

# تخمین سرعت متوسط عمقی و تنش برشی در کanal مثلثی باز

محمود فففور مغربی<sup>۱</sup>

محمد گیوه‌چی<sup>۲</sup>

(دریافت ۸۸/۳/۳ پذیرش ۸۸/۵/۱۸)

## چکیده

روش ارائه شده توسط شیونو و نایت (SKM) قادر به تخمین توزیع سرعت متوسط عمقی و تنش برشی در کانال‌های باز است. SKM نیاز به کالیبره شدن دارد. پارامترهایی که باید کالیبره گردند عبارت‌اند از فاکتور اصطکاک ( $f$ )، لرجت چرخشی عرضی ( $\lambda$ ) و جریان ثانویه ( $\Gamma$ ). از بین این پارامترها،  $\lambda=0.07$  به عنوان مقدار استاندارد لرجت چرخشی در مسائل کاربردی درنظر گرفته می‌شود. بنابراین، دقت تخمین توزیع سرعت متوسط عمقی و تنش برشی با SKM به نحوه تعیین  $f$  و  $\Gamma$  مرتبط خواهد بود. در این مقاله، الگوهای سلول‌های جریان ثانویه ( $\Gamma$ ) و توزیع فاکتور اصطکاک ( $f$ ) در یک کanal مستقیم منشوری مثلثی با زبری یکنواخت ارائه شد. در تعیین بهترین ساختار توزیع فاکتور اصطکاک از روش سعی و خطا استفاده گردید تا با استفاده از SKM بهترین نتایج حاصل گردد. نتایج به دست آمده از مقایسه توزیع سرعت متوسط عمقی و تنش برشی تخمین زده شده توسط SKM و اطلاعات آزمایشگاهی نشان می‌داد که اگر دو پارامتر  $f$  و  $\Gamma$  براساس الگوهای صحیحی انتخاب شوند، SKM می‌تواند توزیع سرعت و تنش برشی را بدقتی تخمین بزند.

**واژه‌های کلیدی:** سرعت متوسط عمقی، فاکتور اصطکاک، سلول‌های جریان ثانویه، کanal مثلثی، تنش برشی

## Estimation of Depth-Averaged Velocity and Boundary Shear Stress in a Triangular Open Channel

Mahmoud Faghfour Maghrebi<sup>1</sup>

Mohammad Givehchi<sup>2</sup>

(Received May. 24, 2009 Accepted Aug. 9, 2009)

### Abstract

The proposed method by Shiono and Knight (SKM) is able to predict the lateral depth-averaged velocity and shear stress distribution in open channels. The SKM is needed to be calibrated. The calibration parameters are friction factor  $f$ , lateral eddy viscosity  $\lambda$ , and secondary flow  $\Gamma$ . In practical problems, the assumption of  $\lambda=0.07$  from among these is considered as a standard value for the eddy viscosity. Thus, the accuracy of the depth-averaged and the shear stress distributions using SKM will be subject to the determination of  $f$  and  $\Gamma$ . In the present paper, we present the secondary flow cell pattern ( $\Gamma$ ) and friction factor distribution ( $f$ ) in a straight prismatic triangular channel with a uniform roughness. The trial and error approach is used to define the best pattern of friction factor to produce the most appropriate results. The results of predicted depth-averaged velocity as well as shear stress distributions obtained from SKM as compared to measured values indicate that SKM can accurately predict the velocity and shear stress distributions if the two coefficients of  $f$  and  $\Gamma$  are chosen based on accurate patterns.

**Keywords:** Depth-averaged Velocity, Friction Factor, Secondary Flow Cell, Triangular Channel, Shear stress

1. Assoc. Prof., Dept. of Civil Eng., Ferdowsi University, Mashhad

۱- دانشیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه فردوسی مشهد

2. Assist. Prof., Dept. of Civil Eng., Sistan and Baluchestan University (Corresponding Author) (+98 541) 8052890

۲- استادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان (نوبنده مسئول) (۰۵۴۱) ۸۰۵۲۸۹۰

M.givehchi@Eng.usb.ac.ir

M.givehchi@Eng.usb.ac.ir

## ۱- مقدمه

مناسب توانسته است پروفیل سرعت متوسط عمقی و تنش برشی را تخمین بزند.

کanal های مثلثی دارای کاربردهای متنوع در شبکه های زهکشی هستند. بررسی منابع علمی نشان داد که اطلاعات کافی و مناسب درخصوص ساختار سلول های جریان ثانویه و همچنین توزیع فاکتور اصطکاک در این مقاطع وجود ندارد. هدف از این تحقیق، مدل نمودن پروفیل سرعت متوسط عمقی و تنش برشی با SKM در کanal های باز منشوری مثلثی با زبری یکنواخت، با تعیین ساختار الگوی سلول های جریان ثانویه و تغییرات فاکتور اصطکاک بر روی جداره کanal بود.

### ۲- سرعت متوسط عمقی

شیونو و نایت با انتگرال گیری از معادله ناویر- استوکس<sup>۷</sup> (جریان یکنواخت در کanal منشوری) بر روی عمق آب H، معادله دو بعدی سرعت متوسط عمقی را به فرم زیر ارائه نمودند [۶]:

(۲)

$$\rho g HS_0 - \frac{1}{8} \rho f U_d^2 \left( 1 + \frac{1}{s^2} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \rho \lambda H^2 \left( \frac{f}{8} \right)^{\frac{1}{2}} U_d \frac{\partial U_d}{\partial z} \right]$$

$$= \frac{\partial}{\partial z} [H(\rho UW)_d]$$

که در آن

$\rho$  جرم مخصوص آب،  $S_0$  شیب کف کanal،  $U_d$  سرعت متوسط عمقی،  $s$  شیب جداره کanal (افقی)،  $U$  و  $W$  به ترتیب مؤلفه های سرعت در راستای جریان  $x$  و در راستای عرضی  $y$  هستند (شکل ۱). شیونو و نایت براساس اطلاعات آزمایشگاهی نتیجه گرفته اند که میزان تغییر عرضی نیروی جریان ثانویه در واحد طول (رابطه ۲) را می توان به صورت زیر در نظر گرفت [۶]:

$$\frac{\partial}{\partial z} [H(\rho UW)_d] = \Gamma \quad (3)$$

که در آن

$\Gamma$  پارامتر جریان ثانویه بوده و در برگیرنده جریان های ثانویه طولی و گردابه های موجود در سطح مقطع جریان است [۱۲]. با ترکیب روابط ۲ و ۳ نتیجه می گردد:

$$\rho g HS_0 - \frac{1}{8} \rho f U_d^2 \left( 1 + \frac{1}{s^2} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \rho \lambda H^2 \left( \frac{f}{8} \right)^{\frac{1}{2}} U_d \frac{\partial U_d}{\partial z} \right\} = \Gamma \quad (4)$$

<sup>7</sup> Navier- Stokes

توزیع تنش برشی بستر و پروفیل سرعت متوسط عمقی را می توان از مشخصه های مهم هیدرولیکی در کanal های باز برشمرد. تنش برشی از پارامترهایی است که در مطالعات هیدرولیکی از جمله آشفتگی، فرسایش و حمل رسوب، نقش عمده ای داشته و غالباً مدل سازی آن دشوارتر از سرعت است. سرعت متوسط عمقی نیز به عنوان اطلاعات اولیه و پایه در مباحثی همچون تخمین ضربی پراکندگی آلوودگی، قلمداد می گردد [۱]. معادلات تحلیلی و روش های عددی در راستای تخمین توزیع تنش برشی ارائه گردیده است و این موضوع به صورت آزمایشگاهی در کanal های باز و بسته مورد توجه بسیاری از محققان از جمله لای<sup>۱</sup> و نایت<sup>۲</sup>، رودس<sup>۳</sup> و یانگ<sup>۴</sup> و لیم<sup>۵</sup> قرار گرفته است [۲-۵]. روش شیونو<sup>۶</sup> و نایت<sup>۷</sup> (SKM) که بر پایه متوسط عمقی معادله ممنت بنا شده است، دارای توانایی مناسب در مدل سازی ساختارهای پیچیده جریان های ثانویه در کanal های باز است [۶ و ۷]. SKM مدلی تحلیلی برای تخمین توزیع سرعت متوسط عمقی و تنش برشی بستر است. فاکتور اصطکاک بستر<sup>۸</sup>، لزجت گردابی عرضی  $\lambda$  و جریان ثانویه  $G$  سه پارامتر هیدرولیکی هستند که باید در SKM کالیبره گردند. مدل سازی نامناسب سلول های جریان ثانویه و فاکتور اصطکاک از دلایل مهم در تخمین غیر واقعی تنش برشی با استفاده از این روش است. ساختار و شدت سلول های جریان ثانویه متاثر از شکل سطح مقطع کanal و ارتفاع زبری بستر است. غالباً در صورت عدم وجود اطلاعات میدانی فاکتور اصطکاک، محققان با تعیین ضربی زبری مانینگ (n) و استفاده از رابطه زیر به تخمین فاکتور اصطکاک می پردازنند

$$\Gamma = 8n^2 g R_h^{-1/3} \quad (1)$$

که در آن

$g$  شتاب ثقل و  $R_h$  شعاع هیدرولیکی می باشد. فاکتور اصطکاک ثابت را می توان در آنالیز های تقریبی استفاده نمود، اما به دلیل حساس بودن تخمین توزیع تنش برشی با استفاده از SKM به فاکتور اصطکاک، لازم است در این روش الگوی صحیحی از تغییرات آن در نظر گرفته شود. روش شیونو و نایت در کanal های باز با سطح مقطع مستطیلی، ذوزنقه ای و مرکب استفاده شده است [۱۱-۸]. نتایج به دست آمده نشان می دهد که این روش با دقت

<sup>1</sup> Lai

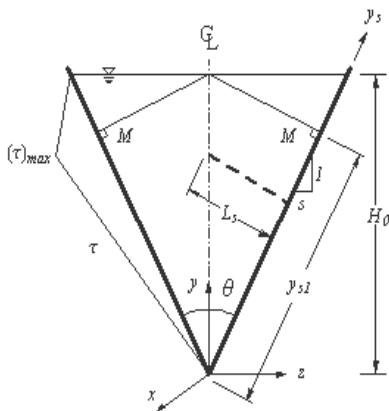
<sup>2</sup> Knight

<sup>3</sup> Rhodes

<sup>4</sup> Yang

<sup>5</sup> Lim

<sup>6</sup> Shiono



شکل ۱- توزیع تنش برشی به روش YLM

زبری در پیرامون مقطع، خط جداکننده بر نیمساز زاویه داخلی مقطع مثلثی شکل منطبق خواهد بود (شکل ۱). براساس روش YLM مقدار تنش برشی موضعی در هر نقطه از جداره برابر است با  $\tau = \rho g S_0 L_s$  (۷)

که در آن

$L_s$  طول خط عمود بر جداره کanal تا خط تقسیم کننده کanal است. در این روش بیشترین تنش برشی بر روی جداره در نقطه M رخ می دهد. فاصله این نقطه، در امتداد دیواره از محل برخورد دو دیواره مقطع مثلثی از رابطه زیر محاسبه می شود

$$y_{s1} = H_0 \cos(\theta/2) \quad (8)$$

که در این رابطه

$H_0$  ارتفاع آب در راس مثلث و  $\theta$  زاویه داخلی مثلث است. موقعیت نقطه M بستگی به زاویه داخلی مقطع مثلثی  $\theta$  دارد. با افزایش  $\theta$  ماکزیمم تنش برشی به سمت زاویه داخلی مثلث میل می کند و با کاهش آن به سمت سطح آزاد سیال حرکت خواهد کرد. هرگاه  $\theta = 180^\circ$  باشد، رابطه ۷ به فرم  $\tau = \rho g H_0 S_0$  خلاصه می گردد که معرف تنش برشی بر روی سطحی افقی در حالت دو بعدی جریان است.

در شکل ۲ نتایج آزمایشگاهی تنش برشی ارائه شده توسط لین<sup>۳</sup> در مقاطع مثلثی شکل با شیب جداره مختلف و تنش برشی تخمینی با روش YLM، نشان داده شده است [۲۲]. در این شکل، توزیع تنش برشی به دلیل مقارن بودن مقطع از نظر هندسی و زبری در نیمی از مقطع نشان داده شده است. در چهار سری نتایج نشان داده شده، عمق جریان در میانه مقطع و شیب طولی کanal به ترتیب  $334/0$  و  $100/0$  متر است. مقادیر بی بعد تنش برشی  $\tau$ ، از تقسیم تنش برشی موضعی بر تنش برشی متوسط  $\bar{\tau}$  =  $\rho g R_h S_0$

سرعت متوسط عمقی  $U_d$  و تنش برشی  $\tau$ ، با رابطه زیر به یکدیگر مرتبط هستند

$$U_d^2 = \frac{8\tau}{\rho f} \quad (5)$$

با ترکیب روابط ۴ و ۵، رابطه زیر برای تخمین توزیع تنش برشی حاصل می گردد

$$\rho g H S_0 - \tau \left( 1 + \frac{1}{S^2} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\lambda H^2}{2} \left( \frac{f}{8} \right)^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial \tau}{\partial z} \right] = \Gamma \quad (6)$$

با حل عددی و یا تحلیلی روابط ۴ و ۶ می توان پروفیل  $U_d$  و  $\tau$  را محاسبه نمود [۹ و ۱۳]. نایت و ابریل<sup>۱</sup> با انجام آنالیز حساسیت بر روی تخمین سرعت و تنش برشی متوسط در مقطع که مقطع که نتیجه شده از پروفیل سرعت متوسط عمقی و تنش برشی به روش SKM بود، دریافتند که تغییر پارامتر  $\lambda$  تأثیر کمی بر نتایج دارد [۱۴]. آنان =  $\lambda$  را به عنوان مقدار ثابت و استاندارد برای پارامتر بی بعد لرجت گردابی ارائه نمودند. درنتیجه دو پارامتر  $f$  و  $\Gamma$ ، نقش مهم و اساسی در تخمین تنش برشی و سرعت متوسط عمقی را بر عهده دارند.

### ۳- تنش برشی

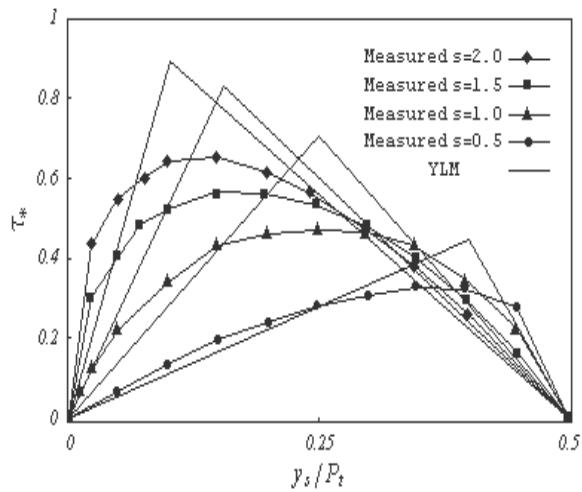
شکل سطح مقطع، توزیع فاکتور اصطکاک در پیرامون مرتبط و جریان های ثانویه از مهم ترین پارامترهای مؤثر در تنش برشی هستند [۱۰، ۱۵ و ۱۶]. یانگ و لیم روش ساده YLM را برای تخمین توزیع تنش برشی ارائه نمودند [۱۹-۵]. این روش قادر است که توزیع تنش برشی را در کanal های منشوری با زبری غیر یکنواخت و یکنواخت تخمین بزند. ایشان در روش خود فرض نمودند که جریان دائمی و توسعه یافته است. در این روش اثر جریان های ثانویه در تخمین توزیع تنش برشی را نمی توان در نظر گرفت. YLM که بر اساس ایده اینیشتین<sup>۲</sup> بنا شده، قادر به تخمین تنش برشی در مقاطع منشوری با دقیقی بیشتر از سایر روشها است [۲۰]. بر اساس این ایده، مقطع مثلثی شکل را می توان به دو ناحیه تقسیم نمود (شکل ۱). یانگ و لیم پیشنهاد نمودند که برای کرانه ای زبر، خط جداکننده مقطع به ارتفاع معادل زبری جداره ها ( $k_s$ )، بستگی دارد و در کرانه ای صاف، این خط متناسب با طول لرجت  $u/v$  است، که در آن  $v/u$  معروف لرجت سینماتیک سیال و  $u$ \* سرعت برشی است. با فرض یکنواخت در نظر گرفتن توزیع

<sup>3</sup> Lane

<sup>1</sup> Abril

<sup>2</sup> Einstein

زیر نویس‌های  $m$  و  $p$  به ترتیب معرف مقادیر اندازه‌گیری و تخمین زده شده هستند. هرچه مقدار RMSE کوچک‌تر باشد، انطباق مقادیر تخمینی بر آزمایشگاهی بهتر خواهد بود. با توجه به مقادیر RMSE درج شده در جدول ۱ برای حالات مختلف شبکه، قابلیت روش YLM در تخمین توزیع تنش برشی در مقطع مثالی مناسب به نظر می‌رسد. این روش همچنین به خوبی توانسته است محل وقوع حداکثر تنش برشی را تخمین بزند. به ازای شبکه‌جداره کanal برابر با ۱ و  $1/5$  دقیقاً محل حداکثر تنش برش آزمایشگاهی و تخمینی یکسان است و به ازای  $s$  برابر با  $0/5$  و  $2$  این اختلاف ناچیز است. بنابراین محل برخورد خط عمود بر جداره که از محل برخورد خط جداکننده فضاهای با سطح آزاد آب می‌گذرد را می‌توان به عنوان نقطه تنش برشی بیشینه در جداره انتخاب نمود (نقطه M در شکل ۱).



شکل ۲- مقایسه تنش برشی بی بعد اندازه‌گیری شده توسط لین با مقادیر تخمین زده شده توسط روش YLM [۱۳]

به دست آمداند. محور افقی در شکل ۲ نشان دهنده نسبت  $y_s/P_t$  است که معرف فاصله در امتداد محیط مرتبط کanal نسبت به محل برخورد دو جداره کanal و  $P_t$  محیط مرتبط کل مقطع است. در شکل ۲ دیده می‌شود که روش YLM به خوبی توانسته است توزیع تنش برشی را مخصوصاً در نزدیکی محل برخورد سطح آب با جداره کanal و همچنین در رأس کanal تخمین بزند اما در برآورد مقادیر حداکثر تنش برشی از دقت خوبی برخوردار نبوده و حداکثر تنش برشی را خیلی بیشتر از مقادیر آزمایشگاهی تخمین زده است.

در جدول ۱ تعداد نقاط اطلاعاتی N، جذر متوسط توان دوم خطاهای (RMSE) بین اطلاعات آزمایشگاهی و تخمینی توسط روش YLM و محل تخمین حداکثر تنش برشی آزمایشگاهی و تخمینی نشان داده شده است. برای تنش برشی به روش زیر محاسبه می‌گردد:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{(\tau_*)_m - (\tau_*)_p}{(\tau_*)_m} \right)^2} \times 100 \quad (9)$$

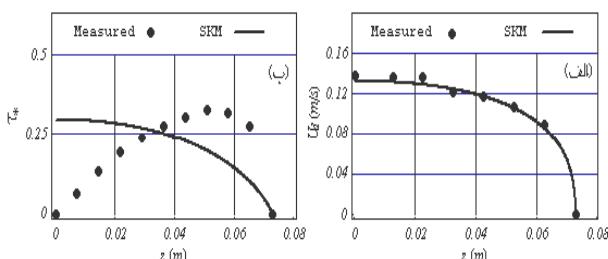
جدول ۱- دقت روش YLM در تخمین توزیع تنش برشی و تعیین محل حداکثر تنش برشی

$(y_s/P_t)_{max-p}$	$(y_s/P_t)_{max-m}$	RMSE%	N	S
۰/۴	۰/۳۵	۱۷/۰	۲۱	۰/۵
۰/۲۵	۰/۲۵	۳۰/۱	۲۵	۱
۰/۱۵	۰/۱۵	۲۷/۰	۲۵	۱/۵
۰/۱	۰/۱۵	۲۲/۴	۲۳	۲

به دلیل متقاضان بودن هندسه و زبری کanal مثالی، اندازه‌گیری نقطه‌ای سرعت فقط در نیمی از سطح مقطع جریان انجام گرفت. از

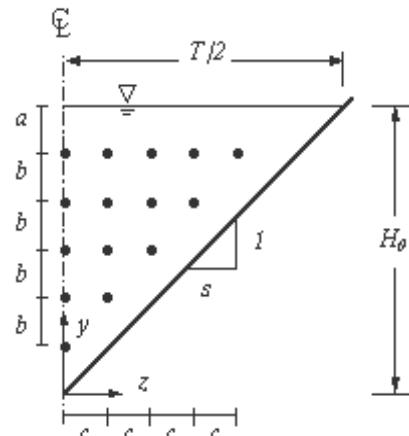
به وسیله مدل، با در نظر گرفتن  $\Gamma = \Gamma$  حاصل گردید (شکل ۴-الف). دبی و سرعت متوسط مقطع تخمین زده شده با SKM به ترتیب برابر با  $1/2$  لیتر بر ثانیه و  $0.0113$  متر بر ثانیه بود. این مقادیر از دبی و سرعت واقعی  $3/4$  درصد کمتر بود (جدول ۱-آزمایش ۵). در این آزمایش ارتفاع زبری جداره زیاد بود و از این رو انتظار می‌رفت که شدت جریان‌های ثانویه نیز زیاد باشد. به این دلیل انتخاب  $\Gamma = 0$  مقادیر قابل قبول برای این پارامتر نبود. با افزایش مقدار  $\Gamma$  سرعت متوسط مقطع و دبی تخمین زده شده با استفاده از SKM کاهش یافت و اختلاف میان اطلاعات آزمایشگاهی و تخمینی افزایش پیدا کرد.

توزیع تنش برشی بی بعد تخمین زده شده توسط SKM با مقادیر آزمایشگاهی در شکل ۴-ب نشان داده است [۲۲]. در این شکل  $\tau$  برابر با  $\rho g S_0 H_0 / \tau$  است. تنش برشی SKM آزمایشگاهی در گوش کانال برابر با صفر است با این وجود حداقل تنش برشی را در این نقطه یعنی محل برخورد دو کناره مقطع مثلثی تخمین زده است. بنابراین در نظر گرفتن فاکتور اصطکاک ثابت سبب می‌گردد که SKM نتواند به درستی تنش برشی را مخصوصاً در محل محور تقارن مقطع تخمین بزند. از این رو نتیجه می‌گردد که به دلیل اینکه الگوی صحیحی از سلول‌های جریان‌های ثانویه و تغییرات فاکتور اصطکاک جداره در نظر گرفته نشده است لذا تخمین تنش برشی و شدت جریان‌های ثانویه ( $\Gamma$ )، تخمینی نادرست است. لذا تحقیق بر روی این دو موضوع در محاسبه مشخصه‌های هیدرولیکی مرتبط با مقاطع مثلثی در کانال‌های باز از اهمیت زیادی برخوردار است.



شکل ۴- مقایسه نتایج روش SKM با مقادیر آزمایشگاهی (الف) سرعت متوسط عمقی و (ب) تنش برشی  $\tau = 0.07$ ,  $f = 0.122$ ,  $\lambda = 0.07$  و  $\Gamma = 0$ .

**۵- الگوی سلول‌های جریان ثانویه در مقطع مثلثی**  
تحقیقان زیادی از جمله نایت و پاتل<sup>۲</sup> در خصوص وضعیت سلول‌های جریان ثانویه در مجاری باز با سطح مقطع ذوزنقه‌ای و



شکل ۳- نیمی از سطح مقطع عرضی مثلثی،  $b=1.2\text{cm}$ ،  $a=1.0\text{cm}$  و  $c=1.2\text{cm}$

سرعت سنج مدل ۴۰۳ با سرعت کم<sup>۱</sup> با دقت ۱ درصد در برداشت سرعت در محدوده ۱۵ تا  $150$  سانتی‌متر بر ثانیه استفاده شد. سرعت در نزدیکی سطح آب نیز توسط لوله پیتو به قطر  $2$  میلی‌متر، برداشت گردید. در جدول ۲، مشخصات هندسی و هیدرولیکی جریان در آزمایش‌های انجام شده، ذکر گردیده است. در این جدول  $Q$  معروف دبی است.

جدول ۲- مشخصات هندسی و هیدرولیکی مقاطع مثلثی

شماره آزمایش	$Q$ (lit/s)	$U$ (m/s)	$N$	$H_0$ (cm)	$s$
۱	۳/۵۶	۰/۳۲۵	۰/۰۰۸۰	۱۴/۸	۰/۵
۲	۱۴/۵۶	۰/۴۶۶	۰/۰۰۸۰	۲۵/۰	۰/۵
۳	۱/۷۷	۰/۱۵۷	۰/۰۱۷۸	۱۵/۰	۰/۵
۴	۷/۰۵	۰/۲۳۱	۰/۰۱۷۸	۲۴/۷	۰/۵
۵	۱/۲۵	۰/۱۱۷	۰/۰۲۲۳	۱۴/۶	۰/۵
۶	۵/۰۲	۰/۱۷۴	۰/۰۲۲۳	۲۵/۲	۰/۵

از نتایج آزمایشگاهی آزمایش شماره ۵، برای تشریح مشکل در تخمین توزیع سرعت متوسط عمقی و تنش برشی استفاده گردید. اطلاعات آزمایشگاهی سرعت متوسط عمقی در شکل ۴-الف نشان داده شده است. در روش SKM به صورت متداول  $\lambda$  برابر با  $0/0$  در نظر گرفته می‌شود. فاکتور اصطکاک ثابتی برابر  $0/122$  نیز در این آزمایش برای دیواره‌ها در نظر گرفته شد. این ضریب با در نظر گرفتن  $n=0/0223$ ، مشخصات ابعادی مقطع، ارتفاع آب و استفاده از رابطه ۱ به دست آمد. بنابراین  $\Gamma$  تنها پارامتر باقیمانده برای تخمین سرعت متوسط عمقی بود که لازم بود کالیبره شود. بهترین انطباق میان اطلاعات آزمایشگاهی و تخمین زده شده

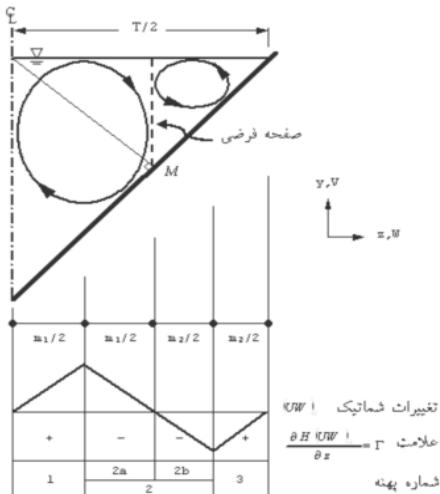
<sup>2</sup> Patel

<sup>1</sup> Low Speed Probe 403

$(UW_d)$  یعنی جهت چرخش سلول در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت خواهد بود. در شکل ۵ موقعیت سلول‌های جريان‌های ثانویه نشان داده است. پهنای هر یک از سلول‌ها  $m_1$  و  $m_2$  تابعی از  $s = H_0$  است و  $m_1 + m_2 = T/2$  است. چنانچه فاصله وسط سلول اصلی از رأس مثلث برابر با  $m_1/2$  و فاصله میانه سلول کناری تا جداره کanal  $m_2/2$  باشد، براساس الگوی در نظر گرفته شده برای سلول‌ها، در نیمی از مقطع مثلثی سه پهنی برای تعریف پارامتر جريان ثانویه مورد تیاز است. با توجه به شکل ۵ دیده می‌شود که خط میانی کanal بر کناره سلول اصلی جريان ثانویه منطبق است در نتیجه در این موقعیت  $W_d = 0$  بوده و در نتیجه  $(UW_d)$  است. سلول اصلی جريان ثانویه، چرخشی در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دارد از این رو در مرکز این سلول،  $(UW_d)$  دارای بیشترین مقدار مثبت است. سلول کناری دارای چرخشی خلاف جهت عقربه‌های ساعت است و برابر  $(UW_d)$  دارای بیشترین مقدار منفی در مرکز این سلول است. علامت و نحوه تغییرات  $(UW_d)$  در هر پهنی در شکل ۵ نشان داده شده است. با توجه به یکسان بودن الگوی توزیع تنش برشی در مقاطع مثلثی و همنجین اصول ذکر شده در ارائه الگوی جريان‌های ثانویه در این نوع مقطع، نتیجه می‌گردد که این الگو با تغییر بعد اندسی مقطع و زبری جداره‌ها تغییر نمی‌یابد، اما شدت ضربی آشفتگی متأثر از ارتفاع زبری جداره است.

## ۶- توزیع فاکتور اصطکاک

شكل ۶-الف مقدار و نحوه تغییرات فاکتور اصطکاک  $f$  را در دیواره مقطع مثلثی آزمایش شماره ۵ نشان می‌دهد. این اطلاعات با استفاده از رابطه  $f = 8\pi/(U_d^2)$  و مقادیر اندازه‌گیری شده  $U_d$  و  $T$



شکل ۵- الگوی سلول‌های جريان ثانویه در مقطع مثلثی، تعداد پهنیها و علامت پارامتر جريان ثانویه

مستطیلی تحقیق نموده‌اند [۱۰ و ۲۳]. تامیناگا و همکاران<sup>۱</sup> دریافتند که جريان‌های ثانویه به دلیل غیر همسانگردی آشفتگی، ایجاد می‌گرددند [۲۴]. زبری بستر و دیواره‌ها، وجود سطح آزاد آب، هندسه مجرأ و ارتفاع آب بر آشفتگی سیال و همچنین جريان‌های ثانویه تاثیر گذارند. آلى و همکاران<sup>۲</sup> با ارائه الگوی سلول‌های جريان ثانویه در مجاري بسته مثلثی شکل تأیید نمودند که وجود سطح آزاد سیال مهم‌ترین عامل بر تغییر توزیع سرعت و الگوی جريان‌های ثانویه در مقطع است و از این رو الگوی جريان ثانویه در مجاري مثلثی بسته را نمی‌توان برای مجاري مثلثی باز در نظر گرفت [۲۵].

خداشناش و پاکویر<sup>۳</sup> نیز در تحقیقات خود این موضوع را تأیید کردند که محل وقوع حداکثر تنش برشی منطبق بر جداره کanal مثلثی در نقطه  $M$  است (شکل ۱). این نقطه حاصل از برخورد خط تقسیم سطح عمود بر جداره کanal بوده که از محل برخورد خط تقسیم سطح مقطع جريان با سطح آزاد آب نیز می‌گذرد [۲۶]. تامیناگا و همکاران که توزیع تنش برشی و جريان‌های ثانویه در مقاطع ذوزنقه‌ای و مستطیلی را در حالات مختلف مورد بررسی قرار داده بودند، نتیجه گرفتند که هرگاه جهت جداره افزایش می‌یابد و جداره کanal باشد، تنش برشی بر روی جداره کanal بازدید و هرگاه جريان‌های ثانویه به گونه‌ای حرکت کنند که از دیواره کanal دور شوند، این پارامتر روند کاهشی در طول دیواره خواهد داشت [۲۶]. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که سلول‌های اصلی جريان ثانویه در نیمی از سطح مقطعی مثلثی، دو عدد بوده و الگوی مطابق شکل ۵ را به خود اختصاص می‌دهند. جهت حرکت این دو سلول به سمت دیواره و نقطه  $M$  خواهد بود که تنش برشی در آن نقطه حداکثر است. این دو سلول در امتداد صفحه‌ای فرضی هستند که از نقطه  $M$  می‌گذرد (شکل ۵). سلول اول که محدود به خط میانی مقطع و صفحه فرضی گذرنده از نقطه  $M$  است، سلول اصلی و دارای تأثیر بیشتر در مشخصه‌های هیدرولیکی جريان است. سلول دوم که سلول کناری نامیده می‌شود، محدود به صفحه فرضی و جداره کanal بوده و از شدت تأثیر کمتری نسبت به سلول اصلی برخوردار است.

علامت تغییرات  $(UW_d)$  مشابه با علامت پارامتر جريان ثانویه است (رابطه ۳). سرعت  $U$  در راستای طولی جريان و به سمت پایین دست دارای علامت مثبت است. هر گاه  $W$  مثبت باشد آنگاه  $(UW_d)$  است یعنی جهت چرخش سلول در جهت حرکت عقربه‌های ساعت خواهد بود و هرگاه  $W$  منفی باشد آنگاه

<sup>1</sup> Tominaga et al.

<sup>2</sup> Aly et al.

<sup>3</sup> Paquier

۰/۰/۷ در نظر گرفته شد. از این رو به دست آوردن بهترین انطباق بین مقادیر آزمایشگاهی سرعت متوسط عمقی و تخمین زده شده توسط روش SKM، تنها با کالیبراسیون پارامتر جریان ثانویه  $\Gamma$  امکان پذیر بود. مقادیر جریان ثانویه‌ای که این انطباق را فراهم آورد با استفاده از روش سعی و خطاب رای هر سه پهنه محاسبه شد. این مقادیر عبارت‌اند از

$$\Gamma_1=0.368, \quad \Gamma_2=-0.303, \quad \Gamma_3=0.043 \quad (\text{N/m}^2) \quad (11)$$

شکل‌های ۶-ب و ۶-ج به ترتیب پروفیل سرعت متوسط عمقی و تنش برشی بر اساس الگوی CF3P را نشان می‌دهند. پروفیل سرعت متوسط عمقی پیوسته بوده و از انطباق خوبی بر اطلاعات آزمایشگاهی برخوردار است (شکل ۶-الف). با وجود پروفیل تنش برشی پیوسته نیست و تطابق خوبی با اطلاعات آزمایشگاهی ندارد. در الگوی دوم که CF4P نام‌گذاری گردید، پهنه ۲ به دو قسم تقسیم شد و تعداد پهنه‌ها از سه پهنه به چهار پهنه افزایش یافت (شکل ۶). فاکتور اصطکاک در این چهار پهنه به صورت زیر ثابت در نظر گرفته شد.

$$f_1=0.05502, f_{2a}=0.17683, f_{2b}=0.26527, f_3=0.31098 \quad (12)$$

پارامتر جریان ثانویه برای الگوی CF4P، در چهار پهنه عبارت‌اند از:

$$\Gamma_1=0.373, \quad \Gamma_{2a}=-0.307, \quad \Gamma_{2b}=-0.281, \quad \Gamma_3=0.017 \quad (\text{N/m}^2) \quad (13)$$

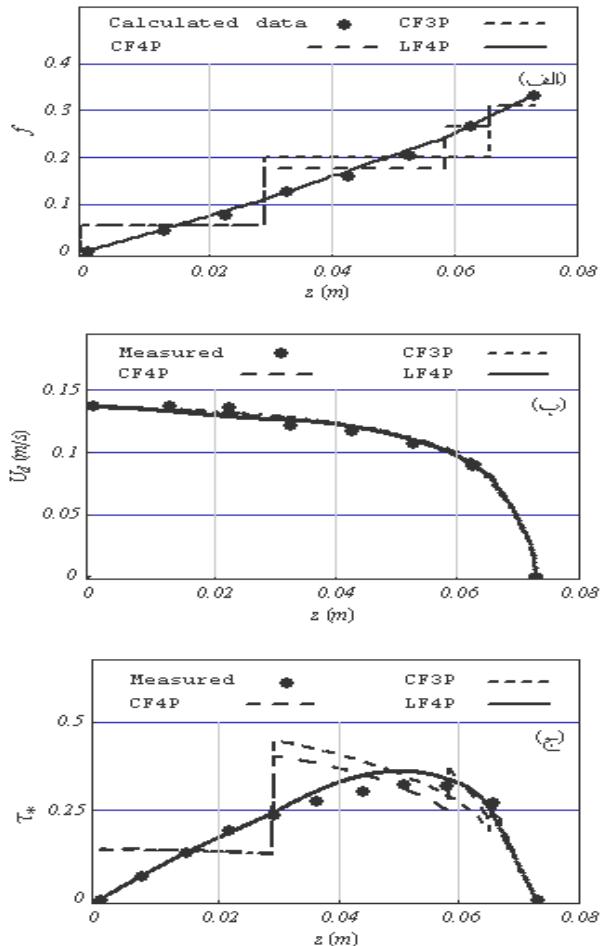
همان‌گونه که در شکل ۶-ج نشان داده شده است، پروفیل تنش برشی تخمین زده شده بر اساس الگوی CF4P در مقایسه با الگوی CF3P، به مقادیر آزمایشگاهی نزدیک‌تر بود اما همچنان عدم پیوستگی در پروفیل تنش برشی تخمینی دیده شد. این موضوع به دلیل تغییر ناگهانی در مقدار فاکتور اصطکاک در پهنه‌ها، موضوعی قابل انتظار بود (رابطه ۳). شکل ۶-الف توزیع خطی در نظر گرفته شده برای فاکتور اصطکاک به عنوان الگوی سوم تغییرات فاکتور اصطکاک (LF4P) را نشان می‌دهد. روابطی که برای بیان فاکتور اصطکاک با استفاده از اطلاعات این فاکتور محاسبه گردیدند، عبارت‌اند از (شکل ۶-الف):

$$f_1=3.80964z, \quad f_{2a}=-0.01993+4.49214z, \\ f_{2b}=-0.12328+6.26178z, \quad f_3=-0.12328+6.26178z \quad (14)$$

پارامتر جریان ثانویه برای الگوی LF4P در چهار پهنه عبارت‌اند از:

$$(15) \quad \Gamma_1=0.590, \quad \Gamma_{2a}=-0.501, \quad \Gamma_{2b}=-0.365, \quad \Gamma_3=0.009 \quad (\text{N/m}^2)$$

شکل ۶-ج نشان می‌دهد که عدم پیوستگی در پروفیل تنش برشی با استفاده از الگوی LF4P، برای بیان تغییرات فاکتور



شکل ۶- (الف) تغییرات فاکتور اصطکاک (ب) سرعت متوسط عمقی و (ج) تنش برشی

که به ترتیب در شکل‌های ۶-ب و ۶-ج نشان داده شده‌اند، محاسبه گردید. همان‌گونه که در شکل ۶-الف دیده می‌شود فاکتور اصطکاک در امتداد دیواره کاتال دارای مقدار ثابتی نیست. از این رو استفاده از فاکتور اصطکاک ثابت در تخمین سرعت متوسط عمقی و تنش برشی، نتایج نادرستی را ارائه می‌دهد (شکل ۴). در راستای تعیین روشی مناسب برای تعریف فاکتور اصطکاک از روش سعی و خطاب استفاده شد، به عنوان اولین الگو، مقدار فاکتور اصطکاک در پهنه‌های ۲، ۳ و ۴ ثابت در نظر گرفته شد (شکل‌های ۵ و ۶-الف). این مقادیر عبارت‌اند از

$$(10) \quad f_1=0.05562, \quad f_2=0.19968, \\ f_3=0.31098$$

این الگوی تغییرات فاکتور اصطکاک CF3P نام‌گذاری گردید. مقادیر فاکتور اصطکاک ارائه شده در رابطه ۱۰ با استفاده از ضرایب زیری محاسبه گردیده بر اساس اطلاعات آزمایشگاهی که در شکل ۶-الف نشان داده شده است، تخمین زده شد. در همه پهنه‌ها

ارائه شده است. RMSE برای سرعت متوسط عمقی را نیز می‌توان از رابطه ۹ استخراج نمود. ضریب همبستگی R با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$R = \sqrt{\frac{(S_t - S_r)}{S_t}} \times 100 \quad (16)$$

که در آن

$S_t$  مجموع توان دوم تفاضل میان اطلاعات اندازه‌گیری شده از متوسط آنها است و  $S_r$  مجموع توان دوم تفاضل میان اطلاعات آزمایشگاهی و تخمینی توسط مدل است. در همه آزمایش‌ها ضریب همبستگی میان سرعت متوسط عمقی آزمایشگاهی با پروفیل سرعت تخمین زده شده توسط SKM بیش از ۹۹ درصد بود و RMSE نیز کمتر از ۷/۳ درصد بود (جدول ۳). ضریب همبستگی محاسبه شده با استفاده از اطلاعات آزمایشگاهی و تخمینی تنش برشی نیز در محدوده ۹۹/۲ درصد تا ۹۷/۵ درصد واقع شد. آنها نیز کمتر از ۴/۹ درصد بود (جدول ۳). این نتایج گویای توانایی خوب روش SKM در تخمین پروفیل سرعت متوسط عمقی و تنش برشی است.

نتایج تخمین سرعت متوسط عمقی و تنش برشی به روش (LF4P) SKM در آزمایش‌های شماره ۲ و ۴ در شکل ۷ و جدول ۲ نشان داده شده است. مقایسه این نتایج با مقادیر آزمایشگاهی گویای انطباق خوب اطلاعات بر یکدیگر است.

#### ۸- نتیجه‌گیری

به کارگیری روش SKM با استفاده از فرضیات مرسوم هیدرولیکی نتایج غیر قابل قبولی از تخمین سرعت متوسط عمقی و تنش برشی در کanal‌های مثلثی باز را ارائه می‌دهد. به منظور رفع این مشکل لازم است پارامترهای فاکتور اصطکاک f و جریان ثانویه C کالبیره شود. در این راستا الگوهای مختلفی از فاکتور اصطکاک و سلول‌های جریان ثانویه ارائه گردید و نتایج استفاده از آنها با

اصطکاک رفع گردیده است. شکل ۶-ب نشان می‌دهد که پروفیل‌های سرعت متوسط عمقی تخمین زده شده با SKM و LF4P، CF4P و CF3P همواره پیوسته بوده و از انطباق خوبی با اطلاعات آزمایشگاهی برخوردار است. دبی و سرعت متوسط مقطع که با استفاده از SKM و الگوی LF4P تخمین زده شد نیز به ترتیب برابر با ۱/۲۳ لیتر بر ثانیه و ۰/۱۱۵ متر بر ثانیه بود. این مقادیر ۶/۱ درصد کمتر از مقادیر واقعی دبی و سرعت متوسط می‌باشند. این امر نشان می‌دهد که در نظر گرفتن الگوی پیشنهادی جهت سلول‌های جریان ثانویه و تغییرات خطی فاکتور اصطکاک بر روی دیواره‌ها منجر به تخمین دقیق‌تر دبی و سرعت متوسط می‌گردد.

تخمین تغییرات فاکتور اصطکاک در پهنه‌های ۲a و ۲b که به ترتیب توسط معادلات  $f_{2a} = 0.01993 + 4.49214z$  و  $f_{2b} = 0.12328 + 6.26178z$  صورت پذیرفته است، دارای کمی عدم تطبیق بر اطلاعات محاسباتی بود. این موضوع به دلیل انحراف اندک توزیع تنش برشی تخمینی بر اساس الگوی LF4P از مقادیر آزمایشگاهی در پهنه دوم است (شکل ۶-ج).

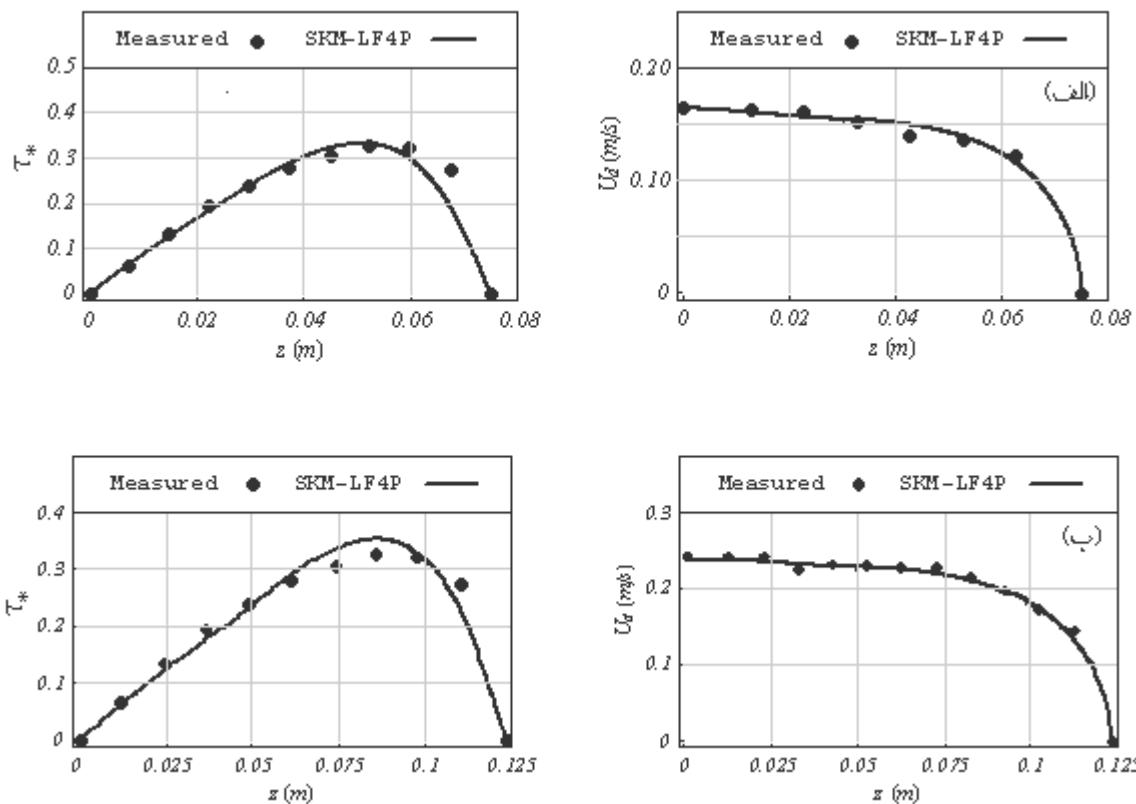
شکل ۶ نشان می‌دهد که فاکتور اصطکاک دارای اثر بسزایی در تخمین پروفیل تنش برشی است. عدم پیوستگی در این پروفیل با درنظر گرفتن توزیع خطی از فاکتور اصطکاک که منطبق بر واقعیت است، برطرف می‌گردد. حساسیت پروفیل سرعت متوسط عمقی به پارامتر C نیز در مقایسه با پارامتر f بیشتر است [۲۷]. با درنظر گرفتن تغییرات خطی فاکتور اصطکاک و الگوی جریان ثانویه ارائه شده می‌توان به تخمین قابل قبولی از سرعت متوسط عمقی و تنش برشی با استفاده از SKM دست یافت (شکل ۵).

#### ۷- نتایج و بحث

در جدول ۳، جذر متوسط توان دوم خطاهای (RMSE) و همچنین ضریب همبستگی R بین اطلاعات آزمایشگاهی و تخمینی توسط

جدول ۳- مقایسه نتایج آزمایشگاهی با مقادیر تخمینی به روش SKM

$\tau^*$ (Measured-SKM)	$U_d$ (m/s) (Measured-SKM)		Q and U ٪. Error		$Q_p$ (lit/s)	$U_p$ (m/s)	شماره آزمایش	
	٪. RMSE	٪. R	٪. RMSE	٪. R				
۷/۵	۹۸/۷۸		۲/۲	۹۹/۸۰	۷/۳	۴۳۳/	۱۳۰/۳	۱
۶/۰	۹۹/۲۳		۲/۸	۹۹/۵۶	۴/۱	۱۳/۹۶	۴۴۷۰/	۲
۸/۱	۹۷/۸۷		۳/۷	۹۹/۵۰	۱۱/۸	۵۶/۱	۱۳۹۰/	۳
۸/۵	۹۸/۱۲		۲/۸	۹۹/۷۵	۹/۵	۶/۳۸	۲۰۹۰/	۴
۶/۵	۹۸/۶۶		۲/۲	۹۹/۷۷	۱/۶	۱/۲۳	۰/۱۱۵	۵
۹/۴	۹۸/۵۴		۲/۹	۹۹/۵۸	۷/۴	۵/۱۱	۱۶۱۰/	۶



شکل ۷- مقایسه مقادیر سرعت متوسط عمقی و تنش برشی آزمایشگاهی با پروفیل تخمین زده شده توسط روش SKM (LF4P) (الف) آزمایش شماره ۲ و (ب) آزمایش شماره ۴

با توجه به موقعیت و جهت چرخش سلول‌های جريان ثانویه تعیین گردید. بر اساس الگوی ارائه شده برای سلول‌های جريان ثانویه، تعداد پهنه‌های مورد نیاز برای مدل نمودن فاکتور اصطکاک در تخمین سرعت متوسط عمقی و تنش برشی، چهار عدد بود. بهترین نتایج تخمین توزیع  $U_z$  و  $U_x$  با استفاده از الگوی ارائه شده جهت سلول‌های جريان ثانویه و تغییرات خطی فاکتور اصطکاک در هر پهنه قابل دستیابی بود.

يكديگر و همچنين با اطلاعات آزمایشگاهی مقایسه شد. نتایج نشان داد که در صورت در نظر گرفتن مقدار ثابت برای فاکتور اصطکاک در هر پهنه، پروفیل تنش برشی تخمین زده شده دارای غیر يکساختی بوده و علاوه بر آن از انطباق خوبی بر اطلاعات آزمایشگاهی برخوردار نیست.

تعداد سلول‌های جريان ثانویه در نیمی از کanal باز با مقطع مثلثی، دو عدد بود که یکی از آنها نزدیک به خط میانه مقطع و دیگری نزدیک به جداره کanal بود. علامت پارامتر جريان ثانویه  $\Gamma$ .

## ۹- مراجع

- 1- Riahi Modvar, H., and Ayyoubzadeh, S. A. (2008). "Estimating longitudinal dispersion coefficient of pollutants using adaptive neuro-fuzzy inference system." *J. of Water and Wastewater*, 67, 34-47 (In Persian).
- 2- Lai, C.J., and Knight, D.W. (1988). "Distribution of streamwise velocity and boundary shear stress in compound ducts." *Proc., 3rd Int. Symp. on Refined Flow Modeling and Turbulence Measurements*, Tokyo, Japan, 527-536.
- 3- Knight, D.W., Yuen, K.W.H., and Al-hamid, A.A.I. (1994). " Chapter 4: Boundary shear stress distributions in open channel flow." *Physical mechanisms of mixing and transport in the environment*, K. Beven, P. Chatwin, J. Millbank, eds. Wiley, New York.

- 4- Rhodes, D.G., and Knight, D.W. (1994). "Distribution of shear force on boundary of smooth rectangular duct." *J. Hydr. Eng.*, 120(7), 787-807.
- 5- Yang, S.Q., and Lim, S.Y. (2005). "Boundary shear stress distributions in trapezoidal channels." *J. Hydr. Res.*, 43(1), 98-102.
- 6- Shiono, K., and Knight, D.W. (1988). "Two-dimensional analytical solution for a compound channel." *Proc., 3<sup>rd</sup> Int. Symp. on Refined Flow Modeling and Turbulence Measurements*, Tokyo, Japan, 503-510.
- 7- Shiono, K., and Knight, D.W. (1991). "Turbulent open-channel flows with variable depth across the channel." *J. Fluid Mech.*, 222, 617-646.
- 8- Knight, D.W., Shiono, K., and Pirt, J. (1989). "Prediction of depth mean velocity and discharge in natural rivers with overbank flow." *Proc. Int. Conf. on Hydraulic and Environmental Modeling of Coastal, Estuarine and River Waters*, Univ. of Bradford, Gower Technical Press, 38,419-428.
- 9- Knight, D.W., and Shiono, K. (1996). *River channel and floodplain hydraulics*, Wiley, New York.
- 10- Knight, D.W., Omran, M., and Tang, X. (2007). "Modeling depth-averaged velocity and boundary shear in trapezoidal channels with secondary flows." *J. Hydr. Eng.*, 133 (1), 39-47.
- 11- Tang, X., and Knight, D.W. (2008). "Lateral depth-averaged velocity distribution and bed shear in rectangular compound channels." *J. Hydr. Eng.*, 134(9), 1337-1342.
- 12- Tominaga, A., and Knight, D.W. (2004). "Numerical evaluation of secondary flow effects on lateral momentum transfer in overbank flows." *River Flow 2004, Proc., 2<sup>nd</sup> Int. Conf. on Fluvial Hydraulics*, Napoli, Italy, Vol 1, 353-361.
- 13- Abril, J.B., and Knight, D.W. (2004). "Stage-discharge prediction for rivers in flood applying a depth-averaged model." *J. Hydr. Res.*, 42 (6), 616-629.
- 14- Knight, D.W., and Abril, J.B. (1996). "Refined calibration of a depth averaged model for turbulent flow in a compound channel." *Proc., Institution of Civil Engineers, Water, Maritime and Energy*, London, 151-159.
- 15- Ghosh, S.N., and Roy, N. (1970). "Boundary shear distribution in open channel flow." *J. Hydr. Div.*, 96(4), 967-994.
- 16- Flintham, T.P., and Carling, P.A. (1988). "The prediction of mean bed and wall boundary shear in uniform and compositely rough channels." *Proc. Int. Conf. River Regime*, New York, 267-286.
- 17- Yang, S.Q., and Lim, S.Y. (1997). "Mechanism of energy transportation and turbulent flow in a 3D channel." *J. Hydr. Eng.*, 123(8), 684-692.
- 18- Yang , S. Q., and Lim, S.Y. (1998)."Boundary shear stress distributions in smooth rectangular channels." *Proc. Institution of Civil Engineers Water, Maritime and Energy*, London, 163-173.
- 19- Yang, S. Q., and Lim, S.Y. (2002). "A geometrical method for computing the distribution of boundary shear stress across irregular straight open channels." *J. Hydr. Res.*, 40(3), 535-542.
- 20- Khodashenas, S. R., El Kadi Abderrezak, K., and Paquier, A. (2008). "Boundary shear stress in open channel flow: A comparison among six methods." *J. Hydr. Res.*, 46(5), 598-609.
- 21- Balachander, R., Hagel, K., and Blakely, D. (2002). "Velocity distribution in decelerating flow over rough surface." *Can. J. Civil Eng.*, 29, 211-220.
- 22- Lane, E.W. (1953). "Progress report on studies on the design of stable channels by the Bureau of Reclamation." *ASCE*, 79, 1-30.
- 23- Knight, D.W., and Patel, H. S. (1985a). "Boundary shear in smooth rectangular ducts." *J. Hydr. Eng.*, 111 (1), 29-47.
- 24- Tominaga, A., Nezu, I., Ezaki, K., and Nakagawa, H. (1989). "Three-dimensional turbulent structure in straight open channel flows." *J. Hydr. Res.*, 27(11), 149-173.
- 25- Aly, A. M. M., Trupp, A.C., and Gerrard, A.D. (1978). "Measurements and prediction of fully developed turbulent flow in an equilateral triangular duct." *J. of Fluid Mech.*, 85 (1), 57-83.
- 26- Khodashenas, S. R., and Paquier, A. (1999). "A geometrical method for computing the distribution of boundary shear stress across irregular straight open channels" *J. Hydr. Res.*, 37 (3), 381-388.
- 27- Liao, H., and Knight, D.W. (2007). "Analytic stage-discharge formulas for flow in straight prismatic channels." *J. Hydr. Eng.*, 133(10), 1111-1122.