اثر بارهای مختلف بررسی شده است.

مرز فلاتر صفحه با اثر حرارت  $\tau = 20$  و تغییر نیروی داخل صفحه از حالت کششی به فشاری، در شکل ۵ ترسیم شده است. وابستگی دمایی خواص مواد که با ضرایب  $\delta_e$  و  $\delta_\alpha$  نشان داده شده است، باعث کاهش اندکی در عدد ماخ فلاتر شده است. البته با افزایش  $\tau$ ، به مقادیر بالاتر تاثیر وابستگی دمایی خواص در فلاتر صفحه بیش‌تر مشخص می‌شود.

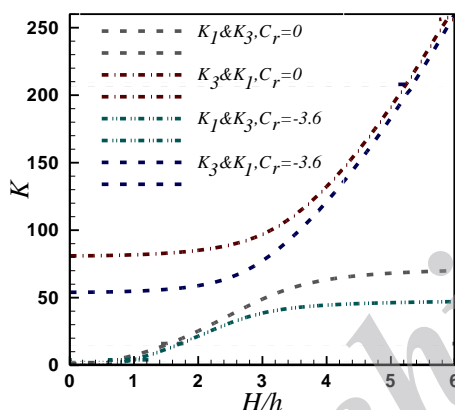


شکل (۵): سرعت فلاتر برحسب ضریب نیروی داخل صفحه، برای ضریب حرارت  $\tau = 20$ .

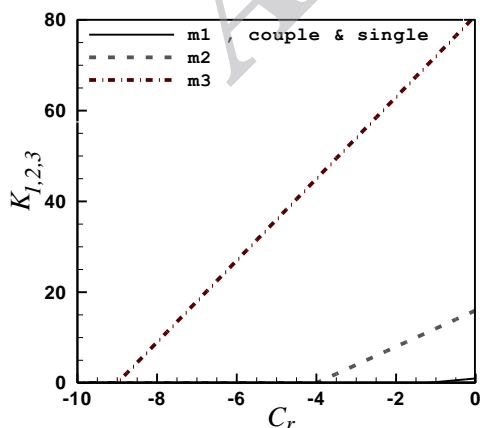


فرکانس، برای نسبت انحنای  $H/h > 3$  کاهش یافته و مقادیر تقریباً ثابتی را نشان داده است.

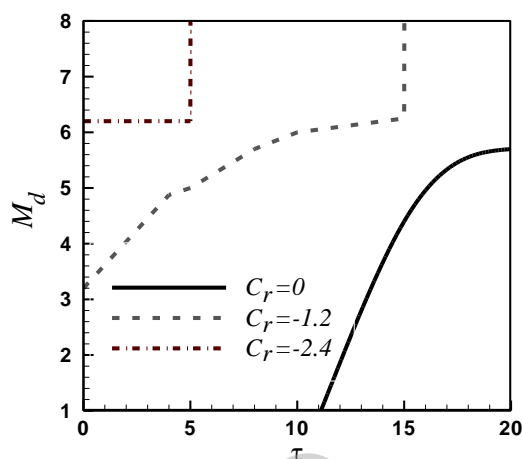
برای صفحه تخت  $H/h = 0$ ، تغییر فرکانس مود اول (m1) تا سوم (m3)، با افزایش بار فشاری، روند کاهش تا ایجاد شرایط کماتش را، در شکل ۱۰ نشان داده است. با افزایش بار فشاری به حدود ۰/۵-، فرکانس اول به صفر رسیده است. مودها به صورت انفرادی و ترکیبی از ۶ مود در تحلیل استفاده شده است. با ایجاد خمیدگی  $H/h = 2$ ، در صفحه، مود اول حالت ترکیبی و انفرادی یکسان، اما فرکانس مود دوم و مود سوم ترکیبی نسبت به تحلیل فرکانسی مود انفرادی سازه، به ترتیب کاهش و افزایش را نشان داده است. این نتیجه پیچیدگی حالت صفحه دارای انحنای نسبت به صفحه تخت را، نشان داده است. تحلیل آیروداستیک صفحه خمیده با رفتار و نتایج پیچیده‌ای همراه است.



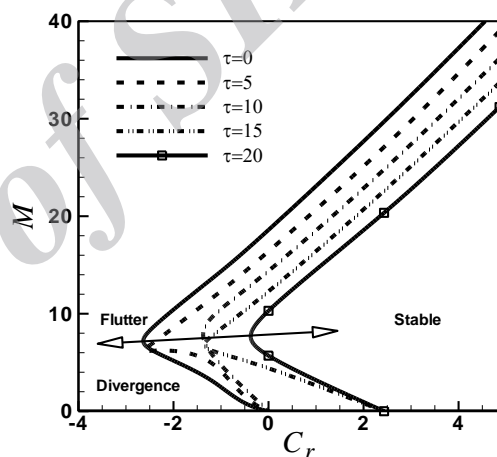
شکل (۹): مقایسه فرکانس‌های اول تا سوم سازه صفحه خمیده برای ضریب نیروی  $C_r = 0, -3.6$ .



شکل (۱۰): فرکانس مود اول تا سوم صفحه تخت، با افزایش بار فشاری.



شکل (۷): سرعت واگرایی بر حسب دمای صفحه، برای ضرایب نیروی فشاری متفاوت.



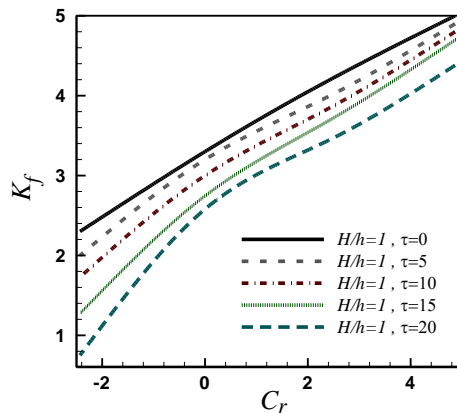
شکل (۸): ناحیه پایدار، فلاتر و واگرایی بر حسب ضریب نیروی داخل صفحه، برای ضریب حرارت متغیر.

دمای صفحه برای چند حالت با ضریب،  $\tau = 0, 5, 10, 15, 20$ ، اعمال شده است. با افزایش دما محدوده پایداری داخل صفحه، کاهش یافته و محدوده پایداری به طرف راست حرکت نموده است.

### ۳-۳- تحلیل فرکانسی سازه صفحه خمیده

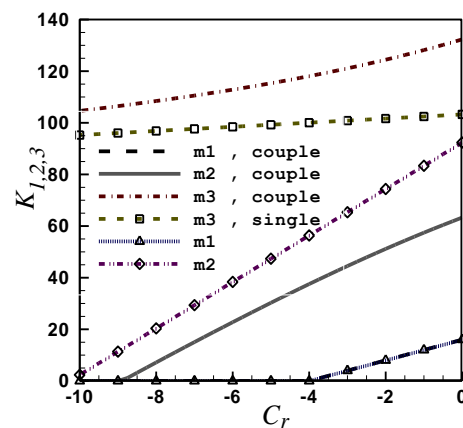
مقایسه فرکانس ترکیبی اول تا سوم سازه صفحه خمیده، برای نسبت انحنای  $(H/h)$  ۰ تا ۶، برای ضریب نیروی داخل صفحه  $C_r = 0, -3.6$ ، در شکل ۹، انجام شده است. با افزایش اثر نیروی داخل صفحه، فرکانس اول تا سوم، کاهش یافته است. برای مود ترکیبی ۳ و ۱، افزایش فرکانس، برای نسبت انحنای  $H/h < 3$  کم است و برای مود ترکیبی ۱ و ۳ افزایش

به ۱/۴، کاهش یافته است. برای  $C_r = 5$ ، با تغییر  $\tau$ ، از صفر تا ۲۰، فرکانس بی بعد فلاتر از ۵ به ۴/۴، تبدیل شده است.



شکل (۱۱): فرکانس ترکیبی و انفرادی، مود اول تا سوم، با

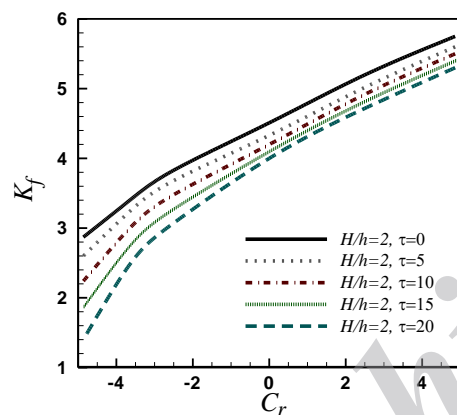
افزایش بار فشاری برای صفحه خمیده  $H/h = 2$ .



شکل (۱۲): فرکانس بی بعد فلاتر بر حسب ضریب نیروی

داخل صفحه، با دمای متغیر و انحنای  $H/h = 1$

جالب توجه است که با افزایش خمیدگی صفحه، فرکانس اول تا سوم صفحه در بار فشاری بزرگتری به سمت صفر میل نموده است (شکل ۱۱).



شکل (۱۳): فرکانس ترکیبی و انفرادی، مود اول تا سوم، با

افزایش بار فشاری برای صفحه خمیده  $H/h = 2$ .

### ۳-۴- تحلیل آیرودینامیک صفحه خمیده

فرکانس فلاتر صفحه خمیده با تغییر عبارات نیروی داخل صفحه و دمای یکنواخت صفحه، برای نسبت‌های خمیدگی متفاوت، بررسی شده است. در این بخش چند نتیجه کلی مشاهده شده است.

برای نسبت  $1 \leq H/h \leq 4$ :

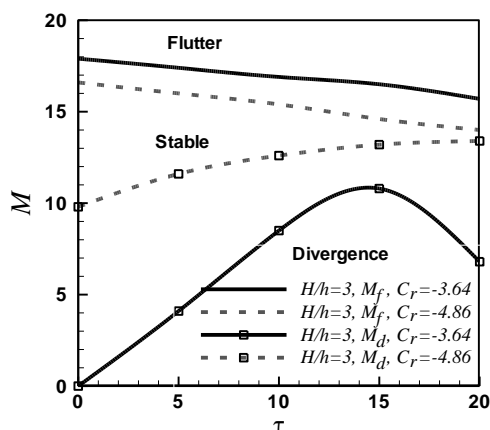
الف) با تغییر بار داخل صفحه کششی به فشاری در مرزهای صفحه، فرکانس فلاتر کاهش یافته است. ب) با افزایش دمای داخل صفحه تحت اثر حرارت آیرودینامیکی، فرکانس فلاتر کاهش یافته است. ج) با افزایش انحنای صفحه، فرکانس فلاتر افزایش یافته است. د) با افزایش نیروی فشاری داخل صفحه، کاهش فرکانس فلاتر سامانه با شیب منفی بیش‌تری اتفاق افتاده است. همین‌طور افزایش دمای داخل صفحه بر افزایش شیب منفی نمودار، اثر افزایشی نشان داده است.

در شکل ۱۲، برای  $H/h = 1$ ، بدون اثر دمایی روی صفحه با کاهش  $C_r$ ، از ۵ به ۲،  $K$ ، از ۵ به ۲/۲، کاهش یافته است. با اثر دمایی  $\tau = 20$ ، تغییر فرکانس فلاتر از ۴/۴ به ۰/۶ تبدیل شده است.

در شکل ۱۳، برای انحنای  $H/h = 2$  و  $C_r = -5$ ، با تغییر  $\tau$ ، از صفر تا ۲۰ ( $0 \leq \tau \leq 20$ )، فرکانس بی بعد فلاتر از ۲/۹

در ادامه، به بررسی محدوده‌ی پایداری آیرودینامیک صفحه، پرداخته شده است. نمودار عدد ماخ بر حسب دما، برای انحنای مختلف صفحه و اثر نیروی فشاری داخل صفحه، ترسیم شده است. چند نتیجه کلی قابل حصول است (شکل‌های ۱۴-۱۶).

الف) برای یک مقدار مشخص از نیروی داخل صفحه، با افزایش انحنای صفحه ( $H/h$ )، از ۱ تا ۳ به‌طور کلی افزایش محدوده پایداری مشاهده شده است. ب) برای نسبت انحنای ۱ و ۱/۵، برای ضریب نیروی داخل صفحه  $C_r = -2.43$ ، ناحیه واگرایی صفحه کوچک و در محدوده دمایی  $16 \leq \tau \leq 20$  و عدد ماخ واگرایی،  $1 \leq M_d \leq 4$ ، مشخص شده است. با افزایش

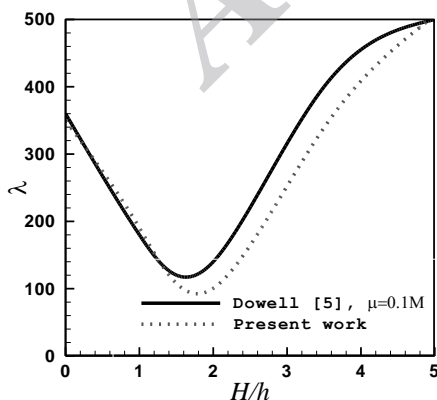


شکل (۱۶): عدد ماخ مربوط به محدوده رفتار ناپایداری برحسب تغییر دمای صفحه با انحنای  $H/h = 3$

### ۳-۵- راستی آزمایی

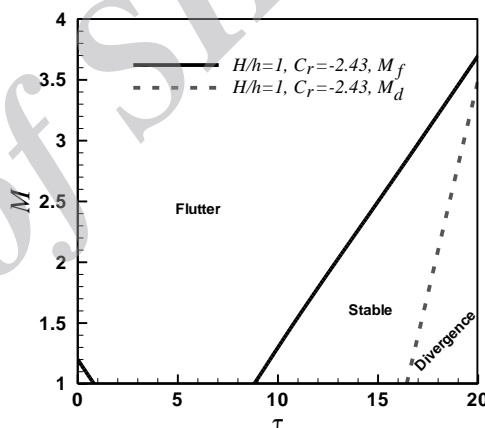
بررسی فلاتر صفحه منحنی شکل در برخی مقالات و گزارشات علمی به طور مختصر بررسی شده است و تحقیق انجام شده در ادامه فعالیت های گذشته است. در شکل ۱۷ پدیده فلاتر صفحه دوبعدی، بدون اثر فشار آیرودینامیکی استاتیکی، با فعالیت داوول [۵] مقایسه شده است. با افزایش انحنای صفحه تا حدود ۱/۷ کاهش فشار دینامیکی بی بعد فلاتر و پس از آن افزایش سرعت فلاتر، دیده شده است.

مقایسه تغییرات فشار دینامیکی بی بعد فلاتر صفحه منحنی شکل، با فعالیت عباس [۱۸] و داوول [۲۳]، برای نسبت انحنای  $0 < H/h < 4$  و نسبت  $0 < \hat{h} = h/R_x < 0.0035$  با شکل ۱۸، نشان داده شده است. اثر فشار استاتیکی حاصل از انحنای صفحه صرف نظر شده است.

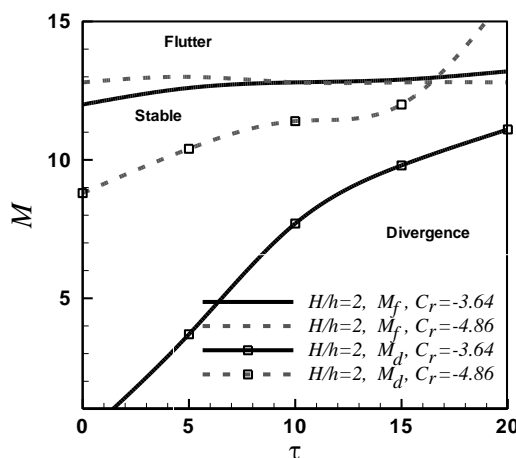


شکل (۱۷): مقایسه نتایج فشار دینامیکی فلاتر صفحه برحسب انحنای با مرجع [۵].

انحنای صفحه بین  $2 \leq H/h \leq 3$ ، برای اثر  $C_r = -3.64$ ، ناحیه واگرایی بزرگ است و تقریباً یکسان، در محدوده دمایی  $1.5 \leq \tau \leq 20$  و عدد ماخ  $1 \leq M_d \leq 13$ ، مشخص شده است. (ج) برای انحنای  $2 \leq H/h \leq 3$ ، با افزایش انحنای صفحه، مرز فلاتر نیز افزایش یافته است. برای  $C_r = -3.64$  و  $\tau = 0$ ، عدد ماخ افزایشی در محدوده  $12 \leq M_f \leq 21$  و برای  $\tau = 20$ ، عدد ماخ در محدوده  $13 \leq M_f \leq 18$ ، نشان داده شده است. (د) با افزایش دمای صفحه، ناحیه پایداری صفحه؛ به طور کلی برای هر انحنایی از صفحه، کاهش یافته است. (البته برای انحنای  $H/h = 3$  و  $C_r = -3.64$ ، شرایط متفاوت است). برای ضریب نیروی داخل صفحه  $C_r = -4.86$ ، رفتار کلی صفحه یکسان است.



شکل (۱۴): عدد ماخ مربوط به محدوده رفتار ناپایداری برحسب تغییر دمای صفحه با انحنای  $H/h = 1$



شکل (۱۵): عدد ماخ مربوط به محدوده رفتار ناپایداری برحسب تغییر دمای صفحه با انحنای  $H/h = 2$

جالب توجه و مقایسه تغییرات فشار دینامیکی بی‌بعد فلاتر صفحه منحنی شکل، با فعالیت عباس [۱۸] و داول [۲۳]، برای نسبت انحنای  $0 < H/h < 4$  و  $0 < \hat{h} = h/R_x < 0.00$  با شکل ۱۸، نشان داده شده است. تفاوتی در بررسی پایداری آیرولاستیک صفحه نشان داده شده است. صفحه دوبعدی با شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده در نظر گرفته شده است. تحلیل فرکانسی سازه صفحه تخت و منحنی‌شکل و تحلیل آیرولاستیک صفحات مذکور، به‌طور کلی نتایج زیر را دربرداشته است.

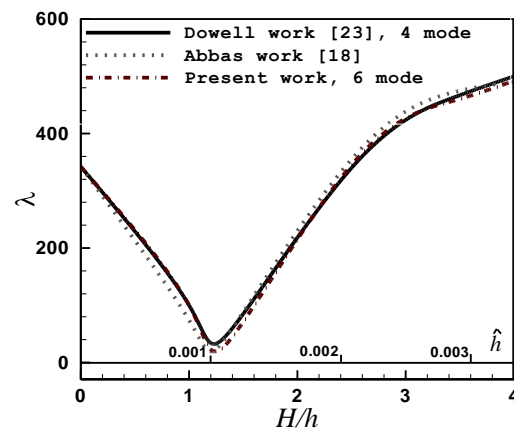
- اثر حرارت باعث کاهش فرکانس سازه شده است، وابستگی دمایی خواص سازه باعث کاهش فرکانس سازه شده است.  
- اثر نیروی فشاری باعث کاهش فرکانس سازه و کماتش آن شده است. افزایش نیروی کششی در مرزهای صفحه، عدد ماخ فلاتر افزایش یافته و افزایش نیروی فشاری در مرزهای صفحه، باعث کاهش ممتد فرکانس فلاتر صفحه شده است.  
- افزایش دمای سطح صفحه، باعث کاهش عدد ماخ فلاتر شده است. افزایش حرارت صفحه و نیروی مکانیکی داخل صفحه، باعث بحرانی‌تر شدن مرز واگرایی صفحه شده است.  
- با افزایش انحنای صفحه، فرکانس سازه در حال افزایش است، همین‌طور، با افزایش انحنای صفحه، فرکانس فلاتر صفحه افزایش یافته است.

با افزایش انحنای صفحه، محدوده پایداری صفحه از دماهای بالاتر به دماهای پایین‌تر تغییر یافته است. با افزایش انحنای صفحه، پایداری صفحه گستره بزرگ‌تری از اعداد ماخ را شامل شده است.

برای صفحه منحنی شکل، برای اعداد ماخ پایین و دماهای بالاتر، بیش‌تر شرایط واگرایی اتفاق افتاده است. برای اعداد ماخ بالا، در محدوده دمایی مختلف، بیش‌تر فلاتر مشاهده شده است.

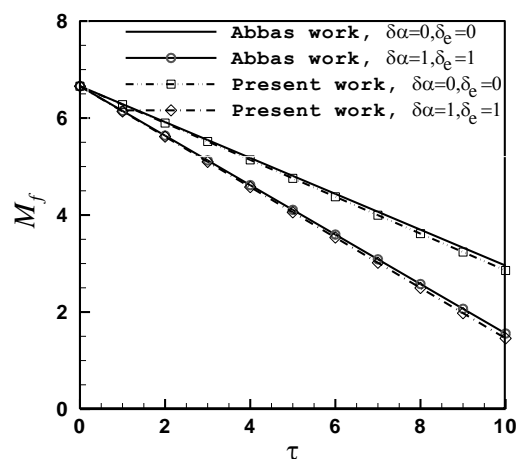
#### ۵- مراجع

1. Dowell, E.H. and Voss, H.M. "Experimental and Theoretical Panel Flutter Studies in the Mach Number Range 1.0 to 5.0", AIAA Journal, Vol. 3, No. 12, pp. 2292-2304, Dec 1965.
2. Dowell, E.H. "Nonlinear Oscillations of a Fluttering Plate I", AIAA Journal, Vol. 4, No. 7, pp. 1267-1275, July 1966.
3. Dowell, E.H. "Nonlinear Oscillations of a Fluttering Plate II", AIAA Journal, Vol. 5, No. 10, pp. 1856-1862, Oct. 1967.



شکل (۱۸): مقایسه نتایج فشار دینامیکی فلاتر صفحه برحسب انحنای با مرجع [۱۸ و ۲۳].

تغییرات عدد ماخ فلاتر برای صفحه با اثرات حرارت سطح صفحه، برای خواص مواد وابسته به دما ( $\delta\alpha=1, \delta e=1$ ) و غیروابسته به دما ( $\delta\alpha=0, \delta e=0$ ) با فعالیت عباس در شکل ۱۹ مقایسه شده است که نتایج مطابقت خوبی را نشان داده است [۱۸]. با افزایش ضریب حرارتی سطح صفحه با خواص غیروابسته به دما، عدد ماخ فلاتر سامانه کاهش یافته است و از مقدار  $6/6$  برای  $\tau=0$ ؛ به  $3$  برای  $\tau=10$  رسیده است.



شکل (۱۹): عدد ماخ فلاتر برحسب دمای صفحه [۱۸].

#### ۴- نتیجه‌گیری

تحقیق انجام‌شده، شامل بررسی اثر بارهای محیطی بر روی شرایط پایداری صفحه تخت و منحنی‌شکل تحت اثر بارگذاری آیرودینامیکی مافوق صوت است. با ترکیب بارهای آیرودینامیکی، حرارت و نیروی فشاری داخل صفحه، نتایج

- Panel Flutter”, Science China Technological Sciences, Vol. 55, No. 3, pp. 831-840, 2012.
20. Reddy, J.N. “Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells :Theory and Analysis”, 2nd ed. USA: CRC Press, 2003.
  21. Miller, B.A., Mcnamara, J.J., Spottswood, S.M. and Culler, A.J. “The Impact of Flow Induced Loads on Snap-Through Behavior of Acoustically Excited, Thermally Buckled Panels”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 330, pp. 5736-5752, 2011.
  22. Epureanu, B.I., Tang, L.S. and Paidoussis, M.P. “Coherent Structures and Their Influence on the Dynamics of Aeroelastic Panels”, International Journal of Non-Linear Mechanics, Vol. 39, pp. 977-991, 2004.
  23. Dowell, E.H., “The Flutter of Infinitely Long Plates and Shells, Part 1: Plate”, AIAA Journal, Vol. 4, pp. 1370-1377, 1966.
  4. Dowell, E.H. “Flutter of a Buckled Plate as an Example of Chaotic motion of a Deterministic Autonomous System”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 85, pp. 333-344, 1982.
  5. Dowell, E.H. “Nonlinear Flutter of Curved Plate, Part 1”, AIAA Journal, Vol. 7, pp. 424-431, 1969.
  6. Fung, Y.C. “The Static Stability of a Two Dimensional Curved Panel in a Supersonic Flow with an Application to Panel Flutter”, Journal of Aeronaut, Vol. 21, pp. 556-565, 1954.
  7. Houbolt, J.C. “A Study of Several Aerothermoelastic Problems of Aircraft Structures in High-speed Flight”, Mitteilungen aus Dem Institute Flugzeugstatik und Leichtbau, Verlag Leeman, Vol. 5, 1965.
  8. Schaeffer, H.G. and Heard, W.I.Jr. “Flutter of a Flat Panel Subjected to a Non-linear Temperature Distribution”, AIAA Journal, Vol. 8, pp. 1918-1923, 1965.
  9. Ventres, C.S. and Dowell, E.H. “Comparison of Theory and Experiment for Non-linear Flutter of Loaded Plates”, AIAA Journal, Vol. 8, pp. 2022-2030, 1970.
  10. Yang, T.Y. and Han, A.D. “Flutter of Thermally Buckled Finite Element Panels”, AIAA Journal, Vol. 14, pp. 975-977, 1976.
  11. Xue, D.Y. and Mei, C. “Finite Element Non-linear Panel with Arbitrary Temperatures in Supersonic Flow”, AIAA Journal, Vol. 31, pp. 154-162, 1993.
  12. Bein, T., Friedmann, P.P. and Zhong, X. “Hypersonic Flutter of a Curved Shallow Panel with Aerodynamic Heating”, AIAA Journal, 1993.
  13. Zhou, R.C., Xue, D.Y. and Mei, C. “Finite Element Time Domain Modal Formulation for Non-linear Flutter of Composite Panels”, AIAA Journal, Vol. 32, pp. 2044-2052, 1994.
  14. Gee, D.J. and Sipic, S.R. “Coupled Thermal Model for Non-linear Panel Flutter,” AIAA Journal, Vol. 37, pp. 624-649, 1999.
  15. Librescu, L., Marzocca, P. and Silva, W.A. “Linear/Non-linear Supersonic Panel Flutter in a High-Temperature Field”, Journal of Aircraft, Vol. 41, pp. 918-924, 2004.
  16. Pourtakdoust, S.H. and Fazelzadeh, S.A. “Non-linear Aerothermoelastic Behavior of Skin Panel with Wall Shear Stress Effect”, Journal of Thermal Stress, Vol. 28, pp. 147-169, 2005.
  17. Kouchakzadeh, M.A., Rasekh, M. and Haddadpour, H. “Panel Flutter Analysis of General Laminated Composite Plates”, Journal of Composite Structures, Vol. 92, pp. 2906-2915, 2010.
  18. Abbas, L.K., Rui, X., Marzocca, P., Abdalla, M. and De Breuker, R. “A Parametric Study on Supersonic/Hypersonic Flutter Behavior of Aero-Thermo-Elastic Geometrically Imperfect Curved Skin Panel. Acta Mechanica, Vol. 222, pp. 41-57, 2011.
  19. Yang, C. and Wan, Z. “Aerothermal-Aeroelastic Two-way Coupling Method for Hypersonic Curved