

# حداقل سازی نوسانات سطح آب در کانال‌های انتقال با استفاده از بسط فوریه و الگوریتم حرکت دسته جمعی ذرات

عبدالحسین بغلانی<sup>۱</sup>

پذیرش ۹۲/۲/۲۰

(دریافت ۹۱/۳/۲۸)

## چکیده

در این پژوهش ایده جدیدی برای کمینه‌سازی نوسانات تراز آب در اثر افزایش ناگهانی در دبی پمپاژ پایین دست کانال بر پایه الگوریتم حرکت دسته جمعی ذرات ارائه شد. بهترین هیدروگراف ورودی به کانال که می‌تواند نوسانات تراز سطح آب را حداقل کند با استفاده از بسط فوریه و تعیین ضرایب آن با استفاده از هوش مصنوعی دسته جمعی به دست آمد. با این ایده، امکان تبدیل این مسئله به یک مسئله بهینه‌سازی و حل آن با استفاده از روش‌های متداول به وجود خواهد آمد. برای این منظور، مدل عددی قوی تحلیل جریان غیر دائمی غیر یکنواخت با خاصیت تسخیر شوک با مدل بهینه‌سازی ترکیب شد. نتایج نشان داد که این روش می‌تواند یک ایده کارآمد برای حل این مسئله و مسائل مشابه باشد. هیدروگراف به دست آمده از این روش توانست با روشی ساده‌تر، نسبت به روش‌های پیچیده تحلیلی، نوسانات تراز آب را به مقدار محسوسی کاهش دهد. با استفاده از روش پیشنهادی، نوسانات سطح آب نسبت به حالت بدون کنترل ۴۳/۶ درصد و نسبت به حالتی که منحنی کنترل با استفاده از حساب تغییرات به دست می‌آید، ۴/۴ درصد کاهش داشت.

**واژه‌های کلیدی:** کمینه‌سازی نوسانات تراز آب، کانال‌های انتقال آب، معادلات سنت ونان، الگوریتم حرکت دسته‌جمعی ذرات

## Minimization of Water-level Fluctuations Using the Fourier Series and Particle Swarm Optimization Algorithm

A. H. Baghlani<sup>1</sup>

(Received June 17, 2012 Accepted May 10, 2013)

### Abstract

A novel idea based on the Particle Swarm Optimization (PSO) is presented in this paper to minimize water-level fluctuations due to the sudden increase in downstream pumping discharge. The optimum input hydrograph which is capable of minimizing water surface fluctuations is obtained by using the Fourier Series and the PSO algorithm to determine the unknown coefficients in the Fourier Series. This idea can convert the problem to an optimization one, which can be solved via various optimization methods. To achieve this, a robust shock-capturing model which is able to solve governing equations of the unsteady, non-uniform flow is effectively combined with an optimization method based on the particle swarm optimization algorithm. The results show that the proposed approach is efficient in solving problems of this type. The inflow hydrograph obtained by this technique reduced water-level fluctuations in a much simpler manner compared to the complicated analytical approaches. Also, the proposed method was capable of reducing the fluctuations by 43.6% and 4.4%, respectively, compared to the case of imposing no control or that of control obtained by the variational approach

**Keywords:** Minimization of Water-level Fluctuations, Conveyance Open Channels, Saint Venant Equations, Particle Swarm Optimization (PSO).

1. Assist. Prof., Dept. of Civil and Environmental Eng., Shiraz University of Tech., Shiraz (Corresponding Author) (+98 71) 37264102 baghlani@sutech.ac.ir

۱- استادیار، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی شیراز (نویسنده مسئول) ۰۷۱) ۳۷۲۶۴۱۰۲ baghlani@sutech.ac.ir

متأسفانه به دلیل ماهیت غیرخطی بودن شدید مسئله، تحقیقات بسیار محدودی بر مسئله تثبیت نوسانات سطح آب و کمینه‌سازی آن انجام شده است. آتانوف و بوروویک در سال ۱۹۹۵ مسئله تثبیت تراز سطح آب در اثر تغییر در دبی ایستگاه‌های خروجی و ورودی در کانال‌ها را با در نظر گرفتن ضریب لاگرانژ بر پایه معادلات سنت ونان مورد بررسی قرار دادند [۳]. آتانوف و همکاران در سال ۱۹۹۸ همین مسئله را با استفاده از روش حساب تغییرات، حل کرده و یک هیدروگراف بهینه برای دبی ورودی به منظور کاهش نوسانات سطح آب ارائه دادند [۴]. آنها با تشکیل تابع هدف که در واقع فرم انتگرالی مقدار کل نوسانات نسبت به سطح اولیه آب در کانالی به طول مشخص و در یک بازه زمانی مشخص بود، با استفاده از روش‌های اکستریم‌یابی، تغییرات فرایند نسبتاً پیچیده‌ای را برای یافتن هیدروگراف ورودی مناسب برای مسئله ارائه دادند.

ارتقای توان کامپیوترها و توسعه روش‌های بهینه‌یابی هوشمند، انگیزه مناسبی برای یافتن کاربرد این روش‌ها در حل مسائل مهندسی است. اخیراً استفاده از روش‌های بهینه‌یابی بر پایه تکامل تدریجی الهام گرفته از طبیعت<sup>۱</sup> گسترش زیادی پیدا کرده است. از مهم‌ترین این روش‌ها می‌توان به الگوریتم ژنتیک<sup>۲</sup>، الگوریتم جامعه مورچگان<sup>۳</sup>، الگوریتم حرکت دسته جمعی ذرات<sup>۴</sup> و الگوریتم جفت‌گیری زنبورهای عسل<sup>۵</sup> اشاره کرد. تاکنون مسائل کاربردی مختلف و متنوعی در مهندسی آب با استفاده از این روش‌ها حل و بهینه‌سازی شده‌اند. به عنوان مثال چاو در سال ۲۰۰۵ با استفاده از روش حرکت دسته جمعی ذرات به پیش‌بینی میزان آلودگی آب در مسئله کیفیت آب پرداخت [۵]. سوریبابو و نیلاکانتان در سال ۲۰۰۶ و همچنین مونتالوو و همکاران در سال ۲۰۰۸ از همین روش برای بهینه‌سازی شبکه‌های توزیع آب استفاده کردند [۶ و ۷]. فو و همکاران در سال ۲۰۰۸ با استفاده از این روش به مسئله برنامه‌ریزی و مدیریت آب مخازن سدهای متوالی پرداختند [۸]. حداد و همکاران در سال ۲۰۰۸ با استفاده از الگوریتم جفت‌گیری زنبورهای عسل، قواعد بهره برداری از مخازن سد را ارائه کردند [۹]. اقبال و گوریا در سال ۲۰۰۹ با استفاده از الگوریتم ژنتیک، بهینه‌سازی تصفیه‌خانه‌های فاضلاب را انجام دادند [۱۰]. افشار در سال ۲۰۱۰، طراحی بهینه سیستم‌های جمع‌آوری آب شهری را با در نظر گرفتن تراز گره‌های شبکه به‌عنوان متغیرهای طرح، با استفاده از الگوریتم جامعه مورچگان ارائه کرد [۱۱]. موسوی و

کنترل نوسانات سطح آب در کانال‌ها، نقش مهمی در جلوگیری از تلفات آب در بحث مدیریت دارد. موج‌های ایجاد شده در اثر تغییر ناگهانی در دبی جریان، مثلاً در موقع کار نیروگاه‌ها، می‌تواند اثرات نامطلوبی را در کانال ایجاد کند [۱ و ۲]. نوسانات شدید در تراز سطح آب در کانال‌های انتقال، می‌تواند در اثر تغییر ناگهانی در دبی پمپاژ رخ دهد و باعث تجاوز تراز سطح آب از ارتفاع آزاد در نظر گرفته شده برای کانال و خروج مقدار زیادی آب از جداره‌های کانال به سمت خارج و در نتیجه تلف شدن منبع ارزشمند آب شود. همچنین نوسانات در سطح آب کانال‌های باز می‌تواند منجر به عواقب نامطلوب دیگری مثل خراب شدن شیب جداره‌های کانال و نیز نشت زیاده‌تر شود، که این امر باعث هدرروی بیشتر آب می‌شود. بنابراین به نظر می‌رسد که برای انجام مدیریت صحیح بر شبکه توزیع آب و نیز جلوگیری از هدر رفت آب از طریق کانال‌های باز، کاهش این نوسانات ضروری است.

موج‌های نامطلوب ایجاد شده در یک کانال را می‌توان با انتشار موج‌های دیگری در جهت مخالف که به دقت محاسبه شده‌اند، خنثی کرد. در یک کانال باز که عمل انتقال آب در آن با یک دبی مشخص انجام می‌شود، با فرض اینکه در بالادست این کانال، تأمین آب توسط یک ایستگاه پمپاژ انجام شود و ایستگاه پمپاژ دیگری در پایین دست، آب را به مصرف‌کنندگان برساند، در صورتی که دبی ایستگاه پمپاژ پایین دست در یک بازه زمانی کوتاه به‌عنوان مثال در اثر افزایش تقاضا زیاد شود، دبی ایستگاه پمپاژ بالادست نیز باید به‌همین نسبت برای تأمین آب مورد نیاز افزایش یابد. در صورتی که این افزایش دبی در بالادست به طرز مطلوب و محاسبه شده‌ای اعمال نشود، موج‌های ایجاد شده در بالادست که به سمت پایین دست حرکت می‌کنند نه تنها کمکی به کاهش نوسانات و کاهش ارتفاع موج برآیند نمی‌کنند، بلکه خود با موج‌های پایین دست ترکیب شده و به سمت بالادست روانه می‌شوند و باعث افزایش شدید نوسانات سطح آب می‌شوند. در مجموع، چنین تغییراتی باعث به‌وجود آمدن امواجی در سطح جریان می‌شوند که به طرز نامطلوبی به سمت پایین دست و بالادست روانه می‌شوند. باید توجه داشت که به‌دلیل ایجاد تغییرات شدید (شوک) در دبی و در نتیجه در تراز سطح آب و نیز برخورد امواج، نرم‌افزارهای متداولی مانند HEC-RAS که برای محاسبه چنین تغییراتی طراحی نشده‌اند، قادر به شبیه‌سازی و محاسبه پروفیل سطح آب نیستند و در نتیجه حل این‌گونه مسائل، نیاز به روش‌های عددی پیشرفته‌تری دارد. از طرف دیگر، هیدروگراف یا نحوه پمپاژ در بالادست را می‌توان به گونه‌ای طراحی کرد که با توجه به خصوصیات جریان و کانال، کمترین نوسانات در تراز سطح آب ایجاد شود.

<sup>1</sup> Nature-inspired evolutionary algorithms

<sup>2</sup> Genetic Algorithm (GA)

<sup>3</sup> Ant Colony Algorithm (ACO)

<sup>4</sup> Particle Swarm Optimization (PSO)

<sup>5</sup> Honey-Bee Mating Optimization (HBMO)

فرض می‌شود که در پایین دست و بالادست این کانال، دو ایستگاه پمپاژ وجود دارند که شرایط مرزی در دو انتها را اعمال می‌کنند

$$Q(0, t) = \eta(t), \quad Q(L, t) = \psi(t) \quad (2)$$

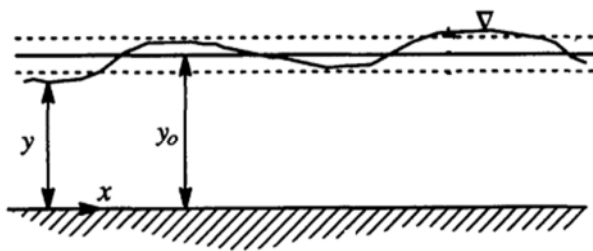
نحوه برداشت آب در پایین دست یعنی  $\Psi(t)$  مشخص بوده و هدف پیدا کردن تابع کنترل  $\eta(t)$  به گونه‌ای است که نوسانات تراز سطح آب نسبت به سطح اولیه  $y_0$  حداقل شود. به عبارت دیگر اگر به عنوان مثال، دبی پمپاژ پایین دست به طور ناگهانی به مقدار معلومی در طی یک دوره خاص افزایش یابد، با چه آهنگی باید دبی پمپاژ بالادست را افزایش داد، تا کمترین نوسان در تراز سطح آب در طی این دوره در کانال ایجاد شود.

برای ایجاد تابع هدف، در صورتی که طول دوره زمانی مورد نظر  $T$  باشد، می‌توان تابع زیر را در نظر گرفت

$$I = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n |y(x_i, t_j) - y_0| \quad (3)$$

که در آن

$I$  تابع هدف برابر با مجموع قدرمطلق کل انحراف‌ها از سطح اولیه در تمام مقاطع و در کل بازه زمانی،  $i$  شمارنده مکانی هریک از مقاطع و  $n$  اندیس پایانی آن به طوریکه  $x_1=0$  و  $x_n=L$ ،  $j$  شمارنده گام‌های زمانی و  $k$  اندیس پایانی آن به طوری که  $t_1=0$  و  $t_k=T$  است. اکنون تابع  $\eta(t)$  باید به گونه‌ای پیدا شود که  $I$  حداقل شود.



شکل ۱- بیان مسئله کمینه سازی نوسانات تراز آب و تعریف پارامترها

### ۳- الگوریتم حرکت دسته جمعی ذرات

الگوریتم حرکت دسته جمعی ذرات، از جمله روش‌های مبتنی بر هوش دسته جمعی است که از طبیعت الهام گرفته است. حرکت دسته جمعی پرندگان و ماهی‌ها برای یافتن بهترین مسیر حرکت برای مهاجرت یا یافتن غذا، ایده اصلی این روش است. الگوریتم حرکت دسته جمعی ذرات که اولین بار توسط کندی و ابرهارت ارائه شد، امروزه یکی از متداول‌ترین و پرکاربردترین روش‌های

شوریان در سال ۲۰۱۰ مسئله بهینه‌سازی نیروگاه‌های برقایی را با استفاده از PSO بررسی کردند [۱۲]. نوریخش و همکاران در سال ۲۰۱۱ به مقایسه روش‌های ژنتیک الگوریتم و حرکت دسته جمعی ذرات در بهینه‌سازی عملکرد پمپ‌های سانتریفیوژ پرداختند [۱۳]. صدقی و اوزار در سال ۲۰۱۲ با استفاده از PSO و ترکیب آن با روش‌های تکامل تدریجی دیگر، مسئله بهینه‌سازی شبکه‌های توزیع آب را بررسی کردند [۱۴]. لی و همکاران در سال ۲۰۱۲ همین مسئله را با استفاده از الگوریتم ژنتیک و بهینه‌سازی چند هدفه مورد تحلیل قرار دادند [۱۵]. همچنین ورداگر و همکاران در سال ۲۰۱۲ با استفاده از ACO نحوه مدیریت فاضلاب‌های صنعتی را مورد توجه و بررسی قرار دادند [۱۶].

با وجود انجام تحقیقات متعدد در زمینه کاربرد روش‌های تکامل تدریجی در حل مسائل مهندسی آب، که به برخی از آنها اشاره شد، تاکنون کاربردی از این روش‌ها در کمینه کردن نوسانات سطح آب در کانال‌های انتقال در مقالات علمی گزارش نشده است. دلیل این امر شاید مشخص نبودن نحوه به‌کارگیری چنین روش‌هایی برای به دست آوردن تابع بهینه هدف باشد. این در حالی است که استفاده از این روش‌ها برای به دست آوردن مقادیر بهینه متغیرهایی خاص (مثل قطر بهینه هر یک از لوله‌های انتقال، سطح مقطع بهینه هر یک از اعضای یک خرپا و غیره) قبلاً با موفقیت مورد آزمایش قرار گرفته‌اند.

در این پژوهش با ترکیبی از یک مدل عددی تسخیر کننده شوک، بسط فوریه و مدل بهینه‌سازی به روش حرکت دسته جمعی ذرات، یک روش جدید برای کاهش نوسانات تراز آب در کانال‌های انتقال که دارای ایستگاه پمپاژ در دو انتها هستند، ارائه شد و تابع پمپاژ بهینه در بالادست که می‌تواند امواج ناشی از تغییر ناگهانی دبی پمپاژ در پایین دست را به نحو مؤثری خنثی کند، به دست آمد. نتایج، همچنین جواب بهتری نسبت به روش بهینه‌سازی با استفاده از حل مسئله حساب تغییرات را نشان داد.

### ۲- بیان مسئله

شکل ۱ یک کانال با سطح مقطع دلخواه که آب را در کانالی به طول  $L$  و با عمق  $y_0$  منتقل می‌کند، نشان می‌دهد. با فرض جریان غیر یکنواخت غیر دائمی، عمق آب در کانال،  $y(x, t)$ ، تابعی از فاصله  $x$  و زمان  $t$  است. دبی در کانال  $Q(x, t)$  بوده و شرایط اولیه در کانال (در زمان  $t=0$ ) مشخص بودن عمق و دبی در همه جای آن است

$$Q(x, 0) = \phi_1(x), \quad y(x, 0) = \phi_2(x) \quad (1)$$

که در آن  $\phi_1(x)$  و  $\phi_2(x)$  به واسطه معلوم بودن شرایط اولیه مشخص‌اند.

مبتنی بر هوش دسته جمعی است [۱۷]. مزیت این روش نسبت به روش قدیمی تر یعنی الگوریتم ژنتیک، آسان تر بودن کدنویسی آن، پایداری عالی و عدم نیاز به کدگذاری دودویی<sup>۱</sup> و فرایندهای پیچیده‌ای مثل قطع<sup>۲</sup> و جهش<sup>۳</sup> است که در روش الگوریتم ژنتیک وجود دارند. در مقایسه‌هایی که بین عملکرد PSO و GA صورت گرفته است، مشخص شده با اینکه هر دو روش، روش‌های بسیار مناسبی در بهینه‌سازی هستند و هر دو، جواب‌های با کیفیتی را به دست می‌دهند، کارایی PSO کمی بیشتر بوده و هزینه محاسباتی آن پایین تر است [۱۸ و ۱۹]. با توجه به شهرت روش و شناخته بودن آن و تنها به منظور کامل بودن مقاله، در اینجا مروری بر این روش صورت می‌گیرد.

روش حرکت دسته جمعی ذرات، شباهت‌هایی به سایر روش‌های تکامل تدریجی مثل الگوریتم ژنتیک دارد. تمام این روش‌ها با یک جمعیت اولیه که تصادفی تولید می‌شوند، شروع می‌شوند. همگی برای ارزیابی جمعیت، از تعیین مقدار تابع هدف به ازای هر یک از اعضای جمعیت استفاده می‌کنند. همچنین همگی برای بهبود یافتن کیفیت جمعیت و رسیدن به جواب بهینه از روش‌های تصادفی استفاده می‌کنند. ولی در مقایسه با الگوریتم ژنتیک، در روش حرکت دسته جمعی ذرات، فرایندهای قطع و جهش وجود ندارند. همچنین هر یک از ذرات، دارای حافظه‌ای است که بهترین موقعیت آن ذره را در طول تکاملش به خاطر می‌سپارد. این الگوریتم، فضای تابع هدف را با اصلاح مسیر حرکت عواملی که ذرات<sup>۴</sup> نامیده می‌شوند، جستجو می‌کند. روش جستجو به شیوه نیمه تصادفی است. کل ذرات، تشکیل گروه<sup>۵</sup> را می‌دهند. هر ذره در گروه می‌تواند کاندیدی برای جواب مسئله بهینه‌یابی باشد. در گروه، ذره‌ای وجود دارد که بهترین مقدار تابع هدف را داراست و به عنوان رهبر گروه، سایر ذرات به سمت آن حرکت می‌کنند با این امید که در طی مسیر حرکت به جواب‌های بهتری برسند و خود، رهبر گروه شوند. حرکت ذرات شامل دو بخش قطعی<sup>۶</sup> و تصادفی<sup>۷</sup> است. هنگامی که یک ذره در مسیر حرکت خود به موقعیتی می‌رسد که از موقعیت‌های پیشین خود بهتر است، موقعیت خود را اصلاح کرده و موقعیت بهتر جدید را به ذهن خود می‌سپارد. بنابراین برای هر یک از ذرات، همواره یک موقعیت بهترین وجود دارد که معمولاً با  $P_i^k$  نشان داده می‌شود که در آن  $k$  شماره تکرار<sup>۸</sup> است. کل گروه

نیز دارای یک موقعیت بهترین است که معمولاً با  $P_g^k$  نمایش داده می‌شود. بنابراین هدف، پیدا کردن بهترین موقعیت از بین بهترین موقعیت ذرات است تا جایی که شرط پایان دادن به الگوریتم ارضا شود، یعنی مقدار تابع هدف، دیگر تغییر محسوسی نکند و یا تعداد دفعات تکرار به پایان برسد. نحوه حرکت ذرات در این الگوریتم در هر تکرار با استفاده از روابط زیر صورت می‌گیرد [۱۷]

$$V_i^{k+1} = V_i^k + C_1 r_1 (P_i^k - X_i^k) + c_2 r_2 (P_g^k - X_i^k) \quad (۴)$$

$$X_i^{k+1} = X_i^k + V_i^{k+1} \quad (۵)$$

که در روابط بالا

$X_i^k$  موقعیت فعلی ذره  $i$  در تکرار  $k$  ام،  $V_i^k$  سرعت فعلی ذره  $i$  در تکرار  $k$  ام،  $P_i^k$  بهترین موقعیت ذره  $i$  تا کنون،  $P_g^k$  بهترین موقعیت از بین تمام ذرات،  $r_1$  و  $r_2$  دو عدد تصادفی بین صفر و یک و  $c_1$  و  $c_2$  دو عدد که معمولاً برابر با ۲ انتخاب می‌شوند [۱۷]. همچنین  $X_i^{k+1}$  و  $V_i^{k+1}$  موقعیت و سرعت جدید ذره در تکرار بعد هستند.

در این پژوهش تعداد ۱۰۰ ذره برای هر یک از متغیرهای مسئله در فضای جستجو در نظر گرفته شد. تخصیص اولیه به مقادیر این ذرات به صورت کاملاً تصادفی صورت گرفت. سرعت اولیه ذرات، صفر در نظر گرفته شد و در طی تکرارهای بهینه‌سازی با استفاده از رابطه ۴، سرعت ذرات و با استفاده از رابطه ۵، موقعیت جدید هر یک از ذرات تعیین شدند. با توجه به اینکه مسئله حاضر یک مسئله کمینه‌سازی است، در هر مرحله از تکرار، تعیین بهترین موقعیت از بین تمام ذرات با ارزیابی تابع هدف به ازای هر یک از کاندیداهای جواب و انتخاب کاندیدی که کمترین مقدار تابع هدف را دارد، صورت گرفت.

#### ۴- تخمین تابع بهینه و روش پیشنهادی برای به دست آوردن آن

برای حل مسئله حداقل‌سازی نوسانات سطح آب با یک تکنیک هوش مصنوعی، باید تابع بهینه به نوعی به یک فرم ریاضی نوشته شود. در این پژوهش از ایده بسط تابع به شکل بسط فوریه استفاده شد.

در صورتی که  $\eta(t)$  تابع بهینه مجهول باشد، بسط فوریه این تابع در دوره  $T$  به صورت زیر است

$$\eta(t) = b_0 + \sum_{m=1}^{\infty} [b_m \cos(\frac{m\pi t}{T}) + a_m \sin(\frac{m\pi t}{T})] \quad (۶)$$

<sup>1</sup> Binary Encoding  
<sup>2</sup> Crossover  
<sup>3</sup> Mutation  
<sup>4</sup> Particles  
<sup>5</sup> Swarm  
<sup>6</sup> Deterministic  
<sup>7</sup> Stochastic  
<sup>8</sup> Iteration number

کورمک حل شدند. معادلات حاکم بر جریان غیر دائمی غیر یکنواخت به صورت زیر نوشته می شود [۲۰ و ۲۱]

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(QV + gAy) = gA(S_0 - S_f) \quad (8)$$

که در روابط بالا

$Q=AV$  دبی جریان،  $A$  سطح مقطع کانال،  $V$  سرعت جریان،  $g$  شتاب ثقل،  $\bar{y}$  فاصله سطح آب تا مرکز سطح جریان،  $S_0$  شیب کف کانال و  $S_f$  شیب خط انرژی است. رابطه  $\gamma$  معادله پیوستگی و رابطه  $\delta$  معادله اندازه حرکت است. روابط بالا را به صورت فشرده می توان به ترتیب زیر نوشت

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = S \quad (9)$$

که در آن  
(۱۰)

$$U = \begin{pmatrix} A \\ VA \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} VA \\ V^2 A + gAy \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} 0 \\ gA(S_0 - S_f) \end{pmatrix}$$

که در این روابط

بردار  $U$  بردار متغیرهای ابقایی،  $F$  بردار فلاکس و  $S$  بردار چشمه هستند.

شیب خط انرژی در روابط بالا را می توان با استفاده از رابطه مانینگ در سیستم متریک به شکل زیر محاسبه کرد

$$S_f = \frac{n^2 V^2}{R^{4/3}} \quad (11)$$

که در این رابطه

$n$  ضریب زبری مانینگ و  $R$  شعاع هیدرولیکی است.

همان طور که گفته شد، با توجه به ماهیت مسئله حاضر، استفاده از روش های معمول مثل روش باکس<sup>۱</sup>، روش مک کورمک<sup>۲</sup> و یا روش مشخصه ها<sup>۳</sup> بی فایده است زیرا این روش ها، قابلیت حل مسئله در مواردی که شوک وجود داشته باشد را ندارند و با ایجاد ناپایداری های عددی به وجود آمده باعث واگرایی حل خواهند شد. در این پژوهش از روش قدرتمند و در عین حال کم هزینه تی وی دی - مک کورمک<sup>۴</sup> که در واقع اصلاحی است بر روش شناخته شده مک کورمک، استفاده شد. این روش، به روش مک کورمک

اگرچه از نظر تئوری، برای تخمین دقیق تابع با بسط فوریه بی نهایت ترم وجود دارند، ولی در عمل با در نظر گرفتن تعداد مناسبی از این ترم ها می توان به دقت مناسبی رسید. در صورتی که بتوان ضرایب مجهول  $a$  و  $b$  را در بسط فوق به دست آورد، تابع بهینه به دست خواهد آمد. بدیهی است در نظر گرفتن ترم های زیاد، اگرچه منجر به دقت بیشتری در تخمین تابع می شود، ولی با افزایش تعداد ضرایب مجهول، فضای جستجو را در الگوریتم بهینه یابی افزایش داده و از نظر محاسباتی نمی تواند مقرون به صرفه باشد. ضمن اینکه با افزایش شدید فضای جستجو، الگوریتم ممکن است در نهایت همگرا نشده و قادر به پیدا کردن جواب مناسب نباشد. در این پژوهش، در نهایت چهار ترم از بسط فوق در نظر گرفته شد و ۹ مقدار مجهول  $a_1, a_2, a_3, a_4, b_0, b_1, b_2, b_3, b_4$  با استفاده از الگوریتم حرکت دسته جمعی ذرات به دست آمد. برای این کار دو مدل عددی حل معادلات جریان و بهینه سازی (در این پژوهش به روش حرکت دسته جمعی ذرات) باید با یکدیگر تعامل داشته باشند. برای این منظور، فلوچارت نشان داده شده در شکل ۲ پیشنهاد می شود.

در مسئله ای که در این مقاله مورد بحث قرار گرفت، جمعیت اولیه شامل ۱۰۰ عضو (به عبارت دیگر ۱۰۰ منحنی اولیه مختلف) و تعداد تکرارها ۵۰۰ بود. بنابراین در مجموع، فاز تحلیل عددی جریان، باید ۵۰۰۰۰ بار معادلات حاکم بر جریان را حل کند تا منحنی بهینه به دست آید.

## ۵- مدل عددی تحلیل جریان و روش حل

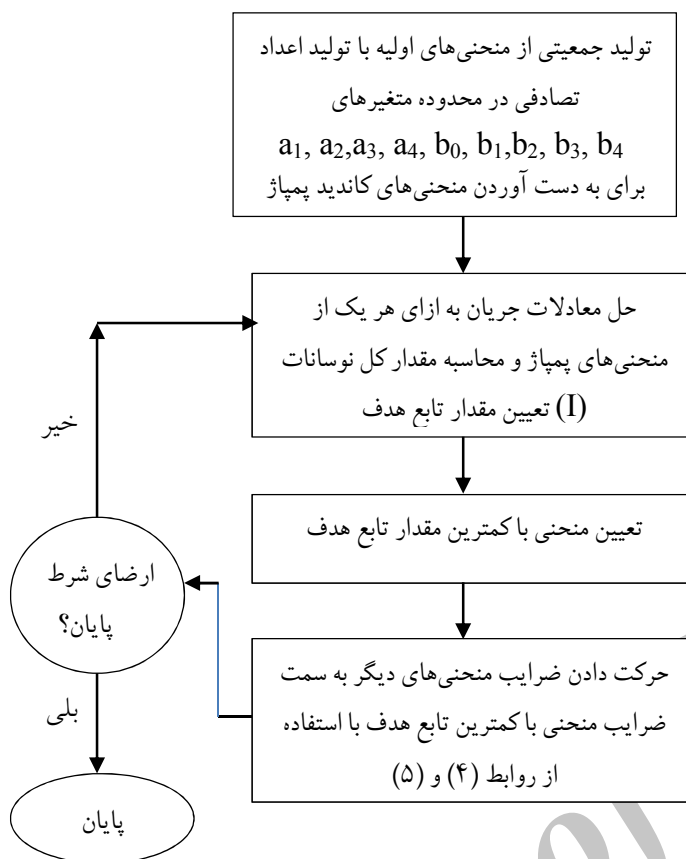
برای حل مسئله بهینه سازی بالا، باید معادلات غیر دائمی حاکم بر جریان غیر یکنواخت حل شوند، تا با هریک از توابع کاندید مقدار کل نوسانات تراز آب، یعنی مقدار تابع هدف، به دست آید. از طرف دیگر به دلیل امکان تغییرات ناگهانی در دبی ایستگاه پایین دست و ایجاد امواج شدیدی که به سمت بالادست حرکت کرده و ایجاد شوک می کنند، مدل انتخاب شده باید توانایی تسخیر شوک را نیز داشته باشد. همچنین با توجه به اینکه تعداد دفعات اجرای این زیر برنامه که توسط مدل بهینه سازی صدا زده خواهد شد، زیاد است، یک روش عددی با هزینه محاسباتی کم برای آن پیشنهاد می شود. در کنار آن با برنامه نویسی در محیطی مثل فرترن که دارای سرعت بسیار مناسبی است، می توان به جواب بهینه در مدت زمان مناسبی دست یافت. با در نظر گرفتن موارد بالا در این پژوهش، معادلات یک بعدی حاکم بر جریان غیر دائمی کانال های باز، شامل معادلات پیوستگی و اندازه حرکت، که به معادلات سنت و نان مشهوراند، با استفاده از مدل عددی با قابلیت تفکیک بالای تی وی دی مک

<sup>1</sup> Box scheme

<sup>2</sup> MacCormack method

<sup>3</sup> Method of characteristics

<sup>4</sup> TVD-MacCormack



شکل ۲- فلوجارت تعیین تابع بینه پمپاژ

$$U_i^{n+1} = 0.5(U_i^p + U_i^c) + [G(r_i^+) + G(r_{i+1}^-)]. \quad (12\text{-ج})$$

$$\Delta U_{i+1/2}^n - [G(r_{i-1}^+) + G(r_i^-)]. \Delta U_{i-1/2}^n$$

که در روابط بالا  
 شماره گره،  $n$  مقدار متغیر در زمان  $t$ ،  $n+1$  مقدار متغیر در زمان  
 $t + \Delta t$  و  $\Delta x$  گام مکانی است. سایر متغیرهای موجود در رابطه  
 فوق به شرح زیر اند

(۱۳-الف و ب)

$$\Delta U_{i+1/2}^n = U_{i+1}^n - U_i^n \quad \Delta U_{i-1/2}^n = U_i^n - U_{i-1}^n$$

(۱۴-الف و ب)

$$r_i^+ = \frac{\langle \Delta U_{i-1/2}^n, \Delta U_{i+1/2}^n \rangle}{\langle \Delta U_{i+1/2}^n, \Delta U_{i+1/2}^n \rangle}$$

$$r_i^- = \frac{\langle \Delta U_{i-1/2}^n, \Delta U_{i+1/2}^n \rangle}{\langle \Delta U_{i-1/2}^n, \Delta U_{i-1/2}^n \rangle}$$

توانایی محاسبه جریان در حالت‌هایی که ناپیوستگی‌هایی مثل پرش  
 هیدرولیکی و یا تغییرات شدیدی در جریان وجود داشته باشد را  
 می‌دهد. در صورتی که گام زمانی مناسبی با استفاده از شرط کورانت  
 برای این روش عددی انتخاب شود، پایداری عددی وجود خواهد  
 داشت. دقت و پایداری این روش با حل موفقیت آمیز مسائل  
 مختلفی مانند حل مسئله شکست سد قبلاً بررسی شده است [۲۲].

روش قدیمی مک کورمک شامل دو مرحله پیشگو<sup>۱</sup> و اصلاح  
 کننده<sup>۲</sup> است. در مرحله پیشگو از تفاضل به سمت عقب و در مرحله  
 اصلاح کننده از تفاضل به سمت جلو استفاده می‌شود. این کار به  
 روش، اجازه در نظر گرفتن و تحلیل مناسب امواج مثبت و منفی را  
 می‌دهد. در روش اصلاح شده تی وی دی-مک کورمک یک  
 مرحله دیگر نیز به مراحل بالا برای پایدار کردن روش در مناطقی  
 که گرادیان شدید وجود دارد، اضافه می‌شود. با این توضیح، مراحل  
 حل روابط ۹ به صورت زیر خواهد بود [۲۲]

$$U_i^p = U_i^n - (F_i^n - F_{i-1}^n) \Delta t / \Delta x + S^n \Delta t \quad (12\text{-الف})$$

$$U_i^c = U_i^n - (F_{i+1}^p - F_i^p) \Delta t / \Delta x + S^p \Delta t \quad (12\text{-ب})$$

<sup>1</sup> Predictor  
<sup>2</sup> Corrector

در رابطه ۱۴ علامت براکت ( $< >$ ) نشان دهنده مقدار عددی حاصلضرب اسکالر دو بردار درون براکت است. تابع  $G$  در معادله (۱۲-ج) به منظور کنترل نوسانات عددی به کار برده شده و به صورت زیر تعریف می شود

$$G(x) = 0.5 \times C \times [1 - \phi(x)] \quad (15)$$

که در آن

$$\phi(x) = \max(0, \min(2x, 1)) \quad (16)$$

$$C = \begin{cases} CFL \times (1 - CFL) & CFL \leq 0.5 \\ 0.25 & CFL > 0.5 \end{cases} \quad (17)$$

در رابطه ۱۷ CFL عدد معروف کورانت-فردریش-لوی است که به منظور کنترل بازه زمانی برای همگرایی روش حل عددی لازم است همواره کمتر از یک باشد. این عدد به صورت زیر تعریف می شود

$$CFL = \frac{\Delta t}{\Delta x} (|v| + c) \quad (18)$$

که در آن  $c = \sqrt{gh}$  سرعت موج است. در پژوهش حاضر، مقدار CFL برابر  $0.9/0$  در نظر گرفته شد و با توجه به رابطه ۱۸ گام های زمانی مناسب که برای پایداری عددی روش لازم است، توسط برنامه محاسبه شد.

بر اساس متدولوژی ذکر شده در قسمت های قبل و نیز فلوجارت نشان داده شده در شکل ۲، یک برنامه کامپیوتری به زبان فرترن که دارای سرعت پردازش بسیار مناسبی است، نوشته شد. این برنامه شامل سه قسمت اصلی است: بخشی که منحنی های مربوط به هیدروگراف ورودی جریان را بر اساس بسط فوریه به ازای هریک از اعضای گروه ذرات محاسبه می کند؛ زیر برنامه ای که بهینه سازی را به روش PSO انجام می دهد؛ و زیر برنامه ای که مدل سازی جریان در کانال را به منظور تعیین مقدار تابع هدف (محاسبه کل نوسانات تراز سطح آب به ازای هر یک از منحنی های ورودی) انجام داده و نتیجه را به زیر برنامه بهینه سازی گزارش می کند. لازم به ذکر است که پس از اتمام عملیات محاسبه و به منظور ارائه نتایج و مشاهده آنها از نرم افزار MATLAB استفاده شد.

#### ۵-۱- مثال عددی

در اینجا به منظور بررسی و حداقل سازی نوسانات تراز سطح آب و نیز صحت سنجی مدل های عددی ارائه شده، یک مثال عددی که در

سه حالت حل می شود، مورد بررسی قرار گرفت. این مثال که قبلاً با استفاده از روش پیچیده حساب تغییرات مورد بررسی قرار گرفته است، به منظور انجام مقایسه با روش ارائه شده در این مقاله انتخاب شد [۴]. تعداد ذرات اولیه (منحنی های اولیه) در گروه ۱۰۰ و تعداد تکرار ۵۰۰ انتخاب شد. اگرچه در اکثر اجراها بعد از حدود ۴۰۰ تکرار، تغییر محسوسی در مقدار تابع هدف دیده نشد، ولی برای اطمینان از همگرایی، تعداد ۵۰۰ تکرار در نظر گرفته شد و بهترین نتیجه حاصل از چند اجرای مختلف استخراج شد.

کانال آبرسانی، یک کانال با سطح مقطع مستطیلی با عرض ۳۰ متر و طول ۲۰ کیلومتر بود که دو ایستگاه پمپاژ در ابتدا و انتهای آن قرار داشت. دبی اولیه در کانال ۱۰۰ مترمکعب در ثانیه بود که ایستگاه پمپاژ بالا، آن را تأمین نموده و ایستگاه پمپاژ پایین دست همین دبی را برای مصرف کنندگان پمپ می نمود. در شرایط جریان دائمی، عمق آب در کانال  $3/6$  متر است. جریان غیر دائمی با افزایش تقاضای آب در پایین دست به میزان ۵۰ درصد شروع می شود (دبی ایستگاه پایین دست به طور ناگهانی به ۱۵۰ متر مکعب در ثانیه می رسد). طول دوره زمانی شبیه سازی سه ساعت در نظر گرفته شد.

مسئله بالا با مدل عددی ارائه شده با در نظر گرفتن شبکه ای با ۲۰۰ بازه مکانی حل شد. بنابراین مقاطع طولی در این مسئله به فاصله ۱۰۰ متری از یکدیگر قرار داشتند. لازم به ذکر است اعمال شبکه ریزتر، تأثیر قابل توجهی بر نتایج نداشت و تنها زمان مدل سازی را افزایش می داد. مسئله در سه حالت زیر مورد تحلیل قرار گرفت:

سناریوی اول: هیچ منحنی بهینه ای برای دبی پمپاژ بالادست به دست نیاید و برای تأمین آب، ساده ترین روش ممکن انجام شود یعنی دبی پمپاژ بالادست نیز ۵۰ درصد افزایش یابد (حالت بدون کنترل).

سناریوی دوم: منحنی به دست آمده از روش حساب تغییرات از مرجع اعمال شود و مقدار تابع هدف به ازای آن به دست آید [۴].

سناریوی سوم: با استفاده از روش پیشنهاد شده در این مقاله، منحنی بهینه به دست آید و تابع به دست آمده از آن و مقدار تابع هدف به ازای آن با سناریوهای اول و دوم مقایسه شود.

در صورتی که منحنی پمپاژ ایستگاه بالادست بهینه نشود، تنها راه برای جبران افزایش دبی خروجی از کانال، افزایش دبی ورودی به همان مقدار است که در سناریوی اول مورد بررسی قرار گرفته است. شکل ۳ تغییرات تراز سطح آب در ایستگاه های بالادست و پایین دست را طی سه ساعت و شکل ۴ تصویر سه بعدی تغییرات سطح آب را در کل کانال در طی این زمان در سناریوی اول نشان می دهد. موج مثبت به سمت پایین دست و موج منفی به سمت

داشت. به عبارت دیگر با ایجاد یک کنترل بر دبی پمپاژ بالادست، مقدار نوسانات سطح آب به مقدار زیادی کاهش یافت. شکل ۵ نوسانات سطح آب در ایستگاه‌های پمپاژ بالادست و پایین دست و شکل ۶ تصویر سه بعدی کل نوسانات در کلیه ایستگاه‌ها و در کل دوره سه ساعته را در این سناریو نشان می‌دهد. همانگونه که در این شکل‌ها دیده می‌شود، مقدار نوسانات سطح آب نسبت به سناریوی اول کاهش یافته و به خوبی چنین کاهش قابل ملاحظه است. از نظر کمی نیز در سناریوی دوم، مقدار کل نوسانات در طی سه ساعت در ایستگاه بالادست ۵۶/۶ متر و در ایستگاه پایین دست ۵۵/۴ متر است که نسبت به سناریوی اول در ایستگاه بالادست، کاهش ۴۸/۱ درصدی و در ایستگاه پایین دست کاهش ۵۳/۷ درصدی را نشان می‌دهد.

در سناریوی سوم، با استفاده از روش پیشنهاد شده در این مقاله، مسئله بالا بهینه یابی شد. بهترین جواب به دست آمده دارای مقدار ۴۱۱۳/۴۴ متر برای تابع هدف بود که نسبت به سناریوی دوم، جواب بهتر و دارای نوسانات کمتری بود. پس از اجراهای مختلف برنامه، بهترین منحنی به دست آمده از این سناریو یک منحنی با مشخصات زیر بود

$$a_1 = -950.0, \quad a_2 = -166.764, \quad a_3 = 240.143, \quad (19)$$

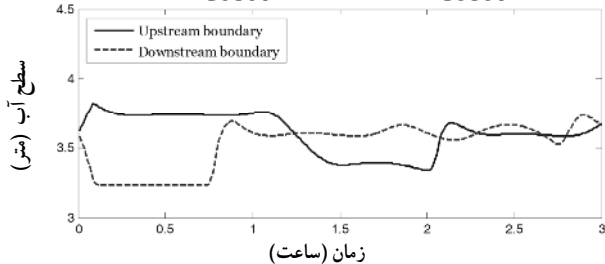
$$a_4 = 41.924$$

$$b_0 = 705.123, \quad b_1 = 114.198, \quad b_2 = -600.372,$$

$$b_3 = -103.342, \quad b_4 = 61.112$$

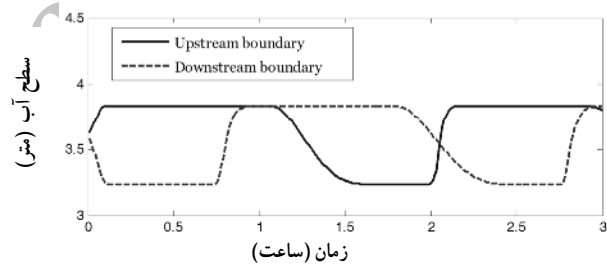
که معادله منحنی بهینه را به فرم زیر را نمایش می‌دهد:

$$\eta(t) = -950 \sin\left(\frac{\pi t}{10800}\right) - 166.764 \sin\left(\frac{2\pi t}{10800}\right) + 240.143 \sin\left(\frac{3\pi t}{10800}\right) + 41.924 \sin\left(\frac{4\pi t}{10800}\right) + 705.123 + 114.198 \cos\left(\frac{\pi t}{10800}\right) - 600.372 \cos\left(\frac{2\pi t}{10800}\right) - 103.342 \cos\left(\frac{3\pi t}{10800}\right) + 61.112 \cos\left(\frac{4\pi t}{10800}\right)$$

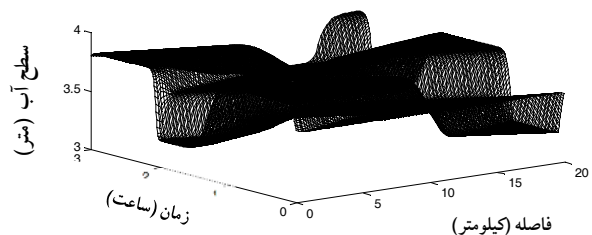


شکل ۵- نوسانات سطح آب در ایستگاه‌های بالادست و پایین دست در سناریوی دوم

بالادست حرکت می‌کنند. به دلیل ماهیت غیر خطی مسئله، این امواج همدیگر را خنثی نکرده و وقتی به انتهای کانال می‌رسند، بازگشت پیدا می‌کنند. همانگونه که دیده می‌شود، امواج مثبت و منفی که به سمت پایین دست و بالادست حرکت کرده و بازتاب می‌یابند، باعث ایجاد نوسانات شدیدی در سطح آب می‌شوند. همانطور که شکل ۳ نشان می‌دهد، در ابتدا تراز سطح آب در ایستگاه بالادست، بالا و در ایستگاه پایین دست، پایین رفته و تا زمانی ثابت می‌ماند. پس از حدود ۰/۷۵ ساعت، امواج بالادست به پایین دست و پس از حدود ۱ ساعت امواج پایین دست به بالادست رسیده و موجب تغییر مجدد در تراز سطح آب می‌شوند. از نظر کمی، مقدار کل نوسانات در طی سه ساعت در ایستگاه بالادست ۱۰۹/۱ متر و در ایستگاه پایین دست ۱۱۹/۷ متر است. تصویر سه بعدی شکل ۴ نشان می‌دهد که در طول مدت زمانی سه ساعت، این تغییرات تا چه حد زیاد است. مقدار تابع هدف (کل نوسانات در مقاطع و دوره زمانی) در این حالت مقدار قابل توجه ۷۳۳۳/۳ متر است. نحوه نوسانات، کاملاً با آنچه قبلاً توسط آتانوف و همکاران بررسی شده، مطابقت داشت که خود، دلالت بر صحت مدل عددی حل معادلات جریان دارد.



شکل ۳- نوسانات سطح آب در ایستگاه‌های بالادست و پایین دست در سناریوی اول

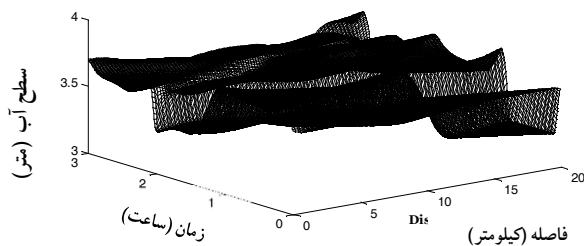


شکل ۴- تصویر ۳ بعدی نوسانات سطح آب در سناریوی اول (مقدار تابع هدف ۷۳۳۳/۳ متر)

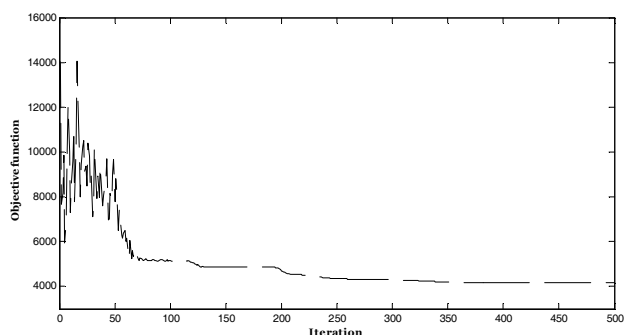
در سناریوی دوم، منحنی پمپاژ پیشنهاد شده در مرجع [۴] به مدل عددی داده شده و مقدار تابع هدف ۴۳۰۲/۸۷ متر به دست آمد که کاهش چشمگیری به مقدار ۴۱/۳ درصد نسبت به سناریوی اول



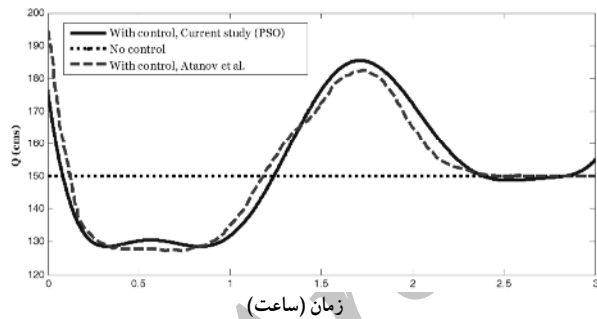
یعنی حالتی که کنترل بهینه‌ای وجود ندارد، در ایستگاه بالادست کاهش ۵۱/۸ درصدی و در ایستگاه پایین‌دست کاهش ۵۷/۱ درصدی را نشان می‌دهد. همچنین روش حاضر (سناریوی سوم) کاهش نوساناتی معادل ۷/۶ درصد در ایستگاه بالادست و کاهش ۸ درصد در ایستگاه پایین‌دست را نسبت به روش حساب تغییرات (سناریوی دوم) دارد. این در حالی است که روش استفاده شده در این مقاله نسبت به روش پیچیده حساب تغییرات، کلی‌تر و ساده است. جدول ۱ خلاصه‌ای از نتایج کمی به دست آمده از این سه سناریو را نشان می‌دهد.



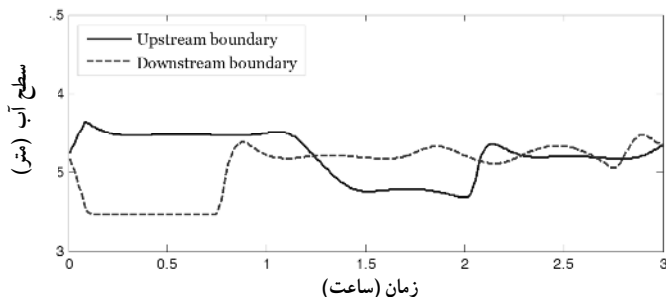
شکل ۶- تصویر ۳ بعدی نوسانات سطح آب در سناریوی دوم (مقدار تابع هدف: ۴۳۰۲/۸۷ متر)



شکل ۷- تاریخچه زمانی همگرایی در الگوریتم ارائه شده در این تحقیق



شکل ۸- توابع نحوه پمپاژ در سه سناریو

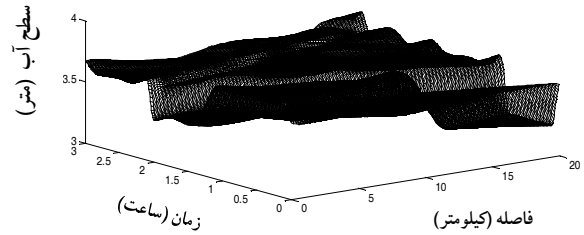


شکل ۹- نوسانات سطح آب در ایستگاه‌های بالادست و پایین دست در سناریوی سوم (تحقیق حاضر)

شکل ۷ تاریخچه زمانی همگرایی جواب در این سناریو را در یکی از اجراهای برنامه نشان می‌دهد. در ابتدا به دلیل تصادفی انتخاب شدن منحنی‌ها و تنوع آنها از نظر شکل، نوسانات مقدار تابع هدف زیاد بوده ولی به تدریج با استفاده از قدرت ذاتی روش‌های هوش دسته جمعی و به‌طور خاص الگوریتم حرکت دسته جمعی ذرات، جواب همگرا می‌شود. در شکل ۸ هیدروگراف‌های پمپاژ برای حالت بدون وجود کنترل، منحنی به دست آمده از تحقیق آتانوف و همکاران و منحنی به دست آمده از این پژوهش (رابطه ۲۰) نشان داده شده‌اند [۴]. همانگونه که شکل ۸ نشان می‌دهد، هر دو منحنی به دست آمده از طریق بهینه‌یابی (روش حساب تغییراتی و روش حاضر)، روند مشابهی را برای کاهش نوسانات سطح آب پیشنهاد می‌کنند. دبی پمپاژ بالادست باید از مقدار بالاتری نسبت به دبی پمپاژ پایین دست شروع شود تا بتواند امواج منفی را که از پایین دست به سمت بالادست روانه شده‌اند، خنثی کند. منحنی پمپاژ بالادست سپس حول مقداری معادل با دبی پمپاژ پایین دست نوسان می‌کند. با اعمال چنین کنترل‌هایی، نوسانات سطح آب به‌طور چشمگیری کاهش خواهد یافت. همانطور که ذکر شد، مقدار تابع هدف به ازای این منحنی ۴۱۱۳/۴۴ متر است که نشان از کاهش نوسانات نسبت به منحنی ارائه شده در سناریوی دوم به مقدار ۴/۴ درصد دارد. این در حالی است که مقدار کاهش نوسانات در این سناریو نسبت به سناریوی اول ۴۳/۶ درصد است. برای نمایش نحوه عملکرد این منحنی بر نوسانات سطح آب، شکل‌های ۹ و ۱۰ ارائه شده‌اند. شکل ۹ نوسانات ایستگاه‌های پمپاژ در بالادست و پایین دست کانال و شکل ۱۰ تصویری ۳ بعدی از کل نوسانات را نشان می‌دهد. با مقایسه شکل‌های ۶ و ۱۰ نیز می‌توان دریافت که منحنی حاصل از روش حاضر نسبت به منحنی کنترل به دست آمده از کار آتانوف و همکاران، نوسانات کمتری را در سطح آب ایجاد کرده است. در سناریوی سوم، مقدار کل نوسانات در طی سه ساعت در ایستگاه بالادست ۵۲/۶ متر و در ایستگاه پایین دست ۵۱/۳ متر است که نسبت به سناریوی اول،

## ۶- نتیجه گیری

نتایج نشان می‌دهد در حالت خاصی که دبی پمپاژ پایین دست به طور ناگهانی افزایش می‌یابد، راه حل ابتدایی افزایش دبی پمپاژ بالادست به همان نسبت، راه حل مناسبی نیست. در عوض می‌توان در صورت تغییر در دبی هر یک از ایستگاه‌ها، یک هیدروگراف بهینه در ایستگاه دیگر که بتواند امواج را به نحو مؤثری کاهش دهد، یافت. حسن روش ارائه شده در این پژوهش، راحت تر بودن و کلی تر بودن نسبت به روش‌هایی مثل حل از طریق بررسی یک مسئله حساب تغییرات است. چنین راه حل‌های تحلیلی معمولاً نیاز به فرض‌های ساده کننده زیادی دارند. به عنوان مثال در مسئله بررسی شده در این پژوهش، راه حل تحلیلی بر پایه حساب تغییرات تنها برای کانال‌های با سطح مقطع دوزنقه‌ای ارائه شده است؛ در صورتی که در روش حاضر، با توجه به کلی بودن مدل حل معادلات جریان غیر دائمی، هر سطح مقطع دلخواهی را می‌توان برای کانال، بدون اضافه شدن پیچیدگی خاصی به مسئله، در نظر گرفت. همچنین نتایج مطلوب حاصل از این روش نشان می‌دهد که ایده تبدیل این مسئله به یک مسئله بهینه‌یابی به کمک بسط فوریه را ممکن است بتوان به حل مسائل مشابه نیز تعمیم داد.



شکل ۱۰- تصویر ۳ بعدی نوسانات سطح آب در سناریوی سوم

جدول ۱- مقایسه مقدار کمی نوسانات سطح آب در سه سناریو

سناریو	مقدار نوسانات سطح آب در طی ۳ ساعت در ایستگاه بالادست (متر)	مقدار نوسانات سطح آب در طی ۳ ساعت در ایستگاه پایین دست (متر)	مقدار کل نوسانات در همه مقاطع و کل زمان ۳ ساعته (متر)
اول	۱۰۹/۱	۱۱۹/۷	۷۳۳۳/۳۰
دوم	۵۶/۶	۵۵/۴	۴۳۰۲/۸۷
سوم (تحقیق حاضر)	۵۲/۶	۵۱/۳	۴۱۳۳/۴۴

## ۷- مراجع

1. Chow, V.T. (1959). *Open-channel hydraulics*, McGraw-Hill Inc., New York.
2. Henderson, F.M. (1966). *Open channel hydraulics*, MacMillan, U.K.
3. Atanov, G.A., and Borovik, O.N. (1995). "Optimal stabilization of water level in canals." *Water Resources*, 22(5), 562-567.
4. Atanov, G. A., Evseeva, E.G., and Work, P.A. (1998). "Variational problem of water-level stabilization in open channels." *J. Hydraulic Engineering*, 124(1), 50-54.
5. Chau, K. (2005). "A split-step PSO algorithm in prediction of water quality pollution." *Proceeding of Second International Conference on Advances in Neural Networks*, Hong Kong Polytechy University, Hong Kong, China, 1034-1039.
6. Suribabu, C.R., and Neelakantan, T.R. (2006). Design of water distribution networks using particle swarm optimization." *Urban Water Journal*, 2(3), 1-10.
7. Montalvo, I., Izquierdo, J., Perez, R., and Tung, M.M. (2008). "Particle swarm optimization applied to the design of water supply systems." *Computers and Mathematics with Applications*, 56(3), 769-776.
8. Fu, X., Li, A., Wang, L., and Ji, C. (2011). "Short-term scheduling of cascade reservoirs using an immune algorithm-based particle swarm optimization." *Computers and Mathematics with Applications*, 62, 2463-2471.
9. Haddad, O.B., Afshar, A., and Marino, M.A. (2008). "Honey-bee mating optimization (HBMO) algorithm in deriving optimal operation rules for reservoirs." *J. Hydroinformatics*, 10(3), 257-264.

10. Iqbal, J., and Guria, C. (2009). "Optimization of an operating domestic wastewater treatment plant using elitist non-dominated sorting genetic algorithm." *Chemical Engineering Research and Design*, 87(11), 1481-1496.
11. Afshar, M.H. (2010). "A parameter free continuous ant colony optimization algorithm for the optimal design of storm sewer networks: Constrained and unconstrained approach." *Advances in Engineering Software*, 41(2), 188-195.
12. Mousavi, S.J., and Shourian, M. (2010). "Capacity optimization of hydropower storage projects using particle swarm optimization algorithm." *J. Hydroinformatics*, 12(3), 275-291.
13. Nourbakhsh, A., Safikhani, H., and Derakhshan, S. (2011). "The comparison of multi-objective particle swarm optimization and NSGA II algorithm: Applications in centrifugal pumps." *Engineering Optimization*, 43(10), 1095-1113.
14. Sedki, A., and Ouazar, D. (2012). "Hybrid particle swarm optimization and differential evolution for optimal design of water distribution systems." *Advanced Engineering Informatics*, 26(3), 582-591.
15. Li, M., Liu, S., Zhang, L., Wang, H., Meng, F., and Bai, L. (2012). "Non-dominated sorting genetic algorithms II based on multi-objective model in water distribution system." *Procedia Engineering*, 37, 309-313.
16. Verdaguer, M., Clara, N., and Poch, M. (2012). "Ant colony optimization based method for managing influents in wastewater systems." *AICHE J.*, 58, 3070-3079.
17. Kennedy, J., and Eberhart, R.C. (1995). Particle swarm optimization." *IEEE International Conference on Neural Networks*, Piscataway, NJ, 1942-1948.
18. Hassan, R., Cohanim, B., and de Weck, O. (2004). "A comparison of particle swarm optimization and the genetic algorithm." *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA)*, 1-13.
19. Lima, Jr., Lapa, C.M.F., Pereira, C.M., Cunha, J.J., and Alvim, A.C.M. (2011). "Comparison of computational performance of GA and PSO optimization techniques when designing similar systems-Typical PWR core case." *Annals of Nuclear Energy*, 38(6), 1339-1346.
20. Chanson, H. (2004). *The hydraulics of open channel flow: An Introduction*, Elsevier Pub.
21. Wurbs, R.A., and James, W.P. (2002). *Water resources engineering*, Prentice-Hall, New Jersey.
22. Liang, D., Falconer, R.A., and Lin, B. (2006). "Comparison between TVD-MacCormack and ADI-type solvers of the shallow water equations." *Advances in Water Resources*, 29 (12), 1833-1845.