

# تخمین مانور هدف با استفاده از رویکرد مد لغزشی توسعه یافته به منظور پیاده سازی ناوبری تناسبی افزوده

وحید بهنام گل<sup>۱</sup>، احمد رضا ولی<sup>۲</sup> و علی محمدی<sup>۳</sup>

دانشکده کنترل

دانشگاه صنعتی مالک اشتر

(تاریخ دریافت: ۹۳/۹/۲۳؛ تاریخ پذیرش: ۹۴/۱۰/۷)

## چکیده

در این مقاله برای به کارگیری ناوبری تناسبی افزوده در فاز نهایی رهگیرهای آشیانه یاب، از رویکرد مد لغزشی توسعه یافته برای تخمین مانور هدف استفاده می گردد. پیاده سازی ناوبری تناسبی افزوده نیازمند تخمین مانور و یا شتاب جانبی هدف است. با توجه به غیرخطی بودن مسئله درگیری رهگیر و هدف مانوردار در فاز نهایی، بهتر است این تخمین از روش های غیرخطی انجام شود. برای این منظور در این مقاله رویکرد مد لغزشی مورد استفاده قرار می گیرد. این رویکرد با توجه به غیرخطی بودن معادلات درگیری و در حضور نامعینی ها قادر به تخمین مانور هدف در راستای عمود بر خط دید می باشد. نتایج شبیه سازی عملکرد خوب رویکرد مد لغزشی در تخمین انواع مختلف مانور هدف و کارایی مناسب ناوبری تناسبی افزوده به همراه این رویکرد را نشان می دهند. ناوبری تناسبی افزوده با استفاده از تخمین دقیق مانورهای هدف، دستور شتاب کوچک تری را نسبت به روش های مقاوم در مقابل مانورهای هدف از جمله قانون هدایت مد لغزشی که به صورت محافظه کارانه از کران بالای مانورهای هدف استفاده می کنند، صادر می کند.

**واژه های کلیدی:** ناوبری تناسبی افزوده، تخمین مانور هدف، رویکرد مد لغزشی

## Estimation of Target Maneuver Using Extended Sliding Mode Observer for Implementing the Augmented Proportional Navigation

V. Behnamgol, A.R. Vali and A. Mohammadi

Control Department

Malek Ashtar University of Technology

(Received: December 14, 2014; Accepted: December 28, 2016)

## ABSTRACT

In this paper, extended sliding mode observer is used for estimating of target maneuver for applying of augmented proportional navigation in terminal guidance phase of homing interceptors. Implementation of augmented proportional navigation is dependent on estimation target acceleration. Nonlinear estimation of target acceleration is desired, because of nonlinear engagement geometry in terminal phase. Therefore in this paper, sliding mode observer has been used. This observer in the presence of nonlinearity and uncertainty is able to estimating of target maneuvers normal to line of sight. Simulation results show the good performance of proposed observer and augmented proportional navigation with this observer. The augmented proportional navigation with this estimation of target maneuvers, produce lower commanded acceleration in comparison with robust guidance laws such as sliding mode guidance law.

**Keywords:** Augmented Proportional Navigation, Target Maneuver Estimation, Sliding Mode Observer

۱- دانشجوی دکتری (نویسنده پاسخگو): vahid\_behnamgol@mut.ac.ir

۲- دانشیار: ar.vali@aut.ac.ir

۳- استادیار: ali\_mohammadi@yahoo.com

## ۱- مقدمه

بسیاری از رهگیرها برای تضمین برخورد با اهداف متحرک در فاز نهایی از ایده ناوبری موازی استفاده می‌کنند. طبق این ایده در صورتی که خط دید بین رهگیر و هدف در فضا نچرخد و یا به عبارت دیگر نرخ چرخش خط دید بین رهگیر و هدف صفر باشد، برخورد تضمین می‌گردد. بسیاری از قوانین هدایت فاز نهایی در سال‌های اخیر بر این اساس طراحی شده‌اند. خانواده ناوبری تناسبی نیز از این دسته قوانین هدایت می‌باشند. ناوبری تناسبی محض اولین قانون هدایت ارائه شده در این دسته بوده و از نرخ چرخش خط دید و سرعت رهگیر برای محاسبه دستور شتاب جانبی رهگیر استفاده می‌کند. نوع اصلاح‌شده این قانون هدایت، ناوبری تناسبی حقیقی بوده که از نرخ چرخش خط دید و سرعت نزدیک‌شوندگی رهگیر به هدف برای تولید دستور شتاب جانبی استفاده می‌کند. نشان داده شده که این قوانین هدایت یک حل بهینه برای مسائل آشیانه‌یابی با دینامیک خطی بوده و بدون در نظر گرفتن دینامیک خودخلبان برای رهگیری کامل اهداف بدون مانور مناسب می‌باشند. در نوع توسعه‌یافته این خانواده برای رهگیری اهداف مانوردار، مولفه‌ای برای در نظر گرفتن مانورهای هدف به قانون هدایت تناسبی حقیقی افزوده شده است. این قانون هدایت ناوبری تناسبی افزوده نامیده می‌شود که رهگیر را قادر به رهگیری اهداف مانوردار ساخته و برای تولید دستور شتاب جانبی رهگیر علاوه بر نرخ چرخش خط دید و سرعت نزدیک‌شوندگی به تخمین مانور هدف نیز نیاز دارد. به همین دلیل اندازه‌گیری یا تخمین شتاب هدف در این روش ضروری بوده و افزایش اندازه‌گیر یا انجام محاسبات پیچیده تخمین را در پی خواهد داشت [۱-۳].

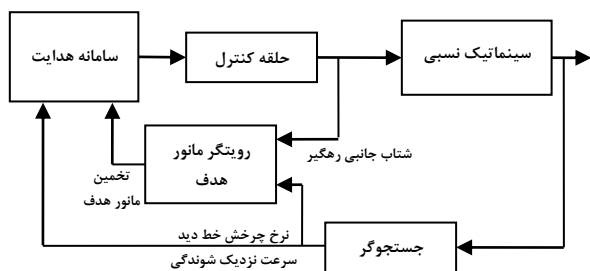
برای مقابله با اهداف مانوردار از روش‌های مقاوم از جمله کنترل مد لغزشی در طراحی قانون هدایت استفاده شده است. در مرجع [۳] قانون هدایت با استفاده از تئوری کنترل مد لغزشی طراحی گردیده و در مرجع [۴] دینامیک تقریبی و مرتبه اول حلقه کنترل نیز در روند طراحی قانون هدایت در نظر گرفته شده است. در مراجع [۵ و ۶] برای برخورد با زاویه محدود از تئوری کنترل مد لغزشی نهایی استفاده گردیده و قانون هدایت طراحی شده است. در مراجع [۷ و ۸] نیز از تئوری مد لغزشی مرتبه بالا برای طراحی قانون هدایت استفاده گردیده است. تمامی این روش‌ها به صورت محافظه کارانه و با

در نظر گرفتن بدترین حالت ممکن، از کران بالای نامعینی برای تولید دستور شتاب استفاده می‌کنند. بنابراین دستور شتاب صادرشده با استفاده از این روش‌ها معمولاً بیشینه اندازه بزرگی داشته که ممکن است به دلیل محدودیت‌های خودخلبان و سامانه کنترل رهگیرها، قابل پیاده‌سازی نباشد. این افزایش دستور شتاب همچنین می‌تواند به مصرف زیاد انرژی و کاهش سرعت رهگیر منجر شود.

برای جلوگیری از افزایش دستور شتاب می‌توان از تخمین‌گر برای تخمین دقیق شتاب جانبی هدف استفاده نمود و از این تخمین در قانون هدایت استفاده نمود. در این صورت نیازی به محافظه‌کاری نبوده و دستور شتاب دقیقی صادر خواهد شد. یکی از روش‌های موجود برای تخمین مانور هدف فیلتر کالمن می‌باشد. در مراجع [۹ و ۱۰] از رویکردهای فیلتر کالمن تطبیقی و رویکرد حالت توسعه‌یافته برای تخمین مانورهای هدف استفاده گردیده و قانون هدایت نیز با استفاده از تئوری‌های غیرخطی طراحی گردیده است. روش‌هایی از جمله فیلتر کالمن برای تخمین در سامانه‌های خطی مناسب بوده و کارایی آن در سامانه‌های غیرخطی کاهش می‌یابد. برای استفاده از روش‌هایی همچون فیلتر کالمن برای تخمین مانورهای هدف نیاز به خطی‌سازی هندسه درگیری در فاز نهایی خواهد بود که منجر به کاهش دقت در تخمین مانور هدف می‌شود. برای حل این مشکلات می‌توان از رویکردهای غیرخطی برای تخمین مانور هدف استفاده نمود.

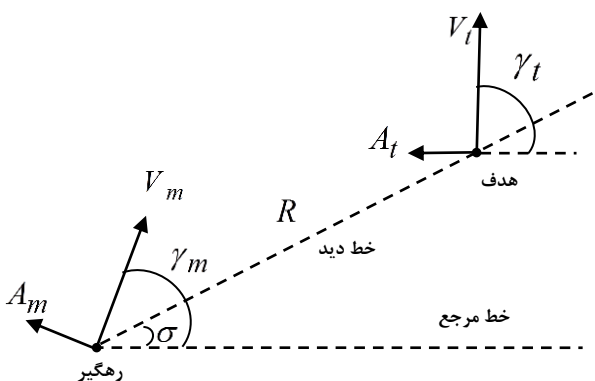
رویتگرهای غیرخطی با ارائه رویکرد بهره بالا معرفی گردیده‌اند. در ادامه از اصول فیدبک خطی‌ساز برای طراحی رویکرد غیرخطی استفاده شده است. در این روش باید تبدیلی پیدا کرد که سامانه غیرخطی را خطی نموده و سپس از روش‌های خطی، رویکرد را طراحی نمود. در انتها با تبدیل معکوس، رویکرد غیرخطی حاصل می‌شود. همچنین از اصول لیاپانوف برای طراحی رویکرد استفاده شده است [۱۱]. اما در سال‌های اخیر طراحی رویکرد غیرخطی بر پایه تئوری مد لغزشی مطرح گردیده است. غیرخطی بودن این رویکرد، سرعت بالا و عملکرد خوب در تخمین اغتشاش و نامعینی از مزایای این رویکرد غیرخطی می‌باشد. برای تخمین اغتشاش می‌توان از نوع توسعه‌یافته این رویکرد استفاده نمود. اصول طراحی رویکردهای مد لغزشی، مد لغزشی نهایی و مد لغزشی مرتبه بالا در مراجع [۱۵-۱۲] ارائه گردیده است. در مرجع [۱۶] از

بر خط دید را تخمین زده و در اختیار سامانه هدایت قرار می دهد. سامانه هدایت نیز که براساس ناوبری تناسبی افزوده عمل می کند، با استفاده از نرخ چرخش خط دید و سرعت نزدیک شونده گی اندازه گیری شده توسط جستجوگر و مانور هدف تخمین زده شده توسط رویتر، دستور شتاب جانبی مناسب برای برخورد با هدف را تولید می کند.



شکل (۱): بلوک دیاگرام حلقه هدایت.

برای استخراج معادلات می توان سینماتیک دوبعدی درگیری را همانند شکل ۲ در نظر گرفت. در این شکل،  $R$  برد نسبی بین رهگیر و هدف و  $\sigma$  زاویه بین خط دید و خط مرجع بوده که بیانگر مختصات نسبی رهگیر و هدف در دستگاه قطبی می باشند. همچنین،  $\gamma_m$  زاویه بردار سرعت رهگیر با خط مرجع،  $\gamma_t$  زاویه بردار سرعت هدف با خط مرجع،  $A_m$  بردار شتاب جانبی رهگیر و  $A_t$  بردار شتاب جانبی هدف می باشد.



شکل (۲): هندسه درگیری دوبعدی.

سرعت نزدیک شونده گی بین رهگیر و هدف ( $\dot{R}$ ) بیانگر اختلاف سرعت رهگیر و هدف در راستای خط دید

رویتر مد لغزشی برای تخمین درگ، نرخ درگ و خطای مدل سازی دینامیک درگ استفاده شده است. در مرجع [۱۷] در حلقه هدایت از رویتر مد لغزشی مرتبه بالا برای تخمین متغیرهای حالت استفاده شده که این رویتر در مقایسه با فیلتر کالمن اطلاعات کمتری نیاز دارد. رویتر طراحی شده در این مرجع بر پایه اصول الگوریتم فرایچس از مد لغزشی مرتبه دوم می باشد. تخمین زمان محدود مانورهای هدف برای استفاده در قانون هدایت بسیار حیاتی می باشد. اما این امر در رویترهای طراحی شده بر پایه تئوری مد لغزشی مرتبه بالا قابل حصول نیست. همچنین در صورتی که مانور هدف تخمین زده شود می توان به جای قوانین هدایت پیچیده ای از جمله قوانین هدایت مد لغزشی مرتبه بالا، از قانون هدایت ساده ناوبری تناسبی افزوده استفاده نمود که محاسبات ساده ای داشته و به سهولت قابل پیاده سازی می باشد.

در این مقاله از رویتر مد لغزشی توسعه یافته برای تخمین مانورهای هدف استفاده می گردد. این روش دارای محاسبات ساده بوده و به سهولت قابل پیاده سازی می باشد. با استفاده از این روش، مانورهای هدف تخمین زده شده و در ناوبری تناسبی افزوده برای تولید دستور شتاب استفاده می گردد. بنابراین سامانه هدایت ساده، سریع و به سهولت قابل پیاده سازی می باشد.

در بخش دوم مدل سازی غیرخطی سینماتیک درگیری در فاز نهایی ارائه شده و ناوبری تناسبی افزوده بیان می گردد. در بخش سوم طراحی رویتر غیرخطی برای تخمین مانورهای هدف انجام شده و در بخش چهارم نتایج شبیه سازی در سناریوهای مختلف ارائه می گردد. در نهایت در بخش پنجم نتیجه گیری انجام خواهد شد.

## ۲- سینماتیک نسبی بین رهگیر و هدف

در این مقاله حلقه هدایت آشیانه یاب در فاز نهایی به صورت شکل ۱ در نظر گرفته می شود. با توجه در این شکل، در فاز نهایی فرض می شود جستجوگری راداری وجود داشته که اطلاعات نسبی سینماتیک درگیری از قبیل نرخ چرخش خط دید و سرعت نزدیک شونده گی رهگیر به هدف را اندازه گیری کرده و در اختیار سامانه هدایت و رویتر مانور هدف قرار دهد. رویتر با استفاده از اطلاعات اندازه گیری شده توسط جستجوگر و شتاب جانبی رهگیر، مانور هدف در راستای عمود

رابطه (۲) و جایگذاری روابط (۱) تا (۴) در آن خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(R\dot{\sigma}) &= \dot{V}_t \sin(\gamma_t - \sigma) + (\dot{\gamma}_t - \dot{\sigma})V_t \cos(\gamma_t - \sigma) \\ -\dot{V}_m \sin(\gamma_m - \sigma) - (\dot{\gamma}_m - \dot{\sigma})V_m \cos(\gamma_m - \sigma) &= \\ -\dot{R}\dot{\sigma} + A_t \cos(\gamma_t - \sigma) - A_m \cos(\gamma_m - \sigma) & \\ +\dot{V}_t \sin(\gamma_t - \sigma) - \dot{V}_m \sin(\gamma_m - \sigma) & \end{aligned} \quad (6)$$

حال با فرض ثابت بودن سرعت‌های رهگیر و هدف و تعریف  $A_{t,\sigma} = A_t \cos(\gamma_t - \sigma)$  به عنوان شتاب جانبی هدف در راستای عمود بر خط دید داریم:

$$\frac{d}{dt}(R\dot{\sigma}) = -\dot{R}\dot{\sigma} + A_{t,\sigma} - A_m \cos(\gamma_m - \sigma) \quad (7)$$

در این حالت با فرض متغیر حالت به صورت  $x = R\dot{\sigma}$ ، ورودی کنترل  $A_m$  و خروجی  $y = R\dot{\sigma}$ ، معادله حالت سامانه به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{x} = -\frac{\dot{R}}{R}x + A_{t,\sigma} - \cos(\gamma_m - \sigma)A_m \quad (8)$$

$y = x$   
برای طراحی رویتگر مد لغزشی توسعه یافته ابتدا خطای تخمین به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S = y - \hat{y} \quad (9)$$

حال رویتگر مد لغزشی برای این سامانه به فرم زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= -\frac{\dot{R}}{R}\hat{x} + \hat{A}_{t,\sigma} - \cos(\gamma_m - \sigma)A_m + k_1 Sgn(S) \\ \dot{\hat{A}}_{t,\sigma} &= x + k_2 Sgn(S) \\ \hat{y} &= \hat{x} \end{aligned} \quad (10)$$

با استفاده از رویتگر (۱۰) و دستور شتاب (۵) در رابطه (۸)، سیستم حلقه بسته به فرم زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\frac{\dot{R}}{R}x + A_{t,\sigma} + N\frac{\dot{R}}{R}x - \hat{A}_{t,\sigma} \\ \dot{\hat{x}} &= -\frac{\dot{R}}{R}\hat{x} + N\frac{\dot{R}}{R}\hat{x} + k_1 Sgn(S) \\ \dot{\hat{A}}_{t,\sigma} &= x + k_2 Sgn(S) \end{aligned} \quad (11)$$

برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته تابع کاندید لیاپانوفی

می‌باشد که از تفریق مولفه‌های سرعت آن‌ها در راستای خط دید به صورت رابطه (۱) به دست می‌آید:

$$\dot{R} = V_t \cos(\gamma_t - \sigma) - V_m \cos(\gamma_m - \sigma) \quad (1)$$

همچنین، سرعت نسبی جانبی بین رهگیر و هدف ( $R\dot{\sigma}$ ) که بیانگر اختلاف سرعت موشک و هدف در راستای عمود بر خط دید می‌باشد، از تفریق مولفه‌های سرعت آن‌ها در راستای عمود بر خط دید به صورت رابطه (۲) به دست می‌آید.

$$R\dot{\sigma} = V_t \sin(\gamma_t - \sigma) - V_m \sin(\gamma_m - \sigma) \quad (2)$$

که در آن،  $\dot{\sigma}$  نرخ چرخش خط دید می‌باشد.

روابط بین بردار سرعت، سرعت زاویه‌ای بردار سرعت و شتاب جانبی رهگیر و هدف به صورت روابط (۳-۴) می‌باشد:

$$A_m = V_m \dot{\gamma}_m \quad (3)$$

$$A_t = V_t \dot{\gamma}_t \quad (4)$$

در این روابط،  $\dot{\gamma}_t$  و  $\dot{\gamma}_m$  به ترتیب سرعت زاویه‌ای بردار سرعت رهگیر و هدف و  $A_t$  و  $A_m$  شتاب‌های جانبی عمود بر بردار سرعت رهگیر و هدف می‌باشند [۴-۱].

با استفاده از قانون هدایت ناوبری تناسبی افزوده، دستور شتاب جانبی رهگیر به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$A_m = \frac{1}{\cos(\gamma_m - \sigma)} (-NR\dot{\sigma} + \hat{A}_{t,\sigma}) \quad (5)$$

که در آن،  $\hat{A}_{t,\sigma}$  شتاب جانبی هدف در راستای عمود بر خط دید است. با فرض این که اتوپیلوت قادر به اعمال این دستور شتاب باشد، نرخ چرخش خط دید صفر شده و برخورد با هدف تضمین می‌گردد. همان‌طور که در رابطه (۵) مشاهده می‌گردد برای پیاده‌سازی این قانون هدایت نیاز به تخمین شتاب جانبی هدف می‌باشد [۲]. برای این منظور در بخش بعد رویتگر مد لغزشی برای تخمین مانور هدف طراحی می‌گردد.

### ۳- طراحی رویتگر مانور هدف

در این بخش رویتگر مد لغزشی برای تخمین مانورهای هدف در راستای عمود بر خط دید طراحی می‌گردد. برای این منظور ابتدا معادلات حاکم بر هندسه درگیری به فرم مطلوبی بازنویسی می‌شود. برای استخراج این فرم با مشتق‌گیری از

در تمامی شبیه‌سازی‌ها، فاصله نسبی اولیه ۱۰ کیلومتر، زاویه خط دید اولیه صفر درجه، سرعت‌های رهگیر و هدف به ترتیب ۵۰۰ و ۴۵۰ متر بر ثانیه، زاویه بردار سرعت رهگیر و هدف با خط مرجع به ترتیب ۴۵ و ۶۰ درجه، مکان اولیه رهگیر در فضای کارترین  $r_{m0} = [0 \ 0]^T m$  و مکان اولیه هدف  $r_{i0} = [10000 \ 0]^T m$  فرض می‌شوند. برای خودخلبان نیز دینامیک مرتبه اول با تاخیر ۰/۲ ثانیه در نظر گرفته می‌شود. روش هدایت پیشنهاد شده در این مقاله با قانون هدایت مد لغزشی که مانور هدف را به صورت نامعینی در نظر می‌گیرد مقایسه می‌شود. دستور شتاب در این قانون هدایت به صورت رابطه زیر است [۳]:

$$A_c = \frac{1}{\cos(\sigma - \gamma_m)} (-2\dot{R}\dot{\sigma}) + \mu \text{Sgn}(\dot{\sigma}) \quad (17)$$

که در آن،  $\mu$  بزرگ‌تر از کران بالای شتاب جانبی هدف انتخاب می‌شود. دستور شتاب طراحی شده در این روش به دلیل وجود تابع ناپیوسته علامت، دارای نوسان شدیدی بوده و برای جلوگیری از این اتفاق از تقریب آن به صورت زیر استفاده می‌گردد:

$$A_c = \frac{1}{\cos(\sigma - \gamma_m)} (-2\dot{R}\dot{\sigma} + \mu \text{Tanh}(\dot{\sigma}/\varepsilon)) \quad (18)$$

ثابت مثبت  $\varepsilon$ ، تعیین کننده دقت تقریب می‌باشد.

در بخش بعد عملکرد رویکرد غیرخطی طراحی شده در تخمین انواع مختلف مانورهای هدف بررسی می‌گردد. سپس به تحلیل عملکرد ناوبری تناسبی افزوده به همراه این رویکرد پرداخته می‌شود.

#### ۴-۱- بررسی عملکرد رویکرد مانور هدف

در این بخش عملکرد رویکرد طراحی شده برای تخمین مانورهای مختلف هدف بررسی می‌گردد.

در شکل‌های ۳-۵ منحنی‌های تغییرات شتاب هدف در راستای عمود بر خط دید و شتاب جانبی تخمین زده شده توسط رویکرد مد لغزشی در سه حالت متفاوت مشاهده می‌شود. در حالتی که هدف با شتاب جانبی ثابت ۵۰ متر بر مجذور ثانیه در حال پرواز است، مولفه شتاب جانبی هدف در راستای عمود بر خط دید به همراه تخمین صورت گرفته توسط رویکرد مد لغزشی در شکل ۳ رسم گردیده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، رویکرد طراحی شده قادر است شتاب هدف در راستای عمود بر خط دید را با سرعت و دقت بسیار بالایی

به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$V = \frac{1}{2}x^2 + k_2|S| + \frac{1}{2}(A_{i,\sigma} - \hat{A}_{i,\sigma})^2 \quad (12)$$

مشتق تابع لیاپانوف به صورت رابطه (۱۳) محاسبه می‌گردد:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= x\dot{x} + k_2 \frac{S}{|S|} \dot{S} + (A_{i,\sigma} - \hat{A}_{i,\sigma}) (\dot{A}_{i,\sigma} - \dot{\hat{A}}_{i,\sigma}) \\ &= x \left( -\frac{\dot{R}}{R}x + A_{i,\sigma} + N \frac{\dot{R}}{R}x - \dot{\hat{A}}_{i,\sigma} \right) \\ &\quad + k_2 \frac{S}{|S|} (A_{i,\sigma} - \dot{\hat{A}}_{i,\sigma} - k_1 \text{Sgn}(S)) \\ &\quad + (A_{i,\sigma} - \dot{\hat{A}}_{i,\sigma}) (\dot{A}_{i,\sigma} - x - k_2 \text{Sgn}(S)) \\ &= (N-1) \frac{\dot{R}}{R} x^2 + \dot{A}_{i,\sigma} (A_{i,\sigma} - \dot{\hat{A}}_{i,\sigma}) - k_1 k_2 \end{aligned} \quad (13)$$

با انتخاب

$$k_1 = \frac{L_{\dot{A}_{i,\sigma}} (L_{A_{i,\sigma}} + |\dot{\hat{A}}_{i,\sigma}|)}{k_2} + \eta \quad (14)$$

که در آن،  $L_{A_{i,\sigma}}$  و  $L_{\dot{A}_{i,\sigma}}$  به ترتیب کران بالای مانور هدف و مشتق مانور هدف می‌باشند، همچنین با توجه به اینکه در فاز نهایی به فرض می‌گردد همواره  $\dot{R} < 0, R > 0$  باشند و با انتخاب  $N > 1$ ، رابطه زیر همواره برقرار خواهد بود:

$$\dot{V} \leq \eta \quad (15)$$

با انتگرال‌گیری از طرفین رابطه (۱۵) خواهیم داشت:

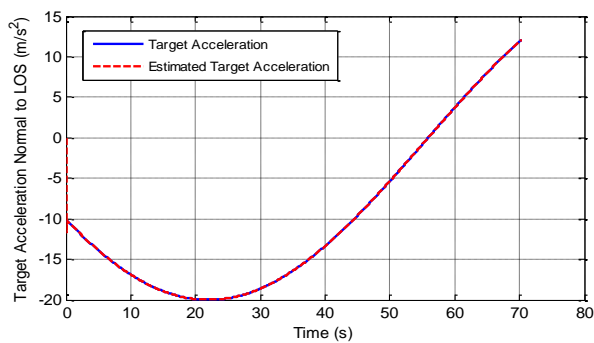
$$0 < V \leq V_0 - \eta t_r \quad (16)$$

که در آن،  $t_r$  زمان صفرشدن تابع  $V$  و  $V_0$  مقدار  $V$  در لحظه  $t_0$  می‌باشد. لذا شرط (۱۴) تضمین می‌کند تابع  $V$  از مقدار اولیه  $V_0$  در مدت زمان  $t_r \leq \frac{V_0}{\eta}$  به صفر همگرا شود [۱۸ و ۱۹]. بنابراین، تضمین می‌گردد که در مدت زمان محدودی  $x, S, A_{i,\sigma} - \hat{A}_{i,\sigma}$  به صفر همگرا شوند.

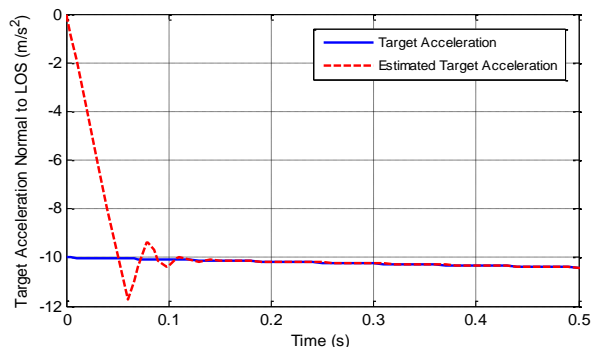
#### ۴- شبیه‌سازی قوانین هدایت

در این قسمت با استفاده از شبیه‌سازی، به بررسی عملکرد رویکرد طراحی شده برای تخمین مانورهای هدف و ناوبری تناسبی افزوده که از این رویکرد برای تخمین شتاب جانبی هدف استفاده می‌کند، پرداخته می‌شود.

مانورهای هدف مقاوم است. در سناریوی اول هدف با شتاب جانبی ثابت و در سناریوی دوم با شتاب جانبی سینوسی پرواز می‌کند.



(الف)

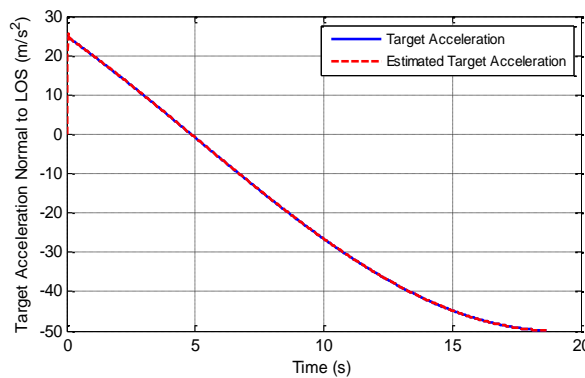


(ب)

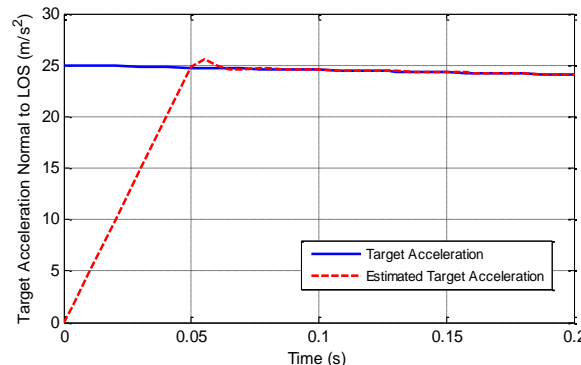
شکل (۴): شتاب جانبی هدف عمود بر خط دید و شتاب تخمین زده شده (الف) در کل مدت زمان درگیری (ب) در لحظات ابتدایی درگیری (هدف با شتاب جانبی  $-2g$ ).

**سناریوی اول:** در سناریوی اول عملکرد این دو قانون هدایت در رهگیری اهدافی با شتاب جانبی ثابت ۵۰ متر بر مجذور ثانیه مورد مقایسه قرار می‌گیرد. در شکل ۶، منحنی تغییرات شتاب جانبی رهگیر با استفاده از هر دو قانون هدایت رسم گردیده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، شتاب جانبی رهگیر در قانون هدایت ناوبری تناسبی افزوده کم‌تر از هدایت مد لغزشی می‌باشد. این کاهش شتاب جانبی به دلیل استفاده از تخمین دقیق شتاب جانبی هدف می‌باشد. هدایت مد لغزشی به دلیل این که به صورت محافظه‌کارانه بدترین حالت ممکن را در نظر گرفته و از کران بالای شتاب هدف در دستور شتاب رهگیر استفاده می‌کند، شتاب جانبی بزرگی تولید می‌کند.

تخمین بزند. در شکل ۴، عملکرد خوب روی‌تگر در تخمین شتاب جانبی هدف در راستای عمود بر خط دید، مشاهده می‌گردد. در این حالت هدف با شتاب جانبی ثابت ۲۰- متر بر مجذور ثانیه پرواز می‌کند. در شکل ۵، مشاهده می‌شود که روی‌تگر پیشنهادی قادر به تخمین شتاب جانبی سینوسی هدف می‌باشد. شتاب هدف در این حالت سینوسی با کران بالای ۳۰ متر بر مجذور ثانیه می‌باشد.



(الف)



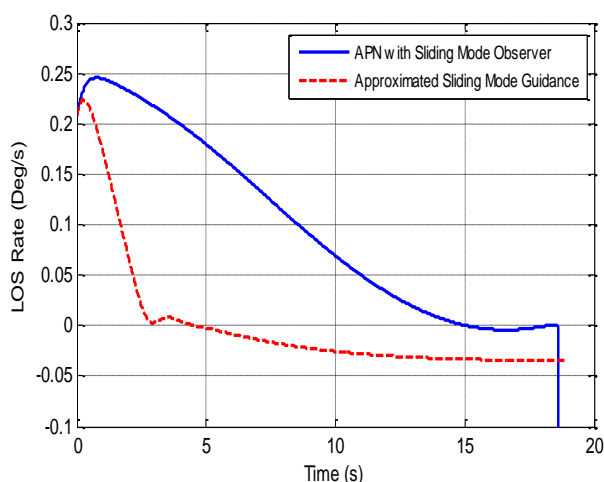
(ب)

شکل (۳): شتاب جانبی هدف عمود بر خط دید و شتاب تخمین زده شده (الف) در کل مدت زمان درگیری (ب) در لحظات ابتدایی درگیری (هدف با شتاب جانبی  $5g$ ).

#### ۴-۲- مقایسه کارایی هدایت تناسبی افزوده و هدایت مد لغزشی تقریب زده شده

در این بخش عملکرد قوانین هدایت ناوبری تناسبی افزوده و مد لغزشی تقریب زده شده در دو سناریوی درگیری متفاوت مقایسه می‌شوند. ناوبری تناسبی افزوده از روی‌تگر مد لغزشی برای تخمین شتاب جانبی هدف در راستای عمود بر خط دید استفاده می‌کند و هدایت مد لغزشی از کران بالای شتاب جانبی هدف در تولید دستور شتاب استفاده کرده و در برابر

دقت بیش تری قادر به صفر کردن این متغیر بوده که تضمین کننده برخورد با هدف می باشد. کاهش دقت در هدایت مد لغزشی به دلیل تقریب صورت گرفته برای جلوگیری از رخ دادن چترینگ می باشد.



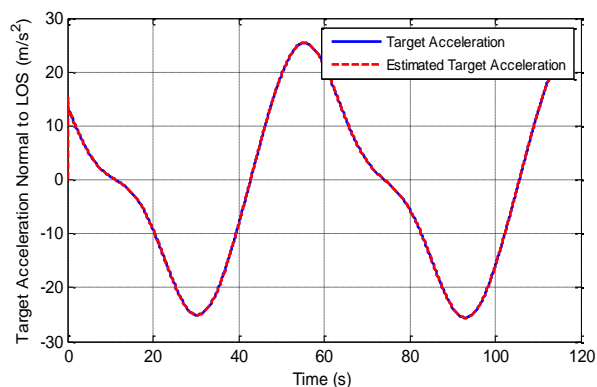
شکل (۷): نرخ چرخش خط دید در سناریوی درگیری اول.

در شکل ۸ منحنی مسیر برخورد رهگیر با هدف در هر دو قانون هدایت در سناریوی درگیری اول مشاهده می شود. با توجه در این شکل، رهگیر در صورت استفاده از ناوبری تناسبی افزوده و رویکرد مد لغزشی، در مدت زمان کوتاه تری نسبت به قانون هدایت مد لغزشی تقریب زده شده قادر به برخورد با اهداف می باشد.

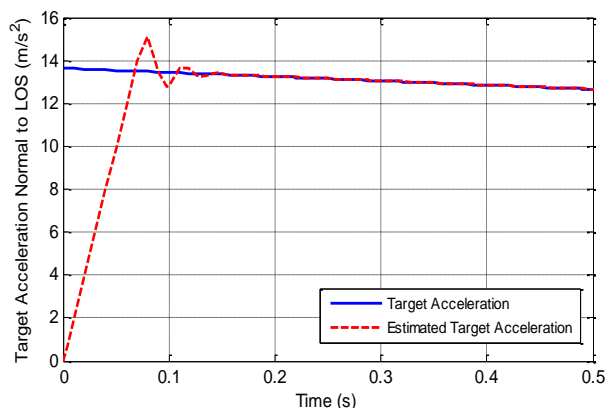
اطلاعات مربوط به سناریوی اول در جدول ۱ درج گردیده است. همان طور که در این جدول مشاهده می گردد، در این سناریو رهگیر در صورت استفاده از ناوبری تناسبی افزوده به همراه رویکرد مد لغزشی، در مدت زمان کوتاه تر، با صرف انرژی کمتر و پیک شتاب کوچکتری نسبت به قانون هدایت مد لغزشی تقریب زده شده با هدف برخورد می کند.

جدول (۱): مشخصات به دست آمده در سناریوی درگیری اول.

قانون هدایت	زمان برخورد	انرژی کنترلی	پیک شتاب
APN	۱۸/۶۵	۲۳۳۰۰	۳۴
SMG	۱۸/۸۶	۳۳۷۰۰	۶۰

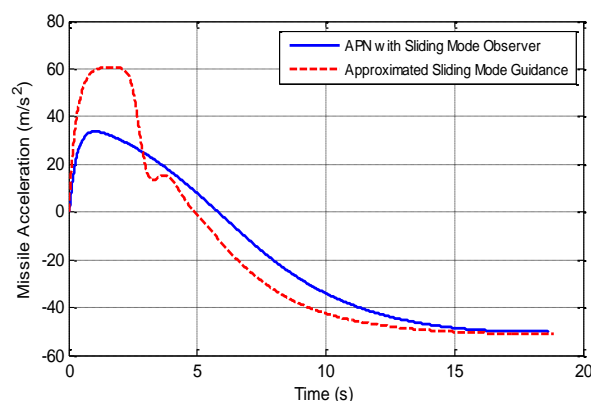


(الف)



(ب)

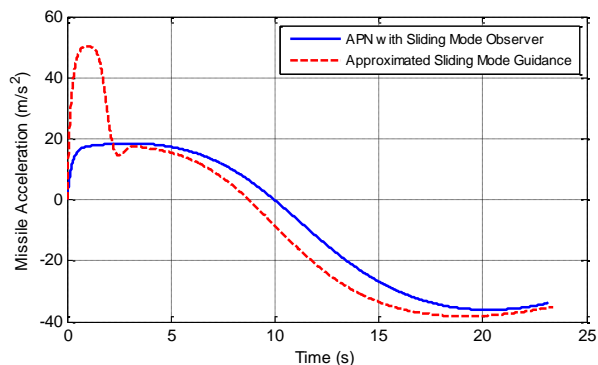
شکل (۵): شتاب جانبی هدف عمود بر خط دید و شتاب تخمین زده شده (الف) در کل مدت زمان درگیری (ب) در لحظات ابتدایی درگیری (هدف با شتاب جانبی سینوسی با دامنه 3g).



شکل (۶): منحنی شتاب رهگیر در سناریوی درگیری اول.

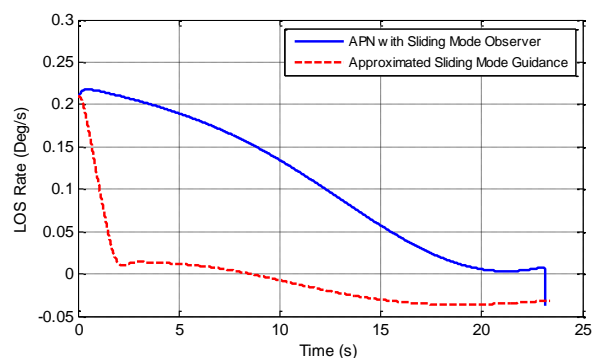
در شکل ۷، منحنی تغییرات نرخ چرخش خط دید رسم گردیده است. ملاحظه می گردد که ناوبری تناسبی افزوده با

جانبی هدف می باشد. هدایت مد لغزشی به دلیل این که به صورت محافظه کارانه بدترین حالت ممکن را در نظر گرفته و از کران بالای شتاب هدف در دستور شتاب رهگیر استفاده می کند، شتاب جانبی بزرگی تولید می کند.



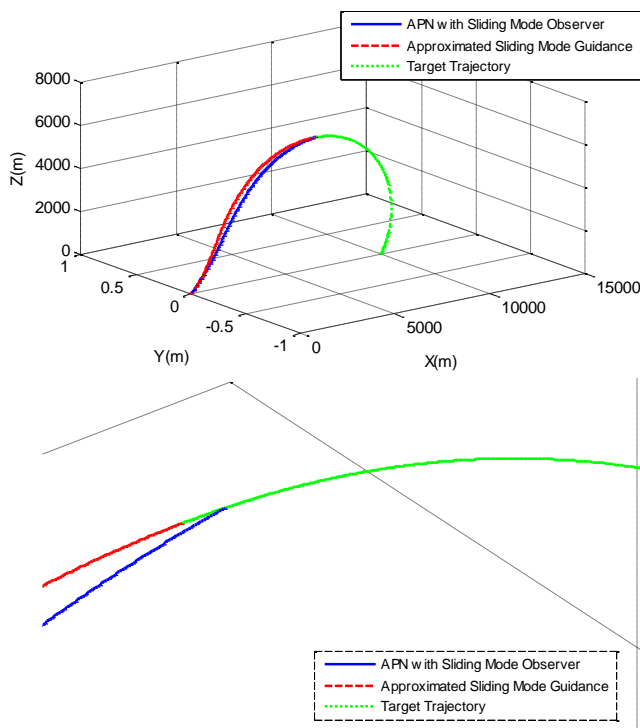
شکل (۱۰): منحنی شتاب رهگیر در سناریوی درگیری دوم.

در شکل ۱۱، منحنی تغییرات نرخ چرخش خط دید رسم گردیده است. ملاحظه می گردد که در این سناریو نیز ناوبری تناسبی افزوده با دقت بیش تری قادر به صفر کردن این متغیر بوده و تضمین کننده برخورد با هدف می باشد. کاهش دقت در هدایت مد لغزشی نیز به دلیل تقریب صورت گرفته برای جلوگیری از رخ دادن نوسان در دستور شتاب جانبی می باشد.



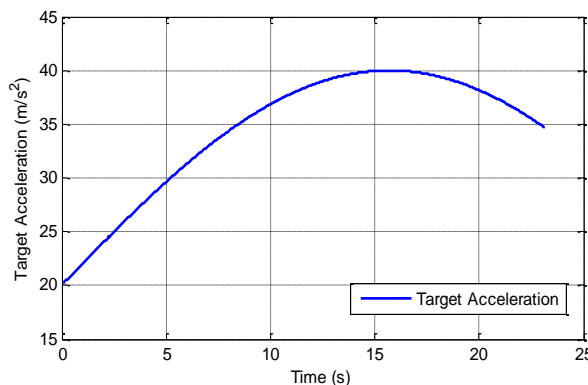
شکل (۱۱): نرخ چرخش خط دید در سناریوی درگیری دوم.

در شکل ۱۲ منحنی مسیر برخورد رهگیر با هدف در سناریوی درگیری دوم رسم گردیده است. باتوجه در این شکل، رهگیر در صورت استفاده از ناوبری تناسبی افزوده و رویتگر مد لغزشی، در مدت زمان کوتاه تری قادر به برخورد با هدف می باشد.



شکل (۸): منحنی مسیر برخورد در سناریوی درگیری اول.

سناریوی دوم: در این سناریوی درگیری، هدف مانند شکل ۹ دارای مانور سینوسی با دامنه ۲۰ متر بر مجذور ثانیه است.



شکل (۹): شتاب جانبی هدف در سناریوی درگیری دوم.

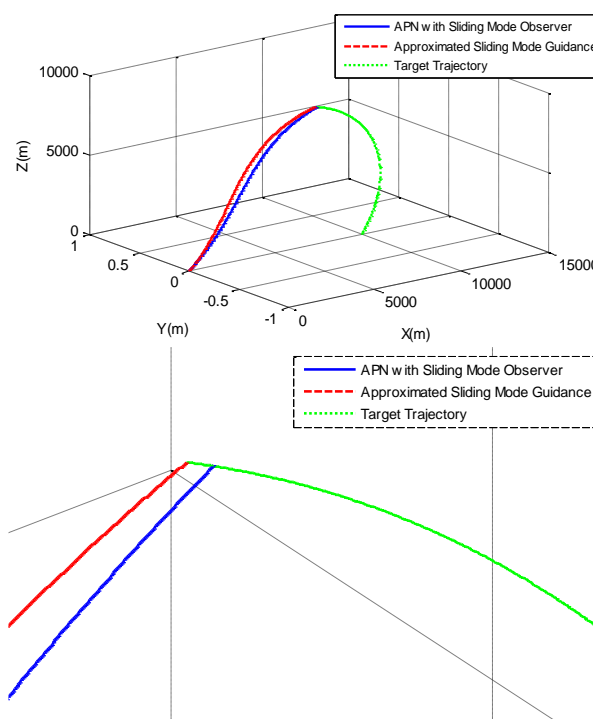
در شکل ۱۰، منحنی تغییرات شتاب جانبی رهگیر در سناریوی درگیری دوم رسم گردیده است. همان طور که مشاهده می شود، در این سناریو نیز شتاب جانبی رهگیر در قانون هدایت ناوبری تناسبی افزوده کم تر از هدایت مد لغزشی بوده که این کاهش به دلیل استفاده از تخمین دقیق شتاب



محدودی و با دقت بسیار زیاد شتاب جانبی هدف در راستای عمود بر خط دید را تخمین بزند. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که ناوبری تناسبی افزوده با استفاده از این تخمین، دستور شتاب با بیشینه اندازه کوچک‌تری نسبت به هدایت مد لغزشی تقریب‌زده شده تولید کرده و با صرف انرژی کمتر و در مدت زمان کوتاه‌تری رهگیر را قادر به برخورد با هدف می‌سازد. هدایت مد لغزشی به دلیل استفاده از کران بالای نامعینی برای تولید دستور شتاب، دستور شتاب بزرگ‌تری تولید کرده و به دلیل استفاده از تقریب برای جلوگیری از چترینگ، دارای دقت کمی در صفر کردن نرخ چرخش خط دید می‌باشد.

## ۶- مراجع

1. Siouris, G.M., "Missile Guidance and Control Systems", Springer, 2005.
2. Zarchan, P. "Tactical and Strategic Missile Guidance", AIAA Series, Sixth Edition, Vol. 239, 2012.
3. Behnamgol, V. and Ghahramani, N.A. "Designing a New Proportional Guidance Algorithm Using Sliding Mode Control", Aerospace Mechanics Journal, Vol. 10, No. 1, pp. 77-86, 1393, (In Persian).
4. Sun, Sh., Zho, D., and Hou, W. "A Guidance Law with Finite Time Convergence Accounting for Autopilot Lag", Elsevier, Aerospace Science and Technology, Vol. 25, pp. 132-137, 2013.
5. Kumar, Sh. R., Rao, S., and Ghose, D. "Nonsingular Terminal Sliding Mode Guidance with Impact Angle Constraints", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 37, No. 4, pp. 1114-1130, 2014.
6. Wang, W., Xiong, Sh., Liu, X., Wang, S., and Ma, L. "Adaptive Nonsingular Terminal Sliding Mode Guidance Law Against Maneuvering Targets with Impact Angle Constraint", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2014.
7. Behnamgol, V., Mohammadzaman, I., Vali, A.R., and Ghahramani, N.A. "Guidance Law Design Using Finite Time Second Order Sliding Mode Control", Journal Of Control, Vol. 5, No. 3, pp. 36-44, 1390, (In Persian).
8. Shtessel, Y.B., Shkolnikov, I.A., and Levant, A. "Smooth Second-Order Sliding Modes : Missile Guidance Application", Automatica, Vol. 43, pp. 1470 – 1476, 2007.
9. Hui, Zh., Jun, L. W., Hui, Y. J., and Bo, X.Y. "Design of Stochastic Sliding Mode Variable Structure Guidance Law Based on Adaptive EKF",



شکل (۱۲): منحنی مسیر برخورد در سناریوی درگیری دوم.

اطلاعات مربوط به سناریوی درگیری دوم در جدول ۲ درج گردیده است. در این سناریو نیز رهگیر در صورت استفاده از ناوبری تناسبی افزوده به همراه رویکرد مد لغزشی، در مدت زمان کوتاه‌تر، با صرف انرژی کمتر و پیک شتاب کوچک‌تری نسبت به قانون هدایت مد لغزشی تقریب‌زده شده قادر به برخورد با هدف خواهد بود.

جدول (۲): مشخصات به دست آمده در سناریوی درگیری دوم.

پیک شتاب	انرژی کنترلی	زمان برخورد	قانون هدایت
۱۸/۵	۱۳۰۰۰	۲۳/۱۷	APN
۵۰	۱۹۴۰۰	۲۳/۴	SMG

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله برای پیاده‌سازی ناوبری تناسبی افزوده، از رویکرد مد لغزشی برای تخمین مانورهای هدف استفاده گردید. ناوبری تناسبی افزوده برای تولید دستور شتاب جانبی رهگیر به تخمین شتاب جانبی هدف در راستای عمود بر خط دید نیاز دارد. برای تخمین شتاب جانبی هدف به دلیل غیرخطی بودن معادلات حاکم بر هندسه درگیری در فاز نهایی، از رویکرد مد لغزشی استفاده گردید. این رویکرد قادر است در مدت زمان

- Systems”, Elsevier, Automatica, Vol. 46, pp. 1401-1404, 2010.
16. Talole, S.E., Benito, J., and Mease, K.D. “Sliding Mode Observer for Drag Tracking in Entry Guidance, AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, Hilton Head, South Carolina, 2007.
  17. Marks, G.M., Shtessel, Y.B., Gratt, H., and Shkolnikov, I.A. “Effects of High Order Sliding Mode Guidance and Observers On Hit-to-Kill Interceptions”, AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, San Francisco, California, 2005.
  18. Polyakov, A. and Poznyak, A. “Unified Lyapunov function for a finite-time stability analysis of relay second-order sliding mode control systems”, IMA Journal of Mathematical Control and Information, Vol. 29, pp. 529–550, 2012.
  19. Polyakov, A. Discontinuous Lyapunov Functions for Non-asymptotic Stability Analysis, IFAC World Congress, Cape Town. 2014.
  - Elsevier, Procedia Engineering, Vol. 23, pp. 276 – 283, 2011.
  10. Zhu, Zh., Xia, Y., Fu M., and Wang, Sh., “An Observer-Based Missile Guidance Law”, IEEE, 978-1-4244-8738-7/11, 2011.
  11. MARQUEZ, H.J., Nonlinear Control Systems, John Wiley & Sons, Inc, 2003.
  12. Kalsi, K., Lian, J., Huib, S., and Zak, S.H., “Sliding-Mode Observers for Systems with Unknown Inputs: A High-Gain Approach”, Elsevier, Automatica, 46, pp. 347-353, 2010.
  13. Davila, J., Fridman, L., and Levant, A., “Second-Order Sliding-Mode Observer for Mechanical Systems”, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 50, No. 11, pp.1785-1789, 2005.
  14. Hajatipour, M. and Farrokhi, M. “Chattering free with Noise Reduction in Sliding-Mode Observers using Frequency Domain Analysis”, Elsevier, Journal of Process Control, Vol. 20, pp. 912–921. 2010.
  15. Tana, Ch. P., Yub, X., and Manc, Zh. “Terminal Sliding Mode Observers for a Class of Nonlinear