

# بررسی برداشت انرژی از یک سامانه ارتعاشی غیرخطی شامل دو تیر یک‌سر گیردار برخوردی

علی ابراهیمی ممقانی<sup>۲</sup> و روح‌اله حسینی<sup>۳</sup>

باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، واحد تهران جنوب،

دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۴/۲۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۸/۰۹)

پیمان فیروزی<sup>۱</sup>

دانشکده مهندسی مکانیک،

دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

## چکیده

در کار حاضر با هدف برداشت انرژی با لایه پیزوالکتریک، به تحلیل ارتعاشات غیرخطی دو تیر یک‌سرگیردار با فاصله از هم و تحت تحریک هارمونیک پایه، پرداخته می‌شود. برای مدل کردن تیرها از تئوری تیر اویلر-برنولی با شرط غیرکشسانی و همچنین فرض رابطه غیرخطی بین انحناء و جابجایی استفاده شده است. برای حل سریع مسئله از روش عددی استفاده شده است. تأثیر عوامل مختلف مانند مقاومت خارجی، لقی بین تیرها در رفتارهای غیرخطی سیستم مطالعه شدند. نتایج نشان دادند که هرچقدر لقی سیستم کوچک‌تر باشد، توان دریافتی افزایش می‌یابد و سیستم نیز تمایل به رفتار غیرپریودیک پیدا می‌کند. همچنین از مقایسه صورت گرفته بین سیستم‌های غیرخطی و خطی، نشان داده شد که فرض غیرخطی در سیستم باعث دور شدن فرکانس رزونانسی از فرکانس طبیعی سیستم شده و موجب رفتار غیرخطی سفت‌شونده می‌شود.

**واژه‌های کلیدی:** برداشت انرژی، تیر یک‌سرگیردار برخوردی، ارتعاشات غیرخطی، تحریک هارمونیک پایه، روش عددی

## Energy Harvesting from Nonlinear Vibrating System Using Two Impacting Cantilever Beam

P. Firoozy

A.E. Mamaghani and R. Hosseini

Mechanical Engineering Department,  
Tarbiat Modares University

Young Researchers and Elite Club, South Tehran Branch,  
Islamic Azad University, Tehran, Iran

(Received: 12/July/2017; Accepted: 31/October/2017)

### ABSTRACT

This paper aims at investigating the mechanical behavior of a nonlinear system consisting of two coupled beams and a PZT material attached on each beam, excited with a single resonant frequency, for energy harvesting. In order to model the beams, in-extensional assumption and Euler-Bernoulli beam theory are utilized. It is assumed that the beams undergo large amplitude vibrations; which necessitates the application of a nonlinear theory which is taking into account curvature-related and inertial-related nonlinearities. Numerical studies were carried out to study the effect of the different parameters such as external resistance load, gap distance between beams on the nonlinear behavior of the system. It was obtained that as the gap distance between beams decreases, the scavenged power increases and the system behavior tends to exhibit non-periodic response. In addition, a comparison was done between linear and nonlinear systems shown that considering nonlinearity in the system accompanies a shift in the resonance frequency and induces hardening nonlinear behavior in the system.

**Keywords:** Energy Harvesting, Cantilever Impacting Beams, Nonlinear Vibration, Harmonic Base Excitation, Numerical Method

<sup>۱</sup> - کارشناس ارشد: peyman.firoozy@modares.ac.ir

<sup>۲</sup> - دکتری: a.abrahimimamaghani@modares.ac.ir

<sup>۳</sup> - استادیار (نویسنده پاسخگو): r.hosseini.mech@gmail.com

## ۱- مقدمه

با پیشرفت‌های اخیر در فناوری‌های سامانه‌های الکترومکانیکی بی‌سیم، تقریباً حس‌گرها توانایی جایگذاری در هر نقطه‌ای را دارند. این حسگرهای بی‌سیم، نیازمند یک منبع تغذیه سرخود هستند و توان موردنیاز آن‌ها در اکثر موارد از طریق باتری‌های معمولی که طول عمر کوتاهی دارند و باید به‌صورت دوره‌ای جایگزین شوند، تأمین می‌شود. از سوی دیگر در طولانی مدت، تعویض، تأمین هزینه‌های نگهداری و همچنین اثرات مخرب زیست‌محیطی این منابع تأمین انرژی، چالشی بزرگ به‌نظر می‌رسند.

برداشت‌کننده‌های انرژی که جایگزین و مکمل مناسبی برای باتری‌ها هستند، به دستگاه‌هایی اطلاق داده می‌شوند که انرژی‌های هدر رفته در محیط را به انرژی‌های مفید (معمولاً انرژی الکتریکی) تبدیل می‌کنند. برداشت‌کننده‌ها از این جهت که می‌توانند برای تأمین انرژی مورد نیاز وسایل کم‌مصرفی که به‌صورت مستقل کار می‌کنند و یا دسترسی به آن‌ها و تأمین شارژ مورد نیازشان سخت و پرهزینه است، مورد استفاده قرار گیرند از اهمیت بسیار بالایی برخوردار می‌باشند. به‌همین دلیل در طول دهه گذشته تحقیقات گسترده‌ای در زمینه برداشت انرژی از منابع انرژی محیطی مانند نور [۱]، گرما [۲] و ارتعاشات [۳] انجام شده است. برداشت‌کننده‌های مبتنی بر انرژی ارتعاشی از مواد پیزوالکتریک و میدان‌های الکترومغناطیسی و الکترودینامیکی برای تولید انرژی الکتریکی استفاده می‌کنند. این منابع، باعث ارتعاشات با انواع دامنه و توزیع فرکانسی متفاوت همچون تک‌فرکانسه و چندفرکانسه می‌شوند [۴-۶].

مهم‌ترین محدودیت برداشت‌کننده‌ها در برداشت بیشینه توان، نیاز به مجاورت فرکانس رزونانس سیستم به فرکانس تحریک است [۷]. در بیشتر سیستم‌های مکانیکی، فرکانس ورودی نه تنها ثابت نبوده، بلکه متغیر و اتفاقی است. همچنین با کاهش اندازه سیستم برداشت‌کننده انرژی، تأثیر فرکانس طبیعی و شکل مودها افزایش می‌یابد. همچنین، میل به ضریب میرایی پایین و از این رو پهناهای باند کوچک متناظر، مسئله وابستگی به فرکانس را افزایش می‌دهد [۸].

مدل‌های برداشت‌کننده انرژی که تاکنون مطالعه شده‌اند، بیشتر از فرض رفتار خطی استفاده کردند. این فرض اغلب به‌صورت عملی امکان‌پذیر نیست، به‌خصوص در کارهای عملی

که تحریک از متوسط به بالا انتظار می‌رود. علاوه بر دامنه تحریک بالا که ممکن است باعث ایجاد رفتار غیرخطی شود، رفتار غیرخطی می‌تواند به‌خاطر ذات سیستم برداشت‌کننده انرژی در نظر گرفته شود که باعث گسترده شدن پهناهای باند فرکانسی سیستم می‌شود. از همین‌رو یک روش جهت کاهش وابستگی به فرکانس رزونانسی، استفاده از سیستم‌های غیرخطی است.

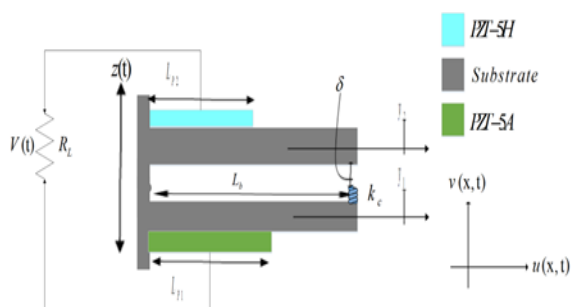
رفتار غیرخطی در تیرهایی که به‌صورت دامنه بزرگ ارتعاش می‌کنند (غیرخطی هندسی) [۶، ۹] و یا به‌دلیل وجود برخی از مواد غیرخطی در سیستم برداشت‌کننده انرژی (غیرخطی ماده‌ای) به‌خصوص وجود غیرخطی ماده‌ای در پیزوالکتریک، نیز مورد توجه محققین مختلفی قرار گرفته است [۱۱-۱۰].

من و سیمز [۱۲] از آهنرباهای شناور برای دستیابی به چنین روشی استفاده کردند. سیستم آن‌ها توانایی جذب انرژی کافی و بیشتری را برای محدوده گسترده‌ای از فرکانس‌ها در مقایسه با سیستم‌های برداشت‌کننده‌های انرژی معمولی را داشت. آن‌ها یک معادله ریاضی برای پیدا کردن فرکانسی که در آن بیشینه توان اتفاق می‌افتد را ارائه دادند. مسینس و همکاران [۱۳] برای افزایش عملکرد برداشت‌کننده‌های انرژی از یک رزونانس اتفاقی غیرخطی استفاده کردند. آن‌ها نشان دادند که با استفاده از رزونانس اتفاقی غیرخطی، توان بسیار بالایی قابل تولید است. راملان و همکاران [۱۴] به‌صورت تئوری تأثیر غیرخطی که به‌خاطر وجود فنر غیرخطی به‌وجود می‌آید را مورد بررسی قرار داد. آن‌ها مشاهده کردند که پهناهای باندی که برداشت انرژی صورت می‌گیرد گسترش یافته و به عوامل مختلف دیگر مانند ضریب میرایی، درجه غیرخطی و شتاب ورودی بستگی دارد. همچنین آن‌ها نشان دادند که در شرایط ایده‌آل، میزان توان تولید شده برای سیستم غیرخطی بزرگ‌تر از توانی است که توسط سیستم خطی تولید می‌شود.

اهمیت اولیه مدل‌سازی دقیق رفتار غیرخطی دستگاه‌های برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریکی به گسترش پهناهای باند فرکانس کاری و انتقال فرکانس رزونانسی مربوط می‌شود. در مجموع وجود غیرخطی هندسی باعث افزایش سفتی سیستم شده و از این رو باعث ایجاد رفتار غیرخطی سفت‌شوندگی که فرکانس رزونانسی را افزایش می‌دهد، می‌شود. علاوه بر این، با افزایش تحریک، ضریب مکانیکی سیستم نیز افزایش می‌یابد [۱۵] که در نهایت به‌صورت طبیعی باعث کاهش عملکرد

## ۲- مدل مورد مطالعه

شکل ۱ یک سیستم ارتعاشی غیرخطی شامل دو تیر یک سرگیردار با فاصله  $\delta$  از همدیگر که بر روی هر کدام یک لایه پیزوالکتریک سوار شده است را نشان می‌دهد. در انتهای آزاد تیرها از یک فنر جهت جلوگیری برخورد مستقیم تیرها باهم استفاده شده است که این کار علاوه بر جلوگیری از اتلاف انرژی در سیستم باعث ذخیره انرژی پتانسیلی در سیستم نیز می‌شود. در کل این دو تیر را می‌توان در لحظه برخورد باهم با استفاده از فنر وصل شده، به هم کوپل کرد. طول و ضخامت تیرها به ترتیب  $L_{bi}$  و  $t_{bi}$  است و همچنین طول لایه‌های پیزوالکتریک با  $L_{pi}$  و ضخامت آن با  $t_{pi}$  نشان داده شدند.



شکل (۱): تیرهای یک سر گیردار با فاصله  $\delta$  از هم و لایه‌های پیزوالکتریک سوار بر هر کدام از تیرها تحت تحریک پایه  $z(t)$ .

فرض شده است که کل سیستم تحت تحریک هارمونیک  $z(t) = z_0 \sin(\omega_e t)$  باشد که در آن  $Z_0$  و  $\omega_e$  به ترتیب دامنه تحریک و فرکانس تحریک سیستم هستند. جابجایی‌های عرضی و محوری را به ترتیب با  $v(s, t)$  و  $u(s, t)$  نشان داده شدند که در آن،  $s$  فاصله محور خنثی تیر با سر گیردار تیر در هر لحظه را نشان می‌دهد. توزیع جرم در تیر به صورت یکنواخت در نظر گرفته می‌شود و از شرط غیرکشسانی و تئوری اویلر-برنولی برای مدل‌سازی زیرسازه‌ها استفاده شده است و برای تیرها رابطه‌ی بین انحناء و جابه‌جایی با فرض ارتعاش دامنه بزرگ، غیرخطی در نظر گرفته می‌شود.

## ۳- استخراج معادلات سیستم

برای استخراج معادلات غیرخطی سیستم از روش لاگرانژ انرژی‌های جنبشی و پتانسیل کل سیستم استخراج می‌شوند. ابتدا انرژی جنبشی هر کدام از تیرهای پیزوالکتریکی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

برداشت‌کننده‌های انرژی می‌شود. به همین دلایل، مدل‌سازی غیرخطی برداشت‌کننده‌های انرژی و تحقیق درباره آن‌ها، یک امر ضروری است. ویجایان و همکارانش [۱۶] در سیستم مورد مطالعه خود از فقط فرض غیرخطی موضعی که ناشی از وجود فنر بین دو تیر برخوردی است جهت برداشت انرژی استفاده کرده‌اند، که ما در مطالعه حاضر علاوه بر غیرخطی موضعی از غیرخطی سراسری که ناشی از فرض ارتعاش دامنه بزرگ در تیرها است استفاده کرده‌ایم. مزیت استفاده از فرض ارتعاش دامنه بزرگ در تیرها، گسترش پهنای باند سیستم برداشت‌کننده انرژی می‌باشد. همچنین، مقایسه‌ای بین حالت‌های خطی و غیرخطی صورت گرفته است که نتیجه نشان‌دهنده ارزش غیرخطی به دو علت مهم در سیستم برداشت‌کننده انرژی هستند: ۱- گسترش پهنای باند سیستم و ۲- افزایش توان تولیدی. که مسئله اول در مقاله اشاره شده مطالعه نشده است. همچنین، در مطالعه حاضر روابط ریاضی سیستم برداشت‌کننده انرژی به صورت کامل به دست آورده شده است و نتایج مقاله ما از نظر غیرخطی (نشان دهنده رفتار سفت‌شوندگی در سیستم) با مقاله آقای ویجایان تفاوت بسیاری دارد.

در پژوهش حاضر، رفتار مکانیکی یک سیستم ارتعاشی غیرخطی تحت تحریک هارمونیک پایه شامل دو تیر با فاصله از هم شامل لایه‌های پیزوالکتریک، با هدف برداشت انرژی بررسی می‌شود. معادلات حاکم با استفاده از معادله لاگرانژ استخراج و سپس با استفاده از روش گالرکین گسسته‌سازی می‌شوند. رابطه بین انحناء و جابه‌جایی تیر به خاطر فرض ارتعاش دامنه بزرگ، غیرخطی در نظر گرفته شده است و برخلاف بیشتر پژوهش‌های صورت گرفته از تأثیر جرم پیزوالکتریک در انرژی‌های جنبشی و پتانسیلی سیستم و از این رو در معادلات حرکت سیستم صرف نظر نشده است. اثرات پارامترهای مختلف سیستم مانند فاصله تیرها و فنر کوپلینگ بین آن‌ها نیز بررسی می‌شود. برای مدل‌سازی سیستم، از تئوری اویلر-برنولی برای زیرلایه‌ها استفاده شده است. برای تحلیل رفتار دینامیکی سیستم‌های برداشت‌کننده انرژی از پاسخ‌های زمانی و نمودارهای پاسخ فرکانسی حاصل، از حل عددی معادلات مرتبه کاهش داده شده استفاده شده است. در ادامه نیز به مقایسه مدل‌های دو تیر برخوردی در مقایسه با دو تیر که برخورد نمی‌کنند و یک سیستم دیگر شامل فقط یک تیر پرداخته می‌شود.

$$T_i = \frac{\rho_{bi} A_{bi}}{2} \int_0^{L_{bi}} \left[ \frac{1}{4} \left( \frac{\partial}{\partial t} \int_0^s v_i'^2 ds \right)^2 + (\dot{v}_i + \dot{z})^2 \right] ds \quad (5)$$

$$+ \frac{\rho_{pi} A_{pi}}{2} \int_0^{L_{pi}} \left[ \frac{1}{4} \left( \frac{\partial}{\partial t} \int_0^s v_i'^2 ds \right)^2 + (\dot{v}_i + \dot{z})^2 \right] ds$$

$$U_i = \frac{E_{bi} I_{bi}}{2} \int_0^{L_b} [v_i''^2 (1 + v'^2)] ds$$

$$+ \frac{E_{pi} I_{pi}}{2} \int_0^{L_{pi}} [v_i''^2 (1 + v_i'^2)] ds \quad (6)$$

$$+ \rho_{bi} g \int_0^{L_{bi}} (v_i(s, t) + z(t)) ds$$

$$+ \rho_{pi} g \int_0^{L_{pi}} (v_i(s, t) + z(t)) ds$$

در مطالعه حاضر، تیر پیزوالکتریک یک سرگیردار به صورت تک لایه مدل سازی شده است (یک پیزوالکتریک تک لایه روی یک تیر یک سرگیردار سوار شده است). فرض شده است که الکترودهای پیوسته که بالا و پایین لایه پیزوالکتریک را پوشش می دهند به صورت کامل رسانا باشند. بنابراین، میدان الکتریکی القاء شده در لایه پیزوالکتریک و در طول تیر فرض شده است که به صورت یکنواخت باشد. در ادامه، معادلات الکترومکانیکی غیرخطی سیستم مورد مطالعه با استفاده از قانون اهم به صورت زیر حاصل می گردد [۳، ۶، ۲۰]:

$$\frac{V(t)}{R_l} + C_p \frac{dV(t)}{dt} = - \sum_{i=1}^2 \int_0^{L_{pi}} \gamma_c \frac{d}{dt} \left[ v_i'' \left( 1 + \frac{1}{2} v_i'^2 \right) \right] dx \quad (7)$$

که در آن،  $C_p = C_{p1} + C_{p2}$  است. همچنین  $C_{pi}$  و  $\gamma_c$  از روابط زیر محاسبه می شوند:

$$C_{pi} = \varepsilon_{33}^i w_{pi} L_{pi} / t_{pi} \quad (8)$$

$$\gamma_{ci} = d_{31}^i w_{pi} t_{pc}^i \quad (9)$$

که در آن،  $R_l$  مقاومت خارجی،  $V(t)$  ولتاژ تولیدی،  $d_{31}$  ثابت پیزوالکتریک بوده و  $t_{pc}$  فاصله مرکز لایه پیزوالکتریک از تار خنثی تیر (در جهت ضخامت) است و به صورت زیر حاصل می شود [۲۱-۲۲]:

$$t_{pc}^i = \frac{1}{2} n_i t_{bi} ((t_{bi} + t_{pi}) / (n_i t_{bi} + t_{pi})) \quad (10)$$

که  $n$  نسبت مدول های یانگ تیر و پیزوالکتریک است ( $n_i = E_{bi} / E_{pi}$ ).

$$T_i = \frac{1}{2} \rho_{bi} A_{bi} \int_0^{L_b} [\dot{u}_i^2(s, t) + (\dot{v}_i(s, t) + \dot{z})^2] ds \quad (1)$$

$$+ \frac{1}{2} \rho_{pi} A_{pi} \int_0^{L_p} [\dot{u}_i^2(s, t) + (\dot{v}_i(s, t) + \dot{z})^2] ds$$

که در آن،  $A_b$  و  $A_p$ ،  $\rho_b$  و  $\rho_p$  به ترتیب سطح مقطع ها و چگالی های جرمی تیر و پیزوالکتریک هستند،  $u_i$  و  $v_i$  به ترتیب جابجایی های طولی و عرضی تیرها می باشند. علامت نقطه بالای جابجایی های عرضی و محوری نشان دهنده مشتق نسبت به زمان است. انرژی پتانسیل فنر واسط بین دو تیر به صورت زیر تعریف می شود:

$$U_{spring} = \frac{1}{2} k_c (v_2(L_b, t) - v_1(L_b, t) - \delta)^2 \quad (2)$$

$$\times [u(v_2(L_b, t) - v_1(L_b, t) - \delta)]$$

که در رابطه بالا،  $k_c$  و  $u$  به ترتیب نشان دهنده سفتی فنر و تابع پله ای است. همان طور که مشاهده می شود وقتی که اختلاف جابجایی بین تیرها از فاصله  $\delta$  کمتر باشد،  $(v_2(L_b, t) - v_1(L_b, t) < \delta)$  رابطه (۲) فعال شده و فنر واسط شروع به عمل کردن می کند. در غیر این صورت رفتار تیرها مستقل از هم بوده و به صورت جداگانه ارتعاش می کنند. انرژی پتانسیل هر کدام از تیرها (مجموع انرژی کرنشی و جاذبه تیر پیزوالکتریک)، به صورت زیر حاصل می شود:

$$U_i = \frac{1}{2} E_{bi} I_{bi} \int_0^{L_{bi}} \kappa_i^2(s, t) ds$$

$$+ \frac{1}{2} E_{pi} I_{pi} \int_0^{L_{pi}} \kappa_i^2(s, t) ds \quad (3)$$

$$+ \rho_b g \int_0^{L_{bi}} (v_i(s, t) + z(t)) ds$$

$$+ \rho_p g \int_0^{L_{pi}} (v_i(s, t) + z(t)) ds$$

که در آن،  $E_b$  و  $E_p$ ،  $I_b$  و  $I_p$  به ترتیب مدول های یانگ و ممان اینرسی جرمی تیر و پیزوالکتریک هستند.  $g$  ثابت جاذبه و  $\kappa(s, t)$  انحنای تیر در موقعیت  $s$  و زمان  $t$  را نشان می دهد [۱۷-۱۹]:

$$\kappa(s, t) = \frac{\partial \psi}{\partial s} = \psi'(s, t) = v''(1 + \frac{1}{2} v'^2) \quad (4)$$

در نتیجه انرژی های جنبشی و پتانسیل کل را می توان بر حسب جابجایی عرضی تیر به صورت زیر نوشت:

$$\omega_{1i} = \lambda_1^2 \sqrt{\frac{E_{bi} I_{bi}}{m_i L_{bi}^4}} \quad (17)$$

که مقدر ویژه  $\lambda$  از معادله زیر به دست می آید:

$$1 + \cos \lambda \cosh \lambda = 0 \quad (18)$$

برای به دست آوردن تک مود معادله ارتعاشی سیستم ضرایب لاگرانژی زیر تعریف می شود:

$$\mathcal{L}_i = T_i - U_i - U_{spring} + W_i \quad (19)$$

با استفاده از معادله لاگرانژ ( $\frac{d}{dt}(\frac{\partial \mathcal{L}_i}{\partial \dot{q}_i}) - \frac{\partial \mathcal{L}_i}{\partial q_i} = 0$ ) [۲۹]. همچنین با در نظر گرفتن میرایی ویسکوزی و با تعریف  $\frac{c_v}{k_{10}} = 2\xi\omega_{n2}$  و  $\frac{c_v}{k_2} = 2\xi\omega_{n1}$  (که در آن،  $\xi$  ضریب میرایی مکانیکی است)، معادله غیرخطی سیستم به صورت معادله زیر حاصل می شود:

$$\begin{aligned} & (1 + \frac{k_1}{k_2} q_1^2) \ddot{q}_1 + \omega_{n1}^2 q_1 + 2\xi\omega_{n1} \dot{q}_1 + \frac{k_3}{k_2} q_1^3 + \frac{k_5}{k_2} \\ & + \frac{k_6}{k_2} \ddot{z} + \frac{k_3}{k_2} q_1 \dot{q}_1^2 - \frac{\theta_1}{k_2} V(t) - \frac{\theta_2}{k_2} q_1^2 V(t) \quad (20) \\ & - \frac{k_c}{k_2} (k_7 k_8 q_2 - k_8^2 q_1 - \delta) u (k_7 q_2 - k_8 q_1 - \delta) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (1 + \frac{k_9}{k_{10}} q_2^2) \ddot{q}_2 + \omega_{n2}^2 q_2 + 2\xi\omega_{n2} \dot{q}_2 + \frac{k_{11}}{k_{10}} q_2^3 \\ & + \frac{k_{13}}{k_{10}} + \frac{k_{14}}{k_2} \ddot{z} + \frac{k_9}{k_{10}} q_2 \dot{q}_2^2 - \frac{\theta_3}{k_{10}} V(t) - \frac{\theta_4}{k_{10}} q_2^2 V(t) \quad (21) \\ & - \frac{k_c}{k_{10}} (k_7^2 q_2 - k_7 k_8 q_1 - \delta) u (k_7 q_2 - k_8 q_1 - \delta) = 0 \end{aligned}$$

که در روابط بالا، ضرایب  $k_{i=1..14}$  به صورت زیر تعریف شدند:

$$\begin{aligned} k_1 &= \rho_{b1} A_{b1} N_4 + \rho_{p1} A_{p1} N_4 \\ k_2 &= \rho_{b1} A_{b1} N_2 + \rho_{p1} A_{p1} N_5 \\ k_3 &= 4(N_{13} + N_{15}) \\ k_4 &= 2(N_{14} + N_{16}) \\ k_5 &= \rho_{b1} g N_{17} + \rho_{p1} g N_{18} \\ k_6 &= \rho_{b1} A_{b1} N_7 + \rho_{p1} A_{p1} N_6 \\ k_7 &= N_{25} \\ k_8 &= N_{26} \\ k_9 &= \rho_{b2} A_{b2} N_7 + \rho_{p2} A_{p2} N_{10} \\ k_{10} &= \rho_{b2} A_{b2} N_8 + \rho_{p2} A_{p2} N_{11} \\ k_{11} &= 4(N_{19} + N_{21}) \\ k_{12} &= 2(N_{20} + N_{22}) \\ k_{13} &= \rho_{b2} g N_{23} + \rho_{p2} g N_{24} \\ k_{14} &= \rho_{b2} A_{b2} N_9 + \rho_{p2} A_{p2} N_{12} \end{aligned} \quad (22)$$

#### ۴- مدل مرتبه کاهش یافته بر پایه روش گالرکین

برای به دست آوردن مدل مرتبه کاهش یافته معادلات حرکتی الکترومکانیکی، روش جداسازی گالرکین استفاده شده است. در نتیجه جابه جایی عرضی را بر پایه این روش به صورت زیر می توان نوشت [۲۳-۲۴]:

$$v_i(x, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) q_i(t) \quad (11)$$

که در آن، بردار ویژه تیر یک سرگیردار است و  $q_i(t)$  مختصات زمانی متناسب با آن است. طبق مراجع [۲۵-۲۶]، این که فقط یک مود حرکت سیستم برای به دست آوردن معادله کاهش یافته مرتبه در نظر گرفته شود، کافی است. بنابراین، با در نظر گرفتن یک مود، معادله بالا برای هر تیرها به صورت زیر حاصل می شود:

$$v_i(x, t) = \varphi_i(x) q_i(t) \quad (12)$$

که  $\varphi_i(x)$  با حل مسائل مقادیر ویژه یک تیر یک سرگیردار غیرمیرا و خطی شده، برای یک مود تنها به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \varphi_i(x) &= C_i [\cos \frac{\lambda}{L_b} x - \cosh \frac{\lambda}{L_b} x \\ &+ \sigma_1 (\sin \frac{\lambda}{L_b} x - \sinh \frac{\lambda}{L_b} x)] \end{aligned} \quad (13)$$

که  $C_i$  ضریب ثابت اختیاری است و ضریب  $\sigma_1$  نیز به صورت زیر تعریف می شود:

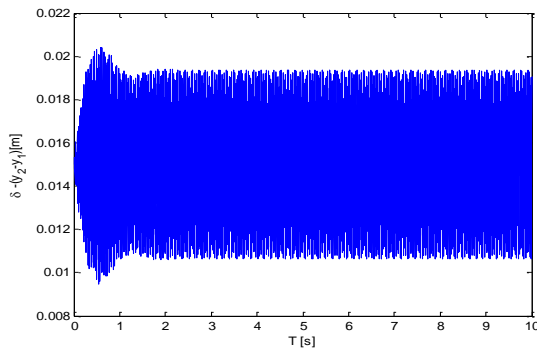
$$\sigma_1 = \frac{\sin \lambda - \sinh \lambda}{\cos \lambda + \cosh \lambda} \quad (14)$$

همچنین ضریب ثابت  $C_i$  با یکه کردن و استفاده از روابط نرمالیزه کردن که به صورت زیر تعریف می شوند، به دست می آید [۲۷-۲۸]:

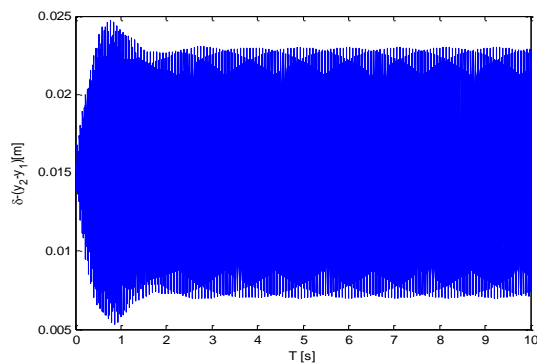
$$\int_0^{L_b} \varphi_i(x) m \varphi_j(x) dx = \delta_{ij} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & \int_0^{L_b} \varphi_i E_{bi} I_{bi} \frac{d^4 \varphi_j(x)}{dx^4} dx - \left[ \varphi_i L_{bi} E_{bi} I_{bi} \frac{d^3 \varphi_i(x)}{dx^3} \right] \\ & + \left[ \frac{d \varphi_j}{dx} E_{bi} I_{bi} \frac{d^2 \varphi_i(x)}{dx^2} \right] = \omega_i^2 \delta_{ij} \end{aligned} \quad (16)$$

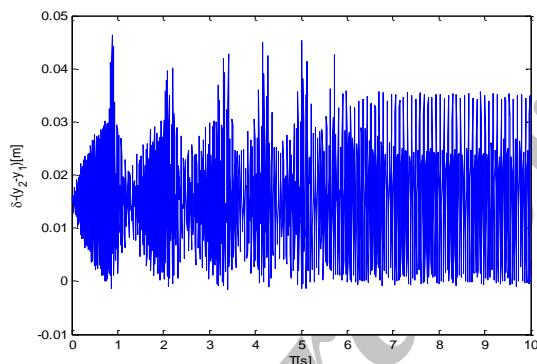
که در آن،  $\delta_{ij}$  دلتای کرونگر و  $m = w_b(\rho_b A_b + \rho_p A_p)$  جرم بر واحد طول می باشند. همچنین،  $\omega_i$  فرکانس طبیعی مود  $i$ -ام تیر یک سرگیردار خطی بدون میرایی است و برای فرکانس اول به صورت زیر تعریف می شود:



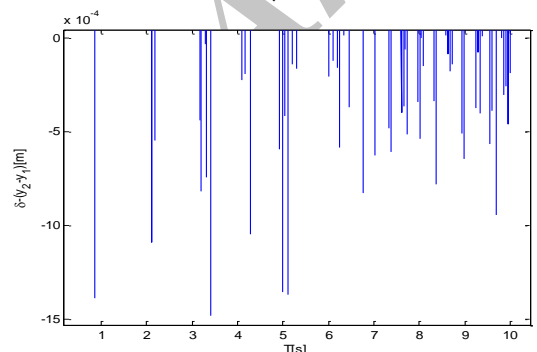
(الف)



(ب)



(پ)



(ت)

شکل (۲): نیروی ضربه‌ای حاصل از برخورد تیرهای

کوپل شده برای طول تیرهای مختلف (الف)  $L_b = 70 \text{ mm}$  (ب)  $L_b = 80 \text{ mm}$  (پ و ت) نیرو و نما نزدیک کوچک‌تر از صفر  $L_b = 90 \text{ mm}$

و ضرایب  $\theta_i=1.4$  و  $N_j=1.26$  در پیوست آورده شدند. معادله الکترومکانیکی سیستم نیز به صورت زیر است:

$$C_p \frac{dV(t)}{dt} + \frac{V(t)}{R_l} = -[\theta_1 \dot{q}_1 + \theta_2 q_1^2 \dot{q}_1 + \theta_3 \dot{q}_2 + \theta_4 q_2^2 \dot{q}_2] \quad (۲۳)$$

و در آخر، توان جذب شده سیستم بین زمان‌های  $t_1$  و  $t_2$  را نیز می‌توان از فرمول زیر محاسبه کرد:

$$P_{ave} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \frac{V(t)^2}{R_l} dt \quad (۲۳)$$

## ۵- بحث و نتایج

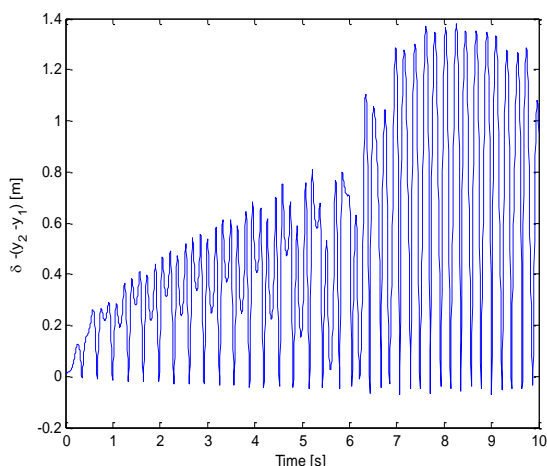
در این قسمت نتایج عددی ارائه شده است. نتایج عددی و شبیه‌سازی‌ها برای دو نوع پیزوالکتریک PZT-5H و PZT-5A ارائه شدند. مشخصات هندسی و مکانیکی آن‌ها در جدول ۱ آورده شده است.

شکل ۲ تأثیر طول تیر را در برخورد تیرهای کوپل شده برای پارامترهای، فاصله بین تیرها  $\delta = 15 \text{ mm}$ ، سفتی فنر  $k = 10^3 \text{ N/m}$  و طول پیزوالکتریک‌های  $L_{p1} = L_{p2} = 10 \text{ mm}$  را نشان می‌دهد. فرکانس تحریک برای هر کدام از طول تیرها برابر با فرکانس طبیعی سیستم در همان طول در نظر گرفته شده است. مشاهده می‌شود که برای مقادیر خاصی از طول تیر اصلاً برخوردی بین دو تیر صورت نمی‌گیرد، ولی از طول  $L_b \geq 90 \text{ mm}$ ، تیرها شروع به برخورد با همدیگر می‌کنند و هرچه طول تیرها افزایش می‌یابند، دامنه نیروی حاصل از برخورد تیرها نیز افزایش می‌یابد.

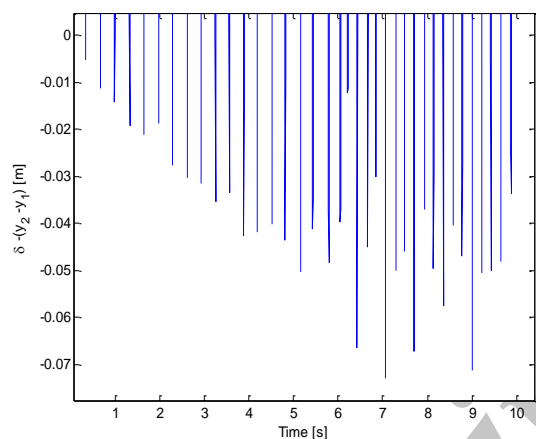
شکل ۳ پاسخ زمانی نیرو برخوردی بین تیرها را برای فاصله‌های مختلف بین تیرها برای مقادیر مقاومت خارجی  $R_l = 1.2 \text{ M}\Omega$ ، شتاب پایه  $9.81 \text{ m/s}^2$ ، نسبت میرایی مکانیکی  $\xi = 0.5\%$ ، فرکانس تحریک  $\omega_e = 3.08 \text{ Hz}$  نشان می‌دهد که این فرکانس به فرکانس طبیعی تیر ضخیم‌تر نزدیک است. همچنین سفتی فنر نیز برابر است با  $k = 500 \text{ N/m}$  و طول لایه‌های پیزوالکتریک نیز برابرند با  $L_{p1} = 100 \text{ mm}$  و  $L_{p2} = 150 \text{ mm}$ ، وقتی فاصله بین تیرها  $\delta > 470 \text{ mm}$  است تیرها باهم هیچ برخوردی نداشته و به صورت مستقل از هم رفتار می‌کنند. علاوه بر این قبل و برخورد بین تیرها، به ترتیب سیستم نوسانی و آشفته ارتعاش می‌کند.

جدول (۱): مشخصات پیزوالکتریک‌ها و زیرسازه‌ها.

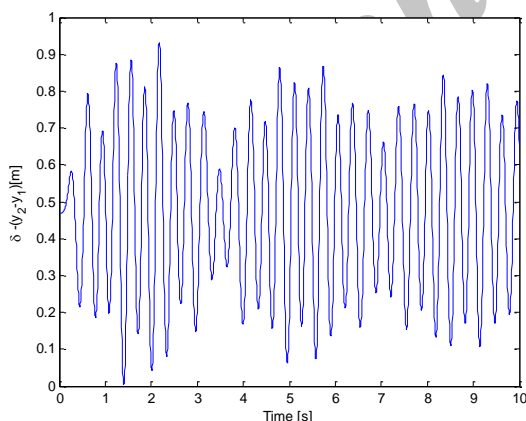
مشخصات	تعریف
$L_b = 100 \text{ mm}$	طول تیرها
$w_{b1} = 15 \text{ mm}$ , $w_{b2} = 20 \text{ mm}$	عرض تیر
$t_{b1} = 0.5 \text{ mm}$ , $t_{b2} = 0.5 \text{ mm}$	ضخامت تیر
$t_{p1} = 0.4 \text{ mm}$ , $t_{p2} = 0.4 \text{ mm}$	ضخامت پیزوالکتریک
$E_{b1} = 110 \text{ GPa}$ , $E_{b2} = 105 \text{ GPa}$	مدول الاستیسیته تیر
$E_{p1} = 61 \text{ GPa}$ , $E_{p2} = 60.6 \text{ GPa}$	مدول الاستیسیته پیزوالکتریک
$\rho_{b1} = 7320 \text{ kg/m}^3$ , $\rho_{b2} = 9000 \text{ kg/m}^3$	چگالی جرمی تیر
$\rho_{p1} = 7750 \text{ kg/m}^3$ , $\rho_{p2} = 7500 \text{ kg/m}^3$	چگالی جرمی پیزوالکتریک
$d_{31}^1 = -171 \text{ pm/V}$ , $d_{31}^2 = -274 \text{ pm/V}$	ثابت پیزوالکتریک
$\epsilon_{33}^{S1} = 13.3 \text{ nF/m}$ , $\epsilon_{33}^{S2} = 25.55 \text{ nF/m}$	قابلیت پذیرش
$L_b = 100 \text{ mm}$	طول تیرها



(الف)



(ب)



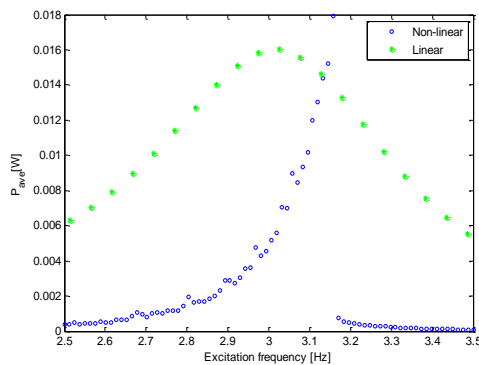
(پ)

شکل (۳): نیروی ضربه‌ای حاصل از برخورد تیرهای کوپل

شده برای فاصله‌های مختلف بین تیرها (الف و ب):

$\delta = 15 \text{ mm}$  (ب):  $\delta = 470 \text{ mm}$

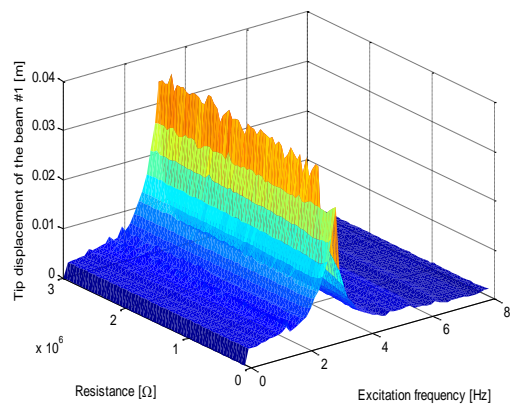
شکل ۴ یک مطالعه پارامتری روی جابجایی نوک تیرها که با استفاده از جاروب فرکانسی سینوسی صورت گرفته است را برای پارامترهای شتاب پایه  $10 \text{ m/s}^2$ ، سفتی فنر  $k = 400 \text{ N/m}$  و فاصله بین تیرها  $\delta = 10 \text{ mm}$  نشان می‌دهد. همچنین فرض شده است که مقاومت خارجی با فرکانس تحریک هم‌زمان تغییر می‌کند. یک جاروب سینوسی برای فرکانس تحریک و مقاومت خارجی به ترتیب برای بازه 0 تا 8 Hz و 0.1 تا 3 MΩ برای تعیین نقطه ماکزیمم جابه‌جایی‌ها انجام شده است. مشاهده می‌شود که بیشینه دامنه برای هر کدام از تیرها در فرکانس تحریک  $\omega_e = 3.01 \text{ Hz}$  که نزدیک فرکانس طبیعی اول تیر ضخیم است اتفاق می‌افتد. به این دلیل که جابجایی تیرها در نزدیکی فرکانس طبیعی تیر ضخیم‌تر بیشینه است (یعنی فرکانس  $\omega_n = 3.08 \text{ Hz}$ )



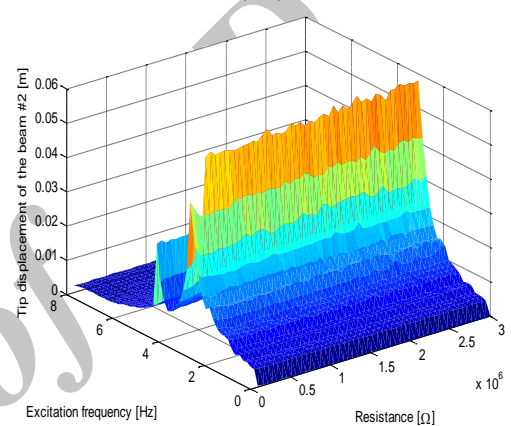
شکل (۵): متوسط توان تولید شده برای دو حالت غیرخطی و خطی در سیستم برداشت‌کننده انرژی.

شکل ۶ تأثیر مقادیر مختلف سفتی فنر را بر روی جابه‌جایی نوک تیرها و بیشینه توان خروجی را برای فاصله بین تیرها  $\delta = 15 \text{ mm}$  نشان می‌دهد. فرکانس تحریک نیز فرض شده است که در نزدیکی فرکانس طبیعی تیر ضخیم تغییر می‌کند. مشاهده می‌شود که پاسخ فرکانسی سیستم به راست خمیده شده است که نشان‌دهنده رفتار غیرخطی سفت‌شونده است. متناظر با مقادیر مختلف فرکانس تحریک چندین جواب متفاوت در سیستم مشاهده می‌شود که دو جواب پایدار و یکی از آن‌ها ناپایدار است. همچنین به‌خاطر وجود نقاط پایدار و ناپایدار، نقاط انشعاب در سیستم اتفاق می‌افتند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، به‌عنوان مثال برای مقدار عددی سفتی فنر  $k = 800 \text{ N/m}$  شاخه‌های پایدار و نقاط ناپایدار در نقاط انشعابی  $A, B$  تلاقی پیدا می‌کنند که بسته به شرایط اولیه پاسخ سیستم ممکن است بر یکی از شاخه‌های پایدار قرار بگیرد. همچنین مشاهده می‌شود جاروب فرکانسی منجر به پرش و به‌وجود آمدن ناحیه هیستریزس در پاسخ خواهد بود. به‌طور مثال، برای سفتی فنر  $k = 800 \text{ N/m}$ ، افزایش فرکانس تا بعد از نقطه  $A$  موجب پرش پاسخ به شاخه پائینی و کاهش فرکانس تا قبل از  $B$  موجب پرش به شاخه پایدار بالایی می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود، بیشینه توان خروجی برای سه مقدار مختلف سفتی فنر به همدیگر نزدیک بوده و حساسیت کمتری نسبت به آن دارد. و علاوه بر این، افزایش در مقدار سفتی فنر تأثیر چندانی روی نقاط انشعاب زینی سیستم ندارد.

شکل ۷ تأثیر مقادیر مختلف فاصله تیرها را بر روی جابه‌جایی نوک تیرها و بیشینه توان تولیدشده را برای سفتی فنر کوپلینگ  $k = 10^3 \text{ N/m}$  و برای فرکانس تحریک متغیر در نزدیکی فرکانس طبیعی اول تیر ضخیم، نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که غیرخطی بودن سیستم باعث دور شدن فرکانس رزونانسی از فرکانس طبیعی سیستم شده و موجب



(الف)

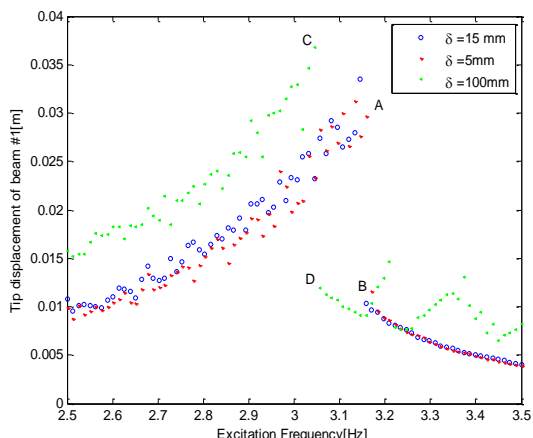


(ب)

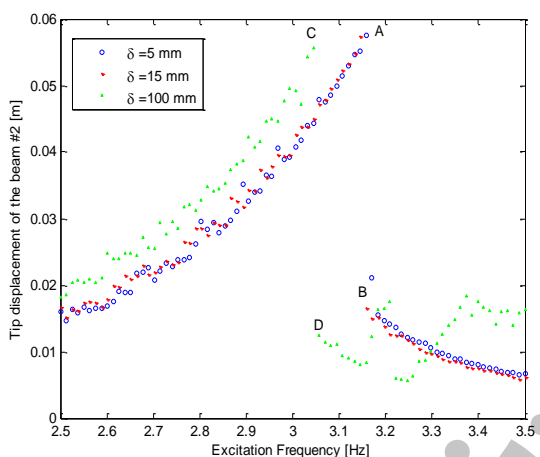
شکل (۴): جاروب سینوسی بر روی (الف): جابه‌جایی نوک تیر شماره ۱ (ب): جابه‌جایی نوک تیر شماره ۲، با تغییر هم‌زمان مقاومت خارجی و فرکانس تحریک، برای مقادیر عددی شتاب پایه  $10 \text{ m/s}^2$ ، سفتی فنر  $k = 400 \text{ N/m}$  و فاصله بین تیرها  $\delta = 10 \text{ m}$ .

شکل ۵ به‌منظور نشان دادن ارزش فرض غیرخطی و همچنین مقایسه بین فرض‌های خطی و غیرخطی بروی بیشینه متوسط توان تولیدشده برای شرایط و مقادیر عددی مشابه شکل ۳ و برای مقاومت خارجی  $R_L = 0.8 \text{ M}\Omega$ ، شتاب تحریک پایه  $1 \text{ m/s}^2$  و فاصله  $\delta = 5 \text{ mm}$  بین تیرها ترسیم گردیده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود انحراف به‌سمت راست در سیستم برداشت‌کننده انرژی در حالت غیرخطی در مقایسه با فرض خطی در پاسخ فرکانسی سیستم اتفاق افتاده است که نشان‌دهنده گسترش پهنای باند در سیستم است. همچنین، مشاهده می‌شود که متوسط توان تولیدی برای حالت غیرخطی بزرگتر از حالت خطی است. به این صورت که، بیشینه توان تولیدی برای حالت خطی برابر است با  $16 \text{ mW}$  که در فرکانس  $3.026 \text{ Hz}$  اتفاق می‌افتد. در حالی که این اعداد در فرض غیرخطی به‌ترتیب به اعداد  $18 \text{ mW}$  و  $3.16 \text{ Hz}$  تغییر یافتند.

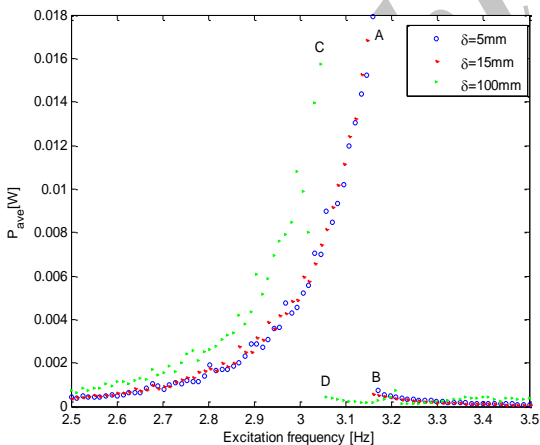




(الف)



(ب)

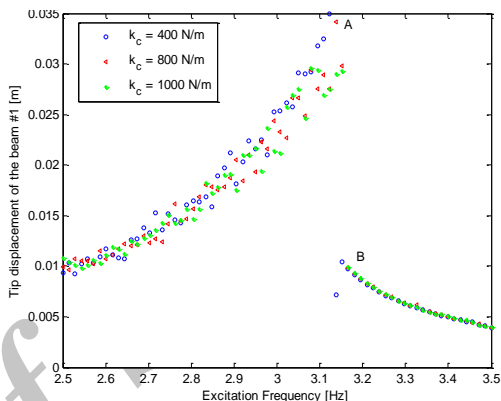


(پ)

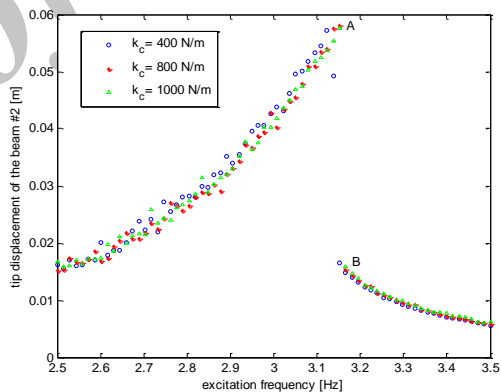
شکل (۷): (الف و ب) جابه‌جایی نوک تیر شماره ۱ و ۲ (ج) بیشینه متوسط توان تولیدشده برای سه مقدار عددی مختلف لقی بین تیرها برای مقدار ثابت سفتی فنر کوپلینگ  $k = 10^3 \text{ N/m}$

شکل ۸ تاثیر مقاومت خارجی را بر روی متوسط توان تولیدی را برای سه سیستم مختلف را نشان می‌دهد. شکل

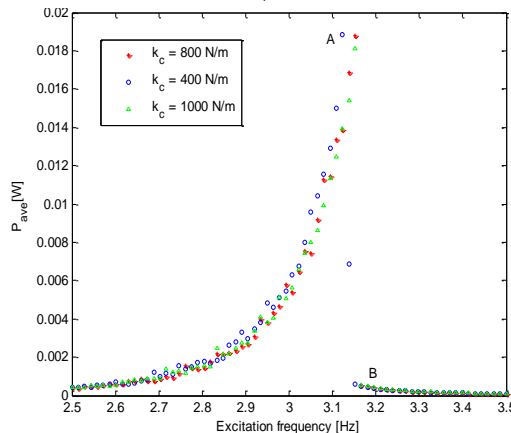
خمیده شدن پاسخ سیستم به سمت راست شده است که نشان‌دهنده رفتار غیرخطی سفت شونده در سیستم است. مشاهده می‌شود که با کاهش فاصله تیرها و از این رو افزایش احتمال برخورد تیرها، بیشینه توان تولیدی افزایش می‌یابد. علاوه بر این، مشاهده می‌شود که افزایش در مقدار لقی تیرها باعث انتقال نقاط انشعاب زینی به چپ شده و همچنین مناطق هیستریزس را نیز تحت تأثیر قرار می‌دهد.



(الف)



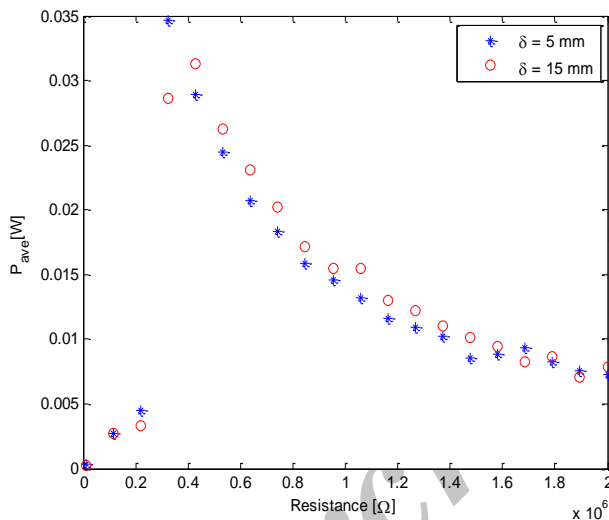
(ب)



(پ)

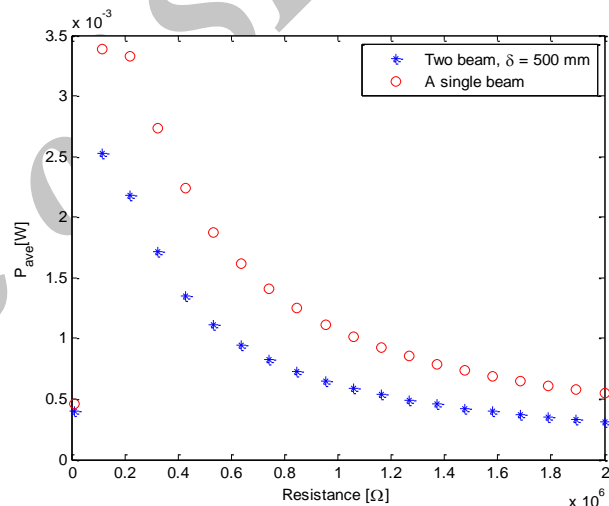
شکل (۶): (الف و ب) جابه‌جایی نوک تیر شماره ۱ و ۲ (ج) بیشینه متوسط توان تولیدشده برای سه مقدار عددی مختلف سفتی فنر کوپلینگ و برای مقدار ثابت لقی بین تیرها  $\delta = 15 \text{ mm}$

توان تولیدی برای سیستمی که برخورد در آن اتفاق میافتد افزایش یافته است. به عنوان مثال، برای فاصله‌های  $\delta = 5 \text{ mm}$  و  $\delta = 15 \text{ mm}$  متوسط توان تولیدی به ترتیب برابر است با  $34.67 \text{ mW}$  و  $31.26 \text{ mW}$  که به ترتیب در مقاومت خارجی  $0.3 \text{ M}\Omega$  و  $0.4 \text{ M}\Omega$  اتفاق میافتند. مشاهده می‌شود که از بین سه سیستم مورد نظر، سیستم شامل دو تیر برخوردی بیشترین توان تولیدی را داشته و همچنین هرچقدر فاصله بین تیرها کاهش بیابد (افزایش احتمال برخورد) بیشینه متوسط توان تولیدی افزایش یافته و همچنین مقاومت خارجی بهینه (جایی که بیشینه متوسط توان تولیدی اتفاق میافتد) نیز به سمت راست منتقل می‌شود.



(ب)

۸- الف دو سیستم مختلف که یکی از آن‌ها فاصله دو تیر  $\delta = 500 \text{ mm}$  انتخاب شده است که همان‌طور که قبلاً هم بحث شد برای این مقدار از فاصله تیرها با هم برخوردی ندارند، همچنین سیستم دیگر نیز از فقط یک تیر تشکیل شده است. شکل ۸- ب نیز سیستم شامل دو تیر برخوردی را نشان می‌دهد که برای دو مقدار مختلفی از فاصله تیرها ( $\delta = 15 \text{ mm}$  و  $\delta = 5 \text{ mm}$ ) رسم گردیده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود بیشینه متوسط توان تولیدی برای  $\delta = 500 \text{ mm}$  و سیستم شامل یک تیر به ترتیب برابر است با  $2.5 \text{ mW}$  و  $3.4 \text{ mW}$  که این بیشینه توان در مقاومت خارجی  $1.15 \text{ M}\Omega$  اتفاق میافتد. مشاهده می‌شود که متوسط



(الف)

شکل (۸): تأثیر مقاومت خارجی بر روی (الف) دو تیر با فاصله  $\delta = 500 \text{ mm}$  و یک سیستم شامل فقط یک تیر (ب) یک سیستم شامل دو تیر برخوردی با فاصله‌های مختلف  $\delta = 15 \text{ mm}$  و  $\delta = 5 \text{ mm}$ .

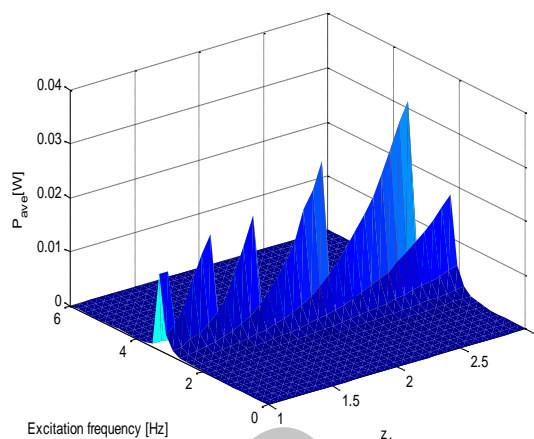
به ترتیب برای مقادیر  $z_1 = 2.73$  و  $z_2 = 1.5$  رسم شدند. مشاهده می‌شود که بیشینه توان برای مقادیر  $z_1 = 2.73$  و  $z_2 = 2.79$  اتفاق می‌افتد و برابرند با  $36 \text{ mW}$  و  $24 \text{ mW}$ . همچنین فرکانس‌های رزونانسی متناظر نیز به ترتیب در فرکانس‌های  $2.48 \text{ Hz}$  و  $3.72 \text{ Hz}$  اتفاق می‌افتند. که هرکدام از این فرکانس‌ها نزدیک به فرکانس طبیعی تیر ضخیم برای شرایط متناظر هستند.

شکل ۹ تأثیر نسبت ضخامت‌های تیرها و لایه‌های پیزوالکتریک را بر روی توان خروجی نشان می‌دهد. پارامترهای سفتی فنر و لقی بین تیرها به ترتیب  $k = 10^3 \text{ N/m}$  و  $\delta = 15 \text{ mm}$  در نظر گرفته شدند. در این شکل، پارامترهای  $z_1$  و  $z_2$  به ترتیب نسبت ضخامت تیرها و لایه‌های پیزوالکتریک تعریف شدند. همچنین در شکل حاضر ضخامت یکی از تیرها و لایه‌های پیزوالکتریک به ترتیب برابر با  $0.25 \text{ mm}$  و  $0.2 \text{ mm}$  فرض شدند. شکل‌های ۹ (الف و ب)

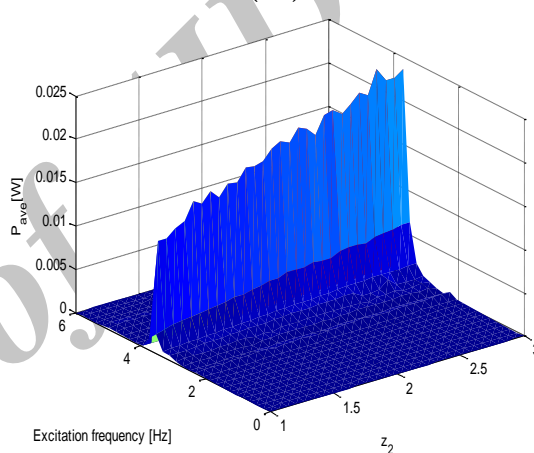
برای تیرها، در فرکانس تحریک خارجی که در مجاورت فرکانس رزونانس سیستم اصلی قرار دارد رخ می‌دهد. تأثیرات پارامترهای مختلف مانند فاصله و ثابت فنر مابین تیرها، نسبت ضخامت تیر و پیزوالکتریک و همچنین نسبت استهلاک سیستم بر روی انرژی برداشت شده بررسی شدند. همچنین به‌وسیله رسم نمودارهای پاسخ فرکانسی حوالی فنریت، تأثیر عوامل غیرخطی بر روی پاسخ سیستم و توان تولیدی مطالعه شد. نتایج نشان دادند که انرژی استحصال شده با افزایش فاصله دو تیر از هم کاهش می‌یابد. مقایسه‌ای بین فرض خطی و غیرخطی روی سیستم صورت گرفت و مشاهده شد که فرض غیرخطی با گسترش پهنای باند سیستم و افزایش توان تولیدی مزیت بیشتری را نسبت به فرض خطی در سیستم دارد. همچنین مشاهده شد که توان استخراجی به نسبت ضخامت تیر و پیزوالکتریک، حساسیت بالایی از خود نشان می‌دهد، ولی از سوی دیگر سفتی فنر کوپلینگ تأثیر چندانی در رفتار غیرخطی و توان خروجی ندارد. علاوه بر این وجود دمپینگ در سیستم باعث کاهش توان خروجی دارد. ضمناً با بررسی اثر مقاومت خارجی بر انرژی برداشتی از سه سیستم مختلف (دو تیر برخوردی، دو تیر غیر برخوردی و یک تیر تنها)، نشان داده شد که وجود برخورد در سیستم، به‌طور فزاینده‌ای توان تولیدی را بالا می‌برد. نتایج پژوهش حاضر می‌تواند در طراحی و بهینه‌کردن برداشت‌کننده‌های انرژی نوین در حضور ارتعاشات دامنه بزرگ مفید باشد.

## ۷- مراجع

- Chen, C. J. "Physics of Solar Energy" John Wiley & Sons, New York, 2011.
- Beeby, S. and White, N. "Energy Harvesting for Autonomous Systems", Artech House, New York, 2010.
- Firoozy, P., Khadem, S. E., and Pourkiaee, S. M. "Broadband Energy Harvesting Using Nonlinear Vibrations of a Magnetopiezoelectric Cantilever Beam", Int. J. Eng. Sci., Vol. 111, No. 5, pp. 113-133, 2017.
- Liu, J.-Q., Fang, H.-B., Xu, Z.-Y., Mao, X.-H., Shen, X.-C., and Chen, D. "A MEMS-Based Piezoelectric Power Generator Array for Vibration Energy Harvesting", Microelectr. J., Vol. 39, No. 4, pp. 802-806, 2008.
- Shahruz, S. "Design of Mechanical Band-Pass Filters for Energy Scavenging: Multi-Degree-of-Freedom Models", J. Vib. Control., Vol. 14, No. 1, pp. 753-768, 2008.



(الف)



(ب)

**شکل (۹):** تأثیر (الف) نسبت ضخامت تیرها، (ب) نسبت ضخامت لایه‌های پیزوالکتریک بر روی بیشینه توان تولیدی برای پارامترهای سفتی فنر و لقی بین تیرها به ترتیب  $\delta = 15 \text{ mm}$  و  $k = 10^3 \text{ N/m}$

## ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله برداشت انرژی از ارتعاشات دامنه بزرگ یک سیستم شامل دو تیر یک‌سرگیردار کوپل شده برخوردی که از لایه پیزوالکتریک پوشیده شده‌اند و تحت تحریک هارمونیک پایه قرار دارد، با در نظر گرفتن انحنای غیرخطی بررسی شده است. در استخراج معادلات سیستم، تأثیرات وزن لایه‌های پیزوالکتریک نیز در نظر گرفته شده است. با استفاده از روش لاگرانژ، روابط غیرخطی حاکم بر سیستم استخراج شده و با کمک روش گالرکین، معادلات مرتبه کاهش یافته سیستم استخراج شدند. یک مطالعه پارامتری بر روی جابه‌جایی سر تیر با در نظر گرفتن جاروب سینوسی برای فرکانس تحریک و مقاومت خارجی انجام شد و مشاهده شد که بیشینه جابه‌جایی

- Sinusoidal Flow via Local Nonlinear Attachment”, *International Journal of Mechanical Sciences*, 2018.
20. Erturk, A. and Inman, D. J. “Piezoelectric Energy Harvesting”, John Wiley & Sons, New York, 2011.
  21. Erturk, A. and Inman, D. J. “A Distributed Parameter Electromechanical Model for Cantilevered Piezoelectric Energy Harvesters”, *J. Vib. Acoust.*, Vol. 130, No. 4, p. 41-52, 2008.
  22. Mamaghani, A. E., Khadem, S. E., and Bab, S. “Vibration Control of a Pipe Conveying Fluid Under External Periodic Excitation Using a Nonlinear Energy Sink”, *Nonlinear. Dynam.*, Vol. 86, No. 3, pp. 1761-1795, 2016.
  23. Pourkiaee, S. M., Khadem, S. E., and Shahgholi, M., “Parametric Resonances of an Electrically Actuated Piezoelectric Nanobeam Resonator Considering Surface Effects and Intermolecular Interactions”, *Nonlinear. Dynam.*, Vol. 84, No. 4, pp. 1943-1960, 2016.
  24. Hosseini, R. and Hamed, M. “An Investigation into Resonant Frequency of Trapezoidal V-shaped Cantilever Piezoelectric Energy Harvester”, *Microsys. Technol.*, Vol. 22, No. 5, pp. 1127-1134, 2016.
  25. Erturk, A., Friswell, M. I., Ali, S. F., Bilgen, O., Adhikari, S., and Lees, A. W. “Non-Linear Piezoelectric Vibration Energy Harvesting from a Vertical Cantilever Beam with Tip Mass”, *J. Intel. Mat. Sys. Str.*, Vol. 23, No. 5, pp. 1505-1521, 2012.
  26. Hosseini, R., Hamed, M., Ebrahimi Mamaghani, A., Kim, H. C., Kim, J., and Dayou, J. “Parameter Identification of Partially Covered Piezoelectric Cantilever Power Scavenger Based on the Coupled Distributed Parameter Solution”, *Int. J. Smart. Nano Mater.*, Vol. 8, No. 2, pp. 110-124, 2017.
  27. Hosseini, R., Letafati, H., and Hosseini Moghaddam, S. S. “Vibration Energy Harvesting Using Bimorph Piezoelectric Cantilever”, *Journal of Solid and Fluid Mechanics*, Vol. 7, No. 1, pp. 1-9, 2017.
  28. Hosseini, R., Hamed, M., Im, J., Kim, J., and Dayou, J. “Analytical and Experimental Investigation of Partially Covered Piezoelectric Cantilever Energy Harvester”, *Int. J. Precis. Eng. Man*, Vol. 18, No. 3, pp. 415-424, 2017.
  29. Bab, S., Khadem, S. E., and Shahgholi, M. “Lateral Vibration Attenuation of a Rotor Under Mass Eccentricity Force using Non-Linear Energy Sink”, *Int. J. Nonlin. Mech.*, Vol. 67, No. 3, pp. 251-266, 2014.
  6. Rezaei, M., Khadem, S. E., and Firoozy, P. “Broadband and Tunable PZT Energy Harvesting Utilizing Local Nonlinearity and Tip Mass Effects”, *Int. J. Eng. Sci.*, Vol. 118, No. 4, pp. 1-15, 2017.
  7. Churchill, D. L. and Arms, S. W. “Slotted Beam Piezoelectric Composite”, ed: Google Patents, 2010.
  8. Hosseini, R., Zargar, O., and Hamed, M. “Improving Power Density of Piezoelectric Vibration Based Energy Scavengers”, *Journal of Solid Mechanics.*, Vol. 10, No. 1, pp. 98-109, 2018.
  9. Firoozy, P., Khadem, S. E., and Pourkiaee, S. M. “Power Enhancement of Broadband Piezoelectric Energy Harvesting Using a Proof Mass and Nonlinearities in Curvature and Inertia”, *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 133, No. 4, pp. 227-239, 2017.
  10. Mahmoodi, S. N., Jalili, N., and Daqaq, M. F. “Modeling, Nonlinear Dynamics, and Identification of a Piezoelectrically Actuated Microcantilever Sensor”, *IEEE. ASME. T. Mech.*, Vol. 13, No. 6, pp. 58-65, 2008.
  11. Stanton, S. C., Erturk, A., Mann, B. P., Dowell, E. H., and Inman, D. J. “Nonlinear Nonconservative Behavior and Modeling of Piezoelectric Energy Harvesters Including Proof Mass Effects”, *J. Intel. Mat. Ssyst. Str.*, Vol. 23, No. 2, pp. 183-199, 2012.
  12. Mann, B. and Sims, N. “Energy Harvesting from the Nonlinear Oscillations of Magnetic Levitation”, *J. of S. Vib.*, Vol. 319, No. 7, pp. 515-530, 2009.
  13. McInnes, C., Gorman, D., and Cartmell, M. P. “Enhanced Vibrational Energy Harvesting Using Nonlinear Stochastic Resonance”, *J. of S. Vib.*, Vol. 318, No.5, pp. 655-662, 2008.
  14. Ramlan, R., Brennan, M., and Mace, B. “Improving the Performance of an Energy Harvesting Device Using Nonlinearity”, *Proc. Int. Conf. Data Eng. Michigan, USA*, 2008.
  15. Yao, L., Zhang, J., Lu, L., and Lai, M. “Nonlinear Dynamic Characteristics of Piezoelectric Bending Actuators Under Strong Applied Electric Field”, *J. Microelectromech. S.*, Vol. 13, pp. 645-652, 2004.
  16. Vijayan, K., Friswell, M., Khodaparast, H. H., and Adhikari, S. “Non-Linear Energy Harvesting from Coupled Impacting Beams”, *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 96, No. 2, pp. 101-109, 2015.
  17. Ali, S. F. and Padhi, R. “Active Vibration Suppression of Non-Linear Beams Using Optimal Dynamic Inversion” *P. I. Mech. Eng. I. J. Sys.*, Vol. 223, No. 6, pp. 657-672, New York, 2009.
  18. Nayfeh, A. H. and Pai, P. F., “Linear and Nonlinear Structural Mechanics”, John Wiley & Sons, 2008.
  19. Mamaghani, A. E., Khadem, S. E., Bab, S., and Pourkiaee, S. M. “Irreversible Passive Energy Transfer of an Immersed Beam Subjected to a

پیوست:

$$\begin{aligned}
N_1 &= \int_0^{L_b} \left( \int_0^s (\varphi_1'(s))^2 ds \right)^2 ds \\
N_2 &= \int_0^{L_b} (\varphi_1(s))^2 ds \\
N_3 &= \int_0^{L_b} \varphi_1(s) ds \\
N_4 &= \int_0^{L_{p1}} \left( \int_0^s (\varphi_1'(s))^2 ds \right)^2 ds \\
N_5 &= \int_0^{L_{p1}} (\varphi_1(s))^2 ds \\
N_6 &= \int_0^{L_{p1}} \varphi_1(s) ds \\
N_7 &= \int_0^{L_b} \left( \int_0^s (\varphi_2'(s))^2 ds \right)^2 ds \\
N_8 &= \int_0^{L_b} (\varphi_2(s))^2 ds \\
N_9 &= \int_0^{L_b} \varphi_2(s) ds \\
N_{10} &= \int_0^{L_{p2}} \left( \int_0^s (\varphi_2'(s))^2 ds \right)^2 ds \\
N_{11} &= \int_0^{L_{p2}} (\varphi_2(s))^2 ds \\
N_{12} &= \int_0^{L_{p2}} \varphi_2(s) ds \\
N_{13} &= \frac{E_{b1} I_{b1}}{2} \int_0^{L_b} \varphi_1'(s)^2 \varphi_1''(s)^2 ds \\
N_{14} &= \frac{1}{2} E_{b1} I_{b1} \int_0^{L_b} (\varphi_1''(s))^2 ds \\
N_{15} &= \frac{E_{p1} I_{p1}}{2} \int_0^{L_{p1}} \varphi_1'(s)^2 \varphi_1''(s)^2 ds \\
N_{16} &= \frac{1}{2} E_{p1} I_{p1} \int_0^{L_{p1}} (\varphi_1''(s))^2 ds \\
N_{17} &= N_3, N_{18} = N_6 \\
N_{19} &= \frac{1}{2} E_{b2} I_{b2} \int_0^{L_b} \varphi_2'(s)^2 \varphi_2''(s)^2 ds \\
N_{20} &= \frac{1}{2} E_{b2} I_{b2} \int_0^{L_b} (\varphi_2''(s))^2 ds \\
N_{21} &= \frac{1}{2} E_{p2} I_{p2} \int_0^{L_{p2}} \varphi_2'(s)^2 \varphi_2''(s)^2 ds \\
N_{22} &= \frac{1}{2} E_{p2} I_{p2} \int_0^{L_{p2}} (\varphi_2''(s))^2 ds \\
N_{23} &= N_9, N_{24} = N_{12} \\
N_{25} &= \varphi_2(L_b) \\
N_{26} &= \varphi_1(L_b) \\
\theta_1 &= \gamma_{c1} \int_0^{L_{p1}} \varphi_1''(s) ds \\
\theta_2 &= \frac{3}{2} \gamma_{c1} \int_0^{L_{p1}} \varphi_1''(s) (\varphi_1'(s))^2 ds \\
\theta_3 &= \gamma_{c2} \int_0^{L_{p2}} \varphi_2''(s) ds \\
\theta_4 &= \frac{3}{2} \gamma_{c2} \int_0^{L_{p2}} \varphi_2''(s) (\varphi_2'(s))^2 ds
\end{aligned}$$

Archive of SID