

بررسی اثر میدان مغناطیسی بر جابه‌جایی طبیعی جریان آرام و متلاطم نانوسیال در محفظه ذوزنقه‌ای

علیرضا آقایی^۱، حسین خراسانی‌زاده^۲ و قنبرعلی شیخ‌زاده^۳

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه کاشان

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۱۰/۱۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۵/۲۲)

چکیده

جریان سیال تحت تاثیر میدان مغناطیسی در خنک‌کاری سامانه‌های الکترونیکی و ترانسفورماتورهای برق و پدیده‌های فیزیکی مثل زمین‌شناسی مطرح می‌باشد. در مطالعه حاضر اثر میدان مغناطیسی بر میدان جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی نانوسیال آب- اکسیدمس با لحاظ اثر حرکت براونی نانوذرات در محفظه ذوزنقه‌ای برای هر دو رژیم جریان آرام و متلاطم مطالعه شده است. مطالعه برای اعداد رایلی 10^3 تا 10^{10} ، اعداد هارتمن ۰ تا ۱۰۰ و کسر حجمی‌های ۰ تا ۰/۰۴ از نانوذرات انجام شده است. معادلات حاکم با روش حجم محدود و الگوریتم سیمپلر به صورت عددی با استفاده از یک برنامه کامپیوتری به زبان فرترن حل شده‌اند. نتایج نشان دادند که با اعمال میدان مغناطیسی و افزایش آن، سرعت جابه‌جایی نانوسیال و قدرت جریان در هر دو رژیم جریان آرام و متلاطم کاهش می‌یابد. از مقایسه خطوط جریان و هم‌دما در رژیم آرام با متلاطم مشخص می‌شود که با توجه به ثابت ماندن قدرت میدان مغناطیسی (عدد هارتمن ثابت) در هر دو رژیم جریان آرام و متلاطم، خطوط جریان و هم‌دما در رژیم متلاطم کمتر تحت تاثیر نیروی لورنتس قرار می‌گیرند. برای هر دو رژیم جریان آرام و متلاطم با زیاد شدن کسر حجمی نانوذرات و افزایش عدد رایلی عدد ناسلت متوسط زیاد می‌شود. همچنین در همه اعداد رایلی و کسرهای حجمی با افزایش عدد هارتمن، عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: نانوسیال، میدان مغناطیسی، عدد هارتمن، خواص متغیر، جابه‌جایی طبیعی، جریان متلاطم، مدل k-ε

Investigation of Laminar and Turbulent of Natural Convection of Nanofluid in a Trapezoidal Enclosure under the Influence of Magnetic Field

A. Aghaei, H. Khorasanizadeh and Gh.A. Sheikhzadeh

Faculty of Mechanical Engineering

University of Kashan

(Received: 31/December/2016 ; Accepted: 13/August/2017)

ABSTRACT

The flow affected by a magnetic field is applied in cooling electronic devices and voltage transformers and in physical phenomenon such as geology. In this study, the effects of magnetic field on the flow field and heat transfer of Cu-water nanofluid natural convection and by considering the Brownian motion of nanoparticles have been studied in a trapezoidal enclosure. The study has been done for Rayleigh numbers 10^3 to 10^{10} , Hartmann numbers 0 to 100 and the nanoparticles volume fraction of 0 to 0.04. The governing equations have been solved numerically by use of finite volume method and SIMPLER algorithm. The results showed that by applying the magnetic field and increasing it, the nanofluid convection and the strength of flow decrease and the flow tends toward natural convection and finally toward pure conduction. For all of the Reynolds numbers and volume fractions which are considered, by increasing the Hartmann number, the average Nusselt number decreases.

Keywords: Nanofluid, Natural Convection, Magnetic Field, Hartmann Number, Variable Properties, Turbulent Flow, k-ε Model

۱- دانشجوی دکتری: alirezaaghaei21@gmail.com

۲- استاد (نویسنده پاسخگو): khorasan@kashanu.ac.ir

۳- دانشیار: sheikhz@kashanu.ac.ir

۱- مقدمه

فهرست علائم

جریان سیال تحت تاثیر میدان مغناطیسی در خنک‌کاری سامانه‌های الکترونیکی، خنک‌کاری ترانسفورماتورهای برق، راکتورهای هسته‌ای، بیوشیمی، پدیده‌های فیزیکی مانند پدیده‌های زمین‌شناسی و موارد مشابه دیگر مطرح می‌باشد [۱]. به‌عنوان نمونه وجود جریان‌های جابه‌جایی در صنعت ریخته‌گری باعث پدیدار شدن یک ساختار ناهمگن و درشت‌دانه در قطعه ریخته‌گری می‌شود. با کمک علم هیدرودینامیک مغناطیسی می‌توان میزان این جریان‌های جابه‌جایی را کاهش داد.

کانداسامی و همکاران [۲] تاثیر میدان مغناطیسی را بر جابه‌جایی طبیعی در یک محفظه در شرایطی که بخشی از دیواره‌های عمودی آن فعال بود بررسی کردند. بر اساس نتایج آن‌ها با افزایش عدد هارتمن ناسلت متوسط کاهش می‌یابد. پیرمحمدی و قاسمی [۳] اثر میدان مغناطیسی را بر جابه‌جایی طبیعی سیال در یک محفظه مربعی مایل به‌صورت عددی بررسی نمودند. نتایج آن‌ها نشان داد میدان جریان و انتقال حرارت سیال به‌شدت وابسته به مقدار میدان مغناطیسی و زاویه محفظه می‌باشد. صادقی و قاسمی [۴] جریان جابه‌جایی توام نانوسیال آب-مس را در کانالی تحت تاثیر میدان مغناطیسی بررسی کردند. بر اساس نتایج آن‌ها افزایش عدد هارتمن در اعداد ریچاردسون بالا منجر به کاهش انتقال حرارت می‌شود. ملک‌پور و قاسمی [۵] اثر میدان مغناطیسی را بر انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی نانوسیال در محفظه مثلثی بررسی کردند. بر اساس نتایج آن‌ها با افزایش عدد هارتمن، سرعت جریان در محفظه کاهش می‌یابد. باساک و همکاران [۶] به‌صورت عددی جابه‌جایی طبیعی را داخل محفظه‌ای دوزنقه‌ای بررسی کردند. بر اساس نتایج آن‌ها عدد ناسلت متوسط در حالت شار یکنواخت، بیشتر از حالت شار غیر یکنواخت می‌باشد. صالح و همکاران [۷] انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی نانوسیال‌های آب-مس و آب-اکسید آلومینیم را در یک محفظه دوزنقه‌ای بررسی کردند. بر اساس نتایج آن‌ها همواره عدد ناسلت متوسط برای نانوسیال آب-مس از مقدار آن برای نانوسیال آب-اکسید آلومینیم بیشتر است. سپس در زمینه جریان متلاطم به برخی از مطالعات اخیر اشاره می‌شود.

B_0	میدان مغناطیسی اعمالی
c_p	گرمای ویژه فشار ثابت ($Jkg^{-1}K^{-1}$)
g	شتاب جاذبه (ms^{-2})
H	ارتفاع محفظه (m)
Ha	عدد هارتمن
l	اندازه‌ی ضلع پایینی محفظه (m)
Nu_{Avg}	عدد ناسلت متوسط
P	فشار (Pa)
Pe	عدد پکله
Pr	عدد پرانتل
Ra	عدد رایلی
T	دما (K)
u	مولفه سرعت در راستای x
v	مولفه سرعت در راستای y
U	مولفه سرعت بی‌بعد در راستای x
V	مولفه سرعت بی‌بعد در راستای y

حروف یونانی

α	ضریب پخش حرارتی (m^2s^{-1})
β	ضریب انبساط حرارتی (K^{-1})
μ	لزجت ($kgm^{-2}s^{-1}$)
ν	لزجت سینماتیکی (m^2s^{-1})
Θ	دمای بی‌بعد
θ_s	زاویه ساق‌های دوزنقه با قاعده (درجه)
ρ	چگالی (kgm^{-3})
ψ	تابع جریان (m^2s^{-1})
Ψ	تابع جریان بی‌بعد

پانویس‌ها

Avg	متوسط
c	سرد
f	سیال
h	گرم
nf	نانوسیال
p	نانو ذره

زیاد شدن کسر حجمی نانوذرات به اندازه‌ای است که عملاً اثر مثبت زیاد شدن عدد ناسلت متوسط را از بین می‌برد [۱۱].

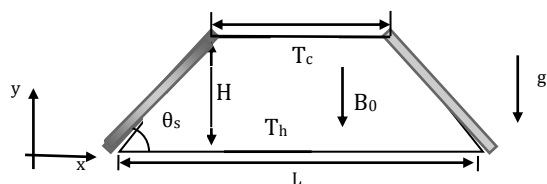
عبدالهوم و همکاران در سال ۲۰۱۵ اثر هفت مدل مختلف تخمین‌زننده ضریب هدایت حرارتی را بر جریان متلاطم نانوسیال آب-اکسید آلومینیم به صورت عددی بررسی کردند. مدل لزجت مورد استفاده برای همه مدل‌های تخمین‌زننده ضریب هدایت حرارتی مدل برینکمن بوده است. همه مدل‌های مورد استفاده فقط وابسته به کسر حجمی نانوذرات می‌باشند. آن‌ها از روش حجم محدود و مدل توربولانسی $k-\omega$ برای شبیه‌سازی عددی استفاده کردند. بر اساس نتایج آن‌ها همه مدل‌های تخمین‌زننده ضریب هدایت حرارتی، افزایش در نرخ انتقال حرارت را با زیاد شدن کسر حجمی نانوذرات نشان می‌دهند. همچنین در بین هفت مدل مورد بررسی بیشترین مقادیر عدد ناسلت متوسط را مدل ماسودا پیش‌بینی می‌کند [۱۲]. چوداری و سابودی در سال ۲۰۱۶ انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی نانوسیال آب-اکسید آلومینیم را در یک محفظه مستطیلی به صورت تجربی مطالعه نمودند. آن‌ها اثر نسبت منطری محفظه (نسبت ارتفاع به عرض محفظه)، عدد رایلی و کسر حجمی نانوذرات را بر عدد ناسلت متوسط بررسی کردند. نتایج این تحقیق به صورت روابطی برای تخمین عدد ناسلت برحسب عدد رایلی در کسرهای حجمی مختلف ارائه شد. طبق این روابط با افزایش کسر حجمی نانوذرات و عدد رایلی، عدد ناسلت متوسط زیاد می‌شود [۱۳]. سیاوشی و جمالی در سال ۲۰۱۶ انتقال حرارت و تولید انترپی را در جریان متلاطم نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم در یک مجرا دایره‌ای تحت شار حرارتی ثابت بررسی نمودند. آن‌ها از مدل $k-\epsilon$ برای شبیه‌سازی عددی آشفته‌گی جریان استفاده کردند. بر اساس نتایج آن‌ها با افزایش عدد رینولدز و کسر حجمی نانوذرات عدد ناسلت متوسط زیاد می‌شود. همچنین آن‌ها گزارش کردند که با افزایش عدد رینولدز در کسرهای حجمی مختلف انترپی تولیدی کاهش می‌یابد [۱۴]. همکاران در سال ۲۰۱۶ در مطالعه‌ای تجربی انتقال حرارت جریان متلاطم نانوسیال آب-اکسید آلومینیم را در جابه‌جایی طبیعی در محفظه‌ای مربعی بررسی کردند. مطالعه آن‌ها برای کسرهای حجمی ۰ تا ۰/۶ درصد و در اعداد رایلی $10^4 \times 3/5$ تا

توگان و همکاران در سال ۲۰۱۴ به صورت عددی با کمک روش حجم محدود میدان جریان و انتقال حرارت نانوسیال آب-مس گذرنده از روی یک پله را بررسی کردند. آن‌ها از مدل $k-\omega$ برای شبیه‌سازی آشفته‌گی جریان استفاده کردند. بر اساس نتایج آن‌ها با افزایش کسر حجمی نانوذرات و عدد رینولدز عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد [۸].

احمد و همکاران در سال ۲۰۱۵ به بررسی عددی جریان متلاطم اجباری نانوسیال در مجرای با دیواره‌های موجی شکل (مثلثی) پرداختند. آن‌ها اثر نوع نانوذرات اکسید آلومینیم، اکسید مس، اکسید سیلیسیوم و اکسید روی را بر میدان جریان و انتقال حرارت بررسی نمودند. سیال پایه برای همه نانوذرات آب بوده است. معادلات بقا با کمک روش حجم محدود حل شده و مدل آشفته‌گی مورد استفاده $k-\epsilon$ بوده است. بر اساس نتایج آن‌ها عدد ناسلت متوسط و افت فشار با افزایش کسر حجمی نانوذرات زیاد می‌شود. همچنین آن‌ها گزارش کردند که در بین نانوذرات مورد بررسی، بهترین نانوذره برای داشتن بیشترین مقدار عدد ناسلت و همچنین کمترین افت فشار، اکسید سیلیسیوم است [۹].

عبدالهوم و همکاران در سال ۲۰۱۵ اثر پنج مدل مختلف تخمین‌زننده لزجت را بر جریان متلاطم نانوسیال آب-اکسید آلومینیم به صورت عددی بررسی کردند. مدل ضریب هدایت حرارتی مورد استفاده برای همه مدل‌های تخمین‌زننده ضریب هدایت حرارتی مدل ماکسول بوده است. همه مدل‌های لزجت مورد استفاده فقط وابسته به کسر حجمی نانوذرات می‌باشند. آن‌ها از روش حجم محدود و مدل توربولانسی $k-\omega$ برای شبیه‌سازی عددی استفاده کردند. بر اساس نتایج آن‌ها در بین پنج مدل مورد بررسی، بیشترین مقادیر ضریب اصطکاک را مدل پاک و چو پیش‌بینی می‌کند [۱۰].

داورنژاد و جمشیدزاده در سال ۲۰۱۵ به بررسی عددی انتقال حرارت جریان متلاطم نانوسیال آب-اکسید منیزیم در یک کانال پرداختند. آن‌ها از روش حجم محدود و مدل توربولانسی $k-\epsilon$ برای مدل‌سازی عددی استفاده کردند. بر اساس نتایج آن‌ها با افزایش کسر حجمی نانوذرات عدد ناسلت متوسط و افت فشار زیاد می‌شود. افزایش افت فشار با



شکل (۱): طرحواره هندسه مورد بررسی و شرایط مرزی.

جدول (۱): خواص ترموفیزیکی سیال پایه (در دمای ۳۰۰K) و نانوذرات [۱].

خواص فیزیکی	اکسید مس	آب (سیال پایه)
$\uparrow c_p$ (Jkg ⁻¹ K ⁻¹)	۳۸۵	۴۱۷۹
ρ (kgm ⁻³)	۸۹۳۳	۹۹۷/۱
k (Wm ⁻¹ K ⁻¹)	۴۰۱	۰/۶۱۳
$\uparrow \beta$ (k ⁻¹)	$1/67 \times 10^{-5}$	21×10^{-5}
σ (kg ⁻¹ ·m ⁻¹ ·s ³ ·A ²)	$5/96 \times 10^{-7}$	۰/۰۵
μ (pa.s)	-	۰/۰۰۱۰۰۳

اعداد بی بعد مورد استفاده که در رابطه (۱) معرفی می شوند، عبارت اند از:

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu\alpha}, Ha = B_0 H \sqrt{\frac{\sigma_{nf}}{\rho_{nf} \nu_f}} \quad (1)$$

با توجه به اعمال میدان مغناطیسی عمودی در جهت منفی y ، معادلات بقای جرم، بقای مومنتم و بقای انرژی در روابط (۲) تا (۵) برای جریان آرام و در روابط (۶) تا (۹) برای جریان متلاطم ارایه شده اند. علت تفکیک معادلات بقا برای جریان آرام و متلاطم تفاوت انفصال آن ها در نوشتن کد کامپیوتری به زبان فرترن است. با تفکیک کردن آن ها امکان درک ساده تر تفاوت جریان آرام و متلاطم از طریق معادلات وجود دارد.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho_{nf}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{nf} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \right. \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{nf} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \sigma_{nf} B_0^2 (\nu \cos \phi \sin \phi - u \sin^2 \phi)$$

^۹ انجام شد. آن ها در کسرهای حجمی مختلف مقادیر عدد ناسلت متوسط را گزارش نموده و رابطه ای برای تخمین آن ارایه کردند. همچنین رابطه ارایه شده را با روابط دیگر محققین مقایسه نموده و دقت آن را تایید کردند.

براساس نتایج آن ها بیشترین افزایش در ضریب انتقال حرارت جابه جایی با افزایش کسر حجمی نانوذرات ۱۵ درصد بوده و در کسر حجمی ۰/۱ درصد روی می دهد [۱۵]. مصیب و همکاران در سال ۲۰۱۶ اثر میدان مغناطیسی را برای جریان متلاطم نانوسیال آب- اکسید مس را در فضای بین دو صفحه موازی ساکن بررسی نمودند. آن ها حلی تحلیلی برای مطالعه خود ارایه کردند. بر اساس نتایج آن ها با افزایش کسر حجمی نانوذرات و عدد رینولدز عدد ناسلت زیاد می شود. همچنین آن ها گزارش نمودند که با زیاد شدن عدد هارتمن به عنوان معیاری از شدت میدان مغناطیسی عدد ناسلت متوسط در همه کسرهای حجمی کاهش می یابد [۱۶].

با توجه به مطالعات پیشین مشخص شد که تاکنون در زمینه مقایسه جریان آرام و متلاطم نانوسیال در محفظه دوزنقه ای تحت تاثیر میدان مغناطیسی مطالعه ای انجام نشده است. در نتیجه در این تحقیق، اثر میدان مغناطیسی بر میدان جریان و انتقال حرارت نانوسیال با خواص متغیر در جابه جایی طبیعی در محفظه دوزنقه ای با دیواره های جانبی عایق، دیواره بالایی سرد و دیواره پایینی گرم در هر دو جریان آرام و متلاطم بررسی شده است. مطالعه برای اعداد رایلی 10^3 ، 10^4 ، 10^5 تا 10^{10} ، اعداد هارتمن ۰ تا ۱۰۰ و کسر حجمی های ۰ تا ۰/۰۴ از نانوذرات انجام شده است.

۲- معادلات حاکم و شرایط مرزی

نمای شماتیک هندسه مورد بررسی در شکل ۱، نشان داده شده است. دیواره های جانبی محفظه دوزنقه ای عایق، دیواره بالایی سرد (در دمای T_c)، دیواره پایینی گرم (در دمای T_h)، و نانوسیال آب- اکسید مس تحت اثر یک میدان مغناطیسی ثابت است. خواص ترموفیزیکی آب به عنوان سیال پایه، و نانوذرات اکسید مس، در جدول ۱ ارائه شده است در ضمن فرض می شود که تمام دیواره ها عایق الکتریکی باشند.

نیروی حجمی لورنتس است که افزایش آن نشان‌دهنده افزایش شدت میدان مغناطیسی است.

برای مدل‌سازی تلاطم، از مدل k-ε استاندارد استفاده شده است. معادلات بقا برای انرژی جنبشی تلاطمی (k) و نرخ اتلاف انرژی جنبشی تلاطمی (ε) عبارتند از:

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial y} \right) + P + G_k - \rho_{nf} \varepsilon \quad (12)$$

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + C_1 \left(P \frac{\varepsilon}{k} + C_3 G_k \right) - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (13)$$

$$\Gamma_k = \frac{\mu_{eff}}{Pr_k}, \quad \Gamma_\varepsilon = \frac{\mu_{eff}}{Pr_\varepsilon} \quad (14)$$

$$P = 2\mu_{eff} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \quad (15)$$

$$G_k = -\frac{\mu_{eff}}{Pr_t} g \beta \frac{\partial T}{\partial y} \quad (16)$$

مقادیر ثابت در مدل k-ε استاندارد در جدول ۲ آورده شده‌اند.

جدول (۲): ثابت‌های مدل k-ε استاندارد [۱۷].

C_μ	C_1	C_2	C_3	Pr_k	Pr_t	Pr_ε
۰/۰۹	۱/۴۴	۱/۹۲	$\tanh\left(\frac{v}{u}\right)$	۱	۰/۹	۱/۳

برای جریان متلاطم متوسط اثرهای کلی نوسانات نیروهای الکترومغناطیسی در معادلات مومنتم ناچیز فرض شده است. با توجه به هندسه مسئله، شرایط مرزی بی‌بعد عبارتند از:

$$U=V=0, \theta=1 \quad (17) \quad \text{روی دیواره پایینی محفظه}$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho_{nf}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{nf} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{nf} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}} g(T - T_c) \quad (4)$$

$$+ \sigma_{nf} B_0^2 (u \cos \phi \sin \phi - v \cos^2 \phi)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{1}{(\rho c_p)_{nf}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k_{nf} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_{nf} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] \quad (5)$$

معادلات بقا در جریان متلاطم:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{eff} \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right) - u \sigma_{nf} B_0^2 \quad (7)$$

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{eff} \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right) + \rho g \beta (T - T_c) \quad (8)$$

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_{eff} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_{eff} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (9)$$

$$\mu_{eff} = \mu_{nf} + \mu_t \quad (10)$$

$$\Gamma_{eff} = \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t}$$

در رابطه (۱۱) لزجت تلاطمی، μ_t ، از رابطه (۷) به‌دست می‌آید.

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (11)$$

در این رابطه، k انرژی جنبشی تلاطمی و ε نرخ اتلاف انرژی جنبشی تلاطمی است.

با توجه به معادله تکانه در راستای x، اثر میدان مغناطیسی به‌صورت نیروی حجمی لورنتس به شکل $\vec{F} = \vec{j} \times \vec{B}$ در معادلات تکانه وارد می‌شود، که در آن \vec{B} شدت میدان مغناطیسی و \vec{j} چگالی جریان الکتریکی می‌باشد. عدد هارتمن معیاری از

آب-اکسید مس توابع λ و γ که به طور تجربی تخمین زده می شوند، عبارتند از [۲۱]:

$$\lambda = 0.0137(100\varphi)^{-0.8229} \text{ for } \varphi \leq 1\% \quad (29)$$

$$\lambda = 0.0011(100\varphi)^{-0.7272} \text{ for } \varphi > 1\%$$

$$\xi(T, \varphi) = (-6.04\varphi + 0.4705)T + (1722.3\varphi - 134.63) \quad (30)$$

تأثیر حرکت براونی با در نظر گرفتن اثر دما در رابطه ضریب هدایت حرارتی ظاهر می شود.

ضریب انتقال حرارت جابه جایی، عبارت است از:

$$h_{nf} = \frac{q}{T_h - T_c} \quad (31)$$

عدد ناسلت به صورت رابطه (۳۱) به دست می آید.

$$Nu = - \left(\frac{k_{nf}}{k_f} \right) \frac{\partial \theta}{\partial n} \Big|_{wall} \quad (32)$$

عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم عبارت است از:

$$Nu_{Avg} = \frac{1}{L} \int_0^L Nu_x dX \quad (33)$$

۳- شبیه سازی عددی

معادلات حاکم به کمک روش حجم محدود و الگوریتم سیمپلر به صورت عددی حل می شوند. ابتدا شبکه ای یکنواخت و مناسب بر میدان حل منطبق می شود و سپس حول هر گره، حجم کنترلی ایجاد می شود و از معادلات حاکم روی هر حجم کنترل انتگرال گیری شده و معادلات منفصل شده و دستگاهی از معادلات جبری به دست می آید. برای انفصال جملات پخش و جابجائی از طرح پیوندی (هیبرید) استفاده می شود. در این روش برای اعداد پکلت با قدر مطلق کوچکتر از ۲، از طرح تفاضل مرکزی و در اعداد پکلت با قدر مطلق بزرگتر از ۲ از طرح جریان بالادست استفاده می شود. جهت دستیابی به همگرایی از ضرایب زیر تخفیف که برای مولفه های سرعت ۰/۵ و برای دما ۰/۷ می باشد استفاده شده است. معیار همگرایی برای فشار، سرعت و دما از رابطه (۳۴) حاصل می شود که در آن M و N تعداد نقاط شبکه در جهت X و Y بوده و γ معرف متغیری است که حل می شود. k تعداد تکرار و حداکثر میزان خطا 10^{-6} می باشد.

روی دیواره بالایی محفظه $U=1, V=0, \theta=0$

روی دیواره های جانبی محفظه $U=V=0, \frac{\theta}{r}=0$

برای شرایط مرزی ε روی دیواره های محفظه، مقداری باید انتخاب شود که به اندازه کافی بزرگ باشد تا اثر ناچیزی روی حل معادلات مومنتم و انرژی داشته باشد [۱۸]. برای محاسبه شرایط مرزی در نقاط نزدیک دیواره از توابع دیواره استفاده می شود.

خواص نانوسیال شامل ضریب هدایت الکتریکی، چگالی، ظرفیت گرمایی، ضریب انبساط حجمی، ضریب پخش، لزجت استاتیک [۱۹] و ضریب هدایت حرارتی استاتیک [۲۰] به ترتیب از روابط (۷) تا (۱۳) به دست می آیند.

$$\frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} = 1 + \frac{3 \left(\frac{\sigma_p}{\sigma_f} - 1 \right) \varphi}{\left(\frac{\sigma_p}{\sigma_f} + 2 \right) - \left(\frac{\sigma_p}{\sigma_f} - 1 \right) \varphi} \quad (18)$$

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi) \rho_f + \varphi \rho_s \quad (19)$$

$$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \varphi) (\rho c_p)_f + \varphi (\rho c_p)_s \quad (20)$$

$$(\rho \beta)_{nf} = (1 - \varphi) (\rho \beta)_f + \varphi (\rho \beta)_s \quad (21)$$

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho c_p)_{nf}} \quad (22)$$

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 - \varphi)^{-2.5} \quad (23)$$

$$k_{Static} = k_f \left[\frac{(k_s + 2k_f) - 2\varphi(k_f - k_s)}{(k_s + 2k_f) + \varphi(k_f - k_s)} \right] \quad (24)$$

لزجت و ضریب هدایت حرارتی نانوسیال عبارتند از:

$$\mu_{eff} = \mu_{Static} + \mu_{Brownian} \quad (25)$$

$$k_{eff} = k_{Static} + k_{Brownian} \quad (26)$$

که در آن، $\mu_{Brownian}$ و $k_{Brownian}$ عبارتند از [۲۱]:

$$\mu_{Brownian} = 5 \times 10^4 \lambda \varphi \rho_f \sqrt{\frac{kT}{2\rho_s R_s}} \xi(T, \varphi) \quad (27)$$

$$k_{Brownian} = 5 \times 10^4 \lambda \varphi \rho_f c_{p,f} \sqrt{\frac{kT}{2\rho_s R_s}} \xi(T, \varphi) \quad (28)$$

R_s و ρ_s به ترتیب چگالی و شعاع نانوذرات ($1.4/5 \times 10^{-9}$) بوده و κ ثابت بولتزمن ($\kappa = 1.3807 \times 10^{-23} \text{ J/K}$) می باشد. برای نانوسیال

حاصل از آن با نتایج این مطالعه در جدول ۵، مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود درصد اختلاف نتایج کم است.

جدول (۵): مقایسه عدد ناسلت متوسط برای تحقیق حاضر و مرجع [۲۳] در جریان متلاطم.

Ra	کار حاضر	بوهن [۲۳]	درصد اختلاف
4×10^9	۱۵۵/۲۷	۱۵۵/۹۲	۰/۴۲
6×10^9	۱۷۶/۲۹	۱۷۲/۵۵	۲/۱۲
1×10^{10}	۲۰۰/۳۲	۱۹۶/۰۶	۲/۱۳
5×10^{10}	۲۹۸/۰۹	۲۹۳/۱۸	۱/۶۵

۴- نتایج و بحث

در این قسمت به نتایج و بحث درباره‌ی آن‌ها پرداخته می‌شود. ابتدا خطوط جریان و هم‌دما برای جریان آرام و سپس برای جریان آشفته ارایه خواهد شد. همچنین مقادیر عدد ناسلت متوسط برای جریان آرام و آشفته ارایه و با هم مقایسه خواهد شد.

۴-۱- خطوط جریان و هم‌دما در جریان آرام

در شکل ۲، خطوط جریان و خطوط هم‌دما، برای نانوسیال در $\phi = 0/02$ در اعداد رایلی و هارتمن مختلف در جریان آرام، نشان داده شده است. در نبود میدان مغناطیسی ($Ha=0$) و در همه اعداد رایلی بررسی شده، دو گردابه متقارن در محفظه به‌وجود می‌آید.

جریان سیال از قسمت میانی محفظه تحت تاثیر نیروی شناوری بالا آمده و با نزدیک شدن به دیواره سرد بالایی در مجاورت دیواره‌های جانبی عایق محفظه پایین می‌آید. با افزایش عدد رایلی گردابه‌ها در محفظه کشیده‌تر شده و تراکم خطوط جریان در محل نزدیکی دو گردابه و در مجاورت دیواره‌های عایق بیشتر می‌شود. با افزایش عدد هارتمن، که نشان‌دهنده بیشتر شدن شدت میدان مغناطیسی است، مرکز گردابه‌ها تحت تاثیر نیروی لورنتس از هم دور شده و به‌طرف دیواره‌های جانبی متمایل می‌شود.

فاصله مرکز گردابه‌ها در محفظه، در یک عدد رایلی ثابت با افزایش عدد هارتمن، زیاد شده و گردابه‌ها به طرف دیواره‌های عایق جانبی محفظه کشیده می‌شوند. علت حرکت گردابه‌ها به‌طرف کناره‌های محفظه اثر نیروی لورنتس ناشی از اعمال

$$(34) \quad \frac{\sum \sum |\zeta|}{\sum \sum |\zeta|} \quad 6$$

۳-۱- استقلال نتایج از شبکه

به‌منظور یافتن شبکه مناسبی که منجر به استقلال نتایج از شبکه شود، عدد ناسلت متوسط برای نانوسیال آب-اکسید مس برای شبکه با تعداد نقاط مختلف به‌دست‌آمده و در جدول ۳ مقایسه شده‌اند.

جدول (۳): عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای نانوسیال آب-اکسید مس در $Re=100$ ، $Ha=50$ و $\phi=0/04$ برای شبکه‌های مختلف.

Nu _{Avg}	تعداد نقاط
۱/۱۵	۲۹۱۶۱
۱/۳۵	۳۴۱۹۱
۱/۴۰	۳۹۶۲۱
۱/۴۲	۴۵۴۵۱

با توجه به مقادیر ناسلت متوسط مشاهده می‌شود که شبکه با تعداد نقاط ۳۹۶۲۱ مناسب است.

۳-۲- اعتبارسنجی برنامه

برای اعتبارسنجی نتایج برنامه کامپیوتری در جریان آرام، هندسه کار قاسمی و همکاران [۲۲] با برنامه کامپیوتری حاضر، شبیه‌سازی شده و نتایج حاصل از آن با نتایج [۲۲] در جدول ۴، مقایسه شده‌اند.

جدول (۴): مقایسه عدد ناسلت متوسط در تحقیق حاضر و [۲۲] در اعداد رایلی و هارتمن مختلف برای $\phi=0/06$ در جریان آرام.

Ra	Ha	کار حاضر	قاسمی [۲۲]	درصد اختلاف
10^3	۳۰	۱/۱۸۲	۱/۱۸۴	۰/۱۶
10^5	۶۰	۱/۸۰۵	۱/۸۰۶	۰/۰۵

همچنین برای اعتبارسنجی برنامه کامپیوتری در جریان متلاطم، مطالعه تجربی بوهن [۲۳] شبیه‌سازی شده و نتایج

جابه‌جایی بیشتر در محفظه می‌باشد. با اعمال میدان مغناطیسی و افزایش آن حرکت نانوسیال در محفظه کمتر شده و نوعی لایه‌بندی حرارتی در محفظه مشاهده می‌شود.

در شکل ۳ تغییر مولفه عمودی سرعت بی‌بعد برحسب X روی خط میانی محفظه نشان داده شده است. در هارتمن صفر و در عدد رایلی 10^3 مولفه عمودی سرعت بی‌بعد کمترین مقدار را در طول محفظه دارد که بیشینه اندازه آن $2/65$ است. البته در شکل به دلیل کوچک بودن این مقدار در برابر اندازه‌های سرعت در اعداد رایلی بزرگ‌تر، تغییرات سرعت به صورت خطی صاف مشاهده می‌شود.

با افزایش عدد رایلی نوسانات سرعت بیشتر و اندازه این نوسانات نیز بیشتر می‌شود. که به دلیل بیشتر شدن جابه‌جایی و حرکت نانوسیال در اعداد رایلی بالا می‌باشد. بیشترین مقادیر مولفه عمودی سرعت بی‌بعد در همه‌ی اعداد رایلی و هارتمن در قسمت میانی محفظه دیده می‌شود. در تمامی اعداد هارتمن مورد بررسی و برای همه اعداد رایلی، اندازه سرعت در بخش میانی محفظه بیشتر از اندازه سرعت در نزدیکی دیواره‌های عایق جانبی می‌باشد.

در واقع به دلیل تشکیل لایه‌مرزی روی دیواره‌های عایق محفظه و زیاد بودن مقدار تنش برشی در این نواحی، که به دلیل زیاد بودن گرادیان سرعت در این ناحیه‌ها است، مقادیر سرعت در نزدیکی جداره‌های جانبی کوچک است. با زیاد شدن عدد رایلی در یک عدد هارتمن ثابت مقادیر سرعت در همه‌جای محفظه افزایش می‌یابد ولی هم‌چنان این تفاوت در مقادیر سرعت وجود دارد. هم‌چنین با زیاد شدن عدد هارتمن در یک عدد رایلی ثابت، مقادیر سرعت در کل محفظه کم می‌شود ولی باز هم سرعت در بخش میانی محفظه بیشتر از سرعت در مجاورت دیواره‌های عایق است.

این ناحیه‌ها متناسب با بخش‌هایی در محفظه است که خطوط جریان و هم‌دم‌تراکم بیشتری دارند. با افزایش عدد هارتمن اندازه سرعت به شدت کاهش می‌یابد. در هارتمن ۵۰ به دلیل توازن نسبی بین نیروی لورنتس و شناوری و عدم برتری یکی از این دو نیرو بر دیگری، نوسانات سرعت در فضا بین دو ناحیه‌ای که مقادیر بیشینه اندازه سرعت وجود دارد، بیشتر است. ولی در هارتمن ۱۰۰ نیروی لورنتس غلبه بیشتری بر نیروی شناوری داشته و در نتیجه تعداد نوسانات کاهش می‌یابد.

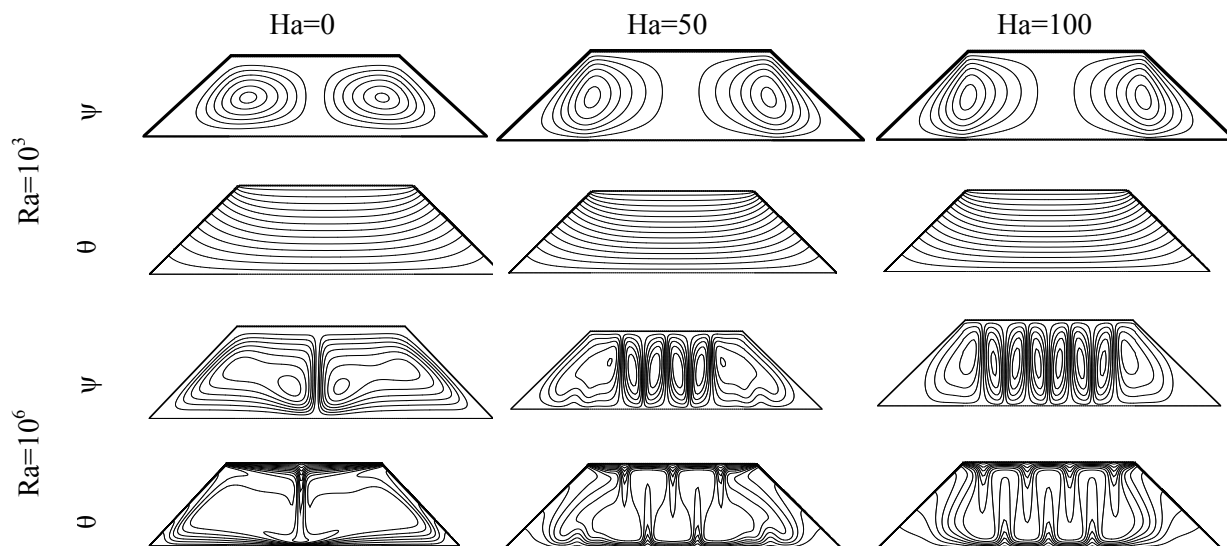
میدان مغناطیسی می‌باشد. با توجه به جهت اعمال میدان مغناطیسی، نیروی لورنتس در راستای افقی اثر کرده و مرکز گردابه‌ها را به طرف کناره‌های محفظه متمایل می‌کند.

در یک عدد هارتمن ثابت با افزایش عدد رایلی مرکز گردابه‌ها به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شوند. هر چند که در اعداد هارتمن بالاتر مرکز گردابه‌ها با افزایش عدد رایلی کمتر به هم نزدیک می‌شوند. با افزایش عدد رایلی قدرت جریان نانوسیال بیشتر شده و بخش بزرگ‌تر از نانوسیال به صورت توده‌ای با هم حرکت می‌کنند. در واقع در جریان تمایل برای اینکه تنها یک گردابه قدرتمند وجود داشته باشد، دیده می‌شود ولی به دلیل نوع هندسه و شرایط مرزی اعمالی امکان تشکیل یک گردابه بزرگ وجود ندارد. در نتیجه دو گردابه قوی که در بخش میانی محفظه دارای سرعت زیادی هستند ایجاد شده و مرکز این گردابه‌ها نیز به هم نزدیک می‌شوند.

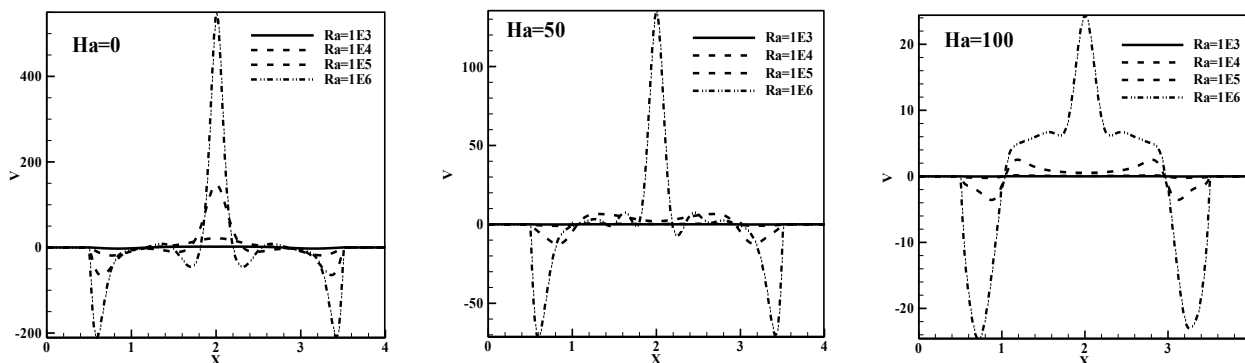
در هارتمن صفر با افزایش عدد رایلی تراکم خطوط هم‌دم‌ها در مجاورت دیواره گرم پایینی بیشتر می‌شود. تراکم بیشتر خطوط هم‌دم‌ها نشان دهنده بزرگ‌تر شدن گرادیان‌های دما است. با افزایش عدد رایلی انحنای خطوط هم‌دم‌ها بیشتر می‌شود که نشان دهنده بیشتر شدن جریان جابه‌جایی نانوسیال است. در یک عدد رایلی ثابت با افزایش عدد هارتمن لایه‌بندی حرارتی در قسمت میانی محفظه گسترش می‌یابد. هم‌چنین با افزایش عدد هارتمن به خصوص در اعداد رایلی بالا از انحنای خطوط هم‌دم‌ها به شدت کاسته می‌شود که نشان می‌دهد رفتار نانوسیال از جابه‌جایی طبیعی به رفتار در هدایت حرارتی نزدیک می‌شود.

در اعداد رایلی پایین، مثل 10^3 ، که جابه‌جایی طبیعی نانوسیال ناچیز است با افزایش عدد هارتمن تغییر محسوسی در لایه‌بندی حرارتی مشاهده نمی‌شود. اثر اعمال میدان مغناطیسی با توجه به جهت اعمال آن در این مطالعه، به‌طور خاص سرکوب جابه‌جایی طبیعی است. هنگامی که نانوسیال در اعداد رایلی پایین تمایل چندانی برای حرکت ندارد سرکوب حرکت نانوسیال با اعمال میدان مغناطیسی هم‌چندان محسوس نیست. ولی در اعداد رایلی بالاتر، مثل 10^6 ، با افزایش عدد هارتمن نوعی لایه‌بندی حرارتی در محفظه دیده می‌شود.

در هارتمن صفر برای عدد رایلی 10^6 خطوط هم‌دم‌ها بیشتر منحنی شکل هستند که نشان‌دهنده تمایل جریان به حرکت و



شکل (۲): خطوط جریان و هم‌دما در جریان آرام نانوسیال در کسر حجمی ۰/۰۲ برای اعداد رایلی و هارتمن مختلف.



شکل (۳): تغییر مولفه عمودی سرعت بر حسب X روی خط میانی محفظه، در $\phi = 0.02$ برای اعداد هارتمن و رایلی مختلف.

محفظه بیشتر است. با افزایش عدد هارتمن به ۱۰۰ تعداد گردابه‌ها تغییر نمی‌کند ولی فاصله بین آن‌ها بیشتر می‌شود. در واقع گردابه‌ها در این عدد هارتمن بیشتر تحت تاثیر نیروی لورنتس ناشی از میدان مغناطیسی قرار گرفته و مجبور نیستند به دلیل وجود نیروی شناوری با سرعت زیاد در محفظه گردش داشته باشند.

در عدد رایلی 10^{10} چون قدرت نیروی شناوری بسیار بیشتر از عدد رایلی 10^8 می‌باشد با اعمال میدان مغناطیسی و افزایش شدت آن تعداد گردابه‌ها تغییر نمی‌کند. در واقع نیروی لورنتس توانایی شکستن گردابه‌های بزرگ به گردابه‌های کوچکتر را ندارد. در این عدد رایلی در همه اعداد هارتمن دو گردابه وجود دارد. با افزایش عدد هارتمن گردابه‌ها

۲-۴- خطوط جریان و هم‌دما در جریان متلاطم

در شکل ۴، خطوط جریان و خطوط هم‌دما، برای نانوسیال در $\phi = 0.02$ در اعداد رایلی و هارتمن مختلف در جریان متلاطم، نشان داده شده است.

همان‌طور که در شکل مشخص است، در جریان متلاطم و برای عدد رایلی 10^8 دو گردابه متقارن در محفظه به وجود می‌آید. با افزایش عدد هارتمن تعداد گردابه‌ها در محفظه افزایش می‌یابد. در واقع اعمال میدان مغناطیسی باعث گردابه‌ای شدن بیشتر جریان می‌شود. در عدد هارتمن ۵۰ این گردابه‌ها فشرده‌تر هستند که نشان می‌دهد در ناحیه‌هایی که خطوط جریان فشرده هستند سرعت حرکت نانوسیال در

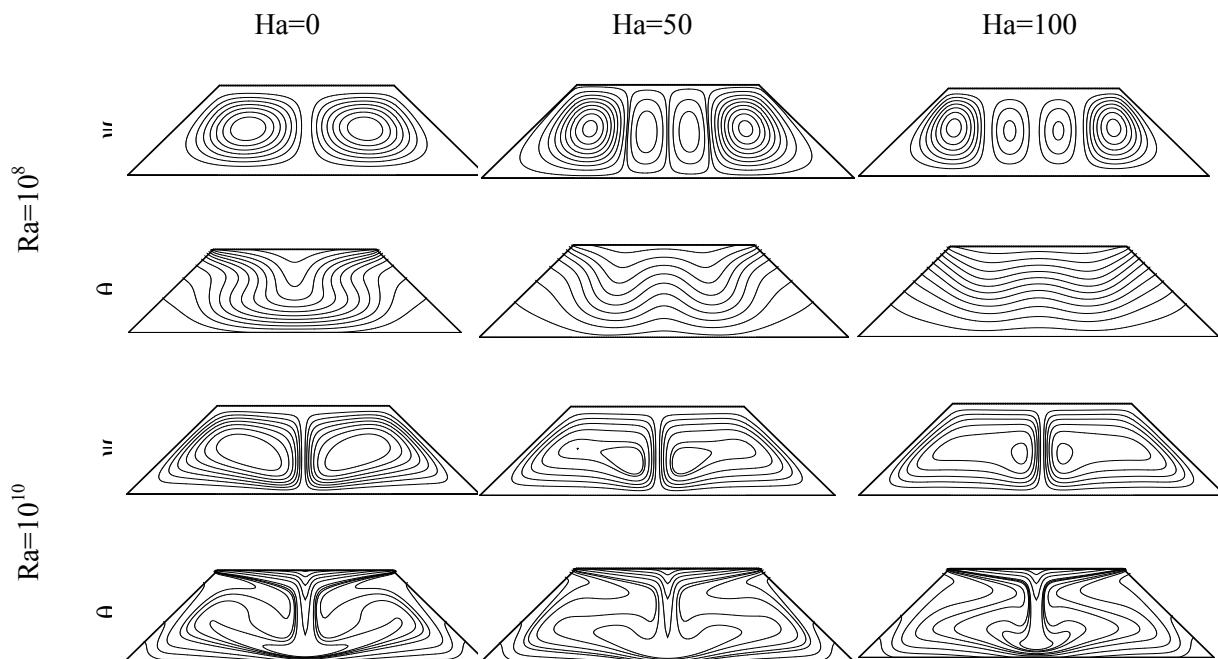
در عدد رایلی 10^3 چون جابه‌جایی و حرکت نانوسیال به دلیل پایین بودن عدد رایلی چندان قابل توجه نیست افزایش عدد هارتمن که نشان‌دهنده بیشتر شدن مقدار نیروی لورنتس است چندان بر رفتار خطوط جریان تاثیرگذار نیست. با افزایش عدد رایلی در هر دو رژیم آرام و متلاطم با زیاد شدن عدد هارتمن جریان تمایل به گردابه‌ای شدن نشان می‌دهد. سرکوب شدن جابه‌جایی و حرکت نانوسیال تحت تاثیر نیروی لورنتس علت اصلی گردابه‌ای شدن جریان می‌باشد. در اعداد رایلی بسیار بزرگ، مثل 10^{10} ، نیروی شناوری به اندازه‌ای قابل توجه است که افزایش عدد هارتمن نمی‌تواند به‌طور محسوس باعث گردابه‌ای شدن جریان شود. در واقع مقدار نیروی لورنتس در برابر نیروی شناوری در اعداد رایلی بزرگ قابل توجه نیست.

۳-۴- بررسی و مقایسه تغییرات عدد ناسلت متوسط در جریان آرام با جریان متلاطم

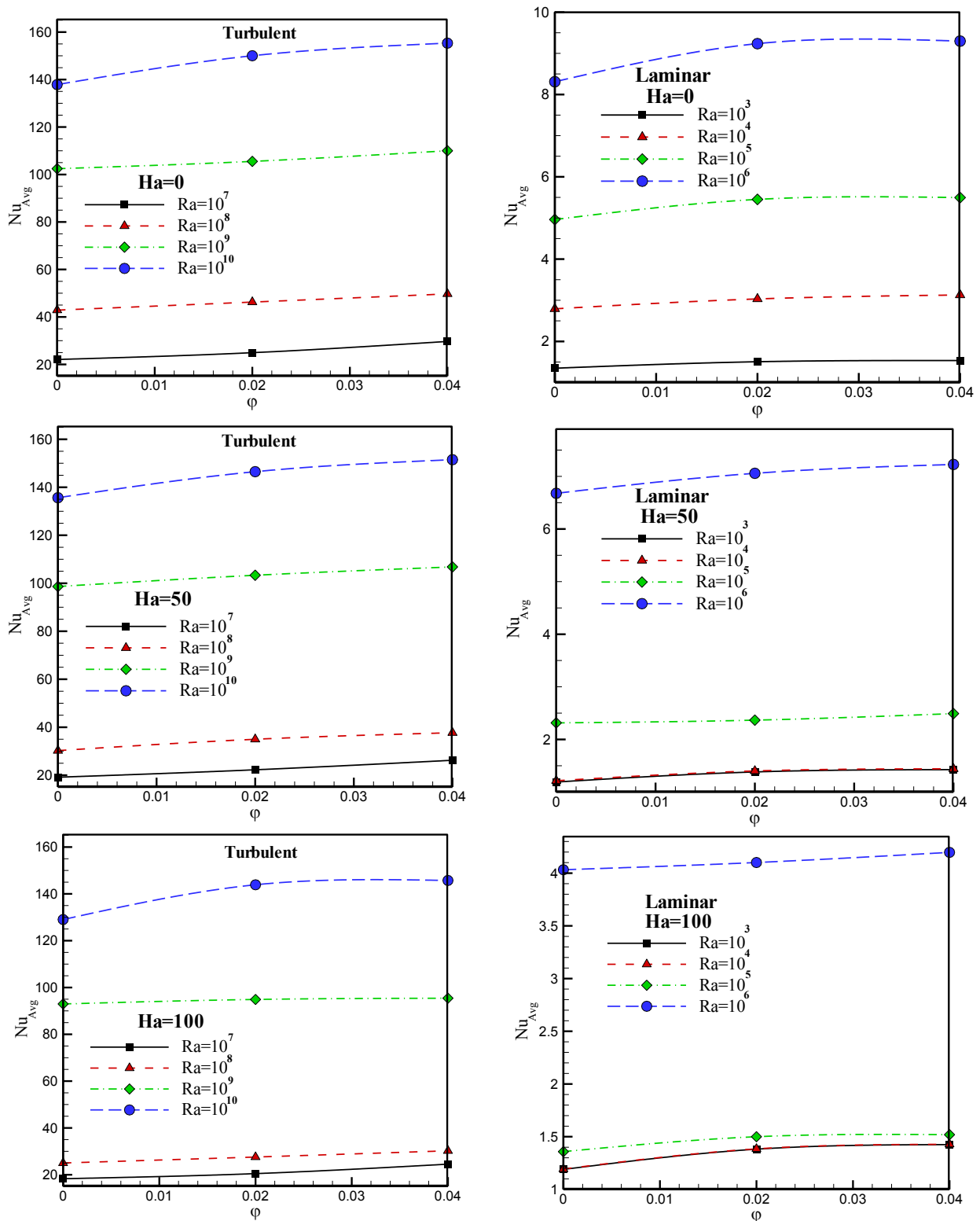
در شکل ۵، تغییرات عدد ناسلت متوسط برحسب کسر حجمی در اعداد رایلی و هارتمن مختلف برای هر دو رژیم جریان آرام و متلاطم نشان داده شده است.

کمی کشیده‌تر می‌شوند. مطلبی که شاید مورد سوال واقع شود این است که چرا با وجود اینکه جریان متلاطم به‌طور کلی یک جریان نامنظم و به شدت گردابه‌ای است در خطوط جریان در شکل ۳، چنین رفتاری مشاهده نمی‌شود. در پاسخ به این سوال بایستی به مدل آشفتگی مورد استفاده اشاره کرد. مدل $k-\epsilon$ استاندارد رفتار میدان جریان متوسط را در جریان متلاطم نشان می‌دهد. خطوط هم‌دما در عدد رایلی 10^8 منحنی شکل بوده و با افزایش عدد هارتمن از انحنای خطوط کاسته می‌شود. انحنای خطوط هم‌دما نشان‌دهنده جابه‌جایی بیشتر نانوسیال است. نیروی لورنتس ناشی از میدان مغناطیسی مانع حرکت نانوسیال در محفظه می‌باشد در نتیجه با زیاد شدن عدد هارتمن از انحنای خطوط هم‌دما کاسته می‌شود. این رفتار درباره خطوط هم‌دما در عدد رایلی 10^{10} نیز مشاهده می‌شود.

در مقایسه خطوط جریان و هم‌دما در رژیم آرام با متلاطم مشخص می‌شود که با توجه به ثابت ماندن قدرت میدان مغناطیسی (عدد هارتمن ثابت) در هر دو رژیم جریان آرام و متلاطم، خطوط جریان و هم‌دما در رژیم متلاطم کمتر تحت تاثیر نیروی لورنتس قرار می‌گیرند.



شکل (۴): خطوط جریان و هم‌دما در جریان متلاطم نانوسیال در کسر حجمی ۰/۰۲ برای اعداد رایلی و هارتمن مختلف.



شکل (۵): تغییرات عدد ناسلت متوسط برحسب کسر حجمی در اعداد رایلی و هارتمن مختلف (برای جریان آرام و متلاطم).

نانوسیال در محفظه داشته و در نتیجه نرخ انتقال حرارت در جریان متلاطم بیشتر است.

در جریان آرام و برای یک کسر حجمی ثابت، بیشینه افزایش عدد ناسلت متوسط با زیاد شدن عدد رایلی از 10^3 تا 10^6 برای همه حالات مورد مطالعه حدود ۵ برابر است در حالی که برای همین وضعیت در جریان متلاطم این مقدار بیش از ۶ برابر می‌باشد.

در جریان متلاطم نیز مشابه جریان آرام با افزایش عدد هارتمن عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد. سرکوب جابه‌جایی طبیعی به دلیل جهت اعمال میدان مغناطیسی دلیل اصلی این رفتار عدد ناسلت متوسط می‌باشد. بیشینه کاهش عدد ناسلت متوسط در جریان آرام با افزایش عدد هارتمن برای همه حالات بررسی شده حدود ۱۴۰ درصد می‌باشد، در حالی که در جریان متلاطم این مقدار ۴۲ درصد است. این تفاوت محسوس نشان می‌دهد که به دلیل کمتر بودن نیروی شناوری در جریان آرام در مقایسه با جریان متلاطم، نیروی لورنتس ناشی از اعمال میدان مغناطیسی در جریان آرام آسان‌تر می‌تواند مانع حرکت نانو سیال در محفظه شده و نرخ انتقال حرارت را کاهش دهد.

۵- نتیجه‌گیری

در این مطالعه اثر اعمال میدان مغناطیسی بر میدان جریان و انتقال حرارت نانو سیال آب-اکسید مس در اعداد هارتمن ۰ تا ۱۰۰، کسرهای حجمی ۰ تا ۰/۰۴ از نانوذرات برای رژیم جریان آرام و متلاطم در اعداد رایلی 10^3 تا 10^4 بررسی شد. بر اساس نتایج عددی مشاهده شد که:

(۱) در جریان آرام، با افزایش عدد هارتمن به خصوص در اعداد رایلی بالا، رفتار نانو سیال از جابه‌جایی طبیعی به رفتار در هدایت حرارتی نزدیک می‌شود.

(۲) از مقایسه خطوط جریان و هم‌دما در رژیم آرام با متلاطم مشخص می‌شود که با توجه به ثابت ماندن قدرت میدان مغناطیسی (عدد هارتمن ثابت) در هر دو رژیم جریان آرام و متلاطم، خطوط جریان و هم‌دما در رژیم متلاطم کمتر تحت تاثیر نیروی لورنتس قرار می‌گیرند.

در جریان آرام با افزایش کسر حجمی تا ۰/۰۱، عدد ناسلت متوسط زیاد می‌شود. ولی پس از آن عدد ناسلت تغییر نکرده و حتی در رایلی 10^6 با افزایش کسر حجمی در اعداد هارتمن ۵۰ و ۱۰۰ عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد. به واقع در رایلی‌های پایین از آنجایی که نانو سیال جابه‌جایی طبیعی ضعیفی دارد، چندان تحت تاثیر نیروی لورنتس ناشی از میدان مغناطیسی قرار نمی‌گیرد. زیرا این نیرو مانعی در برابر حرکت نانو سیال ایجاد می‌کند، وقتی حرکتی نباشد تاثیر پذیری از نیروی لورنتس هم کم خواهد بود. در نتیجه در عدد هارتمن ۵۰ عدد ناسلت متوسط در رایلی‌های 10^3 تا 10^5 تغییر محسوسی نسبت به هارتمن صفر ندارد. در هارتمن ۱۰۰ این اثر پذیری در رایلی‌های کم اندکی محسوس‌تر می‌شود. در رایلی 10^6 که جابه‌جایی طبیعی قوی‌تر است، با افزایش عدد هارتمن رفتار نانو سیال بیشتر تحت تاثیر بوده به طوری که عدد ناسلت متوسط از هارتمن صفر تا هارتمن صد، ۵۴٪ کاهش می‌یابد. در واقع با افزایش عدد هارتمن که نشان دهنده افزایش نیروی لورنتس می‌باشد، جابه‌جایی طبیعی نانو سیال سرکوب شده و در نتیجه نرخ انتقال حرارت و عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد.

از مقایسه مقادیر عدد ناسلت متوسط در جریان آرام و متلاطم مشخص می‌باشد که عدد ناسلت در همه کسرهای حجمی و اعداد رایلی و هارتمن برای جریان متلاطم بیش از جریان آرام است. در انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی هر اندازه عدد رایلی بزرگتر باشد حرکت توده‌ای (ادوکسیون) نانو سیال در محفظه بیشتر بوده و در نتیجه نرخ انتقال حرارت نیز افزایش می‌یابد.

بیشینه افزایش عدد ناسلت متوسط با زیاد شدن کسر حجمی از ۰ تا ۰/۰۴، در همه اعداد رایلی و هارتمن بررسی شده در جریان آرام ۱۹/۸ درصد می‌باشد در حالی که در جریان متلاطم این مقدار ۳۶/۹ درصد است. واضح است که با افزایش کسر حجمی نانوذرات ضریب هدایت حرارتی نانو سیال به یک اندازه زیاد شده و ربطی به رژیم جریان ندارد. پس علت افزایش بیشتر عدد ناسلت با زیاد شدن کسر حجمی نانوذرات در جریان متلاطم چیست؟ اما در جریان متلاطم به دلیل بزرگ‌تر بودن مقادیر عدد رایلی افزایش لزجت ناشی از زیاد شدن کسر حجمی نانوذرات اثر کمتری بر حرکت و جابه‌جایی

- based heat loss concept” *Int. J. Heat. and Mass Transfer*, Vol. 52, No. 11, pp. 2471–2483, 2009.
7. Saleh, H., Roslan, R., and Hashim, I. “Natural convection heat transfer in a nanofluid-filled trapezoidal enclosure” *Int. J. Thermal Science* Vol. 54, No. 3, pp. 194–201, 2011.
 8. Togun, H., Safaei, M.R., Rad Sadri, S., Kazi, N., Badarudin, A., Hooman, K., and Sadeghinezhad, E. “Numerical simulation of laminar turbulent nanofluid flow and heat transfer over a backward-facing step” *Applied Mathematical and Computational*, Vol. 239, No. 1, pp. 153–170, 2014.
 9. Ahmeda, M. A., Yusoff, M.Z., Ng, K.C., and Shuaib, N.H. “Numerical investigation of the turbulent forced convection of nanofluids flow in a triangular-configuration channel” *Case Studies Thermal Engineering*, Vol. 6, No. 1, pp. 212–225, 2015.
 10. Abdellahoum, C., Mataoui, A., and Oztop, H. F. “Computational study of turbulent flow of Al₂O₃-water nanofluid over a heated cavity in a duct” *Advanced Pwde Technology*, Vol. 26, No. 1, pp. 1210-1218, 2015.
 11. Davarnejad, R., and Jamshidzadeh, M. “CFD modeling of heat transfer performance of MgO-water nanofluid” *Engineering Science and Technology, Int. J.*, Vol. 18, No. 1, pp. 536-542.
 12. Abdellahoum, C., Mataoui, A., Abu-Hamdeh, N., and Oztop, H. F. “Effects of thermal conductivity on turbulent nanofluid flow through a rectangular cavity in a duct” *J. Molecular Liquids*, Vol. 212, No. 9, pp. 915–921, 2015.
 13. Choudhary, R., and Subudhi, S. “Aspect of dependence of turbulent natural convection in Al₂O₃/water fluids” *Applied Thermal Engineering*, Vol. 108, No. 9, pp. 1095–1104, 2016.
 14. Siavashi, M., and Jamali, M. “Heat transfer and entropy generation analysis of turbulent flow of TiO₂-water nanofluid inside annuli with different radius ratios using two-phase model” *Applied Thermal Engineering*, Vol. 100, No. 1, pp. 1149-1160, 2016.
 15. Ghodsinezhad, H., Sharifpur, M., and Meyer, J. P. “Experimental investigation of natural convection of Al₂O₃-water fluids” *Int. Commun. Heat. Mass Transfer*, Vol. 76, No. 1, pp. 1120-1129, 2016.
 16. Mosayebidorcheha, S., Sheikholeslami, M., Hatamid, M., and Ganji, D.D. “Analytical study of turbulent MHD Couette nanofluid flow and heat transfer using hybrid DTM-FD” *Patent* Vol. 13, No. 1, pp. 20-27, 2016.
- ۳) بیشترین مقادیر مولفه عمودی سرعت بی‌بعد در همه اعداد رایلی و هارتمن در قسمت میانی محفظه دیده می‌شود.
 - ۴) در اعداد رایلی ۱۰^۴ تا ۱۰^۶ با افزایش عدد هارتمن عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد. علت این روند به‌طور کلی می‌تواند کاهش جابه‌جایی طبیعی نانوسیال ناشی از افزایش شدت میدان مغناطیسی باشد.
 - ۵) در جریان متلاطم مشابه جریان آرام در همه اعداد رایلی (۱۰^۷ تا ۱۰^{۱۰}) و برای همه اعداد هارتمن، عدد ناسلت متوسط با افزایش کسر حجمی زیاد می‌شود.
 - ۶) بیشینه افزایش عدد ناسلت متوسط با زیاد شدن کسر حجمی از ۰ تا ۰/۰۴، در همه اعداد رایلی و هارتمن بررسی شده در جریان آرام ۱۹/۸ درصد می‌باشد در حالی‌که در جریان متلاطم این مقدار ۳۶/۹ درصد است.
 - ۷) بیشینه کاهش عدد ناسلت متوسط در جریان آرام با افزایش عدد هارتمن برای همه حالات بررسی شده حدود ۱۴۰ درصد می‌باشد، در حالی‌که در جریان متلاطم این مقدار ۴۲ درصد است.

۶- مراجع

1. Mahian, O., Mahmud, S., and Pop I. “A study of first and second laws of thermodynamics between two isothermal cylinders with relative rotation in the presence of HD flow” *Int. J. Heat. and Mass Transfer*, Vol. 55, No. 17, pp. 4808-4816, 2012.
2. Kandaswamy, P., Sundari, S.M., and Nithyadevi, N. “Natural convection in a rectangular enclosure with partially active vertical walls” *Int. J. Heat and Mass Transfer* Vol. 51, No. 7, pp. 1946–1954, 2008.
3. Pirmohammadi, M., and Ghassemi, M. “Effect of magnetic field on convection heat transfer inside a tilted square enclosure” *Int. Commun. Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, No. 7, pp. 776–780, 2009.
4. Sadeghi, S., and Ghasemi, A. “Natural convection heat transfer of nanofluids in an inclined channel under magnetic field” *J. Data Science and Engineering*, Vol. 13, No. 7, pp. 18–31, 2013 (in Persian).
5. Malekpor, A., and Ghasemi, B. “Natural convection effect on natural convection in a nanofluid filled rectangular enclosure” *J. Data Science and Engineering*, Vol. 13, No. 3, pp. 10–21, 2013. (in Persian)
6. Basak, T., Roy, S., and Pop, I. “Heat flow analysis for natural convection within trapezoidal enclosures

21. Koo, J., and Kleinstueck, C. "A new method for the numerical solution of the Navier-Stokes equations" *J. Applied Research*, Vol. 6, No. 9, pp. 577-588, 2004.
22. Ghasemi, B., Aminossadati, S.M., and Raisi, A. "The effect of magnetic field on the convective heat transfer in a nanofluid-filled square enclosure" *Int. J. Thermal Sciences*, Vol. 50, No. 9, pp. 1748-1756, 2013.
23. Bohn, M.S., Kirkpatrick, A.T., and Olson, D.A. "Experimental Study of Three Dimensional Natural Convection in a High-Rayleigh Number Cube" *J. Heat Transfer*, Vol. 106, No. 9, pp. 339-345, 1984.
17. Launder, B. E., and Spalding, D. B. "Lectures on Mathematical Models of Turbulence" Academic Press, London, England, 1972.
18. Mohamad, A. A., and Viskanta, R. "Modeling of Turbulent Buoyant Flow and Heat Transfer in Liquids" *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, No. 11, pp. 2815-2826, 1993.
19. Brinkman, H.C. "The viscosity of concentrated suspensions of spheres" *The Journal of Chemical Physics*, Vol. 20, No. 9, 571-581, 1952.
20. Maxwell-Garnett, J.C. "Colours in metal glasses and metallic films" *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, Vol. 203, No. 1, pp. 385-420, 1904.