

# کنترل ردیابی شناورهای سطحی بدون سرنشین به روش مُد لغزشی

## غیرخطی در حضور موائع ثابت و متحرك

فرزانه عبداللهی<sup>۱</sup>خداداد واحدی<sup>۱</sup> و مصیب نوروزی نیا<sup>۲</sup>

دانشکده مهندسی برق

دانشگاه جامع امام حسین<sup>(ع)</sup>

دانشگاه صنعتی امیرکبیر

(تاریخ دریافت: ۹۴/۳/۱۱؛ تاریخ پذیرش: ۹۵/۹/۱)

**چکیده**

در این مقاله، به کنترل ردیابی شناورهای سطحی بدون سرنشین با استفاده از روش کنترل مقاوم مُد لغزشی در حضور موائع ثابت و متحرك پرداخته شده است. مدل ریاضیاتی شناورها به صورت سه درجه آزادی بوده و تنها شامل سینماتیک و دینامیک مربوط به راستاهای طولی، عرضی و دوران حول محور قائم است. این شناورها به صورت زیر-تحریک کنترل می‌شوند؛ یعنی با آن که سه درجه آزادی دارند؛ اما تنها به دو حرک در راستاهای طولی و دوران حول قائم مجھزند. ما از روش کنترل مُد لغزشی استفاده کرده‌ایم و دو سطح لغزش مرتبه اول و دوم که توابعی از خطاهای ردیابی هستند، برای راستاهای طولی و دوران حول قائم تعریف کرده‌ایم و با روش پایداری لیاپانوف، پایداری دینامیک خطا را اثبات کرده‌ایم. سپس، موائع ثابت و متحرکی را در مسیر شناور قرار داده‌ایم تا توانمندی شناور را در عبور اینم از آن‌ها محک بزنیم. در پایان، شبیه‌سازی‌های عددی پیاده‌سازی شده‌اند تا صحت عملکرد کنترل کننده‌ها را نشان دهند.

**واژه‌های کلیدی:** شناور سطحی بدون سرنشین، کنترل مقاوم مُد لغزشی، سامانه زیر-تحریک، موائع ثابت و متحرک، روش پایداری لیاپانوف

### Tracking Control of Unmanned Surface Vessels with Nonlinear Sliding Mode Method in Presence of Fixed & Moving Obstacles

**Kh. Vahedi and M. Norouzi Nia**

Imam Hossein Comprehensive University

**F. Abdollahi**Electrical Engineering Department  
AmirKabir University of Technology

(Received: June 1, 2015; Accepted: November 21, 2016)

**ABSTRACT**

In this paper, tracking control of unmanned surface vessels by using the robust mode sliding control in the presence of fixed and moving obstacles are investigated. The mathematical model of vessels is in three degree of freedom (3DOF) and only contains the kinematics and dynamics of relevant to surge, sway and yaw. These vessels are controlled in under actuated manner; although they have (3DOF), but only are equipped to two actuators in direction of surge and yaw. Next, we are used the mode sliding control method and introduced the first and second order of sliding surfaces as a function of tracking errors in direction of surge and yaw. Based on Lyapunov stability method, stability of dynamics of error has been proven. Then, we have put the fixed and moving obstacles in the trajectory of vessels to examine the safe crossing ability of them. Finally, numerical simulations are implemented to demonstrate the validity of proposed controllers.

**Keywords:** Unmanned Surface Vessel, Robust Control of Sliding Mode, Underactuated System, Fixed & Moving Obstacles, Lyapunov Stability Method

۱- دانشیار (نویسنده پاسخگو): khvahedi@ihu.ac.ir

۲- کارشناس ارشد: kpnorozin@ihu.ac.ir

۳- استادیار: f\_abdollahi@aut.ac.ir

شناورهای سطحی بدون سرنشین کاربردهای عملی مختلفی دارند، نظیر: جستجوی معادن زیر آب، جستجوی کف دریا، جستجوی غواصان مشکوک و ممانعت از ورود آنها به یک منطقه حفاظت شده، ردیابی و تعقیب دیگر شناورهای مهاجم و همچنین، تجهیز آنان به دوربین‌هایی همه سویی<sup>۶</sup> و سلاح‌های نظامی برای مصارف نظامی [۱]. شناورها عمدتاً به صورت زیر- تحریک<sup>۷</sup> کنترل می‌شوند. کنترل سامانه‌های زیر- تحریک به دلیل طبیعت غیرخطی ذاتی و کاربردهای عملی اش به یکی از حوزه‌های تحقیقاتی فعال تبدیل شده است. یک سامانه زیر- تحریک است، اگر تعداد محرك‌های مستقل‌اش کم‌تر از تعداد درجات آزادی سامانه باشد. برای مثال، کنترل کشتی‌ها یا شناورهای سطحی بدون سرنشین اخیراً توجه بسیار زیادی از محققان را به خود جلب کرده است. شناورها معمولاً به دو پیشران یا یک سکان<sup>۸</sup> مجهزند. این ساختار اساساً در شناورهای مرسوم استفاده می‌شود [۲]. پیچیدگی اصلی در کنترل شناورهای سطحی<sup>۹</sup> زیر- تحریک این است که آن‌ها در راستای محور عرضی<sup>۹</sup> هیچ‌گونه محركی ندارند. از این گذشته بر عکس سامانه‌های زیر- تحریک با قیدهای انتگرال‌نایپذیر، شناورهای سطحی مطرح شده دسته‌ای از سامانه‌های زیر- تحریک با دینامیک انتگرال‌نایپذیر هستند و قابل تبدیل به یک سامانه خوش تعریف است [۴]. با این حال، چندین مولف مسلط کنترل ردیابی مسیر را مطالعه کرده‌اند. کنترل کننده فیدبک حالت نامتغير با زمان پیوسته در [۵] بررسی شده است تا به یک ردیابی موقعیت نمایی فرآگیر دست یابند، با این فرض که سرعت طولی مرجع همیشه مثبت است. در [۶]، نویسنده‌گان یک کنترل کننده ردیابی سینماتیکی پیشنهاد داده‌اند که پایداری نمایی فرآگیر را برای یک شناور سطحی زیر- تحریک فراهم می‌آورد. در [۷]، یک قانون کنترل نامتغير با زمان پیوسته برای به دست آوردن ردیابی نمایی فرآگیر هم موقعیت و هم جهت‌گیری پیشنهاد شده است. در [۸]، یک کنترل کننده ردیابی متغیر با زمان پیوسته، با تبدیل مسئله ردیابی شناور به یک سامانه عمومی مطالعه شده است که شبیه سامانه یک روبات سیار شده است [۹]. دو حل سودمند برای مسئله ردیابی مسیر، با استفاده از روش مستقیم لیابانوف و تحت شرایط

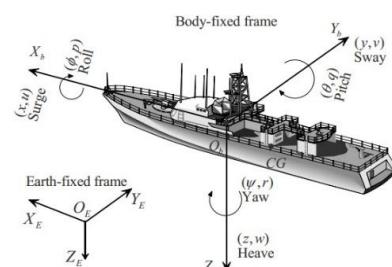
## ۱- مقدمه

امروزه کنترل شناورهای سطحی بدون سرنشین<sup>۱</sup>، به یکی از حوزه‌های فعال و مورد علاقه محققان در حوزه کنترل تبدیل شده است. به موازات توسعه و گسترش وسایل نقلیه بدون سرنشین زمینی<sup>۲</sup> مانند انواع مختلف روبات‌های زمینی و وسایل نقلیه هوایی بدون سرنشین مانند<sup>۳</sup> UAV ها، امروزه وسایل نقلیه دریایی بدون سرنشین<sup>۴</sup> نیز، به سرعت در حال توسعه و تکامل هستند [۱]، (شکل ۱).



شکل (۱): نمایی کلی از یک شناور سطحی بدون سرنشین.

عدم‌تا دو مدل دینامیکی برای توصیف رفتار یک شناور وجود دارد: مدل شش درجه آزادی و مدل سه درجه آزادی. مدل شش درجه آزادی شامل تمامی حرکات یک جسم صلب یعنی: حرکت طولی، حرکت عرضی و حرکت عمودی و دوران حول محور طولی، دوران حول محور عرضی و دوران حول محور عمودی است، حال آن که در مدل سه درجه آزادی، از حرکت عمودی، دوران حول محور طولی و دوران حول محور عرضی، به دلیل تاثیر ناچیزشان بر رفتار دینامیکی شناور صرف نظر می‌شود و سه درجه‌ی آزادی عده و موثر بر حرکت را، یعنی: حرکت طولی، حرکت عرضی و دوران حول محور عمودی (حرکت در صفحه) را مدل‌سازی می‌کنند. شکل ۲ چارچوب مختصات جسم- ثابت<sup>۵</sup> و راستاهای حرکتی یک شناور دریایی را در حالت کلی نمایش می‌دهد [۲].



شکل (۲): چارچوب مختصات جسم- ثابت برای یک شناور دریایی.

1- Unmanned Surface Vessels (USVs)

2- Unmanned Ground Vehicles (UGVs)

3- Unmanned Aerial Vehicles (UAVs)

4- Unmanned Maritime Vehicles (UMVs)

5- Body-Fixed Frame

6- Omnidirectional Camera

7- Under-actuated

8- Rudder

9- Sway

## ۲- فرمول بندی مسئله

مدل ریاضیاتی شناور سطحی زیر- تحریک سه درجه آزادی، در راستاهای طولی، عرضی و دوران حول محور قائم این گونه توصیف می شود [۳]:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= u \cos(\psi) - v \sin(\psi) \\ \dot{y} &= u \sin(\psi) + v \cos(\psi) \\ \dot{\psi} &= r\end{aligned}\quad (1)$$

$$\begin{aligned}\dot{u} &= \frac{1}{m_{11}} (\tau_u + m_{22}vr - d_{11}u) \\ \dot{v} &= \frac{1}{m_{22}} (-m_{11}ur - d_{22}v) + \frac{E}{m_{22}}\end{aligned}\quad (2)$$

$$\dot{r} = \frac{1}{m_{33}} (\tau_r - (m_{22} - m_{11})uv - d_{33}r)$$

مدل سینماتیکی (۱) شناور سطحی زیر- تحریک توسط رابطه زیر فشرده سازی شده است:

$$\dot{\eta} = R(\psi)v \quad (3)$$

که در آن،  $\eta = [x, y, \psi]^T$  موقعیت ها در راستاهای طولی و عرضی و زاویه سمت<sup>۱</sup> هستند که در چارچوب مختصاتی زمین- ثابت تعريف شده اند.  $v = [u, v, r]^T$  نشان دهنده سرعت شناور است؛  $R(\psi)$  نیز ماتریسی است که چارچوب مختصاتی زمین- ثابت را به چارچوب مختصاتی جسم- ثابت شناور انتقال می دهد.  $m_{11}$ ،  $m_{22}$  و  $m_{33}$  اثرات اینرسی و جرم افزوده شده شناور است،  $d_{11}$ ،  $d_{22}$  و  $d_{33}$  ترم های دمپینگ سیال هستند، نیروی طولی  $\tau_u$  و گشتاور سمت  $\tau_r$  تنها ورودی های سامانه هستند.  $E$  نیز یک نیروی خارجی اغتشاشی است. در اینجا مسیر مرجع را به عنوان یک شناور مجازی زیر- تحریک در نظر می گیریم:

$$\begin{aligned}\dot{x}_d &= u_d \cos(\psi_d) - v_d \sin(\psi_d) \\ \dot{y}_d &= u_d \sin(\psi_d) + v_d \cos(\psi_d)\end{aligned}\quad (4)$$

$$\dot{\psi}_d = r_d \quad (4)$$

$$\dot{u}_d = \frac{1}{m_{11}} (\tau_{ud} + m_{22}v_d r_d - d_{11}u_d) \quad (5)$$

$$\dot{v}_d = \frac{1}{m_{22}} (-\hat{m}_{11}u_d r_d - \hat{d}_{22}v_d) + E \quad (5)$$

$$\dot{r}_d = \frac{1}{m_{33}} (\tau_{rd} - (m_{22} - m_{11})u_d v_d - d_{33}r_d) \quad (5)$$

که در آن،  $x_d$ ،  $y_d$  و  $\psi_d$  جابجایی مرجع رهبر مجازی و زاویه حرکت هستند،  $u_d$ ،  $v_d$  و  $r_d$  سرعت مرجع است،  $\tau_{ud}$  و  $\tau_{rd}$  ورودی های کنترلی مطلوب هستند.  $E$  نیز یک نیروی

کافی تحریک ماندگار در [۱۰] پیشنهاد شده است. غمام<sup>۲</sup> در [۱۱] یک روش برای حل موضوعات پایدارسازی و ریدیابی مسیر، با استفاده از تکنیک های بازگشت به عقب<sup>۳</sup> پیشنهاد داد. دو<sup>۴</sup> در [۱۲]، کارهای بسیاری را روی مسائل ریدیابی مسیر انجام داده است؛ مثلا در [۱۳] یک کنترل کننده ریدیابی به طور مجانبی و فرآیند را ارائه کرده است تا شناور یک مسیر مرجع را در چارچوب مختصاتی شناور تعقیب کند که توسط یک شناور مجازی به دست آمده است و این مسیر مرجع، می تواند منحنی وار یا مستقیم باشد. او در [۱۴] نیز به کنترل آرایش بندی شناورهای سطحی بیضوی شکل پرداخته است. ژوانگ لین<sup>۵</sup> و همکاران در [۱۵]، از یک روش جدید و قادر تمند برای کنترل یک شناور سطحی زیر- تحریک، تحت عنوان مُلغشی مراتب بالاتر بهره برده است. او برای هر راستای تحت کنترل مجموع ضرایبی از سه سطح لغشی رتبه بالاتر را در نظر گرفته است.

در این مقاله، مسئله کنترل ریدیابی یک شناور بدون سرنشین در حضور موانع ثابت و متحرک، با استفاده از روش مُلغشی بررسی شده است. شناورها مدل دینامیکی سه درجه آزادی داشته و به صورت زیر- تحریک کنترل شده اند؛ یعنی با آن که شناور سه درجه آزادی است اما تنها دو محرک در راستاهای طولی<sup>۶</sup> و دوران حول محور قائم<sup>۷</sup> برای هدایت شناور طراحی و کنترل شده است. روش مُلغشی یکی از روش های کنترل مقاوم به شمار می آید [۳]. در ادامه، دو سطح لغشی تعريف شده است؛ یک سطح لغشی مرتبه اول بر حسب خطاهای ریدیابی برای راستای طولی و یک سطح لغش مرتبه دوم برای راستای دوران حول محور قائم. سپس، تابع لیپاونوف بر حسب سطوح لغش تعريف شده است تا پایداری دینامیک خطای شناور و همگرایی ریدیابی مسیر شناور را به مسیر مطلوب، اثبات کند. پس از آن، از روش تابع پتانسیل استفاده می کنیم تا شناور بتواند با فاصله ای این از موانع ثابت و متحرک بر سر راه خود، با اطمینان و این عبور کند. در نهایت، شبیه سازی های عددی نمایش داده شده اند تا صحت و کارآمدی روش کنترلی استفاده شده را تایید کند.

1- GHommam

2- Back-Stepping

3- Do, K.D.

4- ZHuang, L., Dong

5- Actuator

6- Surge

7- Yaw

۱-۳- قانون کنترل برای راستای طولی  $\tau_u$ 

ما یک سطح لغزش به صورت زیر انتخاب می‌کنیم:

$$S_1 = u_e + \lambda_1 \int_0^t u_e(\tau) d\tau \quad (13)$$

که،  $0 > \Delta_1$ . مشتق زمانی معادله (۱۳) به قرار زیر است:

$$\dot{S}_1 = \dot{u}_e + \lambda_1 u_e \quad (14)$$

با جایگذاری معادله (۸) در (۱۲) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= \frac{1}{m_{11}} \left( (\tau_u - \tau_{ud}) + m_{22} (vr - v_d r_d) - d_{11} u_e \right) + \lambda_1 u_e \\ &= \frac{m_{22}}{m_{11}} (vr - v_d r_d) + \left( \lambda_1 - \frac{d_{11}}{m_{11}} \right) u_e + \frac{1}{m_{11}} (\tau_u - \tau_{ud}) \end{aligned} \quad (15)$$

قانون کنترل معادل را این‌گونه انتخاب می‌کنیم:

$$\tau_{ueq} = \tau_{ud} - m_{22} (vr - v_d r_d) - (m_{11} \lambda_1 - d_{11}) u_e \quad (16)$$

با هدف تضعیف کردن پدیده چترینگ<sup>۱</sup>، ما یک تابع اشباع<sup>۲</sup> را به جای تابع علامت<sup>۳</sup> برمی‌گزینیم:

$$sat\left(\frac{S_1}{\Delta_1}\right) = \begin{cases} 1, & S_1 > \Delta_1 \\ \left(\frac{S_1}{\Delta_1}\right), & \left(\frac{S_1}{\Delta_1}\right) \leq 1 \\ -1, & S_1 < -\Delta_1 \end{cases} \quad (17)$$

سپس قانون کنترل طولی را به صورت زیر طراحی می‌کنیم:

$$\tau_u = \tau_{ueq} - \eta_1 sat\left(\frac{S_1}{\Delta_1}\right) \quad (18)$$

که،  $\Delta_1 > 0$

حال برای اثبات درستی انتخاب قانون کنترل مان، یک تابع لیاپانوف به صورت زیر کاندید می‌کنیم:

$$V_1 = \frac{1}{2} m_{11} S_1^2 \quad (19)$$

مشتق زمانی معادله (۱۹) این‌گونه حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= m_{11} S_1 \dot{S}_1 = m_{11} S_1 [\dot{u}_e + \lambda_1 u_e] \\ &= m_{11} S_1 \left( \frac{m_{22}}{m_{11}} (vr - v_d r_d) + \left( \lambda_1 - \frac{d_{11}}{m_{11}} \right) u_e + \frac{1}{m_{11}} (\tau_u - \tau_{ud}) \right) \\ &= S_1 [m_{22} (vr - v_d r_d) + (m_{11} \lambda_1 - d_{11}) u_e + (\tau_u - \tau_{ud})] \end{aligned} \quad (20)$$

$$= S_1 \left[ -\eta_1 sat\left(\frac{S_1}{\Delta_1}\right) \right]$$

خارجی اغتشاشی است. با معرفی یک ماتریس انتقال برای

معادله سینماتیکی (۱)، نتیجه می‌شود:

$$R(\psi) R^T(\psi) = R^T(\psi) R(\psi) = I \quad (6)$$

$$\det(R(\psi)) = 1 \quad (7)$$

و سپس:

$$\begin{aligned} u &= \dot{x} \cos(\psi) + \dot{y} \sin(\psi) \\ \dot{u} &= \ddot{x} \cos(\psi) + \ddot{y} \sin(\psi) + vr \\ v &= -\dot{x} \sin(\psi) + \dot{y} \cos(\psi) \\ \dot{v} &= -\ddot{x} \sin(\psi) + \ddot{y} \cos(\psi) - ur \end{aligned} \quad (8)$$

مشابه معادله (۸)، سرعت‌های مطلوب به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} u_d &= \dot{x}_d \cos(\psi_d) + \dot{y}_d \sin(\psi_d) \\ \dot{u}_d &= \ddot{x}_d \cos(\psi_d) + \ddot{y}_d \sin(\psi_d) + v_d r_d \\ v_d &= -\dot{x}_d \sin(\psi_d) + \dot{y}_d \cos(\psi_d) \\ \dot{v}_d &= -\ddot{x}_d \sin(\psi_d) + \ddot{y}_d \cos(\psi_d) - u_d r_d \end{aligned} \quad (9)$$

خطاهای این‌گونه تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} u_e &= u - u_d \\ v_e &= v - v_d \\ r_e &= r - r_d \end{aligned} \quad (10)$$

و در نهایت دینامیک خطای به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{u}_e &= \frac{1}{m_{11}} ((\tau_u - \tau_{ud}) + m_{22} (vr - v_d r_d) - d_{11} u_e) \\ \dot{v}_e &= \frac{1}{m_{22}} (-m_{11} u_e r_d - d_{22} v_e - u_r e) \\ \dot{r}_e &= \frac{1}{m_{33}} ((\tau_r - \tau_{rd}) - (m_{22} - m_{11}) (uv - u_d v_d) - d_{33} r_e) \end{aligned} \quad (11)$$

## ۳- طراحی کنترل

به منظور کنترل شناور سطحی زیر-تحریک با استفاده از دو ورودی کنترلی، ما دو مرحله را برای کنترل کننده‌ها طی می‌کنیم. ابتدا قانون کنترل راستای طولی  $\tau_u$  را طراحی می‌کنیم و در وهله دوم، قانون کنترل حرکت جانبی  $\tau_r$  طراحی شده است. سطح پایدار مجانبی  $S$  تعریف شده است. همه مسیرهای سامانه در زمان رسیدن  $t_{reach}$  به این سطح همگرا می‌شوند. شرط رسیدن به این سطح را با معرفی تابع لیاپانوف تعریف می‌کنیم:

$$V = \frac{1}{2} S^2 \quad (12)$$

که، دیفرانسیل معادله (۱۲) منفی است. شرط رسیدن به سطح لغزش این است که  $\dot{V} = S \dot{S} \leq -\gamma |S| \leq 0$  که  $\gamma > 0$

1- Chattering Phenomena

2- Saturation Function

3- Sign Function

و بنابراین، قانون کنترل سطح لغزشی  $\tau_r$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tau_r = \tau_{rd} + \frac{p - \eta_2 \text{sat}\left(\frac{S_2}{\Delta_2}\right)}{q} \quad (31)$$

زمانی که  $q = 0$ ، قانون کنترل  $\tau_r$  تکین است و این غیرقابل قبول است. پس فرض می‌کنیم که  $u > 0$ .

حال برای این سطح لغزش نیز یکتابع لیاپونوف کاندید می‌کنیم تا در واقع نشان دهیم خطای ریدیابی به صفر میل می‌کند:

$$V_2 = \frac{1}{2} m_{22} m_{33} S_2^2 \quad (32)$$

با مشتق‌گیری زمانی از معادله (۳۲) و استفاده از معادلهای (۳۱) و (۳۲) می‌توانیم معادله زیر را استخراج کنیم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= m_{22} m_{33} S_2 \dot{S}_2 \\ &= m_{22} m_{33} S_2 \left[ \frac{q(\tau_r - \tau_{rd}) - p}{m_{22} m_{33}} \right] \\ &= S_2 \left[ -\eta_2 \text{sat}\left(\frac{S_2}{\Delta_2}\right) \right] \end{aligned} \quad (33)$$

اگر  $\eta_2 = m_{22} m_{33} \gamma_2$  انتخاب شود، شرط رسیدن به سطح لغزشی حاصل می‌شود:

$$\dot{V}_2 = m_{22} m_{33} S_2 \dot{S}_2 \leq -m_{22} m_{33} \gamma_2 |S_2| \quad (34)$$

#### ۴- تحلیل پایداری

قضیه ۱: نیروی ورودی در راستای طولی  $\tau_r$  و گشتاور ورودی در راستای سمت  $r$  که با (۱۸) و (۳۱) بیان شده‌اند، پایدار مجانبی هستند. و سرعت زاویه سمت  $r$  شناور سطحی زیر-تحریک نیز، پایدار ورودی-محدود خروجی-محدود است.

اثبات: تحت شرایط رسیدن به سطح لغزشی معادلهای (۳۱) و (۳۴)، نیروی طولی  $\tau_r$  و گشتاور در راستای سمت  $r$  که در معادلات (۱۸) و (۳۱) داده شده‌اند، توسعه و ایجاد شده‌اند. قوانین کنترل پیشنهادی می‌توانند اطمینان دهنده که همه مسیرهای سامانه می‌توانند در یک زمان محدود، به صفات لغزشی تعریف شده در معادلهای (۱۳) و (۲۲) برسند و چون در زمانی محدود به مطلوب می‌رسند، در نتیجه کنترل کننده‌ها به صورت مجانبی پایدار هستند.

حال اگر  $\eta_1 = m_{11} \gamma_1$  انتخاب شود، شرط رسیدن به سطح لغزشی می‌تواند به صورت زیر استخراج شود:

$$\dot{V}_1 = m_{11} S_1 \dot{S}_1 \leq -m_{11} \gamma_1 |S_1| \quad (21)$$

۲-۳- قانون کنترل برای راستای سمت  $\tau_r$  مشابه سطح لغزش (۱۳)، بر اساس طبیعت زیر-تحریک شناور سطح لغزشی به‌طور نمایی پایدار مرتبه دومی، به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$S_2 = \dot{v}_e + 2\lambda_2 v_e + \lambda_2^2 \int_0^t v_e(\tau) d\tau \quad (22)$$

که،  $\lambda_2 > 0$

مشتق زمانی معادله (۲۲) این‌گونه حاصل می‌شود:

$$\dot{S}_2 = \ddot{v}_e + 2\lambda_2 \dot{v}_e + \lambda_2^2 v_e \quad (23)$$

با جایگذاری معادلهای (۸) و (۱۱) در (۲۳) داریم:

$$\ddot{v}_e = \frac{1}{m_{22}} (-m_{11} (\dot{u}_e r_d + u_e \dot{r}_e) - d_{22} \dot{v}_e - m_{11} (\dot{u} r_e + u \dot{r}_e)) \quad (24)$$

$$M = \frac{-1}{m_{22}} (m_{11} (\dot{u}_e r_d + u_e \dot{r}_e) + d_{22} \dot{v}_e + m_{11} \dot{u} r_e) \quad (25)$$

$$\ddot{v}_e = M - \frac{m_{11}}{m_{22}} u \dot{r}_e \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \dot{S}_2 &= M - \frac{m_{11}}{m_{22}} u \dot{r}_e + 2\lambda_2 \dot{v}_e + \lambda_2^2 v_e \\ &= M - \frac{m_{11}}{m_{22}} \frac{m_{11} - m_{22}}{m_{33}} u (uv - u_d v_d) \\ &\quad + \frac{m_{11}}{m_{22}} \frac{d_{33}}{m_{33}} u r_e \\ &\quad - \frac{m_{11}}{m_{22}} \frac{1}{m_{33}} u (\tau_r - \tau_{rd}) + 2\lambda_2 \dot{v}_e + \lambda_2^2 v_e \end{aligned} \quad (27)$$

قانون کنترل معادل  $\tau_{req}$  را به صورت زیر انتخاب می‌کنیم:

$$\tau_{req} = \tau_r + \frac{p}{q} \quad (28)$$

$$p = m_{22} m_{33} M \quad (29)$$

$$-m_{11} (m_{11} - m_{22}) u (uv - u_d v_d) \quad (29)$$

$$+ m_{11} d_{33} u r_e + 2\lambda_2 \dot{v}_e + \lambda_2^2 v_e \quad (30)$$

$$q = m_{11} u \quad (30)$$

( $x_o, y_o$ ) خواهد بود. فاصله بین شناور و مرکز مانع به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۶]:

$$r = \sqrt{(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2} \quad (39)$$

حال اگر فاصله ایمن را برای عبور از مانع  $R_{saf}$  بنامیم، آن‌گاه اگر شرط زیر برقرار شود، الگوریتم دوری از مانع رسماً وارد عمل می‌شود:

$$r < R_o + R_{saf} \quad (40)$$

به بیانی دیگر، اگر فاصله بین شناور و مرکز مانع از مجموع شعاع مانع و فاصله ایمن کمتر شود، بایستی از مانع دور شویم. حال باید تابع پتانسیل را معرفی کنیم تا با اعمال روی شناور، باعث دوری و عدم برخورد آن شود. این تابع پتانسیل به صورت زیر معرفی شده است:

$$F_x = \frac{k(x - x_o)}{r^2} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_o + R_{saf}} \right) \quad (41)$$

$$F_y = \frac{k(y - y_o)}{r^2} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_o + R_{saf}} \right) \quad (42)$$

که در آن،  $F_x$  و  $F_y$  به ترتیب نیروهای اعمال شده از طرف میدان پتانسیل به شناور، به ترتیب در راستاهای  $x$  و  $y$  سامانه مختصات زمین- ثابت فراگیر<sup>۱</sup> است،  $k$  یک ضریب بهره مثبت است و ترم  $\frac{1}{R_o + R_{saf}}$  نیز به خاطر آن است که اگر مانع درست در مرز حس‌کردن شناور قرار گرفت، یعنی  $r = R_o + R_{saf}$  بتواند عبور نرم و روانی<sup>۲</sup> را از کنار مانع داشته باشد. پس الگوریتم شرطی اجتناب از برخورد با مانع به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \text{if } r < R_o + R_{saf} \\ F_x = \frac{k(x - x_o)}{r^2} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_o + R_{saf}} \right) \\ F_y = \frac{k(y - y_o)}{r^2} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_o + R_{saf}} \right) \end{aligned} \quad (43)$$

اگر شرط فوق حاصل شود و  $F_x$  و  $F_y$  به کنترل کننده راستای سمت<sup>۳</sup> با علامت منفی اضافه شوند، آن‌گاه در واقع

$$u_e \rightarrow 0 \Rightarrow \int_0^t u_e(\tau) d\tau \rightarrow 0 \Rightarrow x \rightarrow x_d \quad (35)$$

$$v_e \rightarrow 0 \Rightarrow \int_0^t v_e(\tau) d\tau \rightarrow 0 \Rightarrow y \rightarrow y_d \quad (36)$$

و در ادامه نیز، ثابت خواهیم کرد که زاویه سمت شناور سطحی زیر- تحریک، ورودی- محدود خروجی- محدود است. تابع لیاپانوف زیر را کاندید می‌کنیم:

$$V_3 = \frac{1}{2} r^2 \quad (37)$$

با استفاده از رابطه (۳) و مشتق گرفتن از (۳۷) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= r \dot{r} = r \left[ \frac{(m_{11} - m_{22})}{m_{33}} uv - \frac{d_{33}}{m_{33}} r + \frac{1}{m_{33}} \tau_r \right] \\ &= -\frac{d_{33}}{m_{33}} r^2 + \frac{(m_{11} - m_{22})}{m_{33}} uvr + \frac{1}{m_{33}} \tau_r r \\ &\leq -\rho_r V_3 + \mu_r \end{aligned} \quad (38)$$

که  $\mu_r = \frac{(m_{11} - m_{22})}{m_{33}} uvr + \frac{1}{m_{33}} \tau_r r$  و مادامی  $r > \frac{[(m_{11} - m_{22})uv + \tau_r]}{d_{33}}$  آن‌گاه  $\dot{V}_3 < 0$  و بنابراین کران دار است.

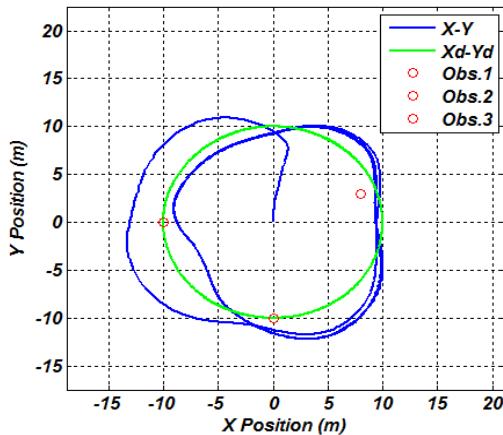
## ۵- اجتناب از برخورد با مانع

در این قسمت، به تشریح الگوریتم عبور از مانع می‌پردازیم. در این‌جا، مانع به صورت دایره در نظر گرفته شده‌اند. شرط فعل شدن الگوریتم رهایی از برخورد، این است که مانع در ابتدا، در محدوده حس نمودن و تشخیص شناور قرار بگیرد. در نتیجه شعاع حس‌گر روبات را با  $R_{sen}$  نمایش می‌دهیم. بدیهی است که اگر مانع در فاصله‌ای کمتر از شعاع حس‌گر  $d < R_{sen}$  شناور قرار بگیرد، تشخیص داده خواهد شد. حال که مانع شناسایی شد بایستی شناور بتواند مزاحم‌بودن یا نبودن آن را تشخیص دهد. به طور مثال، اگر شناور از سمت راست یک صخره سنگی رو به جلو در حرکت باشد و صخره درست به موازات مسیر حرکت آن باشد، بدیهی است که صخره مزاحمتی برای حرکت آن ایجاد نخواهد کرد. اما اگر در راستای حرکت شناور، حس‌گرها نقاطی از مانع را تشخیص دهند، بایستی الگوریتم دوری از مانع فعال شود. بعد از آن که مانع مزاحم تشخیص داده شد، مختصات روبات و مانع را به چارچوب مختصاتی زمین- ثابت منتقل می‌کنیم، چراکه در چارچوب جسم- ثابت موقعیت‌های شناور قابل اندازه‌گیری نیستند تا با موقعیت مانع مقایسه شوند. پس موقعیت شناور ( $x, y$ ، همچنین شعاع و موقعیت مرکز مانع به ترتیب  $R_o$  و

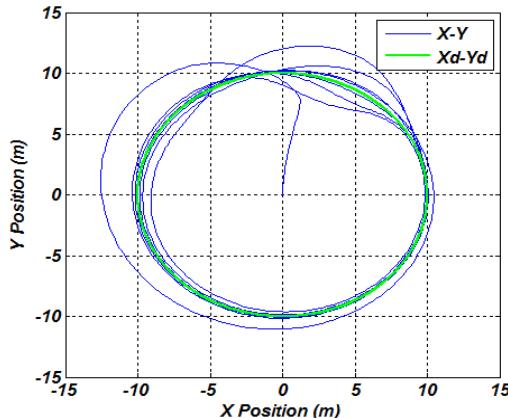
1- Global

2- Smooth

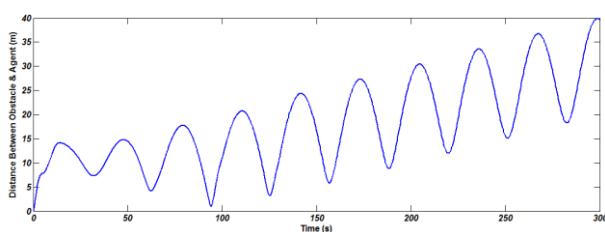
3- Yaw



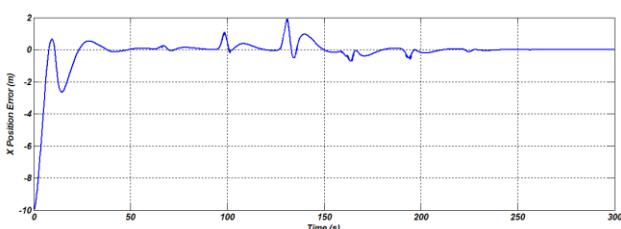
شکل (۵): ردیابی مسیر شناور در عبور از سه مانع ثابت.



شکل (۶): ردیابی مسیر شناور در عبور از مانع متحرک.



شکل (۷): فاصله بین مانع متحرک و شناور در طول زمان.



شکل (۸): خطای ردیابی طولی در حضور مانع متحرک.

گشتاورهای خواهند بود که سعی در چرخش شناور برای جلوگیری از برخورد با موانع خواهند نمود.

#### ۶- شبیه‌سازی‌های عددی

در این قسمت، ما برخی شبیه‌سازی‌ها را برای تصدیق درستی مسئله و کارامدی قوانین کنترل طراحی می‌کنیم. پارامترهای شبیه‌سازی به قرار زیر هستند [۱۵]:

$$(m_{11}, m_{22}, m_{33}) = (1.956, 2.405, 0.043)$$

$$(d_{11}, d_{22}, d_{33}) = (2.436, 12.992, 0.0564)$$

$$(x_d(t), y_d(t)) = (10 \times \cos(0.2t), 10 \times \sin(0.2t))$$

$$(x(0), y(0), \psi(0)) = \left(0, 0, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$(u(0), v(0), r(0)) = (0, 0, 0)$$

همچنین، ما یک مانع متحرک و سه مانع ثابت را به ترتیب در زیر تعریف می‌کنیم:

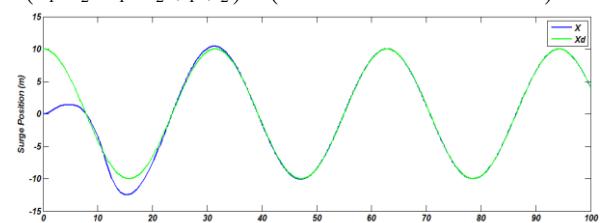
$$(x_{o1}, y_{o1}) = (0.05t, 0.05t)$$

$$(x_{o3}, y_{o3}) = (0, -10), (x_{o4}, y_{o4}) = (-10, 0),$$

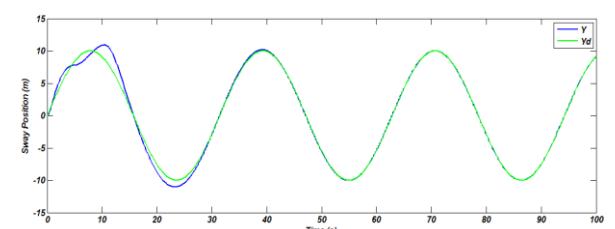
$$(x_{o5}, y_{o5}) = (8, 3)$$

شعاع هر کدام از موانع  $R_o = 1$  متر و فاصله ایمن  $R_{saf} = 4$  متر و همچنین  $k = 50$  و  $r_s = 6$  متر در نظر گرفته شده است. دیگر پارامترهای کنترل نیز به قرار زیر هستند:

$$(\lambda_1, \lambda_2, \Delta_1, \Delta_2, \gamma_1, \gamma_2) = (1.5, 3, 0.01, 0.05, 0.1, 0.002)$$



شکل (۹): ردیابی طولی مسیر شناور در غیاب موانع.



شکل (۱۰): ردیابی عرضی مسیر شناور در غیاب موانع.

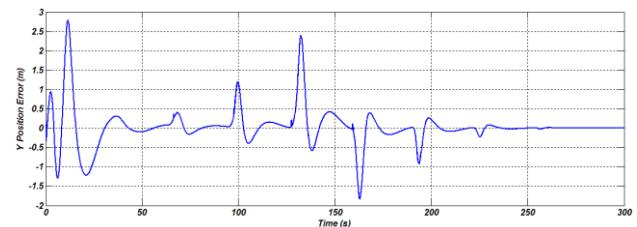
شده‌اند یعنی با آن که مدل دینامیکی شناور سه درجه آزادی است، اما تنها دو محرک طراحی می‌شود و در واقع، تعداد محرک‌ها کمتر از تعداد درجات آزادی است. دو سطح لغزش مرتبه اول و دوم بر حسب خطاهای ریدیابی، به ترتیب برای راستاهای طولی و دوران حول محور قائم تعریف شده و در ادامه با استفاده از روش لیپانوف قوانین کنترل مطلوب برای محرک‌ها طراحی شدن. این قوانین کنترل قادرند تا به تطور موثری پدیده چترینگ<sup>۱</sup> را در کنترل مُلغزشی تضعیف نموده و به نرمی<sup>۲</sup> ورودی‌های مطلوب را تولید نمایند. از روش تابع پتانسیل برای اجتناب از برخورد با مانع استفاده شد. این توابع در واقع گشتاورهایی هستند که در محرک موجود در راستای دوران حول محور قائم ایجاد می‌شود تا هنگام نزدیک شدن به مانع شناور را مجبور به تغییر جهت‌گیری حرکت کند. همان‌طور که مشاهده شد، کنترل کننده‌های مُلغزشی طراحی شده و توابع پتانسیل اعمال شده، مجموعاً شناور را قادر خواهند ساخت که خود را در مسیر مطلوب قرار داده و در صورت وجود مانع، از آن‌ها به‌طور ایمن عبور کرده و از برخورد با آن‌ها اجتناب ورزد. برای کارهای بیشتر در این حوزه، کنترل آرایش‌بندی شناور در حضور مانع و در نظر گرفتن مانع دارای فرورفتگی یا مقعر، که امکان گیر افتادن شناور در این نواحی وجود دارد، پیشنهاد می‌شود.

## ۸- مراجع

- Bertram, V. "Unmanned Surface Vehicles – A Survey", Skibsteknisk Selskab, Copenhagen, Denmark, 2008.
- Nuno A. Cruz. "Autonomous Underwater Vehicles", In-Tec, 2011.
- Yu, R., Zhu, Q. Xia, G. and Liu, Z. "Sliding Mode Tracking Control of an underactuated Surface Vessel", IET Control Theory & Applications, Vol. 6, No. 3, pp. 461-466, 2012.
- Wichlund, K.Y., Sordalen, O.J. and Egeland, O. "Control Properties of Underactuated Vehicles", Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 2009–2014. 1995.
- Godhavn, J.M., Fossen, T.I. and Berge, S.P. "Nonlinear Adaptive Backstepping Designs for Tracking Control of Ships", Int. J. Adapt. Control Signal Process, Vol. 12, pp. 649–670, 1998.

1- Chattering Phenomena

2- Smooth



شکل (۹): خطای ریدیابی عرضی در حضور مانع متحرک.

شکل‌های (۳) و (۴) ریدیابی مسیر دایره‌ای را توسط شناور، در راستاهای طولی و عرضی نشان می‌دهد. همان‌طور که پیداست شناور پس از مدت زمان کوتاهی به مسیر مطلوب همگرا می‌شود. شکل ۵، مسیر انتخابی شناور را برای اجتناب از برخورد با سه مانع ثابت نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، دو مانع دقیقاً بر سر راه مسیر مطلوب شناور قرار گرفته‌اند و شناور قادر است به‌طور ایمن از آن‌ها عبور کند. شکل ۶، مسیر حرکت شناور را برای رهایی از مانع متحرک نشان می‌دهد. جذابیت این شکل در آن است که شناور تا زمانی که مانع هنوز به دایره مطلوب سیز نرسیده است، ترجیح می‌دهد که از جلوی آن (بالای دایره سیز)، با فاصله‌ای ایمن عبور کند. اما پس از آن که مانع متحرک به دایره سیز رسید، این بار شناور با فاصله‌ای ایمن از پشت آن (زیر دایره سیز) عبور می‌کند. در نهایت، وقتی مانع به اندازه کافی از دایره دور شد، شناور مسیر مطلوب اولیه خود را باز می‌یابد و روی دایره به حرکت خود ادامه می‌دهد. چون نمایش زنده حرکت مانع متحرک روی شکل امکان‌پذیر نبود، ما از نمودار شکل ۷ استفاده کردیم تا نشان دهیم فاصله بین مانع متحرک و شناور هیچگاه صفر نشده و در واقع برخوردی با هم نداشته‌اند. شکل‌های ۸ و ۹، نیز خطای ریدیابی شناور را در عبور از مانع متحرک نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که خطای پس از دورشدن مانع متحرک، به صفر همگرا می‌شود. از مجموعه شکل‌ها می‌توان نتیجه گرفت که کنترل کننده‌های طراحی شده به خوبی قادرند که شناور را به مسیر مطلوب همگرا کرده و از برخورد با مانع اجتناب ورزند.

## ۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله، کنترل ریدیابی یک شناور سطحی بدون سرنشین در حضور مانع ثابت و متحرک مورد مطالعه قرار گرفت. در طراحی کنترل کننده‌ها از روش کنترل مقاوم مُلغزشی استفاده شده است. شناورها نیز به‌طور زیر-تحریک کنترل

11. Ghommam, J. Mnif, F. and Derbel. N. "Global Stabilization and Tracking Control of Underactuated Surface Vessels", IET Control Theory Appl, Vol. 4, No. 1, pp. 71-88, 2010.
12. Do, K.D. and Pan. J. "Control of Ships and Underwater Vehicles", Springer, 2009.
13. Do, K.D., Jiang, Z.P. and Pan. J. "Underactuated Ship Global Tracking under Relaxed Conditions", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 47, No. 9, pp. 1529-1536, 2002.
14. Do. K.D. "Formation Control of Underactuated Ships with Elliptical Shape Approximation and limited Communication Ranges", Automatica, Vol. 48, pp. 1380–1388, 2012.
15. Zhuang, L., Dong, B. and Guo. Z. "Higher Sliding Mode Tracking Control for Underactuated Surface Vessel", In Proceedings of 2013 Chinese Intelligent Automation Conference, pp. 569-578. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
16. Lounis, A., Benzerrouk, A. and Philippe Martinet. "Mobile Robot Navigation in Cluttered Environment using Reactive Elliptic Trajectories", In 18th IFAC World Congress, 2011.
6. Pettersen, K.Y. and Nijmeijer, H. "Global Practical Stabilization and Tracking for an Underactuated Ship -A Combined Averaging and Backstepping Approach", Model. Identif. Control, Vol. 20, No. 4, pp. 189–199, 1999.
7. Pettersen, K.Y. and Nijmeijer, H. "Tracking Control of an Underactuated Surface Vessel", Proc. IEEE Conf. on Decision and Control, Tampa, Florida, pp. 4561–4566, 1998.
8. Behal, A., Dawson, D. and et al. "Tracking and Regulation Control of an Underactuated Surface Vessel with Nonintegrable Dynamics", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 47, No. 3, pp. 495-500, 2002.
9. Dixon, W., Dawson, D. and et al. "Robust Tracking and Regulation Control for Mobile Robots", Proceedings of IEEE Conference on Control and application, Vol. 2, No. 1, pp. 1015-1020, 1999.
10. Jiang, Z.P. "Global Tracking Control of Underactuated Ships by Lyapunov's Direct Method", Automatica, Vol. 38, No. 2, pp. 301-309, 2009.