تحليل ضربه كمسرعت ورق كامپوزيتي ويسكوالاستيك داراي لايههاي انعطافیذیر با تئوری لایهای و فرمولبندی انرژی جدید

محمد حسن پاچناری

دانشكده مهندسي هوافضا

دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۱/۲۲؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۹/۱۶)

محمد شرعيات (دانشکدہ مہندسی مکانیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی

چکیدہ

در مقاله کنونی، پاسخ ورق کامپوزیتی چندلایه ویسکوالاستیک در برابر ضربه کمسرعت ناشی از برخورد یک جسم کروی صلب، تحلیل شده است. در این راستا، فرمولبندی جدیدی از انرژی که برای تحلیل ضربه مناسب بوده و انرژی پتانسیل ناشی از فروروی ضربهزن در ورق را نیز در نظر می گیرد، برای اولین بار ارائه و استفاده شده است. در تحلیل کنونی، قانون تماس هرتز، ابتدا جهت در نظر گرفتن اثر سختی لایههای زیرین بر سختی ناحیه تماس، اصلاح شده است. مدل انتگرال سلسله مراتبی ولترا برای توصیف رفتار ویسکوالاستیک مواد به کار رفته و برای مدل سازی دقیقتر رفتار ورق، از تئوری لایهای دارای توانایی در نظر گرفتن تغییر شکل پذیری عرضی لایهها، استفاده شده است. برای یافتن پاسخ معادلات دیفرانسیلی-انتگرالی حاکم، از ترکیب روشهای اجزای محدود، انتگرالگیری ذوزنقهای و شیوه انتگرالگیری عددی زمانی نیومارک بهره گرفته شده است. در بخش نتایج، اثر پارامترهای گوناگون رفتار ویسکوالاستیک مواد و نیز سرعت ضربهزن بر تاریخچههای زمانی نیروی ضربه، میزان فروروی و خیز ورق مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان میدهند که به دلیل ماهیت میراسازی ساختاری مواد ویسکوالاستیک، سختی ورق و در نتیجه، نیروی ضربه، افزایش یافته ولی خیز دینامیکی بیشینه پدید آمده در ورق و میزان فروروی، کاهش مییابند. همچنین، در حالت کلی، افزایش نیروی تماس بیانگر افزایش میزان فروروی نمیباشد.

واژههای کلیدی: ضربه کمسرعت، فرمول بندی جدید انرژی، ورق کامیوزیت ویسکوالاستیک انعطاف پذیر، تئوری لایهای، روش اجزای محدود.

Low-Velocity Impact Analysis of a Viscoelastic Composite Plate with Flexible Layers Based on a Layerwise Theory and a Novel Energy Formulation

M. Shariyat

علی مظفری ۳

دانشكده مهندسي هوافضا

دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی

K.N. Toosi University of Technology

M.H. Pachenari Aerospace Engineering Department K.N. Toosi University of Technology

(Received: 10/April/2016; Accepted: 6/December/2016)

A. Mozaffari Aerospace Engineering Department K.N. Toosi University of Technology

Abstract

In the present paper, responses of a multilayer viscoelastic composite plate against a low-velocity impact by a rigid spherical indenter is investigated. In this regard, a novel energy formulation that is suitable for impact analysis and accounts for the potential energy due to indentation is proposed and employed, for the first time. First, Hertz contact law is refined to include effect of the lower layers on the stiffness of the contact region. Voltra hierarchical integral is employed for modeling the viscoelastic material and a layerwise theory capable of considering the transverse flexibility of the layers is used to accurately model the plate behavior. To solve the governing integro-differential equations, the finite element method, trapezoidal integration method, and Newmark numerical time integration method are used. In the results section, effects of the various viscoelasticity parameters and the indenter velocity on the time histories of the contact force, indentation, and lateral deflection of the plate are investigated. Results show that due to the damping nature of the viscoelastic materials, the plate rigidity and contact force increase whereas the maximum lateral deflection and the indentation decrease. Furthermore, higher contact forces do not necessarily indicates higher indentations.

Keywords: Low-velocity impact, Novel energy formulation, Flexible viscoelastic composite plate, Layerwise theory, Finite element.

Faculty of Mechanical Engineering

m_shariyat@yahoo.com -۱ استاد (نویسنده پاسخگو): 1

۲- دانشجوی دکتری: pachenary@gmail.com

mozaffari@kntu.ac.ir : استادیا, –۳

۱- مقدمه

سازههای کامپوزیتی چند لایه، بهطورگستردهای در صنایع مختلف مورد استفاده قرار گرفتهاند. با وجود برتریهایی مانند نسبت استحکام به وزن بالا، برخی از نارساییهای این گونه از سازهها، مانند آسیبپذیری در برابر بارهای ضربهای پیشبینی نشده، از جمله بارهای ناشی از سقوط اجسام یا پرت شدن ابزار بر این سازهها، همواره عامل نگران کنندهای بودهاند. زیرا آسیبهای پدید آمده میتوانند مقاومت سازه را به طور چشم گیری کاهش دهند. به دلیل استفاده از مواد پلیمری در ماتریس مواد کامپوزیتی و به طور کلی، وجود میرایی سازهای قابل توجه در الیاف و ماتریس که با واژه ویسکوالاستیسیته شناخته میشود، پیشبینی دقیق پاسخ سازههای یاد شده در برابر ضربه، نیازمند استفاده از مدل های ساختاری دربر گیرنده ماهیت ویسکوالاستیک مواد میباشد.

با وجود آن که تاکنون مقالات زیادی درباره پاسخ ورق های کامپوزیتی در برابر ضربه کمسرعت منتشر شده است، اکثر این آثار در ارتباط با مقاومت دربرابر آسیب، بدون در نظر گرفتن ماهیت ویسکوالاستیک رفتار مواد، بودهاند. ویژگیهای مکانیکی مواد ویسکوالاستیک متغیر با زمان و مکان (به دلیل تغییرات مکانی و زمانی میدان کرنش) بوده و به علت هم گیری رفتارهای الاستیک و میراسازی در مواد ویسکو الاستیک، موجب افزایش سختی و تغییر فرکانسهای طبیعی ورق می گردند. در نتیجه، با توجه به این که پاسخ دینامیکی ورق، ترکیبی از پاسخهای ناشی از مودهای ارتعاشی مختلف است، این ویژگیهای مواد، پاسخ ضربه را به طور چشم گیری تحت تاثير قرار مىدهند. لذا، رفتار ورق كامپوزيتى ويسكو الاستيك تحت بارهای ضربهای را به طور کلی بهبود میبخشند. با این وجود، به دلیل آن که ویژگیهای یاد شده فرایند انتقال نیرو از جسم ضربهزن به ورق و میزان فروروی ضربهزن را تحت تاثیر قرار میدهند، اظهار نظر کلی در ارتباط با پاسخ ورق در برابر ضربه، بدون ارائه یک تحلیل دقیق، امکان پذیر نمی باشد.

اغلب مدلهای ضربه ارایه شده برای ورقهای کامپوزیتی عادی، مبتنی بر گسستهسازی از طریق استفاده از المانهای جرم و فنر میباشند [۱]. بدیهی است که این مدلها توانایی آشکار سازی آثار مدهای ارتعاشی بالاتر از مدخمشی اول تغییر فرم و ارتعاش ورق، که گاهی چشم گیرند، را ندارند. ابریت ([۲]

مروری جامع در خصوص مدل های ارایه شده در زمینه ضربه كمسرعت ورق كامپوزيتي ارايه كرده است.

صدربا م ابود ی [۳]، پاسخ ورقهای کامپوزیتی ویسکوالاستیک را تحت بار دینامیکی با تغییرات زمانی پلهای مورد بررسی قرار دادند. آنها از روابط بولتزمن ً و سری فوریه برای یافتن پاسخ فرکانسی استفاده کردند. پاسخ دینامیکی و شبه دینامیکی تیرهای ویسکوالاستیک با استفاده از نظریه تبدیل لاپلاس و با روش اجزاء محدود، توسط چن⁶ [۴] بررسی بررسی شد. الیاسوف² و آکوز^۲ [۵] پایداری ورقهای ويسكوالاستيك تحت بار عرضي با تغييرات زماني مثلثي را بررسی نموده و معادلات ساختاری ویسکوالاستیک را به فرم بولتزمن- ولترا[^] ارائه و معادلات حاصله را به شيوه تبديل لايلاس حل نمودند.

برخی از پژوهشگران، نکات مرتبط با نحوه استفاده از تناظر الاستیک- ویسکوالاستیک در ورقهای ویسکوالاستیک هدفمند تحت بار گسترده و نیروهای برشی درون صفحهایی را مورد کاوش قرار داده و ثابت نمودند که اصل تناظر مواد ویسکوالاستیک، ضمن آنکه تنها برای تغییرات سینوسی بار قابل استفاده است، برای نوع خاصی از مواد هدفمند که تابع واهلش آنها جدایش پذیر است، برقرار است [۶ و ۷]. ابدون⁹ و ازرار' [۸]، پاسخ ورق ویسکوالاستیک تحت بارگذاری هارمونیک را به شیوه المان محدود بررسی نمودند. برای توصيف ويژگىهاى ويسكوالاستيک مواد، از ماتريس واهلش پیچیدهای که تابعی از فرکانس واهلش بود، استفاده شد.

پاسخ ضربه ورق ویسکوالاستیک، توسط آسی " و همکاران [۹] به شیوه المان محدود به دست آمد. در این زمینه، مدل ساده واهلش مواد غیر همگن استفاده شده و از مدل جامد ويسكوالاستيك خطى براى توصيف رفتار ويسكوالاستيك بهره گرفته شد. همچنین، رفتار گذرای ورقهای کامپوزیتی ویسکوالاستیک تحت بارگذاری دینامیکی با تغییرات زمانی

- 5- Chen
- 6- Ilyasov 7- Aköz

- 8- Boltzman-Voltra 9- Abdoun
- 10- Azrar
- 11-Assie

²⁻ Cederbaum

³⁻ Aboudi

⁴⁻ Boltzman

مثلثی توسط آسی و همکاران [۱۰] بررسی شد. آنها از تئوری برشی مرتبه اول و روش اجزاء محدود برای یافتن معادلات حاکم استفاده کردند. حل زمانی با استفاده از روش نیومارک انجام پذیرفت [۱۱]. التنباخ¹ و ارمیو^۲ [۱۲] رفتار خمشی ورق هدفمند ساخته شده از فومهای فلزی یا فومهای پلیمری ناهمگن ویسکوالاستیک را مورد بررسی قرار دادند. اخیراً، تحلیل ارتعاش غیرخطی ورق همسانگرد ویسکوالاستیک مستطیلی، توسط امابیلی^۳ [۱۳] انجام شده است.

در خصوص استفاده از مدلهای پیوسته در تحلیل ضربه کم سرعت، نثیر و همکارانش [۱۴] به بررسی تنشها و جابجاییهای کلی پدید آمده در ورق پرداختند. در این تحلیل، میزان فروروی ضربه زن مورد توجه قرار نگرفته است. کریستوفرو⁴ و همکارانش نیز به مدلسازی هندسی ناحیه تماس برای ورق فاقد امکان خیز پرداختند [۱۵ و ۱۶].

ترنر^۵ [۱۷] به اصلاح روابط مربوط به تماس ورق ارتوتروپیک از طریق جایگزینی مدول کشسان مواد همسانگرد در رابطه هرتز با مدول کشسانی عرضی پرداخت. سپس سوانسون^۶ [۱۸] با استفاده از مطالعات تجربی خود، رابطه هرتز که اساساً برای "نیم فضا" بهدست آمده را برای ضربه "ورق" اصلاح نمود. شرعیات و فرزان نسب [۱۹] ضربه کمسرعت ورق همسانگرد هدفمند ویسکوالاستیک را با استفاده از یک تئوری ورق تکلایه همارز با جدا نمودن آثار خمشی و برشی، بررسی کردند.

در زمینه تحلیل ضربه ورق با دیدگاه تئوری یا تجربی، پژوهشهای متعددی نیز در مجلات داخلی منتشر شدهاند. بیدی و همکاران [۲۰] تحلیل تجربی و عددی ضربه روی ورق های فولادی انحنادار را برای دستیابی به تغییر شکل ماندگار و تغییرات شتاب ضربهزن، انجام دادند. خورشیدی [۲۱] رفتار ضربه غیرخطی الاستوپلاستیک ناشی از برخورد یک گلوله کروی با یک ورق مستطیلی نسبتاً ضخیم را با استفاده تئوری مرتبه اول برشی میندلین- ریزنر و حل تحلیلی با به کارگیری بسط توابع ویژه بررسی نمود. در این پژوهش، شرایط مرزی

- 1- Altenbach
- 2-Eremeyev 3- Amabili

6- Swanson

متعددی در نظر گرفته شد. داریوشی و صدیقی [۲۲]، رفتار یک تیر ساندویچی تحت ضربه سرعت پایین با یک ضربهزن استوانه ای صلب را با مدل سازی رویهها با تیر تیموشنکو و هسته با یک جسم دوبعدی که می تواند در راستای ضخامت فشرده شود، بررسی نمودند. نتایج بهدست آمده، از طریق آزمونهای انجام شده توسط مولفین یاد شده، صحه گذاری شدند. تحلیل رفتار ضربه ورق ساندویچی با پیشبار دوبعدی و رویههای کامپوزیتی، توسط قاجار و همکاران [۲۳]، به شیوه اجزای محدود مبتنی بر الاستیسیته سهبعدی صورت پذیرفت. اثر استفاده از سیمهای حافظهدار بر پاسخهای ضربه ورقهای کامپوزیتی با یا بدون پیش تنش، توسط حسینی و همکاران [۲۴] و شرعیات و همکاران [۲۵]، بررسی شد. ملک زاده فرد و همکاران [۲۶ و ۲۷]، پاسخ ارتعاشات آزاد و ضربه سرعت پایین یک ورق ساندویچی با هسته انعطاف پذیر مغناطیسی را مورد مطالعه قرار داده و از حل سری فوریه استفاده نمودند. در این پژوهش، نیروی برخورد به کمک یک مدل گسسته جرم و فنر دو درجه آزادی بهدست آمد.

تاکنون تحقیق جامعی در خصوص تحلیل پاسخهای ضربه کم سرعت ورق کامپوزیتی ویسکوالاستیک ارایه نشده است. همچنین، در مقالات ارائه شده توسط مولفین دیگر، اثر سفتی لایههای زیرین بر سختی ناحیه تماس در نظر گرفته نشده و عموماً تحلیلها یا در محیط نرمافزارهای تحلیل اجزای محدود تجاری یا با خطی نمودن قانون تماس هرتز صورت گرفته است. در پژوهش کنونی، پاسخ ورق به ضربه کم سرعت، با در نظر گرفتن اثرات لایههای زیرین بر سختی تماس محل ضریه و تاثیر پارامترهای ویسکوالاستیک مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین، برای افزایش دقت نتایج و نتیجه گیریهای حاصله، ضمن اصلاح رابطه تماس هرتز، از تئوری ورق لایهای و روابط کرنش – جابه جایی غیر خطی استفاده شده است.

۲- اســتخراج روابــط حــاکم بــر تــنش و کــرنش ورق کامپوزیت ویسکوالاستیک

دستگاه مختصات ورق دارای تکیهگاههای ساده مورد بررسی، به همراه پارامترهای هندسی ورق کامپوزیت ویسکوالاستیک، در شکل ۱ نشان داده شدهاند. طول، عرض و ضخامت ورق، به ترتیب با *a* و *h* نشان داه شده و شعاع و سرعت ضربهزن به ترتیب با *R* و *V* مشخص شدهاند.

⁴⁻Christoforou

⁵⁻ Turner



مختصات مورد استفاده

ویژگیهای مخلوط مواد الیاف و ماتریس، عموماً توسط قوانین میکرومکانیکی، با مشخصات همارز آنها جایگزین میشوند. در مقاله کنونی، از مدل جامد ویسکوالاستیک استاندارد نشان داده شده در شکل ۲، که پاسخهای آن هم در واهلش¹ و هم در خزش⁷ با رفتارهای مواد مهندسی سازگار است [۲۸]، برای مدلسازی رفتار مخلوط ویسکوالاستیک استفاده شده است.



فرم تابع واهلش این مدل ویسکوالاستیک، به فرم معادله (۱) است [۲۸]:

$$E(t) = E_1 + E_2 e^{-\alpha t} \tag{1}$$

در رابطه (۱)،
$$lpha$$
 عکس زمان واهلش t_r است: (۲) $lpha=rac{1}{2}=rac{E_2}{2}$

که در آن، η میزان میرایی (طبق شکل ۲) است. در مواد ویسکوالاستیک، ضریب پواسون نزدیک به مواد تراکم ناپذیر بوده و مستقل از زمان پنداشته می شود. لذا، طبق رابطه (۱)، رابطه زیر میان ضرایب الاستیک و ویسکوالاستیک برقرار خواهد بود:

$$C_{ij}(t) = C_{ij(1)} + C_{ij(2)}e^{-\alpha t}$$
(٣)

در نتيجه:

$$C_{ij}(0) = C_{ij(1)} + C_{ij(2)}$$
(*)

$$C_{ii}(\infty) = C_{ii(1)} \tag{(a)}$$

1- Relaxation

 $t_r = \eta$

2- Creep

$$\boldsymbol{\sigma} = \int_{0}^{t} \boldsymbol{C}(t-\tau) \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{d\tau} d\tau \tag{9}$$

با انتگرال گیری جزء به جزء از رابطه (۶)، داریم:

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \mathbf{C}(0)\boldsymbol{\varepsilon}(t) - \int_{0}^{t} \frac{d\mathbf{C}(t-\tau)}{d\tau} \boldsymbol{\varepsilon}(\tau) d\tau$$
(Y)

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \mathbf{C}(0)\boldsymbol{\varepsilon}(t) - \int_{0}^{t} \mathbf{R}(t-\tau)\boldsymbol{\varepsilon}(\tau)d\tau \qquad (\lambda)$$

که در آن، **R** عملگری انتگرالی با هسته واهلش^۳ تعریف شده در رابطه (۹) میباشد:

$$\mathbf{R} \ t = \frac{d\mathbf{C}(t)}{d\tau} \tag{9}$$

با توجه به تعریف انتگرال کانولوشن، میتوان رابطه (۸) را به فرم کوتاه زیر نشان داد:

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \left[\mathbf{C}(0) - \boldsymbol{\mathcal{R}}^* \right] \boldsymbol{\varepsilon}(t) \tag{1.1}$$

یا به قرم توناهتر:
(۱۱)
$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \overline{\mathcal{C}}^*(t) \boldsymbol{\varepsilon}(t)$$

که در آن، ماتریس عملگر \mathcal{R}^* بر پایه رابطه (۱۲) تعریف
می گردد:

$$\mathcal{R}^* \boldsymbol{\varepsilon} = \int_0^t \mathbf{R}(t-\tau) \boldsymbol{\varepsilon}(\tau) d\tau \qquad (11)$$

با توجه به رابطه (۱۱) میتوان انتگرالهای مختلف ماتریس عملگر $\overline{\mathcal{C}}^*$ را در ضخامت ورق کامپوزیت ویسکوالاستیک یافت:

$$\begin{split} A_{ij}^{l} &= \int_{-h/2}^{h/2} \overline{C}_{ij}^{*}(t) z^{l} dz = \int_{-h/2}^{h/2} \Big[C_{ij}(0) - \mathcal{R}_{ij}^{*} \Big] z^{l} dz \\ &= \sum_{k=1}^{N} \int_{h_{k-1}}^{h_{k}} \Big[C_{ij}^{(k)}(0) - \int_{0}^{t} \alpha C_{ij(2)}^{(k)} e^{\alpha(\tau-t)} d\tau \Big] z^{l} dz \end{split}$$
(17)
$$&= (A_{ij}^{l})^{E} - (A_{ij}^{l})^{VE} \end{split}$$

که در آن، اندیسهای E و VE به ترتیب، بیانگر بخـشهـای الاستیک و ویسکوالاستیک میباشند.

۳- قانون تماس هر تز و سختی تماسی در محل ضربه در این تحقیق از قانون تماس هرتز به منظور یافتن ارتباط میان نیروی تماس و میزان فروروی ضربهزن استفاده شده است. طبق این قانون، ناحیه تماس، بدون اصطکاک فرض میشود.

3- Relaxation kernel

$$F = F_{max} \left(\frac{\beta - \beta_0}{\beta_{max} - \beta_0} \right)^{\frac{5}{2}} \tag{(7.)}$$

که درآن، F_{max} نیروی تماس بیشینه، β_{max} نفوذ بیشینه ناشی از نیروی تماس بیشینه و β_0 میزان نفوذ ماندگار میباشد.

۴- معادلات حاکم بر حرکت ورق کامپوزیتی ویسکو الاستیک انعطاف پذیر و جرم ضربهزن

در ایـن بخـش، فـرم جدیـدی از معـادلات انـرژی، بـرای یافتن معادله حـاکم بـر ورق ارائـه خواهـد شـد. بـرای افـزودن دقـت ردگیـری تغییـرات مولفـههـای جابجـایی، از تئـوری لایهای ویژهای اسـتفاده شـده و سـرانجام، معـادلات حـاکم بـر حرکت، به فرم اجزای محدود بدست آمدهاند.

۱-۴ معادلات تنش کرنش، بر پایه تئوری لایهای

بر پایه تئوری لایهای، تغییرات مولفههای جابجایی درون هر لایه ورق را میتوان به گونه زیر بیان نمود [۳۰]:

$$u(x, y, z) = \sum_{k=1}^{N} \sum_{l=1}^{n+1} U_{n(k-1)+l}(x, y)\varphi_{l}(z)$$

$$v(x, y, z) = \sum_{k=1}^{N} \sum_{l=1}^{n+1} V_{n(k-1)+l}(x, y)\varphi_{l}(z) \qquad (\Upsilon)$$

$$w(x, y, z) = \sum_{k=1}^{N} \sum_{l=1}^{m+1} W_{m(k-1)+l}(x, y)\psi_{l}(z)$$

که در آن، u و w به ترتیب، مولفههای جابجایی ورق در امتداد محورهای x و z میباشند. k شمارنده لایه (k=1) متناظر با لایه زیرین است) و l شمارنده زیر لایه محلی هر لایه میباشد. در رابطه (۲۱)، N تعداد لایههای ورق و n و m مرتبه چند جملهای تغییرات درون لایهای (به ترتیب، برای مولفههای چند جملهای تغییرات درون لایهای (به ترتیب، برای مولفههای درون صفحهای و عرضی) است. U_1 U_1 و W_1 مقدار مولفههای یاد شده در هر زیر لایه میباشد. به بیان دیگر، مولفههای جابه جایی بر حسب توابع تقریبی بر حسب تمامی مقادیر زیر لایهها در هر x و y مشخص، نوشته شده است. بدیهی است که برای مشاهده تغییرات چند جملهای یاد شده، باید در هر لایه، برای مشاهده تغییرات چند جملهای یاد شده، باید در هر لایه،

در هر لایه، لازم است تغییرات درون همان لایه (اثر زیر لایههای متناظر با آن لایه دیده) شود. لذا میتوان توابع تغییرات عرضی را به صورت زیر تعریف نمود:

$$\varphi_{l}(z) = [H(z - z_{k-1}) - H(z - z_{k})]\mathcal{Z}_{l}^{n}(z)$$

$$\psi_{l}(z) = [H(z - z_{k-1}) - H(z - z_{k})]\mathcal{Z}_{l}^{m}(z)$$
(YY)

قانون هرتز، نیروی تماس بین دو جسم را به فرم رابطه (۱۴) در اختیار قرار میدهد:

$$F = K\beta^{3/2} \tag{14}$$

که در آن، K سختی ناحیه تماس و eta میزان فروروی میباشد.

$$K = \frac{4}{3}\sqrt{R}E^* \tag{10}$$

مدول الاستیسیته موثر سطح تماس است. بنابراین، از E^* ترکیب روابط (۱۴) و (۱۵):

$$\beta = \left(\frac{3F}{4\sqrt{R}E^*}\right)^{2/3} \tag{19}$$

محقیقن نشان دادهاند که چنانچه مدول ماده همسانگرد در رابطه هرتز با ترکیبی از ویژگیهای مکانیکی ماده همسانگرد عرضی (مانند ورقهای کامپوزیت) جایگزین گردد، میزان نفوذ را میتوان از رابطه هرتز مشابه با رابطه تماس مواد همسانگرد محاسبه نمود. رابطه مرتب شده ترنر [۱۷] که توسط سوانسون [۱۸] ارائه شده، مدول الاستیسیته موثر سطح تماس ماده کامپوزیتی را به گونه زیر تعریف مینماید: $E^* = \frac{2}{\lambda_1 \lambda_3}$

$$\lambda_{1} = \sqrt{\frac{E_{x} / E_{y} - \nu_{xz}^{2}}{1 - \nu_{xy}^{2}}}$$

$$\lambda_{2} = \frac{(E_{x} / 2G_{xz}) - \nu_{xz}(1 + \nu_{xy})}{1 - \nu_{xy}^{2}}$$

$$\lambda_{3} = \frac{1 - \nu_{xy}}{G_{yy}} \sqrt{\frac{\lambda_{1} + \lambda_{2}}{2}}$$
(1A)

در رابطه (۱۶)، تنها اثر لایه تحت ضربه در نظر گرفته شده است. میزان نرمی یا سفتی لایههای زیرین، سختی ناحیه تماس ورق را به شدت تحت تاثیر قرار میدهد. برای در نظر گرفتن اثر سختی لایههای زیرین، میتوان از مدول میانگین وزنی زیر (با توجه به این که سفتی هر لایه به نسبت *E/h* آن لایه وابسته بوده و سفتی لایهها سری هستند)، استفاده نمود:

برای مرحله باربرداری، قانون تماس هرتز بهبود یافته توسط یانگ^۱ و سان^۲ [۲۹] ارایه شده و بر اساس آن نیروی نفوذ توسط رابطه زیر محاسبه میگردد:

¹⁻ Yang

که در آن، H تابع هیوی ساید و برای مثال، $(Z_l^n(z)$ تابع تقریب (تابع شکل) lام مرتبه n است. برای نمونه، برای تغییرات خطی درون هر لایه:

$$\mathcal{Z}_{1}^{1}(z) = 1 - \frac{z - z_{k}}{h_{k}}, \ \mathcal{Z}_{2}^{1}(z) = \frac{z - z_{k}}{h_{k}}$$
(17)

$$\varepsilon_{x} = \frac{\partial u}{\partial x},$$

$$\varepsilon_{y} = \frac{\partial v}{\partial y},$$

$$\gamma_{xy} = \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x},$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$$
(11f)

$$\varepsilon_{x} = \sum_{k=1}^{N} \sum_{l=1}^{n+1} \frac{\partial U_{n(k-1)+l}}{\partial x} \varphi_{l}$$

$$\varepsilon_{y} = \sum_{k=1}^{N} \sum_{l=1}^{n+1} \frac{\partial V_{n(k-1)+l}}{\partial y} \varphi_{l}$$

$$\gamma_{xy} = \sum_{k=1}^{N} \sum_{l=1}^{n+1} \frac{\partial U_{n(k-1)+l}}{\partial y} \varphi_{l}$$

$$+ \sum_{k=1}^{N} \sum_{l=1}^{n+1} \frac{\partial V_{n(k-1)+l}}{\partial x} \varphi_{l}$$

$$\gamma_{yz} = \sum_{k=1}^{N} \sum_{l=1}^{n+1} V_{n(k-1)+l} \frac{d\varphi_{l}}{dz}$$
(Y Δ)

$$+\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{m+1}\frac{\partial W_{m(k-1)+l}}{\partial y}\psi_{l}$$
$$\gamma_{xz} = \sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{n+1}U_{n(k-1)+l}\frac{d\varphi_{l}}{dz} + \sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{m+1}\frac{\partial W_{m(k-1)+l}}{\partial x}\psi_{l}$$

تغییرات عرضی مولفههای جابهجایی، طبق رابطه (۲۱)، توسط توابع (z) و (z) که در رابطه (۲۲) تعریف شدهاند، کاملاً معلوم می باشند. تغییرات درون صفحهای مولفههای جابهجایی، بنابر رابطه (۲۱)، در تعریف پارامترهای جابهجایی U، V و W مستتر است. از آنجا که تغییرات درون صفحهای این پارامترها، مجهول است، مسئله کنونی دوبعدی است (هر چند که پارامترهای جابجایی U، V و W در زیر لایههای مختلف، به فرم یکسان تغییر نمی نمایند). این تغییرات رات و می می است (مر چند که محبه ا

1- Heaviside

هر تابع دو بعدی دلخواه دیگر، میتوان بر پایه یک المانبندی درون صفحهای، مانند آنچه در شکل ۱ نمایش داده شده، بیان نمود:

$$\begin{split} U_i(x, y) &= \mathcal{N}(x, y) \widehat{\mathbf{U}}_i \\ V_i(x, y) &= \mathcal{N}(x, y) \widehat{\mathbf{V}}_i \\ W_i(x, y) &= \mathcal{N}(x, y) \widehat{\mathbf{W}}_i \end{split} \tag{(YF)}$$

که در آن، i شمارنده زیر لایه است و برای مثال، $\widehat{\mathbf{U}}_i$ بردار مقادیر جابجایی U_i در نقاط گره هر المان درون صفحهای (برای نمونه، بردار مقادیر $U_{n(k-1)+l}$ در نقاط گره) و \mathcal{N} بردار توابع شکل است. به بیان دیگر، شبکههای المانی زیرلایههای مختلف، دارای المانهای موازی میباشند. در پژوهش کنونی، از المان مستطیلی نه نقطه گرهای استفاده شده است. از جای گذاری رابطه (۲۶) در رابطه (۲۵)، خواهیم داشت:

$$\varepsilon = \Gamma(\hat{\delta})\hat{\delta} \tag{(YY)}$$

که در آن:

$$\begin{split} \widehat{\boldsymbol{\delta}}^{T} &= \left\langle \widehat{\mathbf{U}} \quad \widehat{\mathbf{V}} \quad \widehat{\mathbf{W}} \right\rangle \tag{(7A)} \\ &: (\Upsilon) : (\Upsilon) : (\Upsilon) : (\Upsilon) : (\Upsilon) \\ &= \left\{ \begin{matrix} u \\ v \\ w \end{matrix} \right\} = \mathbf{H}(x, y, z) \widehat{\boldsymbol{\delta}}(t) \qquad (\Upsilon) : (\Upsilon$$

حاكم

۴-۲- فرمول بندی جدید انرژی برای یافتن معادلات

 $- [\int_{A} \int_{-h/2}^{h/2} \Omega^{T} \mathcal{R}^{*} \overline{\Gamma} dz dA] \Sigma = \mathbf{0}$ که فرم اجزای محدود معادلات حاکم بر ورق کامپوزیت ویسکوالاستیک و جرم ضربه زن است. عبارت آخر سمت اول رابطه (۴۴)، مشخصاً شامل اثرات هسته واهلش

ويسكوالاستيك است.

برای یافتن معادلات حاکم بر ورق کامپوزیتی تحت ضربه کم سرعت، از اصل کار مجازی استفادہ می کنیم: $\delta \Pi = \delta U^* - \delta W^* = 0$ (٣١) که در آن، Π^* و W^* به ترتیب، انرژی پتانسیل کل، انرژی کرنشی و کار بارهای خارجی (از جمله نیروهای اینرسی یا دالامبر) است. انرژی پتانسیل، شامل انرژی کرنشی و انرژی پتانسیل ناشی از فروروی جرم ضربهزن در ورق است: $U^* = \int \frac{1}{2} \int_{-h/2}^{h/2} \varepsilon^T \sigma dz \, dA + \int_0^{\alpha} F d\beta$ $=\int_{A} \frac{1}{2} \int_{-h/2}^{h/2} \varepsilon^{T} \boldsymbol{\sigma} dz \, dA + \int_{0}^{\beta} K \beta^{3/2} d\beta$ (٣٢) $=\int \frac{1}{2} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{h}{2}} \varepsilon^{T} \sigma dz \, dA + \frac{2K}{5} \beta^{5/2}$ در رابطه (۳۲)، نیروی تماس، از رابطه (۱۴) جایگزین شده است. لذا، فرم باز شده رابطه (۳۲) برای مسئله کنونی، برای مجموعه ورق و ضربهزن، طبق رابطه (۳۳) است: $\Pi = \int \frac{1}{2} \int_{-h/2}^{h/2} \varepsilon^T \boldsymbol{\sigma} dz \ dA$ (۳۳) $+\frac{2K}{5}\beta^{5/2}+\frac{1}{2}m_iV^2+\frac{1}{2}\int\rho(\dot{\delta})^T\dot{\delta}\,d\Omega$ که در آن، Ω ، m_i ، Ω و V به ترتیب، حجم ورق و جرم و سرعت ضربهزن است. در فاز باربرداری، لازم است که عبارت درون انتگرال رابطه (۳۲) متناظر با رابطه (۲۰) تغییر یابد. سرعت ضربهزن از طريق رابطه زير به خيز ورق مرتبط مي شود: $V = \frac{\partial}{\partial t} \left(w \Big|_{\substack{x=a/2\\y=b/2}} + \beta \right)$ (34) در نتیجه، از روابط (۳۳) و (۳۴):

$$\Pi = \int_{A} \frac{1}{2} \int_{-h/2}^{h/2} \varepsilon^{T} \boldsymbol{\sigma} dz \, dA + \frac{2K}{5} \beta^{5/2} + m_{i} \left(\ddot{w} \Big|_{\substack{x=a/2\\y=b/2}} + \ddot{\beta} \right) \left(w \Big|_{\substack{x=a/2\\y=b/2}} + \beta \right)$$
(°\delta)
$$+ \int_{0}^{b} \int_{0}^{a} \rho(\boldsymbol{\delta})^{T} \ddot{\boldsymbol{\delta}} \, dx dy$$

در نوشتن معادله (۳۳) از این نکته که نیروی تماس یک نیروی داخلی است، استفاده شده است. همچنین، دو عبارت آخر رابطه (۳۵)، شامل حاصلضرب نیروی اینرسی جرم ضربهزن در جابجایی آن و معادل انرژی جنبشی هستند (کار نیروهای اینرسی). تغییرات انرژی پتانسیل کل، طبق رابطه (۳۱) باید صفر باشد: $\mathcal{R}^{*}\overline{\Gamma}\Sigma = \int_{0}^{t} \alpha \mathbf{C}_{(2)} e^{\alpha(\tau-t)}\overline{\Gamma}\Sigma d\tau$ $= \sum_{s=1}^{r} \mathcal{W}_{s-1} [\alpha \mathbf{C}_{(2)} e^{\alpha(\tau-t)}\overline{\Gamma}\Sigma]_{t=(s-1)\Delta t} \Delta t \qquad (\begin{tabular}{l} \mathsf{f} \Delta \end{tabular}$ $+ \mathcal{W}_{s} [\alpha \mathbf{C}_{(2)} e^{\alpha(\tau-t)}\overline{\Gamma}\Sigma]_{t=s} \Delta t \qquad (\begin{tabular}{l} \mathsf{f} \Delta \end{tabular}$

در این رابطه، r تعداد گامهای زمانی، تا لحظه مورد بررسی است و \mathcal{W} ضریب وزنی است (در روش انتگرالگیری ذوزنقهای، اولین و آخرین ضریب، Λ • و ضرایب میانی، برابر با ۱ میباشند). لذا حد بالای عبارت جمع (سیگما) با زمان متغیر است. این عبارت دارای جملات معلوم (از گامهای زمانی قبل) بوده و تنها عبارت آخر رابطه (۴۵) در گام زمانی مورد بررسی مجهول است. لذا فرم رابطه (۴۴)، پیش از اعمال روش نیومارک برای حل عددی معادله دیفرانسلی بر حسب زمان، به فرم زیر خواهد بود:

$$\left(\int_{A} \int_{-h/2}^{h/2} [\rho \bar{\boldsymbol{H}}^{T} \bar{\boldsymbol{H}}] dz dA + m_{i} (\bar{\boldsymbol{\mathcal{G}}} + \mathbf{Y})^{T} (\bar{\boldsymbol{\mathcal{G}}} + \mathbf{Y})\right) \ddot{\boldsymbol{\Sigma}} \\
+ \left\{\int_{A} \int_{-h/2}^{h/2} \Omega^{T} [\mathbf{C}(0) \bar{\boldsymbol{\Gamma}} + K \mathbf{Y}^{T} (\mathbf{Y} \boldsymbol{\Sigma})^{1/2} \\
- \mathcal{W}_{r} \ \alpha \mathbf{C}_{(2)} e^{\alpha(\tau-t)} \bar{\boldsymbol{\Gamma}} \Big|_{t=r} \Delta t] dz dA \right\} \boldsymbol{\Sigma} \qquad (f \boldsymbol{\varphi}) \\
= - \int_{A} \int_{-h/2}^{h/2} \{\Omega^{T} \sum_{s=1}^{r} \mathcal{W}_{s-1} \\
[\alpha \mathbf{C}_{(2)} e^{\alpha(\tau-t)} \bar{\boldsymbol{\Gamma}} \boldsymbol{\Sigma}]_{t=(s-1)\Delta t} \Delta t \} dz dA$$

$$\mathbf{M}\ddot{\boldsymbol{\Sigma}} + \mathbf{K}(\boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{t})\boldsymbol{\Sigma} = \mathcal{F}(\boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{t})$$
(fV)

گامهای حل عددی مسئله کنونی را میتوان به فرم زیر خلاصه نمود:

- ۱- تشکیل ماتریسهای المانی رابطه (۴۷)، بر پایه رابطه (۴۶)
 و ترکیب ماتریسها برای استخراج ماتریسهای کل
 مجموعه ورق و ضربهزن.
- ۲- اعمال شرایط مرزی، پیش از آغاز حل معادلات حاکم، برای پیشگیری از حصول دستگاه معادلات تکین. برای مثال، برای ورق دارای تکیهگاههای ساده، می توان تنها پارامترهای جابجایی لایه میانی را برابر با صفر قرار داد. روش دیگر، صفر نمودن پارامترهای جابجایی مربوط به جابجاییهای عمود بر لبه (عرضی و درون صفحهای) و صفر نمودن گشتاور خمشی لبه است.

$$\left[\boldsymbol{\Sigma}, \dot{\boldsymbol{\delta}}\right]_{t=0} = \mathbf{0}$$

۴-۳- اشکال فرمولبندیهای انرژی ارائه شده تاکنون، برای تحلیل ضربه

W = Fw در مقالات موجود، کار نیروی ضربهزن، با عبارت نشان داده شده که حتی با فرض ورق الاستیک و قانون تماس خطی، باید برابر با $W = \frac{1}{2}Fw$ باشد. از رابطه یاد شده، را بهدست می آورند که این نتیجه، همراه با فرض $\delta W = F \delta w$ اشتباه دیگری است که در آن، نیروی F مستقل از w پنداشته می شود. نتیجه این دو فرض اشتباه، تصادفاً، تنها برای سازه الاستیک، درست است. در صورتی که نیروی وارده متناسب با جابجایی نباشد، نتیجه حاصله اشکال خواهد داشت. طبق رابطه (۱۴)، نیروی ضربه، متناسب با توان $rac{5}{2}$ میزان فروروی است. لذا نتایج فرمول بندی های انرژی ارائه شده تاکنون در زمینه تحلیل ضربه، دارای خطا می باشند. از سوی دیگر، خطیسازی قانون تماس که در برخی از مراجع انجام شده، اشکال دارد. تماس، پدیدهای غیرخطی است. به همین دلیل، در فرمول بندی جدید، کار نیروی خارجی (انرژی پتانسیل ناشی از ضربهزن)، در رابطه (۳۲)، به فرمی دقیق ارائه شده است.

۵- حــل معــادلات حرکــت ورق کــامپوزیتی ویســکو الاستیک

معادله حرکت بهدست آمده برای ورق کامپوزیتی ویسکوالاستیک، به دلیل غیر خطی بودن معادله ساختاری ویسکو الاستیسیته و نیز استفاده از رابطه غیر خطی تماس، دارای مرتبه بالایی از غیر خطی بودن است. لذا، حل نهایتاً باید به صورت نموی انجام شود.

برای حل رابطه (۴۴)، باید از روشهای انتگرال گیری زمانی عددی، مانند روش نیومارک استفاده شود. لذا محدوده حل باید ابتدا به گامهایی زمانی که اندازه آنها بسیار کوچکتر از زمان پاسخ (مشخصاً از یک دهم پریود متناظر با فرکانس طبیعی اول ورق) کوچکتر است، تجزیه شود. در پژوهش کنونی، گام زمانی یاد شده برابر با ^{۵-}۲۰×۵ ثانیه در نظر گرفته شده است. برای ورق با تکیهگاه ساده، جابجاییهای لایه میانی شده است. برای ورق با تکیهگاه ساده، جابجاییهای لایه میانی شرایط اولیه ورق نیز شامل جابجایی و سرعت صفر میباشند. پیش از استفاده از روش انتگرال گیری زمانی نیومارک، لازم است در دستگاه معادلات انتگرو– دیفرانسیل (۴۴)، انتگرال زمانی گسسته سازی شود:

- ۴- تعیین شتاب اولیه اجزاء، از رابطه (۴۷).
- ۵- تجزیه دامنه زمانی حل به گامهای بسیار ریـز (کـوچکتر از یک دهم پریود طبیعی اول ورق).
- بر $\mathbf{K}(\mathbf{\Sigma},t)$ بر غدار عناصر ماتریس غیرخطی سفتی $\mathbf{K}(\mathbf{\Sigma},t)$ یایه مقادیر انتهای گام زمانی یا مرحله تکرار قبلی.
- ۷- بههنگام سازی عبارات ویسکوالاسیتیک طرفین , ابطه .(49)
- ۸- حل دستگاه معادلات حاصله، به روش انتگرال گیری عددی Newmark [۳۱ و ۳۲]. در این گام، مقادیر پارامترهای جابجایی $U_{n(k-1)+l}, V_{n(k-1)+l}, W_{m(k-1)+l}$ از رابط (۲۱)، در نقاط گره زیر لایههای مختلف، به همراه مشتقات زمانی اول و دوم (سرعتها و شتابها) بهدست خواهند آمد.
- ۹- بررسی همگرایی پاسخهای هر مرحله زمانی، از طریق مقایسه با نتایج مرحله تکرار قبلی. برای مثال، شرط همگرایی زیر میتواند اختیار گردد: $U_{n(k+1)+l}$ که در آن، ϑ یکی از پارامترهای جابجایی، مثلاً است و s شمارنده مرحله تکرار، در هر فاصله زمانی است.) عدد بسیار کوچکی مانند ۰/۰۰۰۱ است. 🍆
- ۱۰ در صورت عدم همگرایی، مراحل از گام ششم و در غیر این صورت، ذخیره مقادیر جابجایی، سرعت و شتاب به عنوان مقادير اوليه گام زماني بعدي.
- تکرار گامهای ۶ تا ۱۰ تا رسیدن به زمان نهایی حل -11 عددی.

 $\left\|\vartheta_{i}^{(s+1)}-\vartheta_{i}^{(s)}\right\|/\left\|\vartheta_{i}^{(s+1)}\right\|\cong\in$ (۴۸)

۶- نتایج و بحث نتایج

در این بخش، ابتدا نتایج حاصل از فرمولبندی کنونی به منظور صحه گذاری، با نتایج موجود در مراجع دیگر مقایسه خواهند شد. در گام دوم، نتایج جدیدی ارائه خواهند شد. نتایج جدید یاد شده، مبتنی بر بررسی اثر پارامترهای مختلف بر تاريخچه پاسخهاي ضربه ورق ميباشند.

۶–۱– صحه گذاری نتایج

برای بررسی دقت تئوری لایهای و فرمولبندی انرژی ارائه شده در مقاله کنونی، ابتدا پاسخ ضربه کمسرعت بهدستآمده با فرمول بندی کنونی، با نتایج تجربی بهدست آمده توسط نیکنامی و شرعیات [۳۳] مقایسه شده است. ورق شیشه/ اپوکسی مورد آزمایش، مربعی بوده و دارای پنج لایه با ضخامت برابرو ضخامت كل ۲ ميليمتر ميباشد. الياف شيشه ازنوع IRGWP200 و رزين از نوع ايوكسى CY219 و نسبت

حجمي الياف، حدوداً ۵۹ درصد مي باشد. طول ضلع ورق، ۱۴۰ میلیمتر است. شعاع، جرم و سرعت اولیه ضربهزن، عبارتند از: ۸ میلیمتر، ۲/۶۸۵ کیلوگرم و ۱/۹۸۱ متر بر ثانیه. ویژگیهای مواد ورق، عبارتند از:

 $E_1 = 38.2GPa, \quad E_2 = E_3 = 9.56GPa, \quad \rho = 1540 kgm^{-3}$ $G_{12} = G_{13} = 3.44GPa, \quad \nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = 0.2850$

تاریخچه زمانی نیروی تماس پیشبینی شده توسط یژوهش کنونی، در شکل ۳، با نتایج تجربی مرجع [۳۳] مقایسه شده است. همان گونه که از شکل ۳ پیدا است، نتایج فرمول بندى كنوني، تطابق خوبي با نتايج تجربي نشان مے دھند.



صحه گذاری نتایج تحلیل دینامیکی ورق ویسکوالاستیک بر پایه مقایسه با نتایج تسای و وانگ [۳۴] انجام پذیرفته است. در این زمینه، یک ورق مستطیلی ویسکوالاستیک همسانگرد با ابعاد m دارای تکیه گاههای ساده با (۱۰×۱۰) و ضخامت m مشخصات زیر، تحت بار یکنواخت ناگهانی با تغییرات زمانی یله به شدت p=۱۰N/m2 قرار داده شده است:

$$E_1 = 9.8 \times 10^7 N / m^2$$
, $E_2 = 2.45 \times 10^7 N / m^2$,
 $\rho = 2200 kg / m^3$, $\nu = 0.35$,
 $\eta = 2.744 \times 10^8 Ns / m^2$
ricute relation relations of the second state of the second stat

در

¹⁻ Tsai

²⁻Wang

مقایسه نتایج کنونی با نتایج مرجع [۳۴] در شکل ۴، بیانگر سازگاری نتایج فرمول بندی و روش حل عددی کنونی با نتایج مرجع [۳۴] می باشد. با وجود این که بار دینامیکی وارده دارای تغییرات پلهای با زمان است، پاسخ گذرای پدید آمده، دارای نوسانات سینوسی است. در ورق ویسکوالاستیک، به دلیل میرایی ساختاری حاصله، نوسانات به تدریج با زمان میرا میشوند ولی چون، ورودی بار، اجباری است، بخش مرف ایجاد خیز استاتیکی می شود (مقدار میانگین خیز با به جای مانده از انرژی بار که همچنان به ورق انتقال می یابد، رامان افزایش یافته است) تا سرانجام، پس از میرا شدن ارتعاش، خیز کاملاً استاتیکی حاصل گردد. بدیهی است که در پارامتری، خیز ورق کاهش یافته و پس از سپری شدن زمان، پارامتری، خیز ورق کاهش یافته و پس از سپری شدن زمان، با زمان افزایش می یابد.





از این بخش، نتایج حل عددی فرمول بندی المان محدود ارائه شده، برای یافتن پاسخ ضربه کمسرعت ورق کامپوزیت گرافیت/ اپوکسی ویسکوالاستیک ۱۰ لایه با آرایش ₈[۰/۹۰/۰/۹۰/۰] با خصوصیات پایه زیر بررسی خواهند شد:

 $a = b = 0.1m, \quad h = 5mm, \quad \alpha = 0.2,$ $E_1 / E_2 = 0.4, \quad \rho = 2200 kg / m^3,$ $\nu = 0.35, \quad \eta = 2.744 \times 10^8 Ns / m^2$

در تحلیلهای پارامتری، ممکن است مقدار برخی از این ویژگیها، برای تحلیل حساسیت به پارامتر، تغییر داده شود. ورق روی تکیهگاههای الاستیک مستقر است. در بخشهای بعد، ابتدا به مقایسه تاریخچههای زمانی نیروی تماس و خیز عرضی و نفوذ دو ورق کامپوزیتی و کامپوزیت یسکوالاستیک پرداخته و سپس به بررسی تأثیر مواردی از قبیل سرعت ضربهزن، ضریب میرایی و اثرات نسبت سفتی بر پاسخ دینامیکی ورق تحت ضربه پرداخته شده است.

همان طور که مشاهده می شود، نیروی تماس و خیز در نقطه ضربه کاملاً غیر همفاز بوده و این ضربه، ضربهای موج – کنترل شده (ضربه جرم کوچک) است. ضمناً به علت کم بودن جرم ضربهزن، خیز ورق پس از پایان یافتن زمان ضربه و به صفر رسیدن نیروی تماسی همچنان ادامه داشته و مقدار بیشینه آن پس از پایان یافتن زمان ضربه حاصل می گردد. با مقایسه نتایج ارائه شده در شکلهای ۵ تا ۷ می توان استنباط نمود که به علت افزایش سختی کلی و موضعی ورق کامپوزیتی ویسکو الاستیک نسبت به ورق کامپوزیتی، به دلیل موازی بودن المانهای الاستیک و ویسکوالاستیک از مدل جامد ویسکوالاستیک نشان داده شده در شکل ۲، مقادیر بیشینه نفوذ و خیز عرضی ورق کامپوزیت ویسکوالاستیک نسبت به روق کامپوزیتی کاهش داشته و پیرو آن، نیروی تماس بیشینه در ورق کامپوزیتی ویسکو الاستیک نسبت به افزایش یافته است.



۶-۴- اثر سرعت اولیه ضربهزن برای بررسی اثر سرعت ضربهزن بر پاسخهای ورق، سه سرعت اولیه متفاوت برای ضربهزن در نظر گرفته شدهاند:,20,20=V

30 m/s. نتایج حاصله برای تاریخچه نیروی تماس، مقدار نفوذ و خیز ورق کامپوزیت ویسکو الاستیک، به ترتیب، در شکلهای ۸ تا ۱۰ نشان داده شدهاند.

مشاهده می شود که با افزایش سرعت اولیه ضربهزن، مقادیر بیشینه نیروی تماسی، میزان نفوذ و خیز افزایش می یابند ولی این افزایش سرعت اولیه، سبب کاهش مدت زمان ضربه می گردد. در حقیقت، افزایش سرعت ضربهزن موجب می شود که ورق زوتر به خیز بیشینه بر سد و لذا بر گشت ورق و جدایش ضربهزن از ورق، در مدت زمانی کوتاه تر و در سرعتی بالاتر صورت می پذیرد.





8-8- بررسی اثر ضریب میرایی بر پاسخ گذرا ارتعاش ورق، پس از ضربه خاتمه نیافته و ادامه خواهد داشت. برای بررسی میزان تاثیر ضریب میرایی (η)، نتایج دو مقدار متناظر با پارامتر متناسب با عکس این ضریب ($\alpha=0.2,1$)، بر ارتعاش ورق در زمانهای پس از ضربه، در شکل ۱۴ با یکدیگر مقایسه شدهاند. نتایج شکل ۱۴ آشکار میسازند که اختلاف نتایج ضرایب میرایی مختلف، در زمانهای بسیار کوتاه، چشم گیر نبوده ولی قابل تمییز است.



كامپوزيتي ويسكو الاستيك در زمان كوتاهي پس از ضربه



محل (۱۰): اتراف سرعت اولیه صربهزن بر ناریخچه خیر محل ورود ضربه ورق کامپوزیت ویسکو الاستیک

8-8-1 اثر نسبت ضرایب سفتی مدل ویسکوالاستیک اثر نسبت مدولهای مدل ویسکوالاستیک نشان داده شده اثرات نسبت مدولهای مدل ویسکوالاستیک نشان داده شده در شکل ۲ (اثر E_1 / E_2)، بر پاسخهای ضربه ورق کامپوزیت ویسکوالاستیک، در شکلهای ۱۱ تا ۱۳، برای پنچ نسبت ویسکوالاستیک، در شکلهای ۱۱ تا ۱۳، برای پنچ نسبت.



برای مدول الاستیک مشخص E_1 ، افزایش نسبت E_2 / E_1 بدان مفهوم است که اثرات میرایی ویسکوالاستیک بر پاسخها (و تنش پدید آمده) کاهشیافته و رفتار ورق ویسکوالاستیک، در حد به ورق الاستیک نزدیک می گردد. زیرا افزایش این نسبت در مقدار ثابت E_1 ، به منزله کاهش E_2 و حمل عمده بار توسط شاخه سخت ر الاستیک است. لذا اگر نسبت Z_1 / E_1 به سمت بی نهایت میل کند، اثرات میرایی به طور ضعیف در گیر شده و در حد، ورق ویسکوالاستیک به ورق الاستیک تبدیل می گردد. به همین دلیل در شکلهای ۱۱ تا ۱۳، با افزایش نسبت نفوذ، زمان ضربه و مقدار بیشینه خیز افزایش یافته ولی مقدار نفوذ، زمان ضربه و مقدار بیشینه خیز افزایش یافته است.

٩٢



۷- نتیجهگیری

در پژوهش کنونی، اثر پارامترهای ساختاری و سینماتیکی بر پاسخهای ضربه و رفتار دینامیکی گذرای ورق کامپوزیتی ویسکوالاستیک تحت بار ضربهای با استفاده از مدل ویسکوالاستیک سلسله مراتبی، تئوری ورق لایهای و فرم جدیدی از عبارات انرژی، مورد بررسی قرار گرفت. در مسیر پژوهش، علاوه بر تصحیح قانون تماس هرتز برای در نظر گرفتن اثر سفتی لایههای زیرین بر سختی سطح تماس، الگوریتمی عددی برای حل دستگاه معادلات اجزای محدود غیرخطی پدید آمده، ارائه شده است. برخی از نتایج کاربردی بهدستآمده، عبارتند از:

- ۱- صلبیت ورق ویسکوالاستیک، در زمانهای اولیه ضربه بزرگتر است.
- ۲- با وجود آنکه نیروی تماس در ورق ویسکوالاستیک
 بزرگتر است، بر خلاف تصور، مقادیر میزان فروروی و
 زمان ضربه در این ورق کمترند.

- ۳- در برخی حالتها، روند تغییرات (کهش یا افزایش) نیروی تماس و فروروی مشابه است (مانند، روند مشاهده شده در اثر افزایش سرعت اولیه ضربهزن) و در برخی
 حالتها، متفاوت است (برای مثال، نتایج ذکر شده در بخشهای بررسی اثر ویسکو الاستیسته و نسبت مدولها در مدل ویسکوالاستیسیته).
- ۴- برخلاف پیشبینیهای مدلهای گسسته، زمانهای متناظر با خیز بیشینه و نیروی تماس یا فروروی بیشینه، در حالت کلی متفاوتند. به تعبیر دیگر، در مدل واقعی، بر خلاف مدل گسسته، زمانهای روی دادن بیشنه خیز و بیشینه فروروی، حتی برای ورق بدون میرایی، متفاوتند.
- ۰۵ با کاهش ضریب میرایی، زمان واهلش (که برخی پژهش گران، آن رازمان آرامش یا آسایش نیز نامیدهاند)
 افزایش یافته و ورق دیرتر به حالت پایا میرسد در
 حالیکه با افزایش میزان میرایی، ورق سخت تر شده و
 زودتر به حالت پایا میرسد.
- ۶- برای داده های کنونی، با افزایش نسبت ضرایب سفتی مدل ویسکوالاستیک، اثرات میرایی کاهش یافته و در حد، ورق ویسکوالاستیک به ورق الاستیک تبدیل می گردد.

۸- مراجع

- Gong, S. and Lam, K. "Effects of Structural Damping and Stiffness on Impact Response of Layered Structure", AIAA J., Vol. 138, No. 9, pp. 1730-1735, 2000.
- 2. Abrate, S. "Impact Engineering of Composite Structures", Springer, Wien, 2011.
- Cederbaum, G. and Aboudi, J. "Dynamic Response of Viscoelastic Laminated Plates", J. Sound Vibr., Vol.133, No. 2, pp. 225-238, 1989.
- Chen, T. "The hybrid Laplace Transform Finite Element Method Applied to The Quasi-Static and Dynamic Analysis of Viscoelastic Timoshenko Beams", Int. J. Numer. Meth. Eng., Vol. 38, No. 3, pp. 509-522, 1995.
- Iiyasov, M. and Aköz, A. "The Vibration and Dynamic Stability of Viscoelastic Plates", Int. J. Eng. Sci., Vol. 38, No. 6, pp. 695-714, 2000.
- 6. Paulino, G. and Jin, Z. "Correspondence Principle in Viscoelastic Functionally Graded Materials",

on Steel Curved Panels", Modares Mech. Eng. J., Vol. 16, No. 4, pp. 281-288, 2016. (in Persian)

- 21. Khorshidi, K. "Analytical Nonlinear Elasto-Plastic Impact Response of a Moderately Thick Rectangular Plate", Aero. Mech. J., Vol. 6, No. 4, pp. 25-42, 2011. (in Persian)
- 22. Dariushi, S. and Sadighi, M. "Nonlinear High Order Theory for Analysis of Sandwich Beam with Flexible Core Under Low Velocity Impact", Modares Mech. Eng. J., Vol. 15, No. 9, pp. 381-388, 2015. (In Persian)
- 23. Ghajar, R., Shariyat, M. and Hosseini, S.H. "Nonlinear Numerical Elasticity Analysis of Eccentric Low-Velocity Impact of a Rectangular Sandwich Plate with Composite Face Sheets Subjected to Biaxial Preloads", J. Solid Fluid Mech., Vol. 5, No. 1, pp. 87-99, 2015. (in Persian).
- 24. Hosseini, S.H., Shariyat, M. and Ghajar, R. "Numerical Simulation of Low-Velocity Impact of Rectangular Composite Plates with Embedded SMA Strips, Considering the Instantaneous Local Phase Changes", J. Energ. Mater., Vol. 10, No. 2, pp. 53-63, 2015. (in Persian)
- 25. Shariyat, M., Samaee, S. and Moradi. M. "Nonlinear Vibration Analysis of Composite Plates with SMA Wires, Considering Instantaneous Variations of the Martensite Volume Fraction", J. Solid Mech. Eng., Vol. 5, No. 1, pp. 57-70, 2012. (in Persian)
- 26. Malekzade Fard, K., Payganeh, Gh. and Rashed Saghavaz, F. "Free Vibration and Low Velocity Impact Analysis of Sandwich Plates with Smart Flexible Cores", Modares Mech. Eng. J., Vol. 14, No. 13, pp. 191-200, 2015. (In Persian)
- 27. Payganeh, Gh., Malekzade Fard, K. and Rashed Saghavaz, F. "Effects of Important Geometrical and Physical Parameters on Free Vibration and Impact Force for Sandwich Plates with Smart Flexible Cores", Modares Mech. Eng. J., Vol. 15, No. 1, pp. 21-30, 2015. (in Persian)
- 28. Lakes, R. "Viscoelastic Materials", Cambridge University Press, 2009.
- Yang, S. and Sun, C. "Indentation Law for Composite Laminates", ASTM 6th conference, paper No. STP787, 1982.
- Shariyat, M. "Thermal Buckling Analysis of Rectangular Composite Plates with Temperature-Dependent Properties Based on a Layerwise Theory", Thin-Wall. Struct., Vol. 45, No. 4, pp. 439-452, 2007.
- 31. Shariyat, M. and Hosseini, S.H. "Eccentric Impact Analysis of Pre-Stressed Composite Sandwich Plates with Viscoelastic Cores: A Novel Global– Local Theory and a Refined Contact Law", Compos. Struct., Vol. 117, pp. 333–345, 2014.
- 32. Shariyat, M. and Hosseini, S.H. "Accurate Eccentric Impact Analysis of The Preloaded SMA

ASME J. Appl. Mech., Vol. 68, No. 1, pp. 129-132, 2001.

- Paulino, G. and Jin, Z. "Viscoelastic Functionally Graded Materials Subjected to Antiplane Shear Fracture", J. Appl. Mech., Vol. 68, No. 2, pp. 284-293, 2001.
- Abdoun, F. and Azrar, L. "Forced Harmonic Response of Viscoelastic Structures by an Asymptotic Numerical Method", Comput. Struct., Vol. 87, No. 1-2, pp. 91-100, 2009.
- Assie, A. and, Eltaher, M. "Behavior of a Viscoelastic Composite Plates Under Transient Load", J. Mech. Sci. Tech., Vol. 25, No. 5, pp. 1129-1140, 2011.
- Assie, A. and Eltaher, M. "The Response of Viscoelastic-Frictionless Bodies Under Normal Impact", Int. J. Mech. Sci., Vol. 52, No. 3, pp. 446-454, 2010.
- Assie, A., Eltaher, M. and Mahmoud F. "Modeling of Viscoelastic Contact-Impact Problems", Appl. Math. Model., Vol. 34, No. 9, pp. 2336-2352, 2010.
- Altenbachand, H. and Ermeyev, V. "Analysis of The Viscoelastic Behavior of Plates Made of Functionally Graded Materials", ZAMM J. Appl. Math. Mech., Vol. 88, No. 5, pp. 332- 341, 2008.
- Amabili, M. "Nonlinear Vibrations of Viscoelastic Rectangular Plates", J. Sound Vibr., Vol. 362, pp. 142-156, 2016.
- Nosier, A., Kapania, R. and Reddy, J.N. "Low-Velocity Impact of Laminated Composites Using a Layerwise Theory", Comput. Mech., Vol. 13, No. 5, pp. 360-379, 1994.
- Christoforou, A.P., Elsharkawy, A.A. and Guedouar, L.H. "An Inverse Solution for Low– Velocity Impact in Composite Plates", Comput. Struct., Vol. 79, No. 29, pp. 2607-2619, 2001.
- Christoforu, P.A. and Yigit, A.S. "Characterization of Impact in Composite Plates", Compos. Struct., Vol. 43, No. 1, pp. 15-24, 1998.
- Turner, J. "Contact on a Transversely Isotropic Half-Space, or Between Two Transversely Isotropic Bodies", Int. J. Solids Struct., Vol. 16, No. 5, pp. 409-419, 1980.
- Swanson, S. "Contact Deformation and Stress in Orthotropic Plates", Compos. Struct., Vol. 36, No. 10, pp. 1421-1429, 2005.
- Shariyat, M. and Farzan Nasab, F. "Low-Velocity Impact Analysis of The Hierarchical Viscoelastic FGM Plates, Using an Explicit Shear-Bending Decomposition Theory and The New DQ Method", Compos. Struct., Vol. 113, pp. 63-73, 2014.
- 20. Bidi, A., Liaghat, Gh. And Rahimi, Gh. "Experimental and Numerical Analysis of Impact

Composite Plates, Based on a Novel Mixed-Order Hyperbolic Global–Local Theory", Compos. Struct., Vol. 124, pp. 140-151, 2015.

- 33. Niknami, A., Shariyat, M. "Coupled Thermoelasticity Impact Response Analysis of Composite Plates with SMA Wires in Thermal Environments", Iranian J. Mech. Eng., Vol. 16, No. 1, pp. 78-101, 2015.
- 34. Wang, Y. and Tsai, T. "Static and Dynamic Analysis of a Viscoelastic Plate by The Finite Element Method", J. Appl. Acoust., Vol. 25, No. 2, pp. 77-94, 1988.