

پیش‌بینی تغییرات مکانی- زمانی سطح آب زیرزمینی در دشت بیرجند به روش کریجینگ

محسن محمدزاده^۲

یدالله واقعی^۲

آزاده صادقیان^۱

(دریافت ۸۹/۶/۲۰ پذیرش ۹۰/۴/۱۵)

چکیده

با توجه به محدودیت منابع آبی و خطر بحران آب در ایران و اینکه سالانه مقدار زیادی از ذخایر منابع آبی کشور به دلیل برداشت بیش از حد کاهش یافته و منجر به بحرانی شدن دشت‌ها و در نتیجه ایجاد بیلان منفی می‌شود، یافتن راههایی برای پیش‌بینی مقدار سطح آب قبل از حفر چاهها ضروری است. سطح آبهای زیرزمینی متغیری است که در طول زمان و مکان تغییر می‌کند بنابراین می‌توان آن را به‌عنوان یک مجموعه داده‌ی فضایی- زمانی در نظر گرفت. در تحلیل این نوع داده‌ها، مدل‌سازی ساختار وابستگی فضایی- زمانی ابزاری مهم برای پیش‌بینی متغیر مورد مطالعه در مکان‌ها و زمان‌های دلخواه است. ساختار وابستگی فضایی- زمانی داده‌های فضایی- زمانی به کمک تابع هم‌تغییرنگار یا تغییرنگار مشخص می‌شود. در حالت کلی تعیین هم‌تغییرنگار فضایی- زمانی داده‌ها بسیار پیچیده است اما تحت فرض تفکیک‌پذیری هم‌تغییرنگار، مدل‌بندی ساختار وابستگی فضایی- زمانی را می‌توان با ترکیبی از هم‌تغییرنگار صرفاً فضایی و صرفاً زمانی انجام داد. در این تحقیق ضمن شرح مختصری در خصوص انواع هم‌تغییرنگار فضایی- زمانی تفکیک‌پذیر و نحوه برآورد و مدل‌سازی آنها، ساختار همبستگی فضایی- زمانی داده‌های مربوط به سطح آبهای زیرزمینی مدل‌سازی شد. سپس منحنی تراز پیش‌بینی سطح آبهای زیرزمینی به روش کریجینگ عام تحت مدل‌های ضربی و جمعی- ضربی ارائه شده و دقت این مدل‌ها برای پیش‌بینی فضایی- زمانی سطح آبهای زیرزمینی مورد ارزیابی قرار گرفت. با آنکه مدل جمعی- ضربی پیچیده‌تر از مدل ضربی است، نتایج حاصل از این مطالعه نشان داد که مدل ضربی با دقت بسیار مطلوبی می‌تواند برای پیش‌بینی سطح آبهای زیرزمینی در ناحیه مورد مطالعه مورد استفاده قرار گیرد.

واژه‌های کلیدی: پیش‌بینی مکانی- زمانی، سطح آب زیرزمینی، داده‌های مکانی- زمانی، تغییرنگار، کریجینگ

Spatial-temporal Prediction of Groundwater Level in Birjand Region Using Kriging Method

Azadeh Sadeghiyan¹

Yadollah Vagheiy²

Mohsen Mohammadzadeh³

(Received Sep. 11, 2010 Accepted July 6, 2011)

Abstract

The water resources are limited and the groundwater levels decrease due to water abuse. This causes the lack of water problem in some regions of Iran. Therefore the hydrological and statistical methods needed for prediction of the water levels at a given location, region or times. The groundwater levels are variables changing by space and time, and their data can be considered as a spatial-temporal data set. Modeling of the correlation structures of such data is a major tool, for the prediction of unknown water level at some specified locations and times. This correlation structure is specified by fitting suitable variogram or covariogram models to the data. In this article some nonseparable covariance models were briefly reviewed. Then the spatial-temporal variogram of underground water levels were estimated as product and sum-product models. Finally the underground water levels of Birjand region was predicted using the universal kriging and give the contour map at the selected time. Moreover the prediction precision of different models were compared numerically.

Keywords: Spatial-Temporal Prediction, Groundwater Level, Spatial-Temporal Data, Variogram, Kriging.

1. M.Sc. of Statistics, Faculty of Sciences, Birjand University, Birjand
2. Assist. Prof. of Statistics, Faculty of Sciences, Birjand University, Birjand
(Corresponding Author) (+98 561) 2502041 yvagheiy@birjand.ac.ir
3. Prof. of Statistics, Faculty of Mathematical Sciences, Tarbiat Modares
University, Tehran

۱- کارشناس ارشد آمار، دانشکده علوم، دانشگاه بیرجند
۲- استادیار گروه آمار، دانشکده علوم، دانشگاه بیرجند (نویسنده مسئول) (۰۵۶۱) ۲۵۰۲۰۴۱
yvagheiy@birjand.ac.ir
۳- استاد گروه آمار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

در این تحقیق انواع مدل‌های هم‌تغییرنگار^۱ تفکیک‌پذیر معرفی شد و بر اساس آنها ساختار همبستگی فضایی-زمانی داده‌های سطح آبهای زیرزمینی دشت بیرجند در سالهای ۱۳۷۸ تا ۱۳۸۶ تعیین گردید. سپس با استفاده از اعتبار سنجی متقابل^{۱۱} دقت پیش‌بینی‌های فضایی-زمانی مورد ارزیابی قرار گرفت تا بهترین مدل هم‌تغییرنگار (تغییرنگار) برای پیش‌بینی سطح آب تعیین گردد. پس از آن منحنی تراز پیش‌بینی سطح آبهای زیرزمینی دشت بیرجند در دو مقطع زمانی، به‌عنوان نمونه ارائه شد.

۲- منطقه مطالعاتی

منطقه مورد مطالعه بخشی از حوضه آبریز کویر لوت بود. این محدوده در طول جغرافیایی $45^{\circ} 58'$ تا $41^{\circ} 30' 59''$ و عرض جغرافیایی $30^{\circ} 32'$ تا $33^{\circ} 00'$ واقع شده است. وسعت حوضه آبریز بیرجند ۳۱۵۵ کیلومتر مربع است که ۱۰۴۵ کیلومتر مربع دشت و بقیه آن را ارتفاعات تشکیل می‌دهد. این دشت از شرق به ارتفاعات مؤمن‌آباد و سسان، از جنوب به کوه‌های باقران و کوه رج، از شمال به ارتفاعات شاه ناصر و اسفدن بنددر و از غرب به ارتفاعات چنگ در و گرونک محدود می‌شود.

دشت بیرجند با میانگین بارش سالانه ۱۷۷ میلی‌متر (میانگین ۴۰ ساله) و متوسط درجه حرارت سالانه $16/5$ درجه سلسیوس، طبق طبقه‌بندی‌های اقلیمی جزء مناطق خشک محسوب می‌شود. از نظر توپوگرافی مرتفع‌ترین نقطه آن مربوط به ارتفاعات شمالی منطقه بنددره با ارتفاع ۲۷۸۷ متر و پست‌ترین نقطه آن در خروجی دشت در روستای فدشک با ارتفاع ۱۲۴۰ متر بالاتر از سطح دریاهای آزاد قرار دارد. شیب زمین در قسمت‌های شرقی زیاد و در سمت غرب و قسمت‌های انتهایی دشت، شیب آن کم شده و سطح زمین تقریباً حالت مسطح دارد. رودخانه شاهرود مهم‌ترین زهکش سطح دشت بیرجند است. این رودخانه از ارتفاعات شرقی دشت، سرچشمه گرفته و با طی مسیر ۱۰۸ کیلومتر آبراهه‌های زیادی به‌ویژه از سمت شمال و جنوب حوضه به آن می‌پیوندد و به کویر لوت می‌ریزد.

۳- مواد و روشها

در این بخش به برخی از روشها و مفاهیم آماری که برای انجام این تحقیق مورد نیاز بوده‌اند، پرداخته شد و چگونگی برآورد و مدل‌سازی وابستگی داده‌های سطح آبهای زیرزمینی به‌کمک تغییرنگار بیان گردید.

مدل‌سازی آماری پدیده‌هایی که برحسب فضا و زمان در حال تغییر و تحول هستند در عرصه‌هایی مانند زمین‌شناسی، آب‌شناسی، محیط زیست و علوم محیطی ضروری است. برای مثال میزان بارندگی در مناطق مختلف، آلودگی هوا در شهرها یا سطح آبهای زیرزمینی مشخصه‌هایی هستند که با مکان و زمان تغییر می‌کنند و انواعی از داده‌های فضایی-زمانی^۱ هستند. مهم‌ترین ویژگی این نوع داده‌ها، همبستگی آنها است که از یک طرف کار تحلیل آنها را مشکل می‌کند و از طرف دیگر سبب افزایش دقت تحلیل آنها می‌شود. اینون^۲ و سویتزر^۳ برای مطالعه آلودگی جو^۴ از تحلیلهای فضایی-زمانی استفاده کرده‌اند [۱]. گاتورپ و همکاران^۴ مدل کواریانس تفکیک‌پذیر^۵ ضربی را معرفی کرده و از آن برای مدل‌سازی و پیش‌بینی سطح ازن استفاده کرده‌اند [۲]. ویکل و همکاران^۶ روشهای بیزی فضایی‌زمانی را برای مدل‌سازی سطح بادهای اقیانوسی به‌کار برده‌اند [۳]. بانرجی و همکاران^۷ با روش بیز سلسه مراتبی که در آن توزیع‌هایی معلوم برای پارامترهای توزیع پیشین در نظر گرفته می‌شود، پیش‌بینی فضایی-زمانی را با الگوریتم نمونه‌گیری گیبس تعیین کرده‌اند [۴]. همچنین ریواز و همکاران^۸ بر اساس مدل تغییرنگار^۹ فضایی-زمانی تفکیک‌پذیر، رهیافت بیز تجربی را برای پیش‌بینی آلودگی هوای شهر تهران مورد مطالعه قرار داده‌اند [۵].

از جمله مطالعات انجام شده در زمینه پیشگویی فضایی‌زمانی در آب‌شناسی می‌توان به مطالعه اطمینان و شفیع اشاره کرد [۶ و ۷]. اطمینان صرفاً به پیشگویی سطح آبهای زیرزمینی در بعد فضا پرداخته است [۶]. شفیع هرچند بعد زمان را هم در تحلیلها به‌کار برده ولی مدل‌های مناسبی که ساختار وابستگی داده‌ها را در بعد فضا و زمان مدل‌سازی کند به‌کار نبرده است [۸]. وجه تمایز مطالعه حاضر از مطالعات مشابه آن است که اولاً نوعی مدل‌سازی خاص برای هم‌تغییرنگار به‌کار رفت که دقت پیش‌بینی را افزایش داد و ثانیاً کریجینگ فضایی-زمانی به‌کار برده شد که به‌کاربر اجازه می‌دهد در هر نقطه‌ای از فضای مورد مطالعه، چه در آنجا چاه حفر شده یا نشده باشد و در هر مقطع زمانی (گذشته، حال یا آینده) سطح آب را با دقت نسبتاً خوبی پیش‌بینی کند [۶-۹].

1 Spatial-temporal Data

2 Eynon

3 Switzer

4 Guttorp et al.

5 Separable

6 Wikle et al.

7 Banerjee et al.

8 Rivaz et al.

9 Variogram

10 Covariogram

11 Cross Validation

تغییرنگار تابعی است که میزان عدم تشابه داده‌ها را نشان می‌دهد. به این معنی که هرچه تغییرنگار بزرگ‌تر باشد، عدم تشابه بیشتر یا به زبان دیگر تشابه کمتر است و معمولاً با افزایش فاصله داده‌ها مقدار آن افزایش می‌یابد یعنی تشابه، کمتر شده و یا وابستگی داده‌ها کاهش می‌یابد. تغییرنگار که خود نوعی واریانس است، همان نقش و اهمیت واریانس در روشهای متداول آمار را دارد.

اگر $Z(s,t)$ متغیر مورد بررسی مانند سطح آب، در موقعیت جغرافیایی s و زمان t باشد، تحت شرط مانایی^۱ تغییرنگار فضایی - زمانی این میدان به صورت زیر است

$$2\gamma(h_s, h_t) = \text{var}(Z(s, t) - Z(s + h_s, t + h_t)) \quad (۱)$$

رابطه برآورد نیم تغییرنگار فضایی - زمانی به صورت زیر است

$$(۲)$$

$$\hat{\gamma}_{s,t}(h_s, h_t) = \frac{1}{2|L(h_s, h_t)|_{L(h_s, h_t)}} \sum [Z(s + r_s, t + r_t) - Z(s, t)]^2$$

که در این رابطه

$|L(h_s, h_t)|$ تعداد زوج داده‌هایی که تقریباً در فاصله فضایی h_s و فاصله زمانی h_t هستند. لازم به ذکر است با قرار دادن h_t برابر صفر در ۲ برآورد نیم تغییرنگار صرفاً فضایی $\hat{\gamma}(h_s)$ و برای h_s برابر صفر برآورد نیم تغییرنگار صرفاً زمانی $\hat{\gamma}(h_t)$ به دست می‌آید. بسیاری از پژوهشگران به جای تغییرنگار از نیم تغییرنگار که نصف تغییرنگار است استفاده می‌کنند. برای مدل سازی تغییرنگار یا نیم تغییرنگار داده‌های فضایی مدل‌های متعددی وجود دارند که از جمله می‌توان به مدل‌های کروی، گوسی، مکعبی، نمایی، توانی و سینوسی اشاره کرد [۱۰].

هم تغییرنگار (یا تابع کواریانس) رفتاری دقیقاً عکس تغییرنگار است یعنی افزایش هم تغییرنگار به معنی افزایش وابستگی داده‌ها برحسب فاصله است و کواریانس داده‌ها در دو موقعیت دلخواه با فاصله‌های معین را نشان می‌دهد.

برای آنکه بتوان یک مدل هم تغییرنگار معتبر به داده‌ها برازش داد، معمولاً یک خانواده پارامتری از توابع معین مثبت در نظر گرفته می‌شود و بهترین مدل انتخاب می‌گردد. پیچیدگی توابع کواریانس فضایی - زمانی فرایند، انتخاب بهترین مدل را دشوار می‌سازد اما تفکیک پذیر بودن آن می‌تواند مدل سازی هم تغییرنگار را ساده‌تر کند. هرگاه هم تغییرنگار به صورت ضربی یا جمعی ترکیبی از دو هم تغییرنگار صرفاً فضایی و صرفاً زمانی باشد، تفکیک پذیر نامیده می‌شود. از تفکیک پذیری مدل‌های تفکیک پذیر ضربی،

جمعی و ضربی - جمعی حاصل می‌شوند [۱۱]. هم تغییرنگار فضایی - زمانی ضربی به صورت زیر است

$$C_{st}(h_s, h_t) = C_s(h_s) C_t(h_t) \quad (۳)$$

که در این رابطه

$C_s(h_s)$ هم تغییرنگار صرفاً فضایی و $C_t(h_t)$ هم تغییرنگار صرفاً زمانی داده‌ها است [۱۲]. مدل نیم تغییرنگار ضربی متناظر با مدل ۳ به صورت زیر است [۱۳]

$$(۴)$$

$$\gamma_{s,t}(h_s, h_t) = C_t(0)\gamma_s(h_s) + C_s(0)\gamma_t(h_t) - \gamma_s(h_s)\gamma_t(h_t)$$

که در این رابطه

$\gamma_s(h_s)$ نیم تغییرنگار صرفاً فضایی و $\gamma_t(h_t)$ نیم تغییرنگار صرفاً زمانی است.

مدل هم تغییرنگار فضایی - زمانی جمعی، رده دیگری از مدل‌های تفکیک پذیر است که توسط روحانی و هال^۲ به صورت مجموع دو هم تغییرنگار صرفاً فضایی و صرفاً زمانی تعریف شده است [۱۴]. برای این نوع مدل احتمال دارد تابع کواریانس یک ماتریس ویژه (وارون ناپذیر) باشد [۱۵]. در این حالت تابع کواریانس نیمه معین مثبت بوده و برای پیش‌بینی بهینه مناسب نیست. به همین دلیل در این مقاله، این مدل مورد استفاده قرار نگرفت.

مدل نیم تغییرنگار دیگری که در این مطالعه به کار رفت، بر اساس تابع کواریانس جمعی - ضربی، به صورت زیر است

$$\gamma_{st}(h_s, h_t) = [K_2 + K_1 C_t(0)]\gamma_s(h_s) + [K_3 + K_1 C_s(0)]\gamma_t(h_t) - K_1 \gamma_s(h_s)\gamma_t(h_t) \quad (۵)$$

که در این رابطه

$C_s(0)$ آستانه نیم تغییرنگار فضایی و $C_t(0)$ آستانه نیم تغییرنگار زمانی هستند [۱۲ و ۱۶]. دی‌یکو^۳ تعمیمی از مدل تغییرنگار جمعی - ضربی را معرفی نموده است که به جای سه پارامتر مدل قبل فقط یک پارامتر دارد [۱۷].

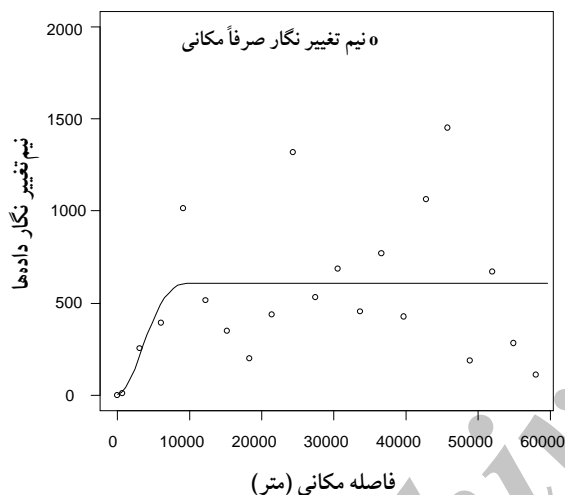
۳-۱- برآورد تغییرنگار و هم تغییرنگار سطح آبهای زیرزمینی

مجموعه داده مورد بررسی در این مطالعه مربوط به سطح آب چاههای پیژومتری محدوده مطالعاتی دشت بیرجند طی فروردین سال ۱۳۷۸ تا شهریور سال ۱۳۸۶ بود. هر چاه پیژومتر دارای یک نقطه نشانه است که طول و عرض و ارتفاع آن از سطح دریا

² Hall
³ De Iaco

¹ Stationary

$\|h\|$ طول بردار h است و مشخص کننده فاصله بین دو داده در فضای دو بعدی است. نمودار نیم تغییرنگار فضایی (مدل ۷) در شکل ۱ نشان داده شده است. در این شکل محور افقی فاصله مکانی برحسب متر و محور عمودی میزان نیم تغییرنگار داده‌ها است. در این شکل برآورد نیم تغییرنگار صرفاً فضایی نیز با دایره‌های توخالی نشان داده شده است. اثر قطعه‌ای مقدار نیم تغییرنگار در مبدأ مختصات است که در شکل ۱ صفر دیده می‌شود ولی مقدار آن $4/4$ متر است. مشاهده می‌شود که نیم تغییرنگار از فاصله 11201 متری به بعد به حالت تخت (هموار) در می‌آید. به این فاصله دامنه گفته می‌شود که مفهوم آن این است که داده‌های با فاصله بیش از 11201 متر از لحاظ آماری مستقل هستند. مقدار نیم تغییرنگار در دامنه، آستانه نامیده می‌شود.



شکل ۱- نمودار برآورد نیم تغییرنگار مکانی سطح آب و مدل برازش شده

به‌طور مشابه پس از برآورد نیم تغییرنگار صرفاً زمانی و برازش مدل‌های مختلف، مدل موجی با اثر قطعه‌ای \hat{c}_0 برابر 532 ، دامنه \hat{a} برابر 6334 و آستانه \hat{c} برابر $834/5$ به‌عنوان مدل برتر زمانی انتخاب شد. رابطه این مدل در زیر و نمودار آن در شکل ۲ مشاهده می‌شود

$$\gamma(h) = c_0 + c \left(1 - \frac{a}{\|h\|} \sin\left(\frac{\|h\|}{a}\right) \right) \quad \|h\| \geq 0 \quad (8)$$

ریز عملیات محاسباتی و برنامه‌های نرم‌افزاری برای برازش و رسم این مدل‌ها در مطالعات قبلی آمده است [۱۸].

برحسب متر تعیین شده است. در چاه‌های پیزومتری، اطلاعات ماهانه تراز سطح آب زیرزمینی و عمق برخورد به آب ثبت شده در دسترس است. با کم کردن عمق آب از ارتفاع نقطه نشانه نسبت به سطح دریا، ارتفاع سطح آب چاه نسبت به سطح دریا به دست می‌آید. در نتیجه سطح آب در 21 موقعیت (چاه پیزومتر) و 102 زمان (ماه) مختلف اندازه‌گیری شده است. در اصل باید $21 \times 102 = 2142$ داده موجود باشد اما به دلیل ثبت نشدن ثبت آب برخی چاه‌ها در برخی ماه‌ها تعداد داده‌های موجود 2065 بود. به منظور حصول شرط ایستایی برای تحلیل فضایی-زمانی داده‌های مورد نظر ابتدا ماهیت مشاهدات از نظر روند در میانگین مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای اینکه از اثرات روند بر روی برآورد تغییرنگار و نهایتاً پیش‌بینی‌ها کاسته شود، لازم است که به نحوی روند مشاهدات حذف شود [۱۰]. بررسی مقدماتی داده‌های سطح آب نشان دهنده وجود روند فضایی و زمانی در داده‌ها بودند، لذا یک مدل رگرسیونی درجه دوم به صورت زیر به داده‌ها برازش داده شد که در آن سطح آب چاه‌ها متغیر وابسته و طول جغرافیایی (x) ، عرض جغرافیایی (y) و زمان (t) در نقش متغیرهای مستقل هستند

$$\hat{\mu}(s, t) = 1.10 \times 10^7 + 1.24x - 6.34y + 4.24x^2 + 9.06 \times 10^{-7} y^2 - 3.57 \times 10^{-7} xy \quad (6)$$

که در این رابطه

$\hat{\mu}(s, t)$ برآورد میانگین متغیر تصادفی $Z(s, t)$ است.

سپس با استفاده از مدل بالا داده‌های روند زدوده از رابطه $R(s, t) = Z(s, t) - \hat{\mu}(s, t)$ محاسبه گردید و بر اساس آنها ساختار همبستگی داده‌ها برآورد شد. برای این منظور ابتدا نیم تغییرنگارهای صرفاً فضایی و صرفاً زمانی تجربی برای داده‌های روند زدوده به‌طور مجزا به دست آمد، سپس با برنامه نویسی در محیط نرم‌افزار R به کمک مجموعه برنامه‌های $geoR$ ، مدل‌های معتبر مختلف به برآورد نیم تغییرنگار صرفاً فضایی داده‌های روند زدوده سطح آب برازش شد و از بین آنها مدل نیم تغییرنگار مکعبی با اثر قطعه‌ای \hat{c}_0 برابر $4/4$ ، دامنه \hat{a} برابر 11201 و آستانه \hat{c} برابر $607/7$ دارای میانگین توان دوم خطای کمتری بود به‌عنوان مدل برتر انتخاب شد. رابطه ریاضی این مدل به صورت زیر است

$$(7)$$

$$\gamma(\|h\|) = \begin{cases} c_0 + c \left[7 \left(\frac{\|h\|}{a} \right)^2 - 8.75 \left(\frac{\|h\|}{a} \right)^3 + 3.5 \left(\frac{\|h\|}{a} \right)^5 - 0.75 \left(\frac{\|h\|}{a} \right)^7 \right] & 0 < \|h\| \leq a \\ c_0 + c & \|h\| \geq a \end{cases}$$

که در این رابطه

($j=1, \dots, m$ و $i, k=1, \dots, n$) که به کمک مدل برازش شده به نیم تغییرنگار (مانند مدل ۹ و ۱۰) برآورد می‌شود. برای بررسی دقت پیشگویی واریانس، پیشگوی کریجینگ نیز قابل محاسبه است [۱۸ و ۱۹].

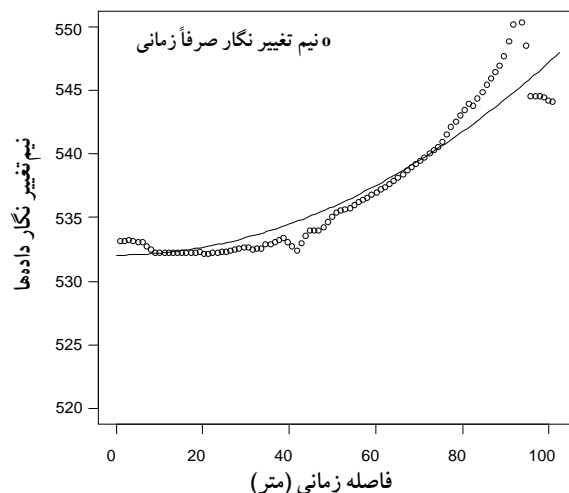
۴- نتایج و بحث

همان‌طور که در مقدمه ذکر شد مهم‌ترین بخش تحلیل داده‌های فضایی-زمانی مدل‌سازی ساختار وابستگی آنها است که با تغییرنگارهای ضربی و جمعی-ضربی انجام شد. برای مقایسه دقت این دو مدل، میانگین خطای پیشگویی کریجینگ به روش اعتبار سنجی متقابل محاسبه شد. در این روش اولین مشاهده (سطح آب چاه اول) از داده‌ها حذف شده و مقدار آن به کمک سایر داده‌ها (به روش کریجینگ) پیش‌بینی می‌شود و خطای پیش‌بینی برای این مشاهده به دست می‌آید. سپس به ترتیب داده دوم، سوم و تا آخر یکی یکی حذف و به کمک سایر داده‌ها پیش‌بینی می‌شوند و در نتیجه میانگین توان دوم خطای پیش‌بینی از رابطه ۱۲ محاسبه می‌شود

$$CVMSE = \frac{1}{mn} \sum_i \sum_j (\hat{Z}(s_i, t_j) - Z(s_i, t_j))^2 \quad (12)$$

که در این رابطه

$\hat{Z}(s_i, t_j)$ پیش‌بینی به روش کریجینگ در موقعیت فضایی-زمانی (s_i, t_j) بر اساس تمام مشاهدات بدون در نظر گرفتن $Z(s_i, t_j)$ است. مقادیر CVMSE برای مدل‌های ضربی و جمعی-ضربی به ترتیب $1/38$ و $9/47$ متر به دست آمد. با توجه به اینکه میانگین توان دوم خطای پیش‌بینی با مدل ضربی کمتر از روش جمعی-ضربی است، مدل نیم تغییرنگار ضربی برای پیش‌بینی سطح آب چاههای منطقه مورد مطالعه مناسب‌تر بود. بنابراین نمودارهای تراز پیش‌بینی سطح آب برای مدل ضربی رسم شد. نمودار تراز پیش‌بینی سطح آب در فروردین ماه سال ۱۳۸۶ بر اساس مدل تغییرنگار ضربی در شکل ۳ نشان داده شده است. در این شکل محورهای افقی و عمودی به ترتیب طول و عرض جغرافیایی را برحسب متر در سیستم UTM نشان می‌دهد و موقعیتهای جغرافیایی چاههای پیژومتری به صورت دایره‌های توخالی به همراه مقادیر واقعی سطح آب مشخص شده است. به کمک این نمودار می‌توان مقادیر پیش‌بینی شده با مقادیر واقعی داده‌ها را مقایسه کرد و میزان نزدیکی آنها به یکدیگر را از روی منحنی تراز مشاهده کرد. خطوط تراز و مقادیر ارتفاع‌هایی که در کنار این خطوط درج شده است نیز نشان دهنده پیش‌بینی سطح آبهای زیرزمینی برای نقاط مختلف این محدوده مطالعاتی است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود مقادیر سطح آب در چاههای مختلف با مقادیر پیش‌بینی شده در آن منطقه تفاوت زیادی ندارد. شکل ۳ تراز پیش‌بینی افزایش ۲۰۰



شکل ۲- نمودار برآورد نیم تغییرنگار زمانی سطح آب و مدل برازش شده

با استفاده از مقادیر آستانه‌های مدل‌های برازش شده، مقادیر $C_s(0)$ برابر $612/1$ و $Ct(0)$ برابر $6866/1$ به دست آمد و در نتیجه تغییرنگار فضایی-زمانی ضربی داده‌های سطح آب به صورت زیر است

$$\hat{\gamma}(\|h_s\|, \|h_t\|) = 612.1\hat{\gamma}(\|h_s\|) + 6866.1\hat{\gamma}(\|h_t\|) - \hat{\gamma}(\|h_s\|)\hat{\gamma}(\|h_t\|) \quad (9)$$

به‌طور مشابه مدل تغییرنگار جمعی-ضربی نیز از رابطه ۵ با جایگذاری برآورد پارامترها به دست می‌آید

$$\hat{\gamma}_{s,t}(h_s, h_t) = \hat{\gamma}_s(h_s) + \hat{\gamma}_s(h_t) - 0.002\hat{\gamma}_s(h_s)\hat{\gamma}_s(h_t) \quad (10)$$

۳-۲- پیش‌بینی فضایی-زمانی

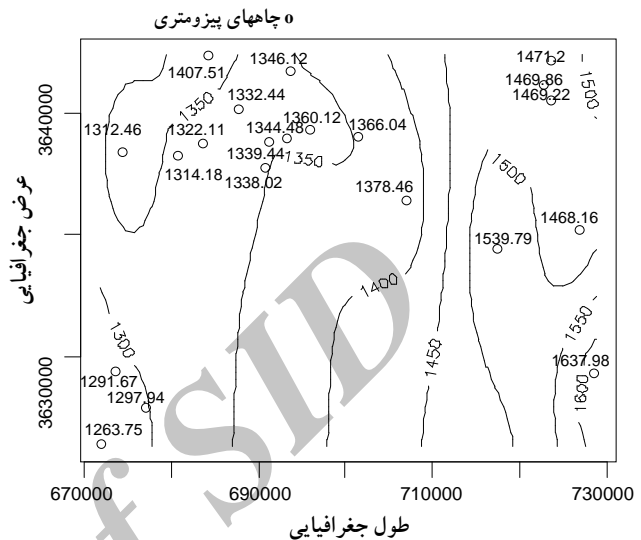
یکی از اهداف مهم در تحلیل داده‌های فضایی-زمانی اغلب پیش‌بینی متغیر مورد بررسی در موقعیت و زمان خاص است. یک روش پیش‌بینی مقدار میدان تصادفی در موقعیت فضایی s_0 و لحظه زمانی t_0 بر اساس بردار مشاهدات فضایی-زمانی بهترین پیشگوی خطی نااریب به فرم $\hat{Z}(s_0, t_0) = \lambda'Z$ است که در آن بردار ضرایب از کمینه کردن میانگین توان دوم خطای پیش‌بینی به صورت زیر حاصل می‌شود

$$\lambda' = \{\gamma + X(X'r^{-1}X)^{-1}(x - X'r^{-1}\gamma)\}'r^{-1} \quad (11)$$

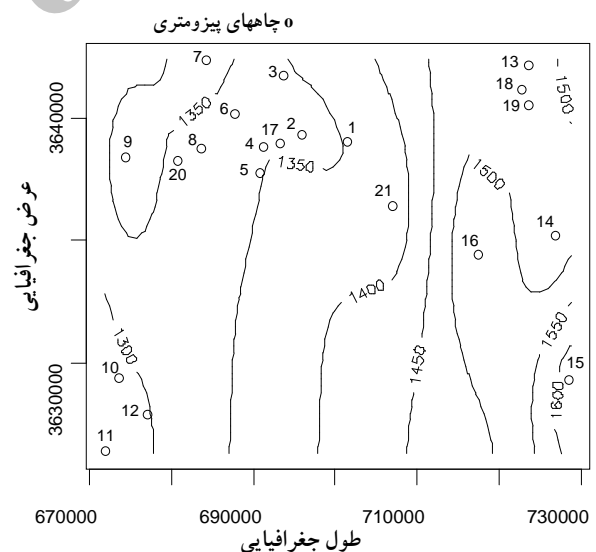
که در این رابطه

$r \equiv (\gamma(s_0 - s_1, t_0 - t_1), \dots, \gamma(s_0 - s_n, t_0 - t_m))'$ یک ماتریس $nm \times nm$ با عناصر $\gamma(s_i - s_k, t_j - t_l)$ است،

متری سطح آب در شرق منطقه نسبت به غرب را نشان می‌دهد که از لحاظ زمین شناسی پدیده‌ای قابل توجیه است [۷]. شکل ۴ نیز نمودار تراز سطح آب را برای فروردین سال ۱۳۸۷ نشان می‌دهد. البته سطح آب در سال ۱۳۸۷ نسبت به سال ۱۳۸۶ کاهش داشته و به دلیل ناچیز بودن، کاهش در نمودار قابل مشاهده نیست.



شکل ۳- نمودار تراز پیش‌بینی سطح آبهای زیر زمینی در فروردین ۱۳۸۶



شکل ۴- نمودار تراز سطح آبهای زیر زمینی در فروردین ۱۳۸۷

تحقیق پس از برآورد تجربی تغییرنگارهای صرفاً فضایی و صرفاً زمانی، مدل‌های معتبر مختلفی به آنها برازش شد تا در حد امکان دقیق‌ترین مدل‌ها برای وابستگی‌های فضایی و زمانی داده‌ها حاصل شوند. برای تغییرنگار صرفاً فضایی مدل مکعبی و برای تغییرنگار صرفاً زمانی مدل موجی به‌عنوان برترین مدل انتخاب گردیدند. سپس بر اساس آنها مدل تغییرنگار فضایی- زمانی تعیین شد. میانگین توان دوم خطای پیش‌بینی برای مدل تغییرنگار ضربی ۱/۳۸ و برای مدل تغییرنگار جمع‌ی- ضربی ۹/۴۷ متر بود که نشان می‌دهد مدل ضربی با دقت بسیار بیشتری سطح آب چاهها را در نقاط و زمان‌های مختلف پیش‌بینی می‌کند.

هر چند با روش کریجینگ می‌توان در هر نقطه یا مقطع از فضا یا زمان سطح آب را پیش‌بینی نمود، ولی در این مطالعه نقشه پیش‌بینی سطح آب فقط در دو مقطع زمانی فروردین ۱۳۸۶ و فروردین ۱۳۸۷ به‌عنوان نمونه ارائه شد. از لحاظ پیش‌بینی زمانی باید توجه نمود که هرچه برای فاصله‌های زمانی دورتر از آخرین مشاهده زمانی پیش‌بینی شود از دقت پیش‌بینی‌ها کاسته خواهد شد. با توجه به اینکه از داده‌های ۱۰۲ ماه متوالی استفاده شده و دقت پیش‌بینی برای ۱۰ تا ۱۵ ماه آینده نسبتاً خوب است. از جمله محاسن روش مورد استفاده این است که در بعضی ماه‌ها سطح آب چاه اندازه‌گیری نشده و به کمک کریجینگ فضایی- زمانی می‌توان سطح آب را برای آن زمان‌ها پیش‌بینی نمود.

هدف اصلی این تحقیق بیان برخی روشهای آماری مورد نیاز و ارائه برخی از نتایج آن برای استفاده در حیطه‌های مختلف آب و فاضلاب بود و برای ملموس شدن نتایج از یک مثال عینی (داده‌های سطح آب) استفاده شد. باید توجه نمود که داده‌های مورد استفاده در زمان این تحقیق از لحاظ زمانی تا شهریور ۱۳۸۶ در دسترس بوده‌اند که با به روز کردن داده‌ها می‌توان پیش‌بینی‌های دقیق‌تری برای سالهای آینده نیز انجام داد. به‌علاوه اگر قرار باشد در نقطه خاصی از منطقه مورد مطالعه در زمان حاضر یا حتی چند ماه بعد چاه آبی حفر شود قبل از صرف هزینه هنگفت برای حفر چاه می‌توان عمق چاه تا رسیدن به آب را پیش‌بینی و بر اساس آن در مورد حفر کردن چاه تصمیم‌گیری نمود و سپس هزینه حفر چاه را با توجه به عمق آن برآورد نمود.

۶- قدردانی

نویسندگان این مقاله از حمایت قطب علمی داده‌های ترتیبی و فضایی دانشگاه فردوسی مشهد تقدیر و تشکر به‌عمل می‌آورند.

۵- نتیجه‌گیری

مهم‌ترین مسئله در تحلیل فضایی- زمانی داده‌ها، تعیین ساختار وابستگی داده‌ها است. هرچه در انتخاب نوع مدل‌ها و نحوه برازش مدل‌ها بیشتر دقت شود، پیش‌بینی‌ها دقیق‌تر خواهد بود. لذا در این

- 1- Eino, B.P., and Switzer, P. (1983). "The variability of rainfall acidity." *Canadian J. of statistics*, 11, 11-24.
- 2- Guttorp, P., Meiring, W., and Sampson, P. (1994). "A space-time analysis of ground level ozone data." *J. of Environmentrics*, 5, 241-254.
- 3- Wikle, C.K., Milliff, R.F., Nychka, D., and Berliner, L.M. (2001). "Spatio-temporal hierarchical bayesian modeling, tropical ocean surface winds." *J. of the American Statistical Association*, 96, 382-397.
- 4- Banerjee, S., Carlin, B.P., and Gelfand, A.E. (2004). *Hierarchical modeling and analysis for spatial data*, Boca Raton, FL: Capman and Hall/ CRC, Florida.
- 5- Rivaz, F., Mohamadzadeh, M., and Jafari Khaledi, M. (2007). "Empirical bayes prediction for space-time data under separable model." *J. of Statistical Sciences*, 1, 45-60. (In Persian)
- 6- Etminan, J. (2005). "Using kriging In hydrogeology studies." M.Sc. Dissertation, Birjand University. (In Persian)
- 7- Shafeie, A. (2007). "Spatial-temporal prediction of groundwater level in Birjand region." M.Sc. Dissertation, Birjand University. (In Persian)
- 8- Rezapour Tabari, M.M., Ebadi, T., and Maknoon, R. (2010). "Development of a smart model for groundwater level prediction based on aquifer dynamic conditions." *J. of Water and Wastewater*, 76, 70-80. (In Persian)
- 9- Soltani Gerdefaramarzy, S., and Abedi Koupai, J. (2010). "Quantification of groundwater recharge in the karvan aquifer in Esfahan (Iran) using the CRD model." *J. of Water and Wastewater*, 76, 92-97. (In Persian)
- 10- Cressie, N. (1993). *Statistics for spatial data*, John Wiley and Sons Pub., New York.
- 11- Kolvos, A., Christakos, G., Hristopulos, D.T., and Serre, M.L. (2004). "Methods for generating nonseparable spatio-temporal covariance models with potential environmental applications advance in water resources." *J. of Advance in Water Resources*, 27, 815-830.
- 12- De Csare, L., Myers, D.E., and Posa, D. (1997). "Spatial-temporal modeling of SO₂ in the Milan district." Baafi, E.Y., and Schofield, N.A. (Eds.). *Geostatistics Wolongong*, kluwer Academic Pub., Dordrecht.
- 13- Chunsheng, M.A. (2003). "Spatio-temporal stationary covariance models." *J. of Multivariate Analysis*, 86, 97-107.
- 14- Rouhani, S., and Hall, J. (1989). "Space-time kriging of groundwater data, in Armstrong, M. (ed.) *Geostatistics*." *J. of Kluwer Academic Publication*, 2, 639-651.
- 15- Myers, D.E., and Journel, A.G. (1990). "Variograms with zonal anisotropies and noninvertible kriging systems." *J. of Mathematical Geology*, 22, 758-779.
- 16- De Cesare, L., Myers, D.E., and Posa, D. (2001). "Estimating and modeling space-time correlation structures." *J. of Statistical and Probability Letters*, 51, 9-14.
- 17- De Iaco, S., Myers, D.E., and Posa, D. (2001). "Space-time analysis using a general product-sum model." *J. of Statistical and Probability Letters*, 52, 21-28.
- 18- Sadeghian, A. (2009). "Estimation of spatial-temporal covariogram." M.Sc. Dissertation, Birjand University, Birjand. (In Persian)
- 19- Nhu, D.L., and Zideck, J.V. (2006). *Statistical analysis of environmental space-time processes*, Springer Pub., USA.