

## چگونه دانش آموزان از معیارهای مورد استناد شخصی برای تخمین اندازه استفاده می کنند؟\*

دکتر زهرا گویا<sup>۱</sup>

لیلا فدک‌ساز خسرو شاهی<sup>۲</sup>

### چکیده

برای بررسی جایگاه اندازه‌گیری در برنامه‌ی درسی ریاضیات مدرسه‌ای، در مرحله‌ی اول این مطالعه، چارچوبی برای آموزش اندازه‌گیری در ریاضیات مدرسه‌ای تدوین شد. سپس در فاز دوم، محتوای مربوط به اندازه‌گیری در کتاب‌های درسی دوره‌های ابتدایی و راهنمایی در ایران مورد تحلیل محتوا قرار گرفت. این تحلیل نشان داد، بیشترین توجه محتوایی در این کتاب‌ها، به مؤلفه‌های دانش موضوعی ریاضی مربوط به اندازه‌گیری، ابزارهای رسمی اندازه‌گیری و واحدهای استاندارد اندازه‌گیری بوده و به مؤلفه‌های واحدهای غیراستاندارد، فعالیت‌های واقعی اندازه‌گیری، و تخمین اندازه به میزان اندکی پرداخته شده است. به مؤلفه‌های معیارهای مورد استناد شخصی، فناوری، فهم تناسب، و زمینه‌های فرهنگی اندازه‌گیری نیز در کتاب‌های درسی ریاضی دوره‌های ابتدایی و راهنمایی، به‌جز چند مورد خاص، اصلاً پرداخته نشده است.

به‌همین دلیل در فاز سوم پژوهش، معیارهای مورد استناد شخصی به‌کار رفته توسط دانش‌آموزان که ریشه در توانایی‌های تخمین اندازه‌ی آن‌ها دارد، بررسی شدند. حاصل این بخش از تحقیق، ارائه‌ی مدلی برای چگونگی استفاده از معیارهای مورد استناد شخصی توسط دانش‌آموزان است. در این مدل، معیارهای مورد استناد شخصی روی طیفی تصور شده‌اند که یک سر آن معیارهای مورد استناد فیزیکی و سر دیگر آن معیارهای مورد استناد ذهنی قرار گرفته است. یافته‌های این بخش از پژوهش نشان داد، اغلب دانش‌آموزان از معیارهای مورد استناد شخصی که خارج از کتاب‌های ریاضی مدرسه‌ای در آن‌ها شکل گرفته و از دقت کمتری برخوردارند استفاده می‌کنند. آن‌ها بیشتر، به استفاده از معیارهای مورد استنادی تمایل دارند که جنبه‌ی فیزیکی آن‌ها، بر جنبه‌ی ذهنی‌شان غالب است.

**کلیدواژه‌ها:** اندازه‌گیری، تخمین، معیار مورد استناد شخصی، برنامه‌ی درسی ریاضیات مدرسه‌ای.

\* تاریخ دریافت مقاله: ۸۶/۲/۲۰

تاریخ آغاز بررسی و ارزیابی مقاله: ۸۶/۳/۱۶

تاریخ پذیرش مقاله: ۸۷/۳/۱۴

۲. کارشناس ارشد آموزش ریاضی

۱. دانشیار دانشگاه شهید بهشتی

نشانی: دانشگاه شهید بهشتی، دانشکده علوم ریاضی، تلفن: ۰۹۱۲۲۲۴۹۷۲۴

Zahra\_gooya@yahoo.com [www.SID.ir](http://www.SID.ir)

## ۱. مقدمه

به گفته‌ی فی<sup>۱</sup> (۱۹۹۰)، مفاهیم و روش‌های «اندازه‌گیری»<sup>۲</sup>، از جمله مؤلفه‌های اصلی سواد «عددی»<sup>۳</sup> و سواد شهروندی محسوب می‌شوند و لازم است که در برنامه‌های رسمی آموزش عمومی ریاضی- از پایه‌های پیش‌دبستانی تا دبیرستان - لحاظ شوند. خصوصاً آن که اندازه‌گیری مانند محاسبات، آن‌قدر در ریاضیات مدرسه‌ای آشنا و دارای سابقه‌ی طولانی است که درباره‌ی لزوم وجود آن، به‌سختی می‌توان شک کرد. شاید یکی از عمده‌ترین علت‌های این سابقه آن است که زندگی روزانه‌ی بشر، با عدد و اندازه عجین شده است. برای مثال، می‌توان به گنجایش ظرف، جرم مواد خوراکی، زمانی که صرف انجام کارهای متفاوت می‌شود، و نظایر آن به‌عنوان اندازه‌های کمی و کم، زیاد، خیلی و مشابه آن‌ها، به‌عنوان اندازه‌های کیفی اشاره کرد.

بدین جهت، «شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا»<sup>۴</sup> (NCTM) در سال ۲۰۰۰، در استانداردهای برنامه‌ی درسی ریاضی خود، بر لزوم آموزش اندازه‌گیری در ریاضیات مدرسه‌ای تأکید کرد و آموزش «تخمین»<sup>۵</sup> زدن را به‌عنوان یکی از روش‌های اندازه‌گیری، لازم و ضروری دانست. زیرا به اعتقاد هال<sup>۶</sup> (۱۹۸۴)، تخمین زدن اندازه‌ها که در واقع نوعی اندازه‌گیری بدون استفاده از ابزار رسمی اندازه‌گیری و یک «حدس بخردانه»<sup>۷</sup> است، روشی مناسب برای اندازه‌گیری‌هایی است که در زندگی روزمره و برای برخی تصمیم‌گیری‌های خود به آن‌ها نیاز داریم.

این در حالی است که به گزارش کیامش<sup>۸</sup> (۱۳۷۹)، دانش‌آموزان ایرانی در بین ۳۸ کشور

۱. Fey

۲. Measurement

۳. Numeric

۴. National Council of Teachers of Mathematics(NCTM)

۵. Estimation

۶. Hall

۷. Educated Guess

شرکت‌کننده در تکرار سومین مطالعه‌ی بین‌المللی ریاضیات و علوم (TIMSS-R)، در مجموعه‌ی سؤالات مربوط به اندازه‌گیری، رتبه‌ی سی و چهارم را کسب کردند. کنجکاو نسبت به دلایل عملکرد نامطلوب دانش‌آموزان ایرانی همراه با تجارب ناموفق افراد متفاوت در رابطه با اندازه‌گیری که در تدریس و دنیای واقعی شاهد آن بوده‌ایم، هم‌چنین با تأکیدی که در ادبیات پژوهشی نسبت به اهمیت اندازه‌گیری در برنامه‌ی درسی ریاضیات مدرسه‌ای وجود دارد، ضرورت انجام پژوهش‌هایی که با هدف کلی ایجاد اصلاحات در زمینه‌ی آموزش اندازه‌گیری باشند، احساس می‌شود.

در این راستا، پژوهشی در سه فاز طراحی شد و در فاز اول، چارچوبی برای آموزش اندازه‌گیری در ریاضیات مدرسه‌ای تدوین گردید (گویا و خسروشاهی، ۱۳۸۶). سپس فاز دوم این پژوهش، به تحلیل محتوای اندازه‌گیری در کتاب‌های درسی ریاضی ایران پرداخت و راه‌کارهایی را برای بهبود آموزش اندازه‌گیری ارائه کرد (گویا و خسروشاهی، ۱۳۸۶). بالاخره در فاز سوم، به دلیل اهمیتی که تخمین‌زدن در زندگی روزمره دارد، توانایی‌های تخمین‌زدن را در دانش‌آموزان مورد بررسی قرار دادیم تا دریابیم که دانش‌آموزان در تخمین‌های خود، بیشتر از چه معیارهایی استفاده می‌کنند و تا چه اندازه، برنامه‌ی درسی ریاضی دوره‌ی عمومی، در شکل‌گیری چنین معیارهایی نقش داشته است. پاسخ به چنین سؤالی به برنامه‌ریزان درسی کمک می‌کند تا بتوانند برای آموزش اندازه‌گیری، محتوای مناسب و مرتبط با تجارب و ملاک‌های مورد استناد یادگیرندگان طراحی کنند.

برای انجام این تحقیق، ابتدا با مرور ادبیات پژوهشی مرتبط با حوزه‌ی اندازه‌گیری و انجام چندین مطالعه‌ی مقدماتی روی افراد متفاوت و مشاهده‌ی آن‌ها در حین انجام تکالیف متنوع اندازه‌گیری، چارچوبی برای آموزش اندازه‌گیری در ریاضیات مدرسه‌ای تبیین شد. چارچوب مذکور شامل این موارد بود: مؤلفه‌های دانش موضوعی ریاضی مربوط به اندازه‌گیری، فعالیت‌های واقعی اندازه‌گیری، ابزارهای رسمی اندازه‌گیری، واحدهای غیراستاندارد، واحدهای استاندارد، معیارهای مورد استناد شخصی<sup>۱</sup>، تخمین‌زدن، فهم تناسب، فناوری و توجه به زمینه‌های فرهنگی و نیازسنجی فرهنگی.

سپس، با استفاده از چارچوب طراحی شده، کتاب‌های درسی دوره‌های ابتدایی و راهنمایی مورد بررسی قرار گرفتند و محتوای آن‌ها با توجه به این چارچوب، تحلیل شد. به این منظور، با استفاده از روش تحلیل محتوای کیفی به بررسی صفحه به صفحه‌ی کتاب‌های درسی پرداختیم. تمام صفحاتی که در آن‌ها به مؤلفه‌ای از مؤلفه‌های چارچوب حاضر برای آموزش اندازه‌گیری پرداخته شده

۱. این لغت، ترجمه مفهومی است که در متون مختلف با عناوین متفاوت زیر به کار رفته است:

بود، استخراج و در جدول‌هایی به تفکیک پایه‌های تحصیلی فهرست شدند.

نتایج این تحلیل نشان داد که بیشترین توجه در کتاب‌ها، به مؤلفه‌های دانش موضوعی ریاضی مربوط به اندازه‌گیری، ابزارهای رسمی اندازه‌گیری و واحدهای استاندارد اندازه‌گیری بوده است. به مؤلفه‌های واحدهای غیراستاندارد، فعالیت‌های واقعی اندازه‌گیری و تخمین اندازه تا حدودی پرداخته شده است و مؤلفه‌های معیارهای مورد استناد شخصی، فناوری، فهم تناسب، و زمینه‌های فرهنگی اندازه‌گیری، یا در کتاب‌های ریاضی حضور ندارند و یا آن‌قدر حضورشان کم‌رنگ است که قابل چشم‌پوشی است.

بالاخره پس از این دو فاز، آخرین فاز پژوهش شکل گرفت که هدف آن بررسی چگونگی استفاده‌ی دانش‌آموزان از معیارهای مورد استناد شخصی خود برای تخمین اندازه‌ها بود. در واقع سؤال اصلی پژوهش این بود که: «دانش‌آموزان در تخمین اندازه، از چه نوع معیارهای مورد استناد شخصی استفاده می‌کنند و تا چه اندازه این معیارها می‌توانند محصول آموزش‌های مدرسه‌ای باشند؟»

## ۲- پیشینه‌ی نظری

پژوهش‌های فراوانی در زمینه‌ی فهم کودکان از مفاهیم و روش‌های اندازه‌گیری، عملکرد آن‌ها در این زمینه و بدفهمی‌های رایج میان آن‌ها در این حوزه انجام شده است تا شاید بتوان از نتایج آن‌ها برای بهبود آموزش و طراحی برنامه‌های درسی مؤثر کمک گرفت. برخی از این تحقیقات، به‌طور مستقیم به فهم و درک دانش‌آموزان از اندازه‌های مشخصی مانند طول، مساحت و حجم می‌پردازند. برای مثال، ولگاریس<sup>۱</sup> و اوانجلیدو<sup>۲</sup> با مطالعه‌ی روی دانش‌آموزان دوره‌ی ابتدایی، در مورد آموزش حجم اجسام مکعبی به این نتیجه رسیدند که برای یادگیری حجم، قبل از این‌که فرمول حجم آموزش داده شود، لازم است که دانش‌آموزان مفاهیم دیگری را یاد گرفته باشند. در واقع، برای این‌که فرمول محاسبه‌ی حجم معنی‌دار باشد، کودکان نیازمند مهارت‌های دیگری نیز هستند که این مهارت‌ها را می‌توانند از طریق دست‌ورزی با مکعب‌های واقعی و ساختن شکل‌هایی که رفته رفته پیچیده‌تر می‌شوند، کسب کنند. با این کار، نسبت به حجم اجسام مکعبی دید صحیح‌تری پیدا می‌کنند.

علاوه بر این، ضروری است که کودکان، پیش از آموختن فرمول، بقای<sup>۳</sup> حجم را درک کرده باشند. یعنی بدانند که حجم جسم، با تکه تکه کردن آن ثابت می‌ماند. در غیر این صورت، یادگیری

۱. Voulgaris

۲. Evangelidou

۳ Conservation

فرمول حجم طوطی‌وار خواهد بود و باعث می‌شود که دانش‌آموزان ابتدایی، از فرمول فقط به صورت مکانیکی و بدون داشتن فهمی صحیح استفاده کنند. از این گذشته، تحقیقات نشان می‌دهند که در تمام پایه‌های ابتدایی و راهنمایی، دانش‌آموزان در درک مفاهیم مساحت و محیط مشکل دارند و اغلب فکر می‌کنند، دو شکل با مساحت‌های برابر، محیط‌های یکسانی دارند (هارت<sup>۱</sup>، ۱۹۸۱، نقل شده در: Bergeson & et al, 2000).

علاوه بر این، گروه دیگری از پژوهش‌ها نیز به جنبه‌های کلی‌تر اندازه‌گیری پرداخته‌اند و دریافته‌اند که دانش‌آموزان، پیش از آشنایی با خط‌کش و فرمول‌ها، به ایده‌های پایه‌ای گوناگونی برای فهمیدن مفاهیم اولیه‌ی اندازه‌گیری نیاز دارند که از جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- نسبت دادن عدد: درک فرایند اندازه‌گیری به‌عنوان نسبت دادن عدد به یک ویژگی شیء.
- مقایسه: مقایسه‌ی اشیاء بدون استفاده از اعداد و تنها بر مبنای یک ویژگی خاص.
- استفاده از یک واحد و تکرار: فهمیدن یک واحد خاص و تناظر عدد «یک» با آن و به‌کار بستن آن در یک فرایند تکرار شونده برای نسبت دادن عدد به اشیاء دیگر.
- خاصیت جمع‌شدن: درک این مهم که اندازه‌گیری دو جسم متصل به‌هم، از مجموع اندازه‌های آن‌ها به‌دست می‌آید (اوزبورن<sup>۲</sup>، ۱۹۸۰؛ نقل شده در: پیشین، ۲۰۰۰).

دسته‌ی دیگری از مطالعات به‌طور مستقل، به موضوع تخمین اندازه‌گیری پرداخته‌اند. البته با وجود این که ادبیات آموزش ریاضی، تأکید زیادی بر اهمیت کسب مهارت تخمین زدن در برنامه‌ی درسی ریاضی مدرسه‌ای دارد، تعداد تحقیقات انجام شده در این زمینه اندک است (سودر<sup>۳</sup>، ۱۹۹۲؛ نقل شده در: Siegel & et al., 1982; Joram & et al, 1998) جورام و همکارانش (۱۹۹۸) مدعی‌اند که علت محدود بودن تحقیقات در این زمینه، کمبود مدل‌های نظری مناسب برای فرایند تخمین اندازه‌گیری است و برای اثبات این ادعا، در مطالعه‌ی وسیع مربوط به تحقیقات انجام شده در این زمینه، سه نسل را برای مطالعات انجام شده به تصویر کشیدند. بنا به یافته‌ی آن‌ها:

- نسل اول مطالعات مربوط به پژوهش‌هایی است که عملکرد کودکان و بزرگسالان را در زمینه‌ی تخمین اندازه‌گیری می‌سنجند. این تحقیقات به‌طور کلی نشان می‌دهند، هرچند که توانایی تخمین زدن با افزایش سن افزایش می‌یابد. اما به‌هرحال، هم کودکان و هم بزرگسالان، در این زمینه ضعف‌های جدی دارند و هیچ‌یک از تحقیقات بررسی شده، عملکرد مطلوبی را گزارش نکرده‌اند.

• نسل دوم مطالعات به تفاوت افراد در تخمین موارد مشترک می‌پردازند و نشان می‌دهند که مثلاً افراد در تخمین دما بهتر از طول و در تخمین طول، بهتر از تخمین جرم، گنجایش و حجم عمل می‌کنند.

• نسل سوم مطالعات تحت تأثیر علاقه به فرایندهای شناختی در حوزه‌ی آموزش ریاضی، به بررسی راهبردهای متفاوت استفاده‌شده توسط افراد هنگام تخمین زدن پرداخته و از نتایج آن‌ها، برای توسعه‌ی مدل‌های نظری برای تخمین اندازه استفاده کرده‌اند (Joram & et al, 1998).

یکی از این مدل‌های نظری، مدل سیگل است که ابتدا در سال ۱۹۷۹ ارائه شد و سپس در سال ۱۹۸۲ توسعه یافت (Ibid, 1982). این مدل، راهبردهای تخمین‌زدن و فرایندهای ذهنی شخص را موقع تخمین‌زدن کمیت‌های پیوسته و گسسته بیان کرده است که در حالت کلی عبارت‌اند از، مقایسه با معیار مورد استناد<sup>۱</sup>، حدس<sup>۲</sup>، حدس با نگاه<sup>۳</sup>، تعیین محدوده<sup>۴</sup> و تجزیه/ ترکیب<sup>۵</sup>. جورام و همکارانش (۱۹۹۸) نیز راهبردهای تخمین‌زدن را به سه دسته‌ی کلی اندازه‌گیری ذهنی<sup>۶</sup>، انتقال واحد<sup>۷</sup> و انتقال شی<sup>۸</sup> تقسیم‌بندی کرده‌اند.

از جمله مطالعات، پژوهشی است که توسط مارکوویتز<sup>۹</sup> و هرشکوویتز<sup>۱۰</sup> (۱۹۹۷) انجام شده و در آن، فرایندهای تخمین مقادیر گسسته در کودکان نه ساله با استفاده از نگاه، بررسی شده است. هم‌چنین، کریس<sup>۱۱</sup> (۱۹۹۲) با استفاده از مدل سیگل، مطالعه‌ای را روی دانش‌آموزان پایه‌های سوم، پنجم و هفتم در تخمین مقادیر گسسته انجام داد و سپس با مقایسه‌ی راهبردهای به‌کار گرفته شده توسط تخمین‌زنده‌های قوی و ضعیف، نتایج زیر را به‌دست آورد:

• تخمین‌زنده‌های قوی، معمولاً از روش‌های تجزیه/ ترکیب و معیار مورد استناد چندگانه استفاده می‌کنند.

• تخمین‌زنده‌های ضعیف، از راهبردهای وابسته به ادراک استفاده می‌کنند.

• تخمین‌زنده‌های قوی بهتر از دیگران در تخمین مقادیری که با اعداد بزرگ سروکار داشت،

۱. Benchmark Comparison

۲. Guess

۳. Eyeball

۴. Range

۵. Decomposition / Recomposition

۶. Mental Measurement

۷. Transform the Unit

۸. Transform the Object

۹. Markovitz

۱۰. Hershkowitz

۱۱. Crites

عمل کردند.

• تخمین‌زنده‌های قوی با تجزیه‌ی مسائل به اجزای کوچک‌تر، تخمین‌های بهتری را ارائه دادند و نسبت به تخمین‌زنده‌های ضعیف، کم‌تر از روش‌های حدس‌زدن استفاده کردند. تجزیه و تحلیل نتایج حاصل از تحقیقات سه نسل مطالعات انجام شده، پژوهشگران را قانع کرد که «تخمین‌زدن» و «معیارهای مورد استناد شخصی» که در واقع، ابزاری برای تخمین‌زدن است و نیازمند «درک مناسبی از مفهوم تناسب» است، از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند. این یافته در حقیقت، اعتبار چارچوب طراحی شده برای آموزش اندازه‌گیری (گویا و خسروشاهی، ۱۳۸۶) را بیشتر کرد. بدین دلیل، این بخش را با اشاره به همین سه مقوله به پایان می‌بریم.

## ۱-۲ تخمین‌زدن

باکستر<sup>۱</sup> و همکارانش (۲۰۰۶) در بخشی از تحقیق خود، فواید تخمین‌زدن را از دیدگاه بزرگسالان، مورد بررسی قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که تخمین‌زدن:

- باعث صرفه‌جویی در وقت می‌شود؛
- به تعیین درستی ابزار و روش‌های اندازه‌گیری کمک می‌کند؛
- در موقعیت‌هایی که اندازه‌گیری دقیق ممکن نیست، به کار می‌آید؛
- گاهی اوقات، بسته به ماهیت شغل مورد استفاده قرار می‌گیرد؛
- لذت‌بخش است.

این یافته‌ها نشان می‌دهند که تخمین‌زدن به‌عنوان بخشی از سواد شهروندی، برای پیش‌بینی کردن، قضاوت کردن و تصمیم‌گرفتن لازم است. جورام و همکارانش (۱۹۹۸)، تخمین‌اندازه‌گیری را یک مهارت مهم برای سواد عددی، و پایه‌ای برای فهم اندازه‌گیری فیزیکی می‌دانند. این در حالی است که به گزارش آن‌ها، اکثر تحقیقاتی که در زمینه‌ی توانایی تخمین‌اندازه‌گیری انجام شده‌اند، نشان می‌دهند که هم کودکان و هم بزرگسالان، در این زمینه ضعیف عمل می‌کنند. آن‌ها به نقل از یوسیسکین<sup>۲</sup> (۱۹۸۶) ابراز کردند: «اگرچه تخمین معمولاً به‌عنوان خواهر کوچک‌تر محاسبات تلقی می‌شود، در زندگی واقعی، خواهر بزرگ‌تر و حتی تنها فرزند است!» (ص ۴۱۴). در حقیقت آن‌ها از بحثی که مطرح می‌کنند، این نتیجه را می‌گیرند که داشتن توانایی تخمین‌اندازه، نیازمند فهم واقعی

۱. Baxter

۲. Usiskin

مفاهیم اندازه‌گیری است. مثلاً ممکن است حل مسائل معمولی اندازه‌گیری، با استفاده از فرمول و بدون وجود فهم صحیحی از اندازه‌گیری صورت پذیرد، در حالی که هنگام تخمین زدن، کودکان نمی‌توانند از رویه‌هایی که بدون دلیل حفظ کرده‌اند، استفاده کنند. زیرا برای تخمین زدن اندازه‌ها، از راهبردهایی استفاده می‌شود که نیازمند فهم عمیق فرد از فرایند اندازه‌گیری است.

ایشان برای ایجاد فهم و درک عمیق‌تر از مفهوم تخمین، استفاده از دو روش «حدس و آزمایش»<sup>۱</sup> یا «تمرین با بازخورد»<sup>۲</sup> و آموزش راهبردهای تخمین زدن را توصیه کردند. در روش اول، شخص ابتدا اندازه‌ی مورد نظر را تخمین می‌زند، سپس اندازه‌ی واقعی را توسط ابزار اندازه‌گیری به دست می‌آورد یا اندازه‌ی واقعی به او گفته می‌شود. آن‌ها معتقدند که با این روش، افراد برای خود «مقیاس مفهومی»<sup>۳</sup> متناظر با واحدهای خاص را پدید می‌آورند و «محور ذهنی/اعداد»<sup>۴</sup> را ایجاد می‌کنند. علاوه بر این، اگر آزمایش کردن حدس، با استفاده از اندازه‌گیری مستقیم صورت پذیرد، باعث می‌شود که فرد، توانایی اندازه‌گیری فیزیکی را نیز در خود ایجاد کند. به اعتقاد آن‌ها، نکته‌ی کلیدی در تسهیل تخمین اندازه، ساختن یک محور ذهنی اعداد است که طول‌های فیزیکی را با اندازه‌های عددی متناظر با آن‌ها بازنمایی می‌کند. از این طریق، تخمین‌زننده طول را به عدد و برعکس تبدیل می‌کند.

نکته‌ی دیگر، فهم رابطه‌ی بین واحدهای متفاوت است که برای این کار لازم است چگونگی ایجاد معیارهای مورد استناد ذهنی برای واحدهای خاص (مانند متر، سانتی‌متر، لیتر و نظایر آن) و تصور کردن اندازه‌ها روی محور اعداد مورد مطالعه قرار گیرد و حرکت کردن بین محورهای متفاوت به منظور تبدیل واحدها، به‌طور ذهنی آموزش داده شود. بنابراین، ایجاد معیارهای مورد استناد شخصی، خواه معیارهای ذهنی و خواه معیارهای فیزیکی، یکی از ارکان اصلی آموزش تخمین زدن اندازه است. به پیشنهاد کریس (۱۹۹۲)، برای این که کودکان در تخمین زدن مهارت کسب کنند، باید در زمینه‌ی تخمین زدن تجارب عملی داشته باشند تا معیارهای مورد استناد خود را برای انواع گوناگون اندازه، از جمله تعداد، زمان و طول ایجاد کنند.

سوان<sup>۵</sup> و جونز<sup>۶</sup> (۱۹۸۰)، پس از تحقیقی درباره‌ی توانایی‌های تخمین اندازه در بزرگ‌ترها و دانش‌آموزان، به این نتایج دست یافتند که توانایی‌های تخمین اندازه، همراه با سن رشد می‌کنند و با

۱. Guess and Check

۲. Practice with Feedback

۳. Conceptual Scale

۴. Mental Number Line

۵. Swan

۶. Jones



وجودی که عموماً جنسیت افراد در توانایی تخمین جرم یا دما تأثیری ندارد، اما مردها فاصله و طول را بهتر تخمین می‌زنند (نقل شده در: Bergeson & et al, 2000). باکستر و همکارانش (۲۰۰۶) نیز دریافتند که تجربه‌های واقعی، در ایجاد توانایی تخمین وزن مهم‌اند. به‌طور مثال، مطالعه‌ای توسط نونز<sup>۱</sup> و شولمن<sup>۲</sup> و همکارانش (۱۹۹۳) نشان می‌دهد، در یک گروه از نجارها، کسانی که تجربه‌ی کاری بیشتری داشتند، در انجام محاسبات مبتنی بر اندازه‌گیری، بهتر از کسانی عمل کردند که تنها تجربه‌ی مدرسه‌ای داشتند (نقل شده در: Baxter & et al, 2006). این یافته تأییدی بر ادعای استیک و ایزلی (۱۹۷۸) است که مهارت در تخمین اندازه‌گیری، به تمرین مداوم احتیاج دارد و در غیر این صورت، فراموش خواهد شد (نقل شده در: Bergeson & et al, 2000). بدین لحاظ، بیش از ۹۰ درصد معلمان اعتقاد دارند که تخمین وزن در موقعیت‌های اندازه‌گیری، یک مهارت مهم است، در حالی که تحقیق اوزبورن (۱۹۸۰) نشان می‌دهد، تنها تعداد اندکی از دانش‌آموزان فعالیت‌های تخمین‌زدن را تجربه می‌کنند (نقل شده در: پیشین).

## ۲-۲ معیارهای مورد استناد شخصی

منظور از معیار مورد استناد شخصی، یک کمیت مشخص برای فرد است که اندازه‌ی متناظر با آن را می‌داند و این معیارها، می‌توانند ذهنی یا فیزیکی باشند. البته نتایج این تحقیق که در بخش‌های بعدی ارائه می‌شوند، نشان می‌دهند که معیارهای مورد استناد شخصی، در واقع روی یک طیف قرار گرفته‌اند. منظور از معیار مورد استناد ذهنی، تصویری است که افراد از بعضی از اندازه‌های خاص مانند ۱ متر، ۵ سانتی‌متر یا ۱ متر مربع در ذهن خود دارند. البته برخی از پژوهشگران مانند جورام و همکارانش (۱۹۹۸)، چنین موضوعی را معیار مورد استناد نمی‌دانند و تنها به معیارهای فیزیکی بسنده می‌کنند. از نظر آن‌ها، این معیارها کمیت‌های دم‌دستی هستند که افراد، اندازه‌های آن‌ها را می‌دانند و برای اندازه‌گیری کمیت‌های دیگر، از آن‌ها استفاده می‌کنند. برای مثال، عرض انگشت می‌تواند معیاری برای سانتی‌متر، یک گام بزرگ معیاری برای متر، پاکت شیر معیاری برای لیتر و یک پاکت شکر معیاری برای کیلوگرم باشد<sup>۳</sup>.

به‌همین دلیل، یکی از مهارت‌های ضروری در زمینه‌ی اندازه‌گیری، کسب مهارت اندازه‌گیری

۱. Nunes

۲. Schliemann

۳. در سیستم اندازه‌گیری سنتی ایران نیز از این اندازه‌ها به میزان وسیعی استفاده می‌شود، طوری که برخی از این اندازه‌ها دارای اسامی رایج نیز هستند؛ مانند بند انگشت، و جب و نظایر آن‌ها.

توسط ابزارهای ذهنی است. کلمنتس<sup>۱</sup> (۱۹۹۹) اظهار می‌دارد، با وجودی که اندازه‌گیری با استفاده از ابزار مهم است، اما ایجاد توانایی‌هایی مانند ایجاد «خط‌کش ذهنی»<sup>۲</sup> یا «خط‌کش مفهومی»<sup>۳</sup> هم از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. برای مثال، در بسیاری از مسئله‌های اندازه‌گیری، از دانش‌آموزان خواسته می‌شود تا طول خطوط را حدس بزنند یا محاسبه کنند. یا خطی را با طول داده شده، رسم کنند. برای حل این نوع مسائل، دانش‌آموزان از روش‌های متفاوتی استفاده می‌کنند. بعضی از آن‌ها بدون ساختن هیچ واحدی، حدس می‌زنند. برخی با تقسیم‌بندی طول، واحدهای قابل دیدن می‌سازند و آن‌ها را می‌شمارند. البته گاهی کودکان این تقسیم‌بندی را به‌طور مساوی انجام نمی‌دهند و عمل تقسیم‌بندی را در ذهن خویش انجام می‌دهند. در تمام این حالت‌ها، دانش‌آموزان یک ابزار ذهنی درونی دارند و این ابزار، تصویری ثابت نیست. بلکه فرایندی ذهنی است که طی آن، کودکان با حرکت کردن ذهنی روی یک شیء، آن را تقسیم‌بندی می‌کنند و تعداد قسمت‌ها را می‌شمارند. به بیان کلمنتس (۱۹۹۹)، این کودکان از یک خط‌کش ذهنی استفاده می‌کنند که ایجاد آن مرحله‌ای مهم در توسعه‌ی درک اندازه‌ای در آن‌هاست.

## ۲-۳ فهم تناسب

جورام و همکارانش (۱۹۹۸)، با استناد به تحقیقات انجام شده در زمینه‌ی راهبردهای تخمین زدن اندازه، بیان می‌کنند که در تخمین طول، چه شخص از یک واحد استاندارد و چه از معیار مورد استناد شخصی (که واحد استاندارد نباشد) استفاده کند، در هر صورت نیاز به شمردن دارد. او باید هر بار به اندازه‌ی واحد خود (استاندارد یا غیراستاندارد) روی شیئی که می‌خواهد طول آن را تخمین بزند، قسمتی را جدا کند و تعداد این واحدها را بشمارد. اما این کار، به سادگی شمردن مقادیر گسسته نیست؛ زیرا باید با استفاده از تصویر ذهنی از واحد، شیئی مورد نظر را برای تخمین، به‌طور ذهنی تقسیم‌بندی می‌کند. در واقع، آن‌ها بیان می‌کنند که شخص برای این که تخمین خوبی بزند، باید بتواند در یک جریان ذهنی، تشخیص بدهد که شیئی مورد نظر، چه نسبتی با واحد مورد نظر دارد. مثلاً اگر فرد تشخیص بدهد که طول طناب،  $\frac{4}{5}$  برابر طول خودکار است، با دانستن طول خودکار می‌تواند طول طناب را تخمین بزند. بنابراین می‌توان گفت که یکی از مؤلفه‌هایی که شخص باید در اندازه‌گیری و به‌طور خاص در تخمین زدن اندازه‌ها در آن مهارت کسب کند، فهم تناسب و توانایی تشخیص نسبت‌هاست. معمولاً فقط در صورت وجود چنین مهارتی، استفاده از معیارهای مورد استناد شخصی ممکن خواهد بود.

۱. Clements

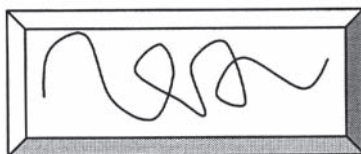
۲. Mental Ruler

۳. Conceptual Ruler

### ۳- روش پژوهش

فاز سوم پژوهش، به منظور بررسی معیارهای مورد استنادی که دانش‌آموزان در تخمین‌های خود از آن‌ها استفاده می‌کنند، طراحی شد. این مطالعه توسط سه مجری که هر یک در محیطی جدا از دیگران قرار داشتند، روی ۱۰ نفر دانش‌آموز انجام شد و از چند مرحله تشکیل شده بود؛ دو مرحله اول آن به تخمین طول و مساحت، و مرحله‌ی سوم آن به تخمین جرم و حجم می‌پرداخت. در این بخش به طور خلاصه به طراحی دو مرحله‌ی مربوط به تخمین طول و مساحت اشاره می‌کنیم<sup>۱</sup>.

ابتدا علاوه بر تحویل توضیحات کتبی درباره‌ی کار، دانش‌آموزان از هدف کلی انجام تحقیق مطلع شدند و روش کار نیز برای آن‌ها توضیح داده شد. سپس از دانش‌آموزان خواسته شد تا جایی که ممکن است، فرایند ذهنی رسیدن به پاسخ خود را توضیح دهند. در مراحل مربوط به تخمین طول و مساحت، ابتدا از شرکت‌کنندگان خواسته شد که ارتفاع ساختمان، طول درخت و مساحت حیاط را تخمین بزنند. سپس از آن‌ها خواستیم طول و عرض تخته‌ی کلاس و طول یک منحنی را که روی تخته‌ی کلاس رسم شده بود (شکل ۱)، تخمین بزنند. مقادیر واقعی (ارتفاع ساختمان، مساحت حیاط و نظایر آن) به طور دقیق اندازه‌گیری شدند. تمام مراحل را ضبط ویدیویی کردیم. پس از اجرای تحقیق، فیلم‌های ویدیویی بازیابی و مصاحبه‌ها نیز روی کاغذ پیاده شدند تا برای تجزیه و تحلیل آماده شود.



شکل ۱- تخته‌ی کلاس و منحنی رسم شده روی آن

### ۴- نتایج

دانش‌آموزان برای پاسخ‌گویی به سؤالات، از روش‌های متفاوتی استفاده کردند. روش‌های به کار گرفته شده توسط آن‌ها برای تخمین زدن را در جدول‌هایی خلاصه کردیم و درصد خطای تخمین‌های آن‌ها را نیز محاسبه نمودیم. در بخش بعد، راهبردهای به کار گرفته شده توسط دانش‌آموزان برای تخمین‌های مربوط به طول و مساحت دسته‌بندی شده است. این دسته‌بندی، به طراحی مدلی برای معیارهای مورد استناد شخصی کمک کند و با استفاده از این مدل، داده‌های حاصل از این مطالعه مورد تحلیل قرار گرفتند.

۱- با توجه به تخصصی بودن مباحث مربوط به جرم و حجم، در فرصتی دیگر به روش طراحی و ارائه‌ی نتایج این مرحله می‌پردازیم.

## ۴-۱- راهبردهای به‌کار گرفته شده توسط دانش‌آموزان

تجزیه و تحلیل داده‌ها نشان داد که دانش‌آموزان از راهبردهای متفاوتی برای تخمین اندازه‌های خواسته شده استفاده کردند. جدول ۱ این راهبردها را به تفکیک کمیت‌های مورد تخمین نشان می‌دهد.

## جدول ۱. راهبردهای دانش‌آموزان به تفکیک کمیت‌های تخمین زده شده

ارتفاع ساختمان	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ۶ نفر: تعداد طبقات <math>\times</math> ارتفاع هر طبقه</li> <li>• ۲ نفر: مقایسه با قد (یکی از آن‌ها بعداً با نزدیک شدن به ساختمان، این راه را پیشنهاد داد.)</li> <li>• ۲ نفر: متر ذهنی</li> </ul>
طول درخت	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ۹ نفر: مقایسه با یک ساختمان یا دیوار</li> <li>• ۱۰ نفر: متر ذهنی (این یک نفر هم بعداً گفت که الان فکر می‌کنم طول درخت با ارتفاع ساختمان برابر باشد.)</li> </ul>
مساحت حیاط	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ۶ نفر: تخمین طول و عرض حیاط و سپس استفاده از دستور مساحت مستطیل</li> <li>• ۲ نفر: مقایسه با متراژ خانه</li> <li>• ۱ نفر: استفاده از مساحت زمین بسکتبال و زمین والیبال</li> <li>• ۱ نفر: تخمین مساحت یک قسمت کوچک از حیاط و پوشاندن حیاط با آن</li> </ul>
طول تخته	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ۶ نفر: استفاده از سنگ‌های روی دیوار زیر تخته یا موزاییک‌های روی زمین زیر تخته</li> <li>• ۱ نفر: وجب کردن</li> <li>• ۱ نفر: مقایسه با عرض تخته</li> <li>• ۲ نفر: متر ذهنی</li> </ul>
عرض تخته	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ۵ نفر: مقایسه با طول تخته یا مقایسه با موزاییک‌ها یا سنگ‌ها</li> <li>• ۱ نفر: مقایسه با قد</li> <li>• ۴ نفر: متر ذهنی</li> </ul>
طول منحنی	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ۵ نفر: صاف کردن خطوط و سپس تخمین اندازه‌ی آن</li> <li>• ۴ نفر: حرکت با چشم و گام به گام با یک اندازه‌ی مشخص، روی منحنی</li> <li>• ۱ نفر: استفاده از دستور محیط دایره برای قسمت‌های نیم دایره‌ای شکل و وجب، برای</li> </ul>

با استفاده از این دسته‌بندی و تجزیه و تحلیل آن، مدلی برای معیارهای مورد استناد شخصی به کار گرفته شده توسط دانش‌آموزان طراحی شد.

#### ۴-۲- مدلی برای معیارهای مورد استناد شخصی

با بررسی معیارهای مورد استناد شخصی به کار رفته توسط دانش‌آموزان، به این نتیجه رسیدیم که تقسیم‌بندی معیارهای مورد استناد به دو دسته‌ی معیارهای فیزیکی و معیارهای ذهنی، از دقت کافی برخوردار نیست. در واقع، گاهی اوقات بعضی از معیارهای به کار گرفته شده، با یک نگاه، فیزیکی و با نگاهی دیگر، ذهنی بودند. بدین دلیل برای نشان دادن انواع معیارهای مورد استناد شخصی از نظر فیزیکی یا ذهنی، طیفی در نظر گرفته شد که یک سر آن معیارهای مورد استناد فیزیکی و سر دیگر آن، معیارهای مورد استناد ذهنی قرار دارند.



شکل ۲- مدل معیارهای استناد شخصی

برای آشنایی بیشتر با این مدل، مثال‌های زیر، روشن‌گر هستند.

**مثال ۱- جایگاه A روی طیف:** طول اتاقی را تخمین بزنید که کف آن موزاییک شده است.

اگر بدانیم که طول هر موزاییک چه قدر است، می‌توانیم تعداد موزاییک‌هایی را که در طول اتاق قرار گرفته‌اند بشماریم و این تعداد را در طول موزاییک‌ها ضرب کنیم. در این صورت، معیار مورد استناد در این اندازه‌گیری، یعنی طول موزاییک، یک معیار مورد استناد کاملاً فیزیکی است.

**مثال ۲- جایگاه B روی طیف:** ارتفاع اتاقی را تخمین بزنید که دیوارهای آن به‌طور یک‌دست

با رنگ پوشانده شده‌اند و کف اتاق، موزاییک شده است.

این بار با نگاه کردن به موزاییک‌ها، طول آن‌ها را به‌عنوان واحد در نظر می‌گیریم و سعی می‌کنیم ارتفاع را به‌طور ذهنی با آن طول بیوشانیم. معیار مورد استفاده در این جا، یعنی طول موزاییک، فیزیکی است؛ از این نظر که ملموس است. اما چون در کنار ارتفاع اتاق قرار نگرفته است و باید با استفاده از تصاویر ذهنی آن، ارتفاع را پوشاند، یک معیار ذهنی هم محسوب می‌شود.

**مثال ۳- جایگاه C روی طیف: ارتفاع اتاقی را تخمین بزنید که دیوارهای آن به‌طور یک‌دست**

با رنگ پوشانده شده‌اند و کف اتاق هم موزاییک نشده است.

اگر یک تصویر ذهنی از موزاییکی که طول آن را می‌دانیم، در ذهن خود داشته باشیم، یا مثلاً یک تصویر ذهنی از یک خط‌کش  $20^\circ$  سانتی‌متری در ذهن ما وجود داشته باشد، این‌بار با استفاده از تصویر موزاییک‌ها یا خط‌کش، طول آن‌ها را به‌عنوان واحد در نظر می‌گیریم و سعی می‌کنیم ارتفاع را با آن طول بیوشانیم. معیار مورد استفاده در این‌جا، یعنی طول موزاییک یا خط‌کش، فیزیکی است، زیرا موزاییک و خط‌کش، اشیایی ملموس هستند. اما از این نظر که در کنار ارتفاع اتاق قرار نگرفته‌اند و باید با استفاده از تصاویر ذهنی آن‌ها، ارتفاع را پوشانند، معیار ذهنی هستند.

مشاهده می‌شود که جایگاه B و C روی طیف معیارهای مورد استناد، متفاوت است. زیرا B به یک معیار مورد استناد فیزیکی نزدیک‌تر است. جلوی چشم ما قرار دارد و هر وقت که بخواهیم می‌توانیم با مراجعه به آن، تصویر ذهنی خود را دقیق‌تر کنیم. اما C نسبت به B ذهنی‌تر است، زیرا با یک تصویر کاملاً ذهنی که در دسترس نیست، سروکار دارد.

**مثال ۴- جایگاه D روی طیف: طول مشخصی را بدون استفاده از ابزار اندازه‌گیری تخمین**

بزنید.

ممکن است برای ارائه‌ی تخمین مورد نظر، بدون این‌که تصویری از یک خط‌کش یا یک متر واقعی<sup>۱</sup> را در ذهن تداعی کنیم، با استفاده از تصور یا احساسمان نسبت به یک متر<sup>۲</sup>، طول مورد نظر را تخمین بزنیم. معیار مورد استفاده در این‌جا کاملاً ذهنی است.<sup>۳</sup>

در واقع روی طیف معیارهای مورد استناد شخصی، هرچه از موقعیت A به سمت موقعیت D نزدیک می‌شویم، معیارها از محسوس و عینی بودن، به انتزاعی بودن نزدیک‌تر می‌شوند.

**۴-۳- تجزیه و تحلیل داده‌های مربوط به طول و مساحت**

با ارائه‌ی این مدل برای معیارهای مورد استناد شخصی و با استفاده از جدول ۱، معیارهای مورد استناد شخصی به‌کار گرفته شده توسط دانش‌آموزان مورد بررسی قرار گرفتند. در ادامه با استفاده از مدل ارائه شده، به بیان نتایج به‌دست آمده می‌پردازیم.

۱. منظور از متر واقعی، وسیله‌ی اندازه‌گیری است.

۲. منظور از یک متر، اندازه است.

۳. آن‌چه درباره‌ی معیار مورد استناد ذهنی در این‌جا آورده‌ایم، کاملاً نظری است. بررسی این‌که آیا چنین جریانی واقعاً اتفاق می‌افتد یا نه، نیاز به یک مطالعه نیاز دارد.

دانش‌آموزان برای رسیدن به تخمین‌های خواسته شده، از معیارهای مورد استناد شخصی استفاده کردند. تجزیه و تحلیل داده‌ها نشان داد که دانش‌آموزان بیشتر به استفاده از معیارهای مورد استنادی تمایل داشتند که جنبه‌ی فیزیکی آن‌ها غالب بود؛ به‌خصوص در مواردی که معیارهای فیزیکی در کنار اندازه‌ای قرار داشتند که باید تخمین زده می‌شد و یا مواردی که قبلاً توجه‌شان به‌نوعی به آن معیار جلب شده بود. مصداق‌هایی که در زیر بیان می‌شوند، نشان‌دهنده‌ی این تمایل هستند.

الف) برای تخمین طول تخته‌ی کلاس، دانش‌آموزان از معیارهایی استفاده کردند که روی طیف معیارهای مورد استناد شخصی، در جایگاه‌های A تا D (فیزیکی تا ذهنی) قرار داشتند.

**جایگاه A:** شش نفر از سنگ‌های روی دیوار زیر تخته یا موزاییک‌های روی زمین زیر تخته استفاده کردند یعنی استفاده از معیار مورد استناد فیزیکی که در کنار طول تخته قرار دارد. یک نفر نیز با وجب کردن به تخمین مورد نظر رسید که خود نوعی معیار مورد استناد شخصی فیزیکی است.

**جایگاه B:** یک نفر، طول را با عرض تخته مقایسه کرد؛ یعنی از یک معیار مورد استناد فیزیکی که دقیقاً در کنار طول نیست و از نظر موقعیت روی طیف، مانند موقعیت B است. ضمناً چون قبلاً عرض تخته را تخمین زده بود، توجه شخص قبلاً به این معیار جلب شده بود.

**جایگاه D:** دو نفر از متر ذهنی که معیار مورد استناد شخصی ذهنی است، استفاده کردند.

ب) هم‌چنین برای تخمین طول درخت، از معیارهایی که از نظر ذهنی یا فیزیکی بودن، متفاوت بودند، استفاده شد.

**جایگاه B:** ۹ نفر درخت را با یک ساختمان یا دیوار مقایسه کردند. بعضی از آن‌ها از ساختمان کنار درخت و تعدادی از آن‌ها، از ارتفاع ساختمان مدرسه که قبلاً تخمین زده بودند، استفاده کردند؛ هر چند که این ساختمان و درخت مقابل یکدیگر بودند و فاصله‌ی زیادی با هم داشتند. آن‌ها در واقع از یک معیار مورد استناد فیزیکی استفاده کردند که قبلاً توجه‌شان به آن جلب شده بود؛ زیرا آن‌ها قبلاً ارتفاع ساختمان مدرسه را تخمین زده بودند. حتی یکی از کسانی که طول درخت را با ارتفاع دیوار کنار آن - و نه ساختمان مدرسه - مقایسه کرده بود، بعداً نوشت: «البته می‌خواستم با ارتفاع ساختمان مقایسه کنم اما چون فیلم‌برداری می‌کردید، این کار را نکردم.»

**جایگاه D:** یک نفر نیز از متر ذهنی استفاده کرد، اگرچه بعداً گفت: «الان فکر می‌کنم طول درخت با ارتفاع ساختمان برابر باشد.»

در تخمین مساحت، عملکرد دانش‌آموزان نامطلوب بود و تخمین‌های آن‌ها، درصد خطای بالایی داشت. از نظر راهبردهای به‌کار رفته، شش نفر ابتدا طول و عرض حیاط را تخمین زدند و سپس

از دستور مساحت مستطیل استفاده کردند و چهار نفر با در نظر گرفتن یک مساحت مشخص به‌عنوان واحد و پوشاندن حیاط با آن، مساحت را محاسبه کردند. گروه دوم از معیارهای مورد استنادی مانند متر از خانه، مساحت زمین بسکتبال و زمین والیبال و تخمین مساحت یک قسمت کوچک از حیاط و پوشاندن حیاط با آن استفاده کردند.

این مطالعه نشان داد که دانش‌آموزان، در تخمین‌های خود از طول و مساحت، از معیارهای مورد استناد شخصی و معمولاً فیزیکی استفاده کردند و راهبردهای به‌کار گرفته شده توسط آن‌ها، می‌توانست به تخمین‌های قابل قبولی منتج شود. اما تجزیه و تحلیلی که روی خطاهای تخمین دانش‌آموزان انجام شد، نشان داد که مشکل تخمین‌هایی با درصد خطای بالا این است که آن‌ها، تخمین خوبی از اندازه‌ی همان معیارهای مورد استناد نداشتند. مثلاً یکی از دانش‌آموزان، برای به دست آوردن ارتفاع ساختمان مدرسه، ارتفاع هر طبقه را دو متر در نظر گرفت و به‌همین دلیل، تخمین خوبی از ارتفاع واقعی ساختمان به‌دست نیاورد. در حالی که بعضی از دانش‌آموزان، به ارتفاع طبقات به‌عنوان یک پیش‌فرض در ساختمان‌سازی واقف بودند و به‌همین دلیل، تخمین‌های بهتری زدند.

## ۵- جمع‌بندی

در تخمین طول، دانش‌آموزان، بیشتر به استفاده از معیارهای مورد استنادی تمایل دارند که جنبه‌ی فیزیکی آن‌ها غالب است؛ به‌خصوص در مواردی که معیارهای فیزیکی، در کنار اندازه‌ای قرار دارند که باید تخمین زده شود و یا مواردی که قبلاً توجهشان به‌نوعی به آن معیار جلب شده است. دانش‌آموزان، از معیارهای مورد استناد شخصی و معمولاً فیزیکی استفاده می‌کنند، اما مشکل تخمین‌هایی با درصد خطای بالا این است که آن‌ها، تخمین خوبی از اندازه‌ی همان معیارهای مورد استناد ندارند.

مقایسه‌ی معیارهای مورد استناد شخصی دانش‌آموزان با محتوای کتاب‌های ریاضی نشان می‌دهد که هیچ‌یک از معیارهای مورد استناد فیزیکی به‌کار گرفته شده در این تخمین‌ها، از آموزش‌های ریاضی مدرسه‌ای به‌وجود نیامده‌اند و روش‌های دانش‌آموزان، عمدتاً شخصی هستند؛ هرچند که دقت بسیار کم معیارهای مورد استناد شخصی به‌کار گرفته شده توسط دانش‌آموزان، به تولید تخمین‌هایی با درصد خطای بالا منجر شده است. این موضوع نشان می‌دهد که با توجه به روش‌های به‌کار گرفته شده توسط دانش‌آموزان، آموزش در این رابطه و ایجاد معیارهای مورد استناد شخصی دقیق‌تر و متنوع‌تر در دانش‌آموزان، عملکرد دانش‌آموزان را تا حد زیادی بهبود خواهد بخشید.



با استفاده از نتایج پژوهش، به چند توصیه‌ی آموزشی که مخاطبان آن، برنامه‌ریزان درسی، مؤلفان کتاب‌های درسی و معلمان هستند، می‌پردازیم.

- ایجاد معیارهای مورد استناد شخصی، مانند معیارهایی آشنا برای یک متر، یک کیلوگرم، صد کیلومتر و نظایر آن ضروری است. زیرا به کودکان در درک مفاهیم اندازه‌گیری و توسعه‌ی توانایی تخمین زدن کمک می‌کند. در این زمینه می‌توان از برخی واحدهای غیر استاندارد مانند وجب و قدم – که می‌توانند به معیارهای مورد استناد شخصی تبدیل شوند و در تخمین زدن به کار آیند – استفاده کرد.

- کودکان، بسیاری از تجارب اندازه‌گیری خود را خارج از کتاب‌های درسی کسب می‌کنند. با این حال، تحلیل محتوای کتاب‌های درسی نشان می‌دهد که تجربیات شخصی به آموزش‌های مدرسه‌ای پیوند نمی‌خورد. استفاده از تجربیات خارج از مدرسه‌ی دانش‌آموزان در آموزش‌های مدرسه‌ای ضروری است.

- تخمین زدن اندازه‌ها، یکی از مهارت‌های سواد عددی و سواد شهروندی است که نیازمند بذل توجه خاصی در برنامه‌ی درسی ریاضی مدرسه‌ای به آن است.

- از آموزش اندازه‌گیری می‌توان در جهت تعمیق فرهنگ شهروندی استفاده کرد.

## منابع

۱. کیامنش، علیرضا و خیریه، مریم (۱۳۷۹). روند تغییرات دروندادها و پروندادهای آموزش ریاضی براساس یافته‌های TIMSS و TIMSS-R. پژوهشکده‌ی تعلیم و تربیت، انجمن بین‌المللی ارزش‌یابی پیشرفت تحصیلی.
۲. گویا، زهرا و قدک‌ساز خسروشاهی، لیلا (۱۳۸۶). غفلت از اندازه تا چه اندازه؟. مجله‌ی رشد آموزش ریاضی. دوره‌ی بیست و پنجم. شماره‌ی ۲. زمستان ۱۳۸۶. ص ۱۹-۴.
3. Baxter, M., Leddy, E., Richards, L., Tomlin, A., Coben, D. (April 2006). Research Report: Measurement wasn't taught when they built the pyramids, Was it? National Research and Development Centre for adult literacy and numeracy. <http://www.nrdc.org.uk>
4. Bergeson, T., Fitton, R., Bylsma, P. (2000). Teaching and Learning Mathematics: using research to shift from the 'yesterday' mind to the 'tomorrow' mind. <http://www.k12.wa.us>
5. Clements, Douglas H. (1999). Teaching Length Measurement: Research Challenges. *School Science and Mathematics*, Vol. 99, No. 1. (January 1999), pp. 5-11.
6. Crites, Terry (1992). Skilled and Less Skilled Estimators' Strategies for Estimating Discrete Quantities. *The Elementary School Journal*, Vol. 92, No. 5. (May, 1992), pp. 601-619.
7. Fey J. T. (1990). Quantity in L. A. Steen (Ed); *On The Shoulders Of Giants: new approaches to numeracy*. pp89-91, National Academy Press. Washington, D.C.1990.
8. Hall, Lucien (1984). Estimation and Approximation-Not Synonyms. *Mathematics Teacher*, Vol. 77, No. 7, pp. 516-17. (Oct, 1984). Abstract in: <http://eric.ed.gov>
9. Joram, E., Subrahmanyam, K., Gelman, R. (1998). Measurement Estimation: Learning to Map the Route from Number to Quantity and Back.

*Review of Educational Research*, Vol. 68, No. 4. (Winter, 1998), pp. 413-449.

10. Markovitz Z., Hershkowitz R. (1997). Relative and Absolute Thinking in Visual Estimation Processes. *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 32.(1997), pp. 29-47.

11. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: NCTM, 2000.

12. Siegel, Alexander W., Goldsmith, Lynn T., Madson, Camilla R. (1982). Skill in Estimation Problems of Extent and Numerosity. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 13, No. 3,(May, 1982), pp. 211-232.

13. Voulgaris, S., Evangelidou, A. Volume Measurement and Conservation in Late Primary School Children in Cyprus.

<http://math.unipa.it/~grim/Jevangelidou.pdf>