

ارزیابی کارایی شبکه‌های بیزی در مدیریت کیفیت آب رودخانه: کاربرد سیستم نسبت-تجارت

محمد رضا نیکو^۱ رضا کراچیان^۲

(دریافت ۸۷/۲/۱ پذیرش ۸۷/۱۰/۱)

چکیده

مدیریت کیفی سیستم‌های رودخانه‌ای به عنوان یکی از مسائل پایه در تحلیل سیستم‌های منابع آب، در چند دهه گذشته مورد توجه محققان بوده است. علت اصلی این توجه را می‌توان ارزش اقتصادی حاصل از بهره‌برداری بهینه از ظرفیت پذیرش آلودگی این سیستم‌ها و کاهش هزینه‌های تصفیه، بیان کرد. در این مقاله، با توجه به جهت جریان یک طرفه آب در رودخانه، از سیستم نسبت-تجارت و شبکه‌های بیزی به منظور تهییه یک مدل مدیریت کیفی رودخانه در زمان واقعی استفاده شده است. این سیستم با در نظر گرفتن میزان خود پالایی رودخانه و چگونگی پخش و انتقال آلاینده‌ها، نسبت-تجارت بین واحداً را تعیین می‌نماید و به‌گmk یک روش بهینه‌سازی، الگوی بهینه تجارت مجاز تخلیه بار آلودگی را ارائه می‌دهد. در این مقاله از نتایج حاصل از سیستم نسبت-تجارت برای آموزش یک شبکه بیزی استفاده گردید. به این ترتیب با توجه به عدم قطعیت‌های موجود در سیستم رودخانه‌ای، از تلفیق تحلیل عدم قطعیت مونت‌کارلو، روش سیستم نسبت-تجارت و شبکه‌های بیزی، یک مدل جدید برای تجارت مجاز تخلیه آلاینده‌ها پیشنهاد شد که علاوه بر ارائه الگوی تجارت مجاز تخلیه بار آلودگی، قابلیت ایجاد خروجی احتمالاتی و مدیریت کیفی رودخانه در زمان واقعی را نیز دارد. کارایی مدل پیشنهادی با نتایج ارائه شده توسط مدل کلاسیک سیستم نسبت-تجارت مقایسه شد. نتایج حاصل حاکی از آن است که این مدل ابزاری کارآمد در مدیریت کیفی سیستم رودخانه‌ای به شمار می‌رود.

واژه‌های کلیدی: مدیریت کیفی رودخانه، مجاز تخلیه بار آلودگی، سیستم نسبت-تجارت، شبکه‌های بیزی، بهره‌برداری در زمان واقعی.

Evaluating the Efficiency of Bayesian Networks in River Quality Management: Application of the Trading-Ratio System

Mohammad Reza Nikoo¹

Reza Kerachian²

(Received April 20, 2008 Accepted Dec. 21, 2008)

Abstract

In recent decades, river quality management has received enormous attention by researchers as an important water resources management issue. The main reason for this is saving in wastewater treatment costs by optimal allocation of the assimilative capacity of the river system to dischargers. Regarding the unidirectionality of the river flow toward the lowest level, the Trading Ratio System (TRS) and Bayesian Networks are utilized in this paper to develop new, real-time operating policies for discharge permit trading in rivers. TRS is used in a Monte Carlo Analysis to provide the required data for training and validating a Bayesian Network (BN). The trained BN are then used for real time river water quality management to provide probability distribution functions of treatment levels and trading discharge permit policies. The methodology is successfully applied to a case study and its results are compared with those of the TRS. The comparisons show the usefulness of the methodology as a cost-effective and probabilistic decision-making tool in real-time river water quality management.

Keywords: River Water Quality Management, Discharge Permit, Trading Ratio System, Bayesian Networks, Real-time Operation.

1. Ph.D Student of Civil Engineering, University of Tehran

- دانشجوی دکترای مهندسی عمران - آب، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تهران

2. Assoc. Prof., and Member of Center of Excellence for Infrastructure Engineering and Management, Civil Engineering Dept., University of Tehran (Corresponding Author) (+98 21) 61112176 kerachian@ut.ac.ir

- دانشوار و عضو قطب علمی مهندسی و مدیریت زیرساختها، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تهران، (نویسنده مسئول) (۰۲۱) ۶۱۱۲۱۷۶ kerachian@ut.ac.ir

۱- مقدمه

جدیدی را به نام نسبت-تجارت^{۱۳} برای تجارت مجوزهای تخلیه آلوگی آب توسعه دادند. سیستم ارائه شده این قابلیت را داشت که علاوه بر صرفه اقتصادی، استانداردهای زیستمحیطی را نیز تأمین می‌نمود. خصوصیت مهم سیستم ارائه شده، تقسیم‌بندی منطقه‌ای و قابلیت تجارت آزادانه مجوزها بر اساس نسبت-تجارت بود. در آن مقاله، روش پیشنهادی در مقایسه با روش‌های پیشنهاد شده قبلی، به عنوان روش برتر معرفی شده است [۵]. ان جی و ایهارت در سال ۲۰۰۵ با پیشنهاد یک مدل غیرقطعی، اثرات تجارت مجوز تخلیه بار آلوگی را بر قابلیت اعتماد حفظ کیفیت آب رودخانه بررسی نمودند [۶]. مصباح و همکاران در سال ۲۰۰۷ با افروden توابع هزینه فازی و با در نظر گرفتن عدم قطعیتهای مهم موجود در رودخانه، یک روش جدید برای تجارت مجوزهای تخلیه بار آلوگی ارائه دادند. کارایی این روش در رودخانه زرچوب در استان گیلان مورد ارزیابی قرار گرفت [۷]. مصباح و همکاران در سال ۲۰۰۹ مدل جدیدی برای تجارت مجوزهای تخلیه بار آلوگی در BOD رودخانه ارائه کردند. به طوری که استاندارد کیفیت آب در رودخانه برای غلظت اکسیژن محلول رعایت شود. آنها همچنین نشان دادند می‌توان با آموزش یک شبکه بیزی^{۱۴}، میزان داد و ستد مجوز تخلیه بین تخلیه‌کنندگان را به دقت محاسبه نمود [۸].

شبکه‌های بیزی در سالهای اخیر در مهندسی آب و محیط زیست کاربردهای موفقی داشته‌اند. وریس^{۱۵} در سال ۱۹۹۸ از شبکه‌های بیزی در مسائل بهینه‌سازی چند هدفه استفاده نمود و توضیحاتی در مورد کاربرد آن در مدیریت منابع آب و محیط زیست ارائه کرد. وی در نهایت کارایی مدل خود را در قالب مثالی در زمینه مدیریت اقتصادی کیفی آب رودخانه نشان داد [۹]. پولاکیس^{۱۶} و همکاران در سال ۲۰۰۳ از شبکه‌های بیزی در کشف نشت از شبکه توزیع آب استفاده کردند. مزیت مدل ارائه شده در این بود که خطاهای مدل‌سازی و عدم قطعیتهای موجود و غیر قابل اجتناب را در نظر می‌گرفت. آنها بر اساس اطلاعات مربوط به داده‌های مشاهداتی، تخمینی از بیشترین احتمال رخداد نشت (شامل بزرگی و موقعیت نشت) و عدم قطعیتهای موجود در چنین تخمینی را ارائه دادند [۱۰]. برساک^{۱۷} و همکاران در سال ۲۰۰۴ در مطالعه تغذیه‌گرایی مصب رودخانه‌ها از شبکه‌های بیزی استفاده کردند [۱۱]. کاستلتی^{۱۸} و سونسینی سسا^{۱۹} از شبکه‌های بیزی

یکی از روش‌های مؤثر در زمینه مدیریت کیفی رودخانه که با رویکرد اقتصادی به آن پرداخته می‌شود، برنامه‌های تجارت مجوز قابل انتقال^۱ تخلیه بار آلوگی است. ایده اصلی این نوع برنامه‌های تجارت بار آلوگی، به سال ۱۹۶۸ باز می‌گردد؛ یعنی زمانی که اولین بار بحث حق آلوگی^۲ توسط دالس^۳ مطرح شد. با این ایده، مجوز تخلیه فاضلاب مانند کالا، قابل خرید و فروش می‌گردید [۱]. پس از ورود این مباحث به روش‌های کنترل آلوگی، روش‌هایی که صرفاً بر اساس حداقل کردن هزینه تصفیه بودند، دچار تغییر شد و با توجه به قابلیت نقل و انتقال و خرید و فروش مجوزهای تخلیه، رویکردهای جدیدی به وجود آمد. این رویکرد در هر دو حوزه آب و هوا، با پیشرفت‌های چشمگیری مواجه بوده است. ایهارت^۴ در سال ۱۹۸۰ از روش تجارت مجوزهای تخلیه انتقال‌پذیر، برای کنترل مقداری اکسیژن مورد نیاز بیوشیمیایی^۵ در رودخانه‌ها استفاده نمود و نتایج به دست آمده را با استراتژی‌های حداقل تصفیه یکواخت، مقایسه کرد. وی مسئله طراحی یک سیستم مجوز تخلیه قابل انتقال^۶ را به عنوان یک مسئله بهینه‌سازی چند هدفه در نظر گرفت که شامل اهداف حداقل کردن هزینه‌ها، سادگی کاربرد، تساوی حقوق تخلیه‌کنندگان و اطمینان از حفظ استانداردهای محیط زیستی بود [۲].

بریل^۷ و همکاران در سال ۱۹۸۴ تغییرات کیفیت آب در طول رودخانه را تحت برنامه‌های مجوز تخلیه قابل انتقال بررسی نمودند. در این مقاله BOD به عنوان شاخصی از آلوگی‌های آب که علاوه بر زوال بیوشیمیایی، محل و مقدار تخلیه آن نیز بر کیفیت آب تأثیرگذار است، تحت اعمال دو نوع برنامه مجوز تخلیه انتقال‌پذیر، ارزیابی شد. همچنین منحنی‌های تعامل^۸ بین اهداف نیز ارائه شد [۳]. ایهارت و ان جی^۹ در سال ۲۰۰۴ نقش تجارت مجوزهای تخلیه فاضلاب را در تعیین مجموع حداکثر بار روزانه^{۱۰} بررسی کردند و به کمک استدلالهای نظری به این نتیجه رسیدند که تجارت مجوزها می‌تواند به عنوان یک ابزار مهم در طراحی برنامه TMDL، برای دستیابی به تعادل مطلوب میان کارایی اقتصادی و کیفیت آب مورد استفاده قرار گیرد [۴]. هونگ^{۱۱} و شو^{۱۲} در سال ۲۰۰۵ سیستم

¹ Transferable/Tradable Discharge Permit (TDP)

² Pollution Right

³ Dales

⁴ Eheart

⁵ Biochemical Oxygen Demand (BOD)

⁶ Tradable Discharge Permit (TDP)

⁷ Brill

⁸ Trade-off

⁹ Ng

¹⁰ Total Maximum Daily Load (TMDL)

¹¹ Hung

¹² Shaw

$$\bar{T}_j = E_j - \sum_{k=1}^{j-1} t_{kj} \bar{T}_k \quad (1)$$

که در رابطه فوق t_{kj} بیانگر نسبت-تجارت در انتقال از بازه k به بازه j و ضریب t_{kj} نمایانگر مقدار افزایش بار آلوودگی و روودی به بازه j است که در اثر افزایش یک واحد بار آلوودگی تخلیه شده در بازه k ، ایجاد می‌شود. چنانچه در بازه j مقدار $E_{j-1}t_{(j-1)j}$ از E_j بزرگ‌تر باشد، این بازه، بازه بحرانی نام می‌گیرد. در این صورت برای تعیین مقدار \bar{T}_{j-1} از رابطه ۲ استفاده می‌گردد

$$\bar{T}_{j-1} = \frac{E_j}{t_{(j-1)j}} - \sum_{k=1}^{j-2} t_{kj} \bar{T}_k \quad (2)$$

سازمان مسئول محیط زیست با توجه به مقدار مجاز تخلیه در بازه k ، مقدار مجاز تخلیه برای هر واحد را تعیین می‌نماید. توصیه می‌شود در هر بازه، تنها یک تخلیه کننده وجود داشته باشد ولی در صورتی که بیش از یک واحد در بازه وجود داشته باشد، فرض شده که مقدار مجاز تخلیه در آن بازه بین واحدها به طور مساوی تقسیم می‌گردد.

سازمان مسئول محیط زیست، مقادیر نسبت-تجارت از بازه k به بازه j یعنی t_{kj} را تعیین می‌کند. در مدل نسبت-تجارت، میزان تغییر غلظت یک آلاینده در مسیر رودخانه، با استفاده از ضریب نسبت-تجارت محاسبه می‌شود. این ضریب با استفاده از یک مدل شبیه‌سازی کیفیت آب محاسبه می‌شود. در مدل شبیه‌سازی کیفیت آب، امکان در نظر گرفتن ضرایب زوال آلاینده‌ها به صورت خطی و غیرخطی و همچنین چندپارامتره یا تک پارامتره وجود دارد.

واحدها، تجارت را بر طبق ضرایب تجارت انجام می‌دهند. این خرید و فروش باید طوری باشد که کیفیت آب در نقاط کنترل بعد از انجام تجارت منطبق با استانداردهای از پیش تعیین شده باشد. مقدار بار خروجی هر واحد تخلیه‌کننده با در نظر گرفتن مقادیر تجارت شده از روابط ۳ و ۴ به دست می‌آید [۵]

$$e_i \leq \sum_{k=1}^{i-1} t_{ki} T_{ki} - \sum_{k>i}^n T_{ik} + \bar{T}_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (3)$$

$$T_{ik}, T_{ki} \geq 0. \quad (4)$$

که در این روابط

۵ مقدار بار آلوودگی خروجی واحد تخلیه‌کننده i بعد از انجام تجارت، عبارت اول سمت راست در رابطه ۳ بیان‌کننده مقدار مجاز تخلیه بار آلوودگی خریداری شده توسط واحد تخلیه‌کننده i بر طبق نسبت‌های تجارت، T_{ki} مقدار مجاز تخلیه بار آلوودگی است که واحد تخلیه‌کننده i از واحد تخلیه‌کننده k خریداری می‌کند. عبارت دوم سمت راست در رابطه ۳ مقداری از مجاز تخلیه بار آلوودگی است که واحد تخلیه‌کننده i به سایر واحدها می‌فروشد و T_{ik} مقدار بار

به منظور ارائه الگویی برای تأمین همزمان هدف مدیریت در زمان واقعی^۱ و اهداف اقتصادی-اجتماعی استفاده کردند [۱۲].

در این مقاله، برای نخستین بار مدل معروف TRS با شبکه‌های بیزی ترکیب شد، بهصورتی که مدل حاصل علاوه بر تحلیل عدم قطعیتها و ارائه خروجی‌های احتمالاتی برای مدل TRS، تصمیم‌گیرنده را قادر می‌سازد بر اساس این روش تجارت بار آلوودگی، به مدیریت کیفی رودخانه و تخمین نحوه تجارت مجوزهای تخلیه بار آلوودگی در زمان واقعی بپردازد.

۲- مدل نسبت-تجارت

در سیستم رودخانه‌ای چون جریان آب یک جهته است، برای کنترل منابع آلاینده و مدیریت کیفی رودخانه می‌توان از سیستم نسبت-تجارت که توسط هونگ و شو در سال ۲۰۰۵ ارائه شد، استفاده نمود [۵]. این سیستم با در نظر گرفتن میزان خودپالایی رودخانه و چگونگی پخش و انتقال آلاینده، نسبت-تجارت بین واحدها را تعیین می‌نماید و به کمک روش‌های بهینه‌سازی، الگوی بهینه تجارت را ارائه می‌دهد. سیستم TRS سه ویژگی بارز دارد که عبارت اند از: ۱- ظرفیت پذیرش بار آلوودگی هر ناحیه با در نظر گرفتن بار انتقالی از نواحی بالادست محاسبه می‌گردد؛ ۲- ضرایب تجارت بین نواحی با توجه به ضرایب انتقال، تعیین می‌گردد؛ ۳- تجارت مجوز تخلیه بین واحدها علاوه بر اینکه استانداردهای زیستمحیطی را ارضاء می‌کند، هزینه کل سیستم را نیز حداقل می‌نماید.

در سیستم نسبت-تجارت لازم است رودخانه را به چند بازه تقسیم نمود که اولین بازه، بازه‌ای است که در بالادست قرار دارد. مراحل سیستم نسبت-تجارت در ادامه شرح داده شده است [۵].

سازمان مسئول حفاظت محیط‌زیست، بعد از تعیین متغیر یا متغیرهای کیفی شاخص، ظرفیت پذیرش هر بازه (E_j) را بر اساس استاندارد کیفیت آب در مورد آن متغیر(ها) و با توجه به کاربری عمده آن بازه، مشخص می‌کند. ظرفیت پذیرش بار آلوودگی رودخانه در هر بازه برابر با حداقل مقدار بار آلوودگی است که می‌توان در ابتدای بازه تخلیه نمود مشروط بر این که کیفیت آب در طول بازه از استاندارد تخطی ننماید.

سازمان مسئول محیط‌زیست مقدار مجاز تخلیه در هر بازه (\bar{T}_j) را به ترتیب از بالادست به پایین دست تعیین می‌نماید. اختصاص این مقادیر با توجه به ظرفیت پذیرش بار آلوودگی بازه مورد نظر و میزان انتقال آلوودگی از نواحی بالادست مشخص می‌گردد. رابطه ۱ نحوه محاسبه \bar{T}_j را نشان می‌دهد [۵].

¹ Real Time

یک گراف، متشکل از مجموعه گرهای تصادفی گسته‌سازی شده هستند) و کمان‌های ارتباطی است. به دو گره^۱ (متغیر) که توسط یک کمان ارتباطی به هم متصل شده‌اند یک لبه^۲ می‌گویند. برای هر دو متغیر که ارتباط سببی، بین آنها وجود دارد، به صورت یک خط جهت دار است که متغیر تأثیرگذار (مسبب) را به متغیر تأثیرپذیر متصل می‌کند. توزیع احتمالاتی توأم یک مجموعه از متغیرها با فرض مستقل بودن آنها، از حاصل ضرب توزیع احتمالاتی شرطی آنها بدست می‌آید

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n P(x_i | \pi(x_i)) \quad (9)$$

که در آن

i، x_i اامین مقدار متغیر تصادفی، $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$ احتمال توأم مقدادر (x_1, x_2, \dots, x_n) و $\pi(x_i)$ ارزش کمی (مقدادر کمی) مجموعه علل x_i است. برای مثال، اگر متغیر B وابسته به A و متغیر C وابسته به A و B باشد و احتمالات A, B و C به ترتیب با

$$P(a, b, c) = P(a) \times P(b | a) \times P(c | a, b) \quad (10)$$

مکانیسم محاسبات در شبکه‌های بیزی بر مبنای تئوری بیزی است. قانون مورد استفاده بهمنظور به روز کردن گمان ما در مورد رخداد واقعه e، با فرض اینکه h واکنش مربوط به رخداد e باشد، به صورت رابطه ۱۱ است[۱۲]

$$P(h | e) = \frac{P(e | h) \times P(h)}{P(e)} \quad (11)$$

برای فهم بهتر شبکه‌های بیزی در این قسمت یک مثال ساده ارائه می‌شود. شکل ۱ نشان‌دهنده یک مثال بسیار ساده از یک شبکه بیزی است که تأثیر پیاده‌روی روی سلامتی انسان را مدل می‌کند. متغیرهای این مدل عبارت‌اند از: پیاده‌روی (K)، نوع مسیر حرکت (T)، وضعیت روحی و روانی (M)، آب و هوا (W)، قد فرد (S) و وضع سلامتی (H). به منظور ساده‌سازی، در این مدل فرض شده که تمامی متغیرها باین‌ری یعنی فقط دارای دو وضعیت هستند. برای مثال متغیر K (پیاده‌روی) دارای دو وضعیت K و \bar{K} است که به ترتیب نماینده پیاده‌روی و عدم پیاده‌روی‌اند. کمان جهت دار متصل شده بین K و W نشان‌دهنده این است که شرایط آب و هوایی بر روی احتمال^۳ رفتار فرد به پیاده‌روی تأثیرگذار است. به همین نحو، کمان برقرار شده از K تا H نمایانگر این است که پیاده‌روی بر سلامتی فرد مؤثر است.

عدم وجود کمان جهت دار نیز یک راه بیان اطلاعات است که بر استقلال و عدم وابستگی تأکید می‌کند. برای مثال، عدم وجود

آلودگی است که واحد تخلیه‌کننده آ به واحد تخلیه‌کننده k می‌فروشد. لازم به ذکر است که واحدهای بالادست نمی‌توانند از واحدهای پایین‌دست بار آلودگی خریداری کنند زیرا نسبت تجارت t_{ik} ، در مواردی که ناز k بزرگ‌تر است، برابر با صفر می‌باشد.

تابع هدف در مدل بهینه‌سازی، هزینه لازم برای کاهش بار آلودگی در سیستم را حداقل می‌نماید. جزئیات روابط بهینه‌سازی به

شرح زیر است:
تابع هدف

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n c_i (e_i^0 - e_i) \quad (5)$$

محدودیتها

$$e_i - \sum_{k=1}^{i-1} t_{ki} T_{ki} + \sum_{k>i}^n T_{ik} \leq \bar{T}_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (6)$$

$$T_{ik}, T_{ki} \geq 0. \quad (7)$$

$$e_i \in [0, e_i^0]. \quad (8)$$

که در این روابط

c_i هزینه کاهش بار آلودگی برای واحد تخلیه‌کننده آ و e_i^0 بار آلودگی اولیه واحد تخلیه‌کننده آ است.

همان‌طور که اشاره شد در این مقاله مدل بهینه‌سازی فوق برای تدوین قوانین مدیریت کیفی رودخانه در زمان واقعی، با شبکه‌های بیزی تلفیق می‌شود.

۳- شبکه‌های بیزی

تاکنون بحث‌های زیادی در مورد بهترین روشی که بتواند عدم قطعیتها را مدل کند، صورت پذیرفته است. اغلب روش‌های پیشنهاد شده در این زمینه مبتنی بر تئوری احتمالات و منطق فازی هستند. از بین این دو روش نیز، روش احتمالاتی از اساس تئوری قوی تری برخوردار است. یکی از جدیدترین روش‌های احتمالاتی، شبکه‌های بیزی هستند. شبکه‌های بیزی در واقع یک نوع خاص از مدل‌های گرافیکی هستند که نماینده ساختار وابستگی بین چندین متغیر اثرگذار بر هم می‌باشند. به طور کلی، شبکه‌های بیزی برای حالاتی مفیداند که وضعیت فعلی سیستم به وضعیت قبلی آن بستگی دارد. بنابراین می‌توان از شبکه‌های احتمالاتی برای تصمیم‌گیری و استدلال در شرایط عدم قطعیت استفاده کرد. به عبارت دیگر، شبکه‌های بیزی ساختارهایی محاسباتی هستند که توسط آنها توزیع احتمالاتی پیوسته توأم مجموعه‌ای از متغیرهای مربوط به هم از طریق داده‌های مشاهداتی استنباط می‌گردند. در شبکه‌های بیزی،

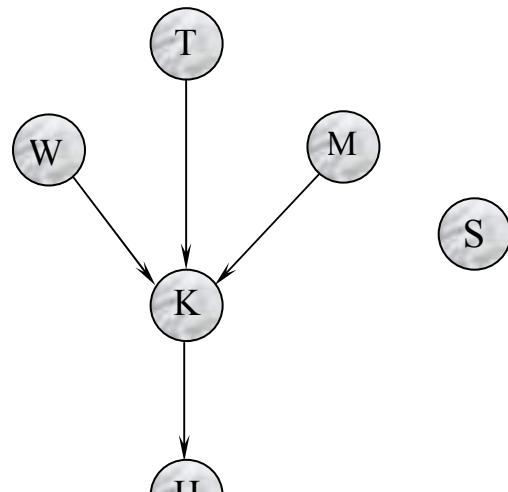
¹ Edge
² Likelihood

بین متغیرهایی است که رابطه علت و معلولی دارند. به عبارت دیگر، این مرحله تعیین‌کننده موقعیت کمان‌ها در شبکه است. الگوریتم یادگیری ساختار شبکه بیزی بر مبنای انجام آزمون وابستگی صورت می‌پذیرد. آماره این آزمون با فرض وجود استقلال شرطی محاسبه می‌شود. در صورتی که آماره آزمون برای فرض استقلال داده شده بزرگ باشد، فرض مستقل بودن رد می‌گردد و در غیر این صورت پذیرفته می‌شود. احتمال رد کردن یک فرض استقلال درست را با سطح معنی‌داری^۳ نشان می‌دهند. به طور کلی، سطح معنی‌داری بالاتر، موجب برقراری اتصالات^۴ بیشتری به هنگام تشخیص ساختار شبکه می‌شود. مشخص است که کاهش سطح معنی‌داری، معمولاً زمان اجرای الگوریتم یادگیری ساختار شبکه بیزی را افزایش می‌دهد.

یادگیری پارامترها به معنی تخمین احتمالات شرطی بین هر دو گره، با داشتن ساختار شبکه و داده‌های لازم، امکان‌پذیر است. در فرایند یادگیری پارامترها، در ابتدا یک توزیع پیشین یکنواخت به پارامترهای نامعلوم تشخیص داده می‌شود. سپس مقادیر نهایی^۵ پارامترهای مجهول (احتمالات) به روش حداقل‌سازی درستنمایی به دست می‌آیند.

به منظور یادگیری پارامترهای مدل، از الگوریتم‌هایی نظریه کاهش گرادیان و حداقل‌سازی تخمین^۶ استفاده می‌شود. یادگیری توسط روش EM، در واقع یادگیری احتمالات شرطی برای متغیرها از طریق داده‌هاست. روش EM یک فرایند تکراری است که در هر تکرار، احتمالات شرطی تخمین زده شده، بهبود می‌یابند. می‌توان از طریق دو پارامتر حد همگرایی و حداقل تعداد تکرار، تا اندازه‌ای بر فرایند یادگیری احاطه داشت.

۵- ساختار مدل پیشنهادی
همان‌طور که اشاره شد در این مقاله یک ساختار جدید برای تلفیق شبکه‌های بیزی با مدل تجارت مجوز تخلیه بار آلدگی TRS ارائه می‌شود. در مرحله اول باید مدل شامل بار آلدگی هر منبع تعیین گردند. متغیرهای ورودی به مدل محدودی و خروجی مدل بیزی در مدل طور که شدید در سیستم^(۱) و ظرفیت پذیرش بار آلدگی در بازار^(۲) در طول رودخانه^(۳) هستند. متغیرهای خروجی شبکه نیز مقادیر تجارت بار آلدگی بین تخلیه‌کنندگان بار آلدگی^(۴) اوز یعنی Z_{ij} و مقدار بار آلدگی خروجی پس از تجارت برای هر تخلیه کننده^(۵) یعنی e_{ij} می‌باشند. پس از تعیین متغیرها، لازم است توابع توزیع متغیرهای ورودی به شبکه تعیین گردد. این کار با توجه به عدم



شکل ۱- مثالی ساده از شبکه بیزی

کمان‌های جهت‌دار بین گره‌های W, T, M و گره H نشان‌دهنده این است که شرایط آب و هوایی W، وضعیت روحی فرد M و نوع مسیر T تنها به صورت غیرمستقیم و توسط متغیر دیگری به نام پیاده‌روی K است که بر سلامتی فرد تأثیر می‌گذارد. به عبارت دیگر، با معلوم بودن K، متغیر H مستقل از متغیرهای W, T, M است. این جمله به فرم ریاضی زیر نوشته می‌شود

$$\begin{aligned} P(H | K) &= P(H | K, W) = P(H | K, T) \\ &= P(H | K, M) = P(H | K, W, T, M) \end{aligned} \quad (12)$$

همچنین عدم اتصال گره T به گره W به این معنی است که نوع مسیر حرکت بر شرایط آب و هوایی تأثیر مستقیمی نخواهد داشت. و همچنین عدم وجود کمان جهت‌دار بین متغیر قد (S) و بقیه متغیرها نشان‌دهنده این است که متغیر S مستقل از دیگر متغیرها است. در حقیقت، متغیر S به صورت کاملاً بی‌ربط و خارج از موضوع پیاده‌روی و فقط به منظور توضیح ارتباطات ممکن بین گره‌ها در مدل شبکه بیزی، به مدل اضافه شده است. این عدم وابستگی‌ها به فرم ریاضی زیر نوشته می‌شود^[۱۳]

$$\begin{aligned} P(W, T, M, S, K, H) &= P(W)P(T)P(M)P(S) \\ P(K | W, T, M)P(H | K) \end{aligned} \quad (13)$$

۴- آموزش شبکه‌های بیزی

فرایند یادگیری شبکه‌های بیزی شامل دو قسمت است: یادگیری ساختار^۱ و یادگیری پارامترها^۲. یادگیری ساختار به معنی تعیین متغیرهای وابسته، متغیرهای مستقل و پیشنهاد ارتباط‌های سببی

¹ Structure Learning
² Parameter Learning

³ Level of Significance

⁴ Link

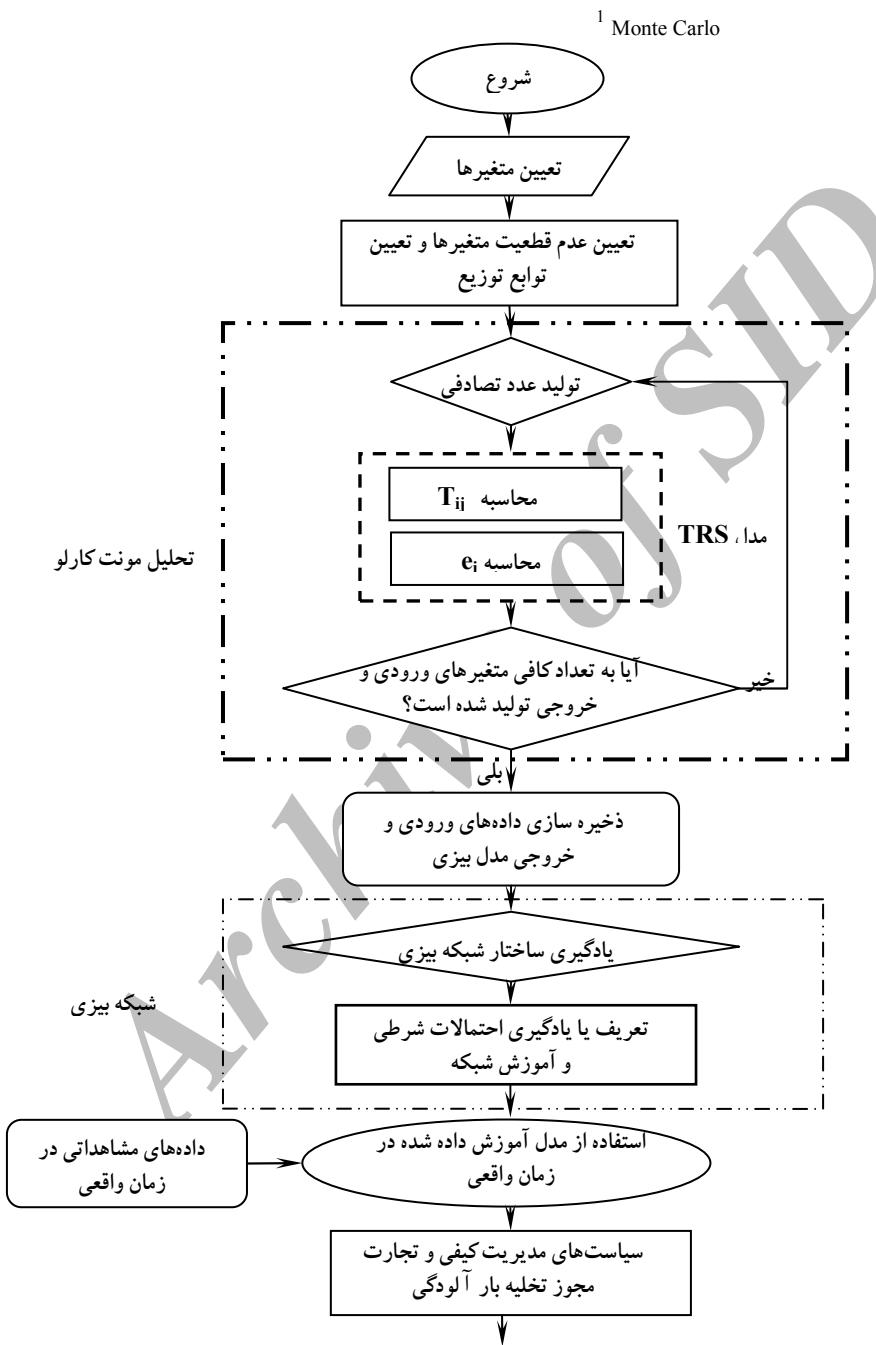
⁵ Maximize Likelihood

⁶ Estimation-Maximization (EM)

این صورت است که ابتدا اعداد تصادفی متغیرهای ورودی با توجه به توابع توزیع احتمالاتی در نظر گرفته شده برای آنها، تولید TRS می‌گردد و آنگاه اعدادی نظیر متغیرهای ورودی، وارد مدل شده و در نتیجه مقادیر متغیرهای خروجی شبکه T_{ij} و e_i توسط مدل به دست می‌آیند.

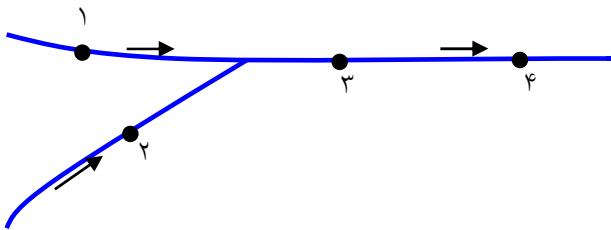
توابع توزیع متغیرهای ورودی و خروجی حاصل از تحلیل

قطعیتهای موجود در متغیرهای ورودی صورت می‌پذیرد. در این مدل، نیازی به تعیین توابع توزیع متغیرهای خروجی نیست و این توابع با توجه به خروجی مدل TRS، تعیین می‌گردد. شکل ۲ ساختار کلی مدل پیشنهادی را نشان می‌دهد. این ساختار، بعد از تعیین متغیرهای ورودی و توابع توزیع آنها، وارد قسمت تحلیل مونت کارلو^۱ می‌شود. مراحل اعمال شده در این تحلیل به



شکل ۲- فلوچارت مدل پیشنهادی

واحد تخلیه کننده
جهت جریان رودخانه



شکل ۳- موقعیت واحدهای تخلیه کننده بار آلوگری

صورت اتصالات جهت دار نشان داده شده است. در شبکه ارائه شده، $P_i = 1, \dots, 4$ نماینده بار آلوگری اولیه تخلیه کننده ها قبل از تجارت بوده و $E_i = 1, \dots, 4$ نماینده ظرفیت پذیرش بار آلوگری در بازه های ۱ تا ۴ است. همان طوری که در این شکل نشان داده شده است گره های ورودی شبکه بیزی، مقادیر بار آلوگری اولیه تخلیه کننده ها قبل از تجارت و ظرفیت پذیرش بار آلوگری در بازه های ۱ تا ۴ بوده و گره های خروجی شبکه، مقادیر تجارت بار آلوگری بین تخلیه کننگان بار آلوگری α و ω یعنی α_i و ω_i مقدار بار آلوگری خروجی پس از تجارت برای هر تخلیه کننده α یعنی e_i هستند.

میانگین و انحراف معیار توابع توزیع چگالی احتمال در نظر گرفته شده برای متغیرهای ورودی، در جدول ۱ ارائه شده است. تمام توزیعهای چگالی احتمال متغیرهای تصادفی در تحقیق حاضر، نرمال فرض شده اند.تابع هزینه ای که در این مدل به کار گرفته شد در روابط ۱۴ و ۱۵ نشان داده شده است. که در این روابط مقادیر e_0 و e_i بر حسب کیلوگرم است

$$c_i = 50 + 0.5 \times (e_0 - e_i)^2 + \alpha_i \times (e_0 - e_i) \quad (14)$$

ضرایب α_i برای تخلیه کننده ها به صورت زیر است

$$\alpha_i = (0.01, 0.02, 0.03, 0.04) \quad (15)$$

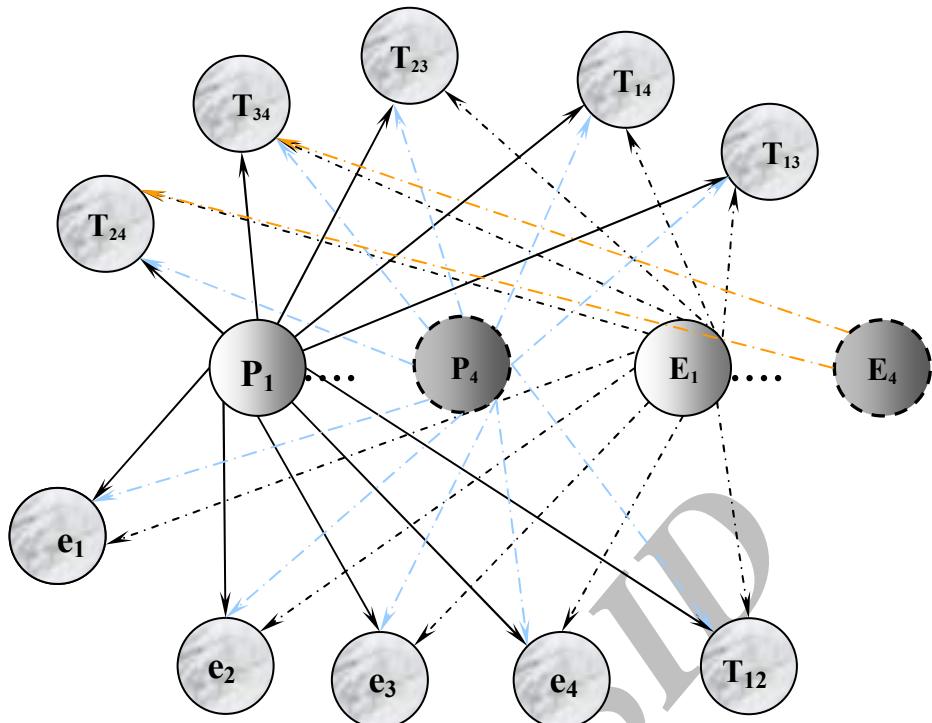
طبق این رابطه کمترین هزینه تصفیه، مربوط به واحد یک و بیشترین آن مربوط به واحد چهار است. با توجه به روابط هزینه مشخص می شود که واحدهای یک و دو تمایل به فروش مجوز تخلیه آلاند خود و واحدهای سه و چهار تمایل به خرید مجوز دارند. در مدل نسبت تجارت، ظرفیت پذیرش هر بازه با توجه به مقدار استاندارد کیفیت آب رودخانه در آن بازه محاسبه می گردد که مقدار آن در این مورد مطالعه ای برای بازه های یک تا چهار به ترتیب برابر با ۱۰۰، ۸۰، ۸۰ و ۱۴۰ تن است. جدول ۱ همچنین بار آلوگری واحدهای تخلیه کننده را نیز نشان می دهد.

مونت کارلو به شبکه بیزی داده می شود. به این ترتیب که در گره های ورودی شبکه، مقادیر متغیرهای ورودی P_i و E_i در گره های خروجی مدل، متغیرهای خروجی حاصل از مدل TRS قرار داده می شوند. در مرحله بعد با توجه به ساختار تعیین شده برای شبکه بیزی و متغیرهای جای داده شده در گره های ورودی و خروجی، آموزش شبکه به روش کاهش گرادیان صورت می پذیرد و مقادیر احتمالات شرطی شبکه بیزی تعیین می گردد. در نهایت، پس از انجام مراحل فوق و آموزش شبکه بیزی، می توان از آن در مدیریت کیفی در زمان واقعی استفاده نمود.

برای استفاده از مدل شبکه بیزی آموزش داده شده در مدیریت کیفی رودخانه و تجارت مجوز تخلیه بار آلوگری در زمان واقعی، ابتدا لازم است وضعیت وجود اطلاعات مشاهداتی مربوط به متغیرهای ورودی بررسی شود. در صورتی که از برخی از متغیرهای ورودی، مشاهدات دقیق وجود داشته باشد، از این مشاهدات به عنوان ورودی مدل استفاده می شود. برای دیگر متغیرها ورودی، تنها از توابع توزیع چگالی احتمال آنها استفاده می گردد. این قابلیت شبکه های بیزی، کاربرد آن را در شرایط واقعی بهبود می بخشد. زیرا در وضعیت های واقعی، در بسیاری از حالات، مقادیر اندازه گیری شده بسیاری از متغیرهای ورودی وجود ندارد.

۶- مطالعه موردي

در این مقاله به منظور ارزیابی مدل پیشنهادی و مقایسه جوابهای داده شده نسبت به مدل TRS ارائه شده توسط هونگ و شو در سال ۲۰۰۵، از مشخصات و داده های رودخانه که توسط آنها بررسی شده بود، استفاده گردید. این رودخانه شامل چهار بازه است و در هر بازه تنها یک واحد تخلیه کننده وجود دارد که در ابتدای آن بازه واقع شده است (شکل ۳). ساختار شبکه بیزی پیشنهادی به منظور مدیریت به هنگام تجارت بار آلوگری برای این مثال، با چهار بازه که در هر بازه یک تخلیه کننده وجود دارد در شکل ۴ نشان داده شده است. در این شکل، متغیرهای موردنظر به صورت گره و ارتباطات سبیل به



شکل ۴- ساختار شبکه بیزی پیشنهادی برای تخصیص بهینه مجوز تخلیه بار آلوودگی در رودخانه

در جدول ۲ ارائه شده است. در مدل TRS از الگوریتم ژنتیک^۱ به منظور بهینه‌سازی استفاده شده است. مدل GA در محیط مطلب^۲ نوشته شده است. با اجرای متوالی مدل در فرایند مونت‌کارلو، می‌توان توابع توزیع چگالی احتمال خروجی‌های مدل را به دست آورد. زمان اجرای مدل، در هر بار اجرای آن در حدود ۵ ثانیه است و این مدل بهینه‌سازی ۲۰۰ بار اجرا می‌شود.

جدول ۲- ماتریس نسبت- تجارت [۳]

				j	k
4	3	2	1		
۰/۳۲	۰/۴	.	۱	۱	
۰/۴۸	۰/۶	۱	.	۲	
۰/۸	۱	.	.	۳	
۱	.	.	.	۴	

برای ورود اطلاعات به شبکه بیزی و آموزش آن، به سری اطلاعات P_i و E_i به عنوان ورودی به مدل و سری اطلاعات e_j , T_{ij} به عنوان خروجی مدل نیاز داریم. علاوه بر سری اطلاعات، می‌توان از توابع توزیع چگالی احتمال ورودی‌ها و خروجی‌ها به عنوان

جدول ۱- مشخصات بارهای ورودی اولیه واحداً

شماره تخلیه	ظرفیت پذیرش بازه (کیلوگرم)	بار آلوودگی اولیه واحداً	میانگین انحراف معیار	میانگین انحراف معیار	میانگین کننده
۱	۸۰	۲۰	۱۰۰	۲۰	۱
۲	۸۰	۲۰	۶۰	۲۰	۲
۳	۱۴۰	۲۰	۱۰۰	۲۰	۳
۴	۱۰۰	۱۰	۳۰	۱۰	۴

۷- نتایج و بحث

قبل از بسط مدل غیرقطعی، صحت نتایج مدل قطعی تهیه شده برای تجارت بار آلوودگی، با نتایج مدل هونگ و شو در سال ۲۰۰۵ مقایسه شد. یکسان بودن نتایج مدل‌ها نشان‌دهنده صحت محاسبات در بخش بهینه‌سازی تجارت بار آلوودگی به صورت قطعی است. برای مقایسه نتایج مدل پیشنهادی با نتایج مقاله هونگ و شو در سال ۲۰۰۵، از مقادیر P_i و E_i به عنوان مقادیر متوسط ورودی‌های مدل که دارای توزیع نرمال هستند استفاده شد. در سیستم رودخانه‌ای با استفاده از مدل شبیه‌سازی کیفی، ماتریس نسبت-تجارت محاسبه می‌گردد. مقادیر درایه‌های ماتریس نسبت-تجارت

¹ Genetic Algorithm (GA)

² MATLAB

می تواند تنها با ورود برخی از متغیرهای ورودی اندازه‌گیری شده، آمید ریاضی مقادیر بار آلودگی و میزان تجارت مجاز تخلیه بار آلودگی بین تخلیه‌کنندگان را محاسبه نماید. بنابراین بر اساس مدل پیشنهادی علاوه بر امکان در نظر گرفتن عدم قطعیتها در متغیرهای ورودی، اندازه‌گیری کلیه متغیرهای ورودی به هنگام مدیریت کیفی رودخانه در زمان واقعی، ضروری نیست.

به منظور صحت‌سنجی شبکه بیزی، از شبکه آموزش داده شده برای تعیین خروجی‌ها به ازای ۵۰ سری داده ورودی دیگر که در آموزش مورد استفاده قرار نگرفتند، استفاده شد. به عنوان نمونه، در شکل ۵ نتایج صحت‌سنجی مدل به ازای این ۵۰ سری داده ورودی، برای متغیر e_1 (بار آلودگی نهایی منبع آلودگی^۱) نشان داده شده است. نتایج صحت‌سنجی نشان‌دهنده کارایی مناسب شبکه بیزی آموزش داده شده است.

از مدل آموزش داده شده به راحتی می‌توان در مدیریت کیفی رودخانه در زمان واقعی استفاده نمود. به عنوان مثال، در صورتی که در یک روز تنها مقادیر اندازه‌گیری شده از P_1 , P_3 و E_1 موجود باشند، تخمین احتمالاتی از مقادیر بار آلودگی مجاز تخلیه‌کنندگان به صورت توابع توزیع چگالی احتمال توسط شبکه بیزی آموزش داده شده، محاسبه و ارائه می‌شود.

اطلاعات اولیه مدل استفاده کرد. مقادیر e_i و T_{ij} توسط مدل بهینه‌سازی TRS، به ازای ورودی‌های مختلف P_i و E_i بدست می‌آیند. به عنوان مثال نتایج خروجی مدل بهینه‌سازی به ازای ده سری ورودی P_i و E_i در جدول ۳ ارائه شده است.

نتایج تحلیل حساسیت صورت پذیرفته شده برای پارامترهای بار آلودگی اولیه Z_i و طرفیت پذیرش آلودگی E_j نشان داد که با تغییر در پارامترهای توزیعهای احتمالی Z_i با وجود تغییر در مقدار هزینه کل، مقادیر نسبت-تجارت و بار آلودگی مجاز برای تخلیه بعد از تجارت، به میزان کمی تغییر می‌کند. دلیل این امر، نوع تابع هزینه در نظر گرفته شده توسط هونگ و شو در سال ۲۰۰۵ برای منابع آلاینده رودخانه است که موجب شده با تغییر بار آلودگی، مقدار هزینه که عامل بسیار تأثیرگذاری بر روی مقادیر نسبت-تجارت و مبادلات تخلیه کننده‌ها می‌باشد، تغییر چندانی نکند. اما با تغییر توابع توزیع پارامتر E_i ، تغییر قابل توجهی در مقادیر نسبت-تجارت و تخلیه‌های مجاز بعد از تجارت و نیز هزینه‌ها رخ خواهد داد.

برای آموزش شبکه بیزی به روش کاوش گردیان از نرم افزار نتیسا^۲ که توسط شرکت نورسیس^۳ در سال ۲۰۰۲ توسعه داده شد، استفاده گردید. با استفاده از شبکه بیزی تهیه شده، تصمیم‌گیر

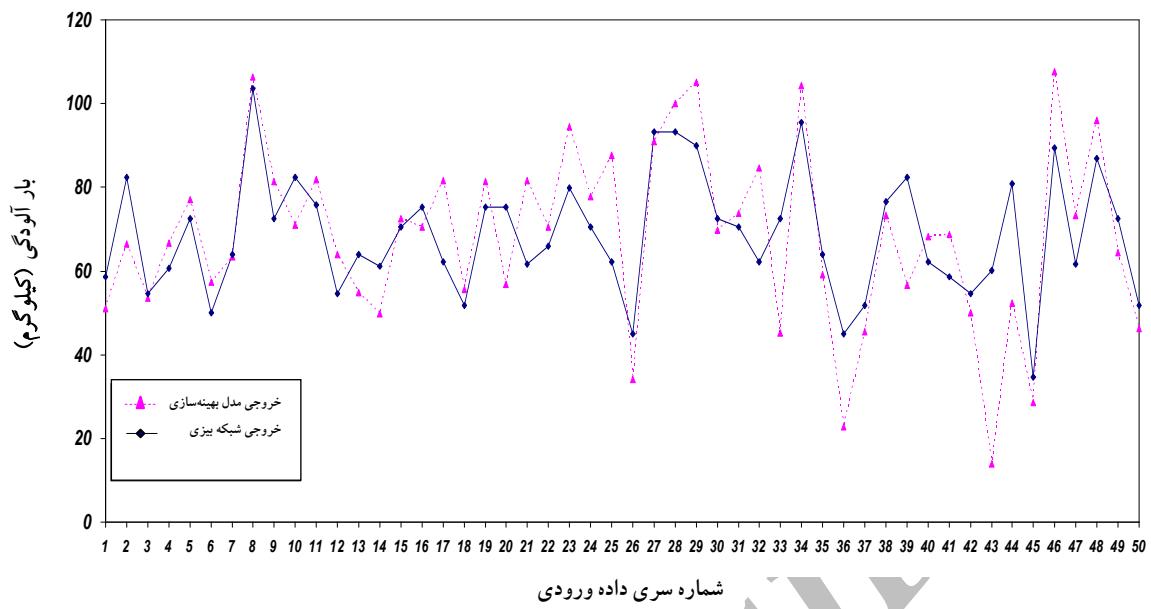
¹ Netica®

² Norsys

جدول ۳- نمونه‌ای از نمونه داده‌های ورودی و خروجی شبکه بیزی

شماره	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
	۹۶/۳	۱۰۳/۵	۱۰۶/۵	۹۹/۲	۱۲۳/۸	۷۷/۱	۱۰۵/۸	۱۰۲/۵	۶۶/۷	۹۱/۳
	۵۴/۰	۵۶/۲	۳۵/۵	۶۶/۰	۷۰/۶	۶۳/۵	۴۵/۱	۱۸/۷	۹۲/۰	۷۴/۳
	۹۱/۳	۱۰۰/۰	۹۷/۶	۱۱۰/۱	۱۴۶/۰	۱۴۵/۳	۱۴۷/۸	۱۲۳/۸	۸۰/۱	۸۷/۹
	۶۹/۲	۴۴/۷	۲۰/۷	۵۹/۴	۲۵/۷	۲/۷	۳۱/۰	۲۰/۸	۲۸/۱	۴۶/۶
	۷۸/۲	۹۲/۲	۸۲/۸	۶۲/۶	۶۷/۶	۸۳/۸	۸۲/۵	۸۷/۴	۸۵/۷	E ₁
	۷۹/۷	۸۱/۹	۱۱۲/۲	۱۴۰/۴	۶۸/۳	۷۴/۱	۹۴/۰	۸۹/۸	۴۲/۲	E ₂
	۲۱۱/۹	۱۶۹/۶	۱۴۱/۸	۱۰۷/۹	۱۰۰/۶	۱۹۶/۷	۱۴۶/۳	۱۶۶/۲	۱۱۴/۶	E ₃
	۱۰۸/۳	۱۱۴/۰	۷۲/۷	۸۰/۶	۷۱/۶	۱۲۷/۱	۸۵/۲	۷۸/۹	۱۱۸/۵	E ₄
	۸/۸	۲۳/۰	۰/۳	۰/۲	۲/۷	۱/۰	۱۸/۱	۳۷/۴	۵۶/۷	e ₁
	۸/۵	۱۱/۴	۰/۱	۳/۵	۵/۶	۴/۴	۱۲/۴	۳۸/۸	۶۸/۵	e ₂
	۱۳/۲	۲۷/۶	۱۸/۸	۳/۳	۰/۸	۰/۱	۲۰/۸	۴۳/۲	۱۸/۷	e ₃
	۱/۶	۳۳/۷	۱/۳	۱۴/۹	۱/۰	۱۰/۵	۲۲/۱	۴۴/۵	۴۴/۷	e ₄
	۲/۴	۱/۳	۵/۳	۲/۲	۰/۱	۰/۱	۲/۷	۴۵/۷	۶۳/۵	T ₁₂
	۱۵/۳	۱/۴	۵/۴	۳/۳	۰/۳	۰/۷	۱۳/۷	۳۲/۱	۷۰/۵	T ₁₃
	۱۳/۷	۲۱/۲	۱۲/۳	۴/۰	۴/۰	۱۲/۴	۱۷/۳	۴۰/۳	۴۶/۴	T ₁₄
	۳/۳	۳۸/۳	۵/۹	۰/۸	۱/۶	۰/۱	۲۰/۷	۴۵/۸	۳۵/۴	T ₂₃
	۰/۹	۳/۷	۲۰/۱	۳۱/۸	۰/۵	۰/۰	۱۲/۶	۵۶/۳	۵۶/۲	T ₂₄
	۷/۲	۲۶/۲	۳۵/۷	۶/۷	۵/۱	۰/۳	۲۰/۰	۶۱/۳	۱۷/۸	T ₃₄

* خروجی‌ها از اجرای مدل TRS به دست آمده است.



شکل ۵- نتیجه صحبت‌شنجی مدل بیزی در ۵۰ حالت متفاوت از ورودی‌ها برای بار آلوگی تخلیه‌کننده اول (۱)

- نسبت-تجارت بیزی قادر خواهد بود که در مدیریت در زمان واقعی و در شرایط نقصان اطلاعات مورد استفاده قرار گیرد. به طور خلاصه مزایای مدل ارائه شده در این مقاله به صورت زیر است:
 - مدل غیر قطعی پیشنهادی، بسیار ساده است، در حالی که تدوین مدل‌های استوکستیک^۱ به صورت صریح دارای پیچیدگی‌های پیشتری است.
 - در مدل پیشنهادی، لازم نیست مقدار مشاهداتی کلیه متغیرهای ورودی وجود داشته باشند؛ در حالی که در مدل‌های استوکستیک معمولاً چنین فرضی وجود ندارد.
 - شبکه بیزی می‌تواند مشخصات احتمالی درصدهای تصفیه و میزان تجارت بار آلوگی بین تخلیه‌کنندگان را به دست دهد.
 - تلفیق شبکه‌های بیزی و مدل معروف TRS، تاییج مدل TRS را واقعی تر و کاربردی تر نموده است.
 - از محدودیتهای روش ارائه شده در این مقاله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:
 - برای آموزش شبکه بیزی لازم است متغیرهای ورودی و خروجی گسترش‌سازی شوند.
 - در مرحله آموزش ساختار شبکه بیزی لازم است دقت شود که ارتباط‌های ایجاد شده بین متغیرها از نظر فیزیک سیستم منطقی باشند. ارتباط‌های غیرمنطقی باید به صورت دستی حذف شوند.
 - در حالت تعداد تخلیه‌کنندگان زیاد، ممکن است ساختار شبکه بیزی بسیار بزرگ و آموزش آن مشکل شود.

¹ Stochastic

۸- نتیجه گیری

در این مقاله، با توجه به جهت جریان یک طرفه آب در رودخانه، از سیستم نسبت-تجارت و شبکه‌های بیزی به منظور تهیه یک مدل کاربردی برای کنترل منابع آلاند و مدیریت کیفی رودخانه در زمان واقعی استفاده گردید. این سیستم با در نظر گرفتن میزان خود پالایی رودخانه و چگونگی پخش و انتقال آلاند، نسبت-تجارت بین واحداً را تعیین می‌نماید و بهمکم یک روش بهینه‌سازی، الگوی بهینه تجارت را ارائه می‌دهد. سپس این داده‌ها برای آموزش شبکه‌های بیزی به کار برده می‌شوند. به این ترتیب در این مقاله با توجه به عدم قطعیت‌های موجود در سیستم رودخانه‌ای، از تلفیق آنالیز عدم قطعیت مونت کارلو، روش TRS و شبکه‌های بیزی یک مدل جدید برای تجارت مجاز تخلیه آلاند ها پیشنهاد شد که علاوه بر پیشنهاد الگوی تجارت، قابلیت ایجاد خروجی احتمالاتی و مدیریت در زمان واقعی را نیز دارد. از مدل تجارت بیزی تهیه شده در رودخانه بررسی شده توسط هونگ و شو در سال ۲۰۰۵ استفاده شده است، نتایج مدل به ازای مقادیر بار ورودی اولیه و ظرفیت پذیرش بار آلوگی لحاظ شده در مقاله مذکور، همان کلاس بار آلوگی را ارائه می‌دهد. علاوه بر آن، این مدل در شرایطی که مقادیر متغیرهای تأثیرگذار در تجارت مجاز تخلیه بار آلوگی اندازه‌گیری نشده باشند و یا اینکه مقادیر آنها در دست نباشد، می‌تواند از توابع توزیع در نظر گرفته شده برای متغیرهای ورودی استفاده کند و توابع توزیع چگالی احتمال متغیرهای خروجی را به دست دهد. به این ترتیب مدل پیشنهادی

- 1- Dales, J. H. (1968). "Land, water and ownership." *the Canadian J. of Economics / Revue Canadienne d'Economique*, 1(4), 791-804.
- 2- Eheart, J. W. (1980). "Cost efficiency of transferable discharge permits for the control of BOD discharges." *Water Resource Res.*, 16, 980-989.
- 3- Brill, E. D., Eheart, J. W., Kshirsagar, S. R., and Lence, B. J. (1984). "Water quality impacts of biochemical oxygen demand under transferable discharge permit programs." *Water Resource Res.*, 20 (4), 445-455.
- 4- Eheart, J.W., and Ng, T.L. (2004). "Role of effluent permit trading in total maximum daily load programs: Overview and uncertainty and reliability Implications." *J. of Environmental Engineering*, 130 (6), 615-621.
- 5- Hung M.F., and Shaw, D. (2005). "A trading-ratio system for trading water pollution discharge permits." *J. of Environmental Economics and Management*, 49, 83-102.
- 6- Ng, T.L., and Eheart, J.W. (2005). "Effects of discharge permit trading on water quality reliability." *J. of Water Resources Planning and Management*, 131 (2), 81-88.
- 7- Mesbah, S. H., Kerachian, R., and Torabian, A. (2007). "Trading water pollution discharge permits in river systems using fuzzy nonlinear cost functions." *Proc. of CEMEPE/SECOTOX Conference*, Skiathos Island, Greece, 1-10.
- 8- Mesbah, S.M., Kerachian, R., and Nikoo, M.R. (2009). "Developing real time operating rules for trading discharge permits in rivers: application of bayesian networks." *Environmental Modelling and Software*, Elsevier, 24 (2), 238-246.
- 9- Varis, O. (1998). "A belief network approach to optimization and parameter estimation: application to resource and environmental management." *Artificial Intelligence*, 101 (1-2), 135-163.
- 10- Poulakis, Z., Valougeorgis, D., and Papadimitriou, C. (2003). "Leakage detection in water pipe networks using a Bayesian probabilistic framework." *Probabilistic Engineering Mechanics*, 18, 315-327.
- 11- Borsuk, M., Stow, C., and Reckhow, K. (2004). "A bayesian network of eutrophication models for synthesis, prediction, and uncertainty analysis." *Ecological Modeling*, 173, 219-239.
- 12- Castelletti, A., and Soncini-Sessa, R. (2007). "Coupling real time control and socioeconomic issues in participatory river basin planning." *Environmental Modelling and Software*, 22 (8), 1114-1128.
- 13- Neapolitan, R. E. (2003). *Learning bayesian networks*, 1st Ed., Prentice Hall, New York, USA.