dx.doi.org/10.22093/wwj.2017.7157.1504

# ارائه مدل برنامه‌ریزی خطی فازی جهت ارتقاء بهره‌وری انرژی الکتریکی در تأسیسات تأمین آب شرب (مطالعه موردی: طرح آبرسانی سیستان)

وحید برادران[1]، عبدالوصال چاری[2]

۱- استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال
(نویسنده مسئول) ۸۸۹۶۰۹۶۶ (۰۲۱) V_baradaran@iau-tnb.ac.ir
۲- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی زاهدان

(دریافت ۹۴/۹/۲۳ پذیرش ۹۵/۳/۳۰)

## چکیده

**در سیستم تولید و توزیع آب شرب در مناطق شهری، تعیین برنامه کارکرد الکتروپمپ‌های تأمین آب از مهم‌ترین مسائل عملیاتی است. هزینه الکتریکی مصرفی که تابعی از برنامه کارکرد الکتروپمپ‌ها است، بخش زیادی از هزینه‌های علمیاتی شرکت‌های آب و فاضلاب را به خود اختصاص می‌دهد. در این پژوهش، ضمن مطالعه میدانی در شرکت آب و فاضلاب روستایی سیستان، محدودیت‌های تعیین میزان کارکرد الکتروپمپ‌ها در منابع تأمین آب شامل محدودیت برآورد تقاضا، تأمین آب با کیفیت مناسب و محدودیت بلااستفاده بودن الکتروپمپ‌ها شناسایی شدند. از آنجا که محدودیت‌های مسئله غیرقطعی و فازی هستند، مدل برنامه‌ریزی خطی با محدودیت‌های فازی به‌منظور تعیین ساعات کارکرد الکتروپمپ‌ها در شبانه‌روز با هدف کمینه کردن مصرف و هزینه انرژی الکتریکی ارائه شد. پس از جمع‌آوری داده‌های مورد نیاز مدل و اجرای آن، مشخص شد که با استفاده از مدل، هزینه‌های الکتریکی ماهانه تا بیش از ۲۳ درصد کاهش می‌یابد و در نتیجه بهره‌وری افزایش خواهد یافت. برنامه‌ریزی ریاضی فازی پیشنهادی، قابلیت تعیین برنامه کارکرد الکتروپمپ‌ها برای منابع تامین آب با هدف کاهش هزینه‌های انرژی را دارد.**

***واژه‌های کلیدی***: بهره‌وری انرژی الکتریکی، زمان‌بندی کارکرد الکتروپمپ‌ها، آب شرب، برنامه‌ریزی خطی فازی

## ۱- مقدمه

تولید و توزیع آب شرب، مطابق با استانداردهای جهانی و ملی از وظایف شرکت‌های آب و فاضلاب است. با روشن شدن الکتروپمپ‌های نصب شده در چاه‌های آب شرب تحت مسئولیت این شرکت‌ها، حجم مشخصی از آب شرب به مخازن ذخیره و یا مستقیماً به شبکه توزیع تزریق می‌شود که این امر مستلزم مصرف انرژی به‌خصوص انرژی الکتریکی است. هزینه انرژی الکتریکی بعد از هزینه‌های پرسنلی و استهلاک، از مهم‌ترین موارد هزینه‌ای در این شرکت‌ها است (Rajabi & Mobini Bidgoli 2000; Lopez-Ibanez, et al. 2008; Van Zyl et al. 2004; Rajabpour et al. 2016).

از آنجایی که میزان مصرف انرژی الکتریکی و توان تولید آب در هر یک از الکتروپمپ‌ها در سیستم تولید و توزیع آب متفاوت است، تدوین برنامه متناسب با نیاز شهروندان به‌منظور تعیین میزان کارکرد هر یک از الکتروپمپ‌ها در شبانه‌روز یکی از دغدغه شرکت‌های آب و فاضلاب است. لذا توسعه مدلی که میزان تأمین آب شرب از هر یک منابع مختلف را با توجه به ساعات کارکرد هر الکتروپمپ در چاه‌های تأمین آب به‌منظور کاهش مصرف انرژی الکتریکی و افزایش بهره‌وری انرژی تعیین کند، یک مسئله مهم پژوهشی است (Bagirov et al. 2013).

برنامه‌ریزی ریاضی با قابلیت بهینه کردن یک یا چند تابع هدف تحت محدودیت‌هایی که دامنه تغییرات متغیرهای تصمیم را تعیین می‌کند، مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم را مشخص می‌کند. در گذشته در پژوهش‌های زیادی، از برنامه‌ریزی ریاضی و بهینه‌سازی برای بهبود عملکرد ایستگاه‌های پمپاژ استفاده شده است که در ادامه به تعدادی از آنها اشاره می‌شود (Rajabpour et al. 2016). در سال ۱۹۸۹ از مدل برنامه‌ریزی ریاضی پویا برای زمان‌بندی فعالیت پمپ‌ها طی ۲۴ ساعت شبانه‌روز، در یک شبکه آب شهری با هدف کمینه کردن هزینه‌های انرژی استفاده شده است (Zessler & Shamir 1989). در سال ۱۹۹۴ به‌منظور کمینه کردن


www.SID.ir

dx.doi.org/10.22093/wwj.2017.7157.1504

هزینه‌های توزیع آب در شهر ایربید[1] در کشور اردن مدل برنامه‌ریزی خطی از نوع عدد صحیح مختلط ارائه شد تا نحوه تأمین آب شهروندان از منابع مختلف تأمین آب را تعیین نمایند (Ismail 1994). در پژوهش دیگری با در نظر گرفتن تقاضای احتمالی آب، مدل برنامه‌ریزی ریاضی به‌منظور توزیع آب از منابع تأمین تا نقاط تقاضا در شهر لینکولن[2] در آمریکا ارائه شده است (Hoppel & Viessuman 1972). در سال ۲۰۱۲ با هدف کمینه کردن مصرف انرژی الکتریکی در سیستم تأمین و توزیع آب شرب در شهر تورنتو در کانادا، مدلی مبتنی بر برنامه‌ریزی ریاضی خطی ارائه شده است (Blaszczyk et al. 2012). در پژوهش مذکور برنامه زمان‌بندی کارکرد ۱۵۳ الکتروپمپ در این سیستم به‌منظور برآورد تقاضای آب شرب شهروندان تعیین شده است.

در پژوهش دیگری مدل برنامه‌ریزی خطی فازی به‌منظور برآورد مقدار توزیع آب از منابع تأمین آب به نقاط تقاضا در یک شبکه با هدف بیشینه کردن بهره‌وری آب ارائه شده است (Tsakiris & Spiliotis 2004). پژوهشگران برخی از محدودیت‌های محیطی را که در مسئله توزیع غیرقطعی است به محدودیت‌های فازی تبدیل نمودند و از تبدیل مدل برنامه‌ریزی فازی به قطعی برای حل مسئله فازی استفاده کردند.

در سال ۲۰۱۳ نیز در پژوهشی به اهمیت تنظیم برنامه زمان‌بندی کارکرد پمپ‌ها در شبکه توزیع آب اشاره شده و اهمیت هزینه‌های کارکرد الکتروپمپ‌ها در سیستم توزیع از جمله مهم‌ترین هزینه‌های عملیاتی سیستم بر شمرده است (Bagirovit et al. 2013).

مدل برنامه‌ریاضی غیرخطی عدد صحیح مخطوط به‌منظور تعیین زمان شروع و پایان کارکرد پمپ‌ها به‌عنوان متغیر پیوسته و تعیین وضعیت پمپ‌ها در ابتدای برنامه زمان‌بندی در پژوهش مذکور ارائه شده است. تابع هدف نیز کمینه کردن هزینه انرژی الکتریکی مصرفی در سیستم بوده است.

در سال ۲۰۰۹ سه مدل ریاضی مختلف به‌منظور تعیین برنامه زمان‌بندی کارکرد الکتروپمپ‌ها ارائه شد که تابع هدف آنها نیز کاهش هزینه الکتریکی بوده است (Ormsbee et al. 2009). در سال ۲۰۱۶ مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح ترکیبی با پارامترهای قطعی برای مسئله زمان‌بندی الکتروپمپ‌ها به همراه رویکرد حل آن به‌روش شاخه و کران ارائه شد که تابع هدف آن، کمینه کردن هزینه انرژی الکتریکی مصرفی بوده است (Menke et al. 2016). در پژوهشی در سال ۲۰۱۵ ضمن ارائه مدل ریاضی برای مسئله زمان‌بندی عملیات الکتروپمپ‌ها، الگوریتم ابتکاری برای حل مسئله ارائه شده است (Bonvin etal. 2015). توسعه الگوریتم‌های فرا ابتکاری برای حل مسئله زمان‌بندی الکتروپمپ‌ها موضوع برخی از پژوهش‌ها بوده است (Rajabpour & Afshar 2008; Rajabpour et al. 2016; Marques et al. 2015; Hashemi et al. 2014) بوده است. برای مطالعه بیشتر در مورد پیشینه پژوهش، می‌توان به مراجع زیر مراجعه کرد (Pulido-Calvo & Carlos Gutierez-Estrada 2011; Van Staden et al. 2011; De Corte & Sorensen 2013).

درمدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی، چنانچه پارامترهای مدل گنگ[3] و غیرمطمئن[4] باشند، به مدل‌های برنامه‌ریزی فازی تبدیل می‌شوند. در مسئله تعیین میزان کارکرد الکتروپمپ‌های تأمین آب شرب، برخی از پارامترها مانند مشخصه کیفی آب تأمینی هر منبع مقادیر مشخص و ثابتی نیستند. لذا استفاده از مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی قطعی که در پژوهش‌های پیشین از آن‌ها استفاده شده، در این مسئله چندان مناسب به نظر نمی‌رسد و استفاده از مدل‌های بهینه‌سازی فازی نتایجی ارائه خواهد کرد که به واقعیت نزدیک‌تر است. شرکت آب و فاضلاب روستایی سیستان و بلوچستان یکی از شرکت‌های تحت پوشش شرکت مهندسی آب و فاضلاب کشور است که وظیفه تولید و توزیع آب شرب را در کلیه شهرهای استان سیستان و بلوچستان در بخش روستایی به عهده دارد. در شهرهای تابعه شرکت آب و فاضلاب روستایی سیستان و بلوچستان به جز طرح سیستان، آب شرب، عمدتاً از منابع آب زیر زمینی استحصال می‌شود و این امر مستلزم مصرف زیاد انرژی به ویژه انرژی الکتریکی است. در طرح سیستان نیز با وجود آنکه از آب‌های سطحی استفاده می‌شود، برای برداشت آب و انتقال به مخازن ذخیره از الکتروپمپ‌های نصب شده استفاده می‌شود. همچنین برای انتقال آب به شبکه نیز از الکتروپمپ‌های دیگری استفاده می‌شود (Spulber & Sabbaghi 1998; Water and Wastewater Engineering Company 2007). مسئله تعیین برنامه کارکرد هر

[1] Irbid
[2] Lincoln
[3] Fuzzy
[4] Uncertain


Archive of SID
www.SID.ir

dx.doi.org/10.22093/wwj.2017.7157.1504

یک از منابع تأمین آب شرب در این شرکت با هدف کمینه کردن مصرف انرژی الکتریکی یکی از مشکلات اصلی شرکت است.

در این پژوهش، ضمن مطالعه میدانی در شرکت آب و فاضلاب سیستان و بلوچستان، محدودیت‌های تعیین میزان کارکرد هر یک از الکتروپمپ‌های نصب‌شده بر چاه‌های آب شرب شناسایی شد. مدل برنامه‌ریزی خطی با محدودیت‌های فازی به‌گونه‌ای طراحی شد که قابلیت کمینه کردن انرژی الکتریکی مصرفی الکتروپمپ‌ها در شبانه‌روز را در راستای افزایش بهره‌وری منابع انرژی داشته باشد. مسئله پژوهش با داده‌های مطالعه موردی (تأمین آب شرب در طرح سیستان) و مدل طراحی شده، مدل‌سازی شد و مورد اعتبارسنجی قرار گرفت. با استفاده از این مدل در شرکت‌های آب و فاضلاب، انتظار می‌رود ضمن کاهش هزینه‌های تولید محصول، کارایی و اثر بخشی سیستم تولید و توزیع آب نیز افزایش یابد.

## ۲- روش کار

این پژوهش یک بررسی مطالعه موردی است. به‌منظور کاهش مصرف انرژی الکتریکی در بهره‌برداری از منابع تأمین آب شرب و مطابق با محدودیت‌های مطالعه موردی این پژوهش، مدلی مبتنی بر برنامه‌ریزی ریاضی فازی ارائه شد. تابع هدف و محدودیت‌های مسئله برنامه‌ریزی ریاضی در این پژوهش بر اساس مطالعه میدانی و مصاحبه با مدیران و کارشناسان شرکت آب و فاضلاب روستایی سیستان و بلوچستان و طرح سیستان تعیین شدند. از اسناد و مدارک موجود در مطالعه موردی به‌منظور استخراج داده‌های عددی ساخت مدل و اعتبارسنجی آن استفاده شد.

### ۲-۱- مروری بر برنامه‌ریزی خطی فازی

معادله ۱ فرم کلی مدل برنامه‌ریزی ریاضی خطی را به همراه اجزای آن نشان می‌دهد (Taha Hamdy, 2011).

$$\begin{aligned} &\text{Max } Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ &\text{St :} \\ &\sum_{j=1}^{n} a_{j_i} x_j \le b_i \quad \forall i = 1,2,...,m \\ &x_j \ge 0 \; \forall_j = 1,2,...,m \end{aligned} \qquad (۱)$$

پارامترهای $c_j$، $a_{ij}$ و $b_i$ به‌ترتیب ضرایب تابع هدف، ضرایب فنی و مقادیر سمت راست محدودیت‌ها می‌باشند. در مدل برنامه‌ریزی خطی قطعی، این ضرایب به‌صورت اعداد قطعی وارد مدل می‌شوند در حالی که در برنامه‌ریزی خطی فازی، برخی یا تمامی این پارامترها به‌صورت عدد فازی در نظر گرفته می‌شوند. یکی از روش‌های حل مسائل برنامه‌ریزی خطی فازی، تبدیل این ضرایب با استفاده از عملیات مجموعه‌های فازی و خواص آن به پارامترهای قطعی است (Shavandy 2006; Bector & Chandra 2005). در این پژوهش نیز از این روش‌ها برای حل مسئله استفاده شده است.

### ۲-۲- اجزای مدل برنامه‌ریزی ریاضی پیشنهادی

در این بخش، چهار جزء مسئله برنامه‌ریاضی خطی فازی مطابق شرایط مسئله ارائه شده است.

#### ۲-۲-۱- متغیرهای تصمیم مسئله

میزان کارکرد الکتروپمپ‌های نصب شده بر روی هر یک از منابع تأمین آب شرب (چاه‌های تأمین آب) در هر شبانه‌روز برحسب ساعت، متغیرهای مجهول این پژوهش می‌باشند که تعیین مقدار بهینه آنها برنامه‌های عملیاتی شرکت آب و فاضلاب را هدفمندتر خواهد نمود. متغیرهای تصمیم از جنس متغیر پیوسته (نه عدد فازی) و به‌صورت $x_j$ درنظر گرفته شدند. تعداد متغیرهای تصمیم مسئله ($n$) برابر تعداد منابع تأمین آب است.

#### ۲-۲-۲- تابع هدف مسئله

هدف مسئله، کمینه کردن مصرف (یا هزینه) انرژی الکتریکی در تمامی منابع تأمین آب شرب است. از آنجایی که مصرف انرژی یک الکتروپمپ مشخص به ازای کارکرد یک ساعت مقدار مشخصی است و فرض تناسب از فرضیه‌های پنج‌گانه برنامه‌ریزی خطی در مورد آن صادق است، تابع هدف مسئله به‌صورت تابع خطی قطعی با صورت زیر در نظر گرفته شد

$$\text{Min } Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \qquad (۲)$$

که در این معادله، مقدار $c_j$ برای هر یک از منابع تأمین آب ($j$) برابر مقدار مصرف انرژی الکتریکی برای تولید آب شرب در مدت

Archive of SID


www.SID.ir

dx.doi.org/10.22093/wwj.2017.7157.1504

یک ساعت (در هر یک از منابع تولید) ضرب در متوسط هزینه انرژی الکتریکی در یک روز است.

### ۲-۲-۳- محدودیت‌های مسئله

بنابر مطالعات میدانی، مهم‌ترین محدودیت‌هایی که دامنه تغییرات کارکرد الکتروپمپ‌های تأمین آب را مشخص می‌کند، شامل محدودیت‌های تأمین تقاضای متقاضیان، کیفیت آب شرب و محدودیت مورد استفاده قرار نگرفتن منابع تأمین در یک شبانه روز است. معادلات و نامعادلات ریاضی هر یک از این محدودیت‌ها به شرح زیر است

#### • محدودیت برآوردن تقاضا

در شرکت‌های آب و فاضلاب میزان کارکرد کل منابع تأمین آب شرب در یک شبانه روز باید حداقل به اندازه مجموع تقاضای شبانه‌روز شهروندان که از مخازن ذخیره آب استفاده می‌کنند، باشد. مجموع حاصل‌ضرب میزان توان تولید یک ساعت کارکرد هر الکتروپمپ در تعداد ساعات کارکرد آنها در یک شبانه‌روز، میزان توان تولید کل منابع آبی را مشخص می‌کند. از آنجا که توان تولید هر الکتروپمپ در یک ساعت ($a_{1j}$) همواره ثابت نیست، می‌توان مقدار آن را به‌صورت عدد فازی و همچنین می‌توان مقادیر $a_{1j}$ها را به‌صورت میانگین توان به‌صورت عدد قطعی بیان کرد. اما مقدار تقاضای شبانه‌روز به منابع آب شرب ماهیتاً فازی است. لذا محدودیت برآوردن تقاضا یک محدودیت فازی است. این محدودیت را می‌توان با یکی از دو معادله ۳ یا ۴ در مدل قرار داد

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{1j} x_j \geq \tilde{b}_1 \qquad (۳)$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{1j} x_j \geq \tilde{b}_1 \qquad (۴)$$

که در معادله ۳ ضرایب فنی $a_{1j}$ که توان تولید هر الکتروپمپ در ساعت را نشان می‌دهد، به‌صورت عدد فازی و در معادله ۴ به‌صورت قطعی و برابر متوسط توان تولید هر الکتروپمپ در یک ساعت درنظر گرفته شده است. عدد فازی $\tilde{b}_1$ بیانگر میزان تقاضای روزانه است.

اعداد فازی $\tilde{a}_{1j}$ و $\tilde{b}_1$ به‌صورت عدد فازی مثلثی تعریف شده است. هر عدد فازی مثلثی $\tilde{b}$، با حد پایین ($b^p$)، مرکز ($b^m$) و بالا ($b^o$) به‌صورت $(b^p, b^m, b^o)$ تعریف می‌شود که شکل آن به‌صورت زیر و معادله محاسبه درجه عضویت آن مطابق زیر است

$$\mu_{\tilde{b}}(y) = \begin{cases} 0 & y \leq b^p \text{ or } y \geq b^0 \\ \dfrac{y - b^p}{b_m - b^p} & b^p \leq y \leq b^m \\ \dfrac{b^0 - y}{b^0 - b^m} & b^m \leq y \leq b^0 \end{cases} \qquad (۵)$$

#### • محدودیت کیفیت آب شرب

از آنجایی که کیفیت آب تأمینی از هر یک از منابع تأمین آب با یکدیگر متفاوت است و تمامی آب شرب برداشت شده از منابع در مخازن ترکیب می‌شود، میزان کیفیت آب برداشت شده در یک شبانه‌روز نباید از استانداردهای آب شرب بدتر باشد. چنانچه مقدار شاخص کیفیت آب‌های ترکیبی خارج از حدود استاندارد باشد، تصفیه‌خانه‌ها با صرف هزینه و انرژی باید آنها را در حد استاندارد قرار دهند. در این پژوهش، شاخص کل مواد جامد محلول[1] بر حسب میلی‌گرم در لیتر به‌عنوان شاخص کیفیت آب در نظر گرفته شده است. محدودیت کیفیت آب شرب با توجه به قطعی بودن میزان TDS موجود در هر منبع و فازی بودن مقدار کیفیت کل آب تأمینی به‌صورت زیر تعریف شده است

$$\sum_{i=1}^{n} a_{2j} x_j \leq b_3 \times \tilde{b}_1 \qquad (۶)$$

که در معادله بالا

$a_{2j}$، $\tilde{b}_1$ و $b_3$ به‌ترتیب میزان شاخص کیفیت آب تأمینی از منبع j به ازای یک ساعت کارکرد الکتروپمپ آن، میزان تقاضای روزانه بر حسب لیتر و میزان TDS مجاز در یک لیتر آب است. سمت چپ معادله ۶، جمع مقدار TDS تولیدی در یک شبانه‌روز به ازای ساعات کارکرد الکتروپمپ‌ها ($x_j$) را نشان می‌دهد. در سمت راست آن یعنی حاصل‌ضرب میزان تقاضای شبانه‌روز ($\tilde{b}_1$) در مقدار مجاز TDS یک لیتر ($b_3$)، حداکثر ناخالصی مورد پذیرش در

[1] Total Dissolved Solids (TDS)


Archive of SID
www.SID.ir

dx.doi.org/10.22093/wwj.2017.7157.1504

یک شبانه‌روز برآورد می‌شود. طرف راست نامعادله مذکور، حاصل‌ضرب دو عدد فازی مثلثی و قطعی است که نتیجه آن عدد فازی مثلثی $(b_3 \times \tilde{b}_1 = \tilde{b}_2)$ است (شکل ۱).

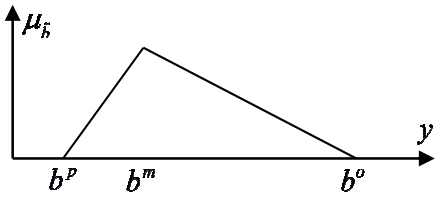


**Fig.1.** Fuzzy triangular number

شکل ۱- عدد مثلثی فازی

### • محدودیت عدم استفاده از منابع

بر اساس سیاست شرکت آب و فاضلاب، در یک شبانه‌روز نباید هر یک از منابع تأمین آب بلا استفاده باشد (Herbertson & Tate 2001).

لذا میزان کارکرد هر یک از الکتروپمپ‌ها نباید کمتر از یک ساعت در شبانه‌روز و بیشتر از ۲۴ ساعت باشد. لذا حد کارکرد هر الکتروپمپ به‌صورت زیر تعریف می‌شود

$$1 \le x_j \le 24 \quad \forall j = 1,2,...,n \qquad (۷)$$

#### ۲-۲-۴- محدودیت‌های ضمنی

تمامی متغیرهای تصمیم مسئله باید قطعی، غیر منفی و پیوسته باشند. لذا این محدودیت‌ها به‌صورت زیر در مدل ریاضی تعریف می‌شود

$$x_j \ge 0, \; x_j \in R \qquad \forall j = 1,2,...,n \qquad (۸)$$

### ۲-۳- مدل‌های فازی پیشنهادی

بر اساس تابع هدف و محدودیت‌های تعریف شده بالا، دو مدل برنامه‌ریزی خطی فازی برای تعیین برنامه کارکرد منابع تأمین آب شرب تعریف شد.

#### ۲-۳-۱- مدل برنامه‌ریزی با ضرایب فنی قطعی

در مدل اول، ضرایب فنی محدودیت‌های اصلی ( $a_{1j}$ و $a_{2j}$ ) به‌صورت عدد قطعی در نظر گرفته شدند

$$\begin{aligned}
&\text{Min } Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\
&\text{St :} \\
&\sum_{j=1}^{n} a_{j_i} x_j \ge (b_1^p, b_1^m, b_1^{0)} \\
&\sum_{j=1}^{n} a_{2j} x_j \le (b_2^p, b_2^m, b_2^0 \\
&1 \le x_j \le 24 \quad \forall j = 1,2,...,n \\
&x_j \ge 0 \; \forall_j = 1,2,...,n
\end{aligned} \qquad (۹)$$

#### ۲-۳-۲- مدل برنامه‌ریزی با ضرایب فنی فازی

در مدل دوم، ضرایب فنی محدودیت‌های اصلی به‌صورت اعداد فازی مثلثی در نظر گرفته شدند

$$\begin{aligned}
&\text{Min } Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\
&\text{St :} \\
&\sum_{j=1}^{n} (a_1^p, a_1^m, a_1^0) x_j \ge (b_1^0, b_1^m, b_1^0) \\
&\sum_{j=1}^{n} (a_2^p, a_2^m, a_2^0) x_j \ge (b_2^0, b_2^m, b_2^0) \\
&1 \le x_j \le 24 \quad \forall j = 1,2,...,n \\
&x_j \ge 0 \; \forall_j = 1,2,...,n
\end{aligned} \qquad (۱۰)$$

### ۲-۴- روش حل مدل‌های برنامه‌ریزی خطی فازی

به‌منظور حل هر یک از دو مدل بالا، دو روش متفاوت ارائه شد. برای حل مسائل برنامه‌ریزی ریاضی فازی از تبدیل مدل‌های فازی به مدل‌های برنامه‌ریزی خطی قطعی استفاده شد. در این بخش روشی برای حل مسئله ۹ بر پایه رویکرد حل مسائل مشابه که توابع عضویت آن‌ها یک طرفه است $(b^p = -\infty)$، توسعه داده شد.

به ازای بردار جواب $X=(x_1, x_2,..., x_n)$ درجه عضویت تامین محدودیت iام به صورت $\mu_{\tilde{b}_i}(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j)$ تعریف می‌شود که لازمه یافتن جواب بهینه، حل مسئله زیر است (Shavandy 2006)

$$\max \quad \min[\bigcap_{i=1}^{2} \mu_{\tilde{b}i}(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j), G(X)] \qquad (۱۱)$$

G(X) تابع عضویت تابع هدف مسئله ۹ است که مطابق معادله ۱۲ برآورد می‌شود. مقادیر $z_l$ و $z_u$ به ترتیب تابع هدف دو مدل برنامه‌ریزی خطی ساخته شده از معادله ۹ است که در یکی مقدار سمت راست هر محدودیت حد بالای اعداد فازی مثلثی و در

Archive of SID


www.SID.ir

dx.doi.org/10.22093/wwj.2017.7157.1504

دیگری حد پایین عدد فازی مربوطه در محدودیت‌های کوچک‌تر، مساوی (برای محدودیت بزرگ‌تر مساوی برعکس است) قرار داده می‌شوند.

$$G(X)=\begin{cases} I & \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \ge z_u \\ \dfrac{\sum_{j=1}^{n} c_j x_j - z_j}{z_u - z_i} & z_l \le \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \le z_u \\ 0 & \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \le z_l \end{cases} \qquad (۱۲)$$

با تعریف تغییر متغیر مناسب، مسئله ۱۱ به‌صورت زیر تبدیل می‌شود (Shavandy 2006)

$$\begin{aligned} &\max\ \lambda \\ &St: \\ &\lambda \le G(X) \\ &\lambda \le \mu_{\tilde{b}_i}\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j\right) \quad \forall i=1,2 \end{aligned} \qquad (۱۳)$$

با جایگزاری معادلات ۵ و ۱۲ در مدل بهینه‌سازی بالا، مدل برنامه‌ریزی خطی حاصل خواهد شد که محدودیت‌های آن توابع منکسر هستند. در این پژوهش، برای حل، مدل زیر پیشنهاد می‌شود

$$\begin{aligned} &\text{Max}\quad Z'=\lambda \\ &St: \\ &\lambda(z_u-z_i)-\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \le -z_i \\ &\lambda(b_i^m-b_i^p)+b_i^p \le \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + Mt_i \quad \forall i=1,2 \\ &\lambda(b_i^0-b_i^m)+\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \le b_i^0 + M(1-t_i) \quad \forall i=1,2 \\ &b_i^p \le \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \le b_i^0 \quad \forall i=1,2 \\ &\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \le b_i^m + Mt_i \quad \forall i=1,2 \\ &b_i^m \le \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + M(1-t_i) \quad \forall i=1,2 \\ &z_i \le \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \le z_u \\ &1 \le x_j \le 24 \quad \forall j=1,2,...,n \\ &t_i = 0,1 \quad \forall i=1,2 \\ &\lambda, x_j \ge 0 \quad \forall j=1,2,....,n \end{aligned} \qquad (۱۴)$$

در این مدل، متغیرهای $t_i$ برای مدل‌سازی محدودیت‌های منکسر در معادله ۱۳ به مدل اضافه شد. M عدد بزرگی است که برای خطی‌شدن روابط به کار گرفته شده است. به‌طور مشابه برای حل مدل برنامه‌ریاضی خطی با ضرایب فنی فازی (معادله ۱۰) مدل برنامه‌ریزی خطی قطعی دیگری بر گرفته از Shavandy در سال ۲۰۰۶ به‌صورت زیر ارائه شد

$$\begin{aligned} &\text{Min}\ \ Z=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ &St: \\ &\sum_{j=1}^{n} a_{1j}^p x_j \ge b_1^p \\ &\sum_{j=1}^{n} a_{2j}^p x_j \ge b_2^p \\ &\sum_{j=1}^{n} (a_{1j}^p - a_{1j}^m)x_j \ge b_2^p - b_1^m \\ &\sum_{j=1}^{n} (a_{2j}^p - a_{2j}^m)xj \le b_2^p - b_2^m \\ &\sum_{j=1}^{n} (a_{1j}^p - a_{1j}^0)x_j \ge b_1^p - b_1^0 \\ &\sum_{j=1}^{n} (a_{2j}^p - a_{2j}^0)x_j \ge b_2^p - b_2^0 \\ &1 \le x_j \le 24 \quad \forall j=1,2,...,n \\ &x_j \ge 0 \quad \forall j=1,2,...,n \end{aligned} \qquad (۱۵)$$

پارامترها و متغیرهای معادله ۱۵ در معادله ۱۰ معرفی شدند. از حل معادله ۱۵ مقدارهای حقیقی برای متغیرهای تصمیم و تابع هدف حاصل خواهد شد.

## ۳- مطالعه موردی

در این بخش، مدل‌های برنامه‌ریزی فازی ارائه شده برای حل مشکل کاهش هزینه انرژی الکتریکی مصرفی در تأمین آب شرب در مطالعه موردی این پژوهش (شرکت آب و فاضلاب سیستان و بلوچستان، طرح سیستان) توسعه داده شد.

### ۳-۱- شرکت آب و فاضلاب روستایی سیستان

شرکت آب و فاضلاب روستایی سیستان (زابل)، یکی از ۱۳ شرکت وابسته به آب و فاضلاب روستایی سیستان و بلوچستان است که در شمال استان، وظیفه تأمین و توزیع آب شرب به بیش از

Archive of SID


www.SID.ir

dx.doi.org/10.22093/wwj.2017.7157.1504

۲۰۰ هزار شهروند و ۵۶۰۰ خانوار را برعهده دارد. این شرکت در منطقه زابل با ۶ الکتروپمپی که در اختیار دارد و با دبی متوسط ۱۷۵ لیتر در ثانیه به تقاضای بیش از ۴۴۸۰۰ مشترک با مصرف سرانه ۲۷۸ لیتر در روز سرویس ارائه می‌کند. بر اساس اسناد مالی شرکت، بالغ بر ۱۷ درصد از کل هزینه‌های عملیاتی شرکت به هزینه برق مصرفی در منابع تأمین آب اختصاص دارد که نشان از اهمیت هزینه انرژی الکتریکی در این شرکت دارد. همچنین طبق آمار عملکردی شرکت ۶۰/۱ درصد از بهای مواد اولیه و انرژی در این شرکت مربوط به هزینه برق و تأمین انرژی الکتریکی است. لذا کاهش میزان مصرف این انرژی و افزایش بهره‌وری آن یکی از دغدغه‌های مدیریت در این شرکت محسوب می‌شود. بدون شک توسعه مدل موضوع پژوهش این مقاله، کمک مناسبی به کاهش هزینه‌ها خواهد کرد.

## ۳-۲- متغیرهای تصمیم

برای تأمین آب شرب روستایی موسوم به طرح سیستان، شش منبع تأمین آب، شامل شش حلقه چاه وجود دارد. در مسئله مورد پژوهش، تعداد ساعت کارکرد شبانه‌روی ($x_j$) هر یک از الکتروپمپ‌های نصب‌شده بر روی این ۶ حلقه چاه ($j=1,\ldots,6$) مجهول است.

## ۳-۳- ضرایب تابع هدف

ضرایب هزینه انرژی الکتریکی تولید هر متر مکعب آب در هر منبع، از تقسیم هزینه برق مصرفی ماهانه (صورتحساب صادره توسط شرکت توزیع برق برای اشتراک مورد نظر) بر کل حجم آب تولید شده در همان ماه محاسبه شد. سپس برای تعیین هزینه انرژی الکتریکی یک ساعت کارکرد الکتروپمپ در شبانه‌روز، توان الکتروپمپ در هزینه تأمین یک متر مکعب آب ضرب شد.

## ۳-۴- ضرایب فنی متغیرها در محدودیتها

ضرایب فنی هر یک از متغیرها در محدودیت برآوردن تقاضا (محدودیت اول) بیانگر توان تولید آب شرب از هر الکتروپمپ ($a_{1j}$) است. مقدار استحصال آب در یک ساعت کارکرد الکتروپمپ شماره یک که از گزارشات عملکرد استخراج شده، ۸۰ لیتر در ثانیه معادل ۲۸۸۰۰۰ لیتر بر ساعت برآورد شده است. این عدد از تقسیم حجم آب تولیدی شده در یک ماه برحسب لیتر بر کل زمان کارکرد پمپ در ماه بر حسب ساعت محاسبه شده است. هر چند مقدار توان در ماه‌های مختلف متفاوت است، اما مقدار تغییرات آن بسیار کم است لذا با صرفه‌نظر کردن از این تغییرات این اعداد به صورت قطعی در مدل وارد شدند. این ضرایب به ازای هر الکتروپمپ، در جدول ۱ ردیف $a_{1j}$ ارائه شده است.

ضرایب متغیرها در محدودیت کیفیت آب تأمینی ($\tilde{a}_{2j}$)، محدودیت دوم مسئله، بر اساس اعداد فازی مثلثی اندازه‌گیری شد. علت فازی درنظر گرفتن این پارامتر، تغییرات کل مواد جامد محلول در آب (مشخصه کیفی آب) در طول شبانه‌روز است. بر اساس نمونه‌های واحد کنترل کیفیت، حد پایین، متوسط و بالای میزان TDS موجود در حجم برداشت شده از یک ساعت کارکرد الکتروپمپ محاسبه شد. به‌عنوان مثال در چاه ۱ با ظرفیت ۸۰ لیتر

**جدول ۱**- مقادیر پارامترهای مدل برنامه‌ریزی خطی فازی

**Table1.** Parameters of fuzzy linear programming model

| Parameter & Variables / Pump No. | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_j$ | | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | $\tilde{b}_i$ |
| $c_1$ | | 1840 | 2250 | 1997 | 2690 | 2184 | 3377 | |
| $a_{1j}$ | | 288000 | 229880 | 453600 | 210240 | 385200 | 453600 | $\tilde{b}_1$ = (24519600,33570000,38300400) |
| $\tilde{a}_{2j}$ | $a^p_{2j}$ | 103760 | 92240 | 214818 | 65774 | 87492 | 103730 | $\tilde{b}_2$ = (10216500, 13987500, 15958500) |
| | $a^m_{2j}$ | 111960 | 100140 | 223518 | 68774 | 94892 | 112030 | |
| | $a^o_{2j}$ | 120160 | 108040 | 232218 | 71774 | 102292 | 120330 | |

Archive of SID


www.SID.ir

dx.doi.org/10.22093/wwj.2017.7157.1504

در ثانیه و وجود ۱۵۰۲ میلی‌گرم ذرات محلول در یک لیتر آب به‌عنوان بیشترین مقدار مشخصه کیفی آب، عدد ۱۲۰۱۶۰ میلی‌گرم به ازای یک ثانیه کارکرد الکتروپمپ (۱۲۰۱۶۰= ۸۰× ۱۵۰۲) و به‌عنوان حد بالای عدد فازی مربوطه ( $a_{21}^{o}$ ) محاسبه شد. مقدار حدود اعداد فازی سایر ضرایب که به‌طور مشابه محاسبه شده‌اند، در جدول ۱ ارائه شده است.

### ۳-۵- مقادیر سمت راست محدودیت‌ها

مقادیر سمت راست هر یک از محدودیت‌ها به‌صورت عدد فازی در نظر گرفته شده است. عدد فازی $\tilde{b}_1$، معرف مقدار تقاضای مورد نیاز شهروندان در یک شبانه روز به آب شرب است. بر اساس مقدار کمینه، متوسط و بیشینه تقاضا در یک شبانه‌روز که از گزارشات مصرف در ماه‌های مختلف سال استخراج شده، حدود پایین، مرکز و بالای این عدد تعیین شد. عدد فازی $\tilde{b}_2$ بیانگر حداکثر مقدار مجاز مواد جامد محلول در کل آب تولیدی در یک ثانیه (برای پرهیز از مقیاس بزرگ داده‌ها، ضرایب $\tilde{a}_{2j}$ و $\tilde{b}_2$ به جای ساعت به ثانیه تبدیل شده‌اند) است. این مقدار از ضرب مقدار مجاز مواد جامد محلول (۱۵۰۰ میلی‌گرم در لیتر) در عدد فازی تقاضا یعنی $\tilde{b}_1$ که به ثانیه تبدیل شده، به دست آمد. دامنه تغییرات متغیر $x_j$ به‌دلیل وجود محدودیت سوم (محدودیت حداقل استفاده از الکتروپمپ‌ها) بین ۱ و ۲۴ درنظر گرفته شد.

### ۳-۶- محدودیت‌های ضمنی مسئله

همانطور که اشاره شد، تمامی متغیرهای تصمیم مسئله از نوع عدد قطعی، غیرمنفی و پیوسته می‌باشند.

## ۴- نتایج و بحث

مسئله برنامه‌ریزی تأمین آب شرب در مطالعه موردی این پژوهش، مطابق تابع هدف و محدودیت‌های ذکرشده در رابطه ۱۰ قابل مدل‌سازی است. ضرایب و پارامترهای مدل که به‌صورت قطعی و فازی تعریف شده‌اند، در جدول ۱ ارائه شده است. به‌منظور حل مدل پیشنهادی با توجه به فازی بودن ضرایب فنی از تبدیل مدل برنامه‌ریزی خطی فازی به برنامه‌ریزی خطی قطعی به صورت معادله ۱۵ استفاده شد.

بر اساس مطالعه اسناد عملکردی در شرکت آب و فاضلاب سیستان در یک ماه، متوسط هزینه انرژی الکتریکی در صورت کارکرد ۵۰ درصد توان هر الکتروپمپ در روز، ۱۷۲۰۵۶ ریال برآورد شده است. در صورتی که پس از استفاده از مدل برنامه‌ریزی و تعیین برنامه کارکرد هر الکتروپمپ هزینه روزانه انرژی الکتریکی، ۱۳۰۹۸۸ ریال تعیین شده است. بنابراین استفاده از مدل پیشنهادی ۲۳/۴ درصد هزینه برق مصرفی را در ماه فرودین در این شرکت کاهش می‌دهد.

## ۵- نتیجه‌گیری

تعیین میزان کارکرد منابع تأمین آب شرب در شبانه‌روز در شرکت‌های آب و فاضلاب شهری که وظیفه برآوردن تقاضای مشترکان خود با کیفیت مناسب را بر عهده دارند، به‌عنوان دغدغه مدیران این شرکت‌ها و مسئله اصلی این پژوهش است. هزینه برق مصرفی در منابع تأمین آب یکی از کلیدی‌ترین موارد هزینه‌ای در شرکت‌های آب و فاضلاب است به‌طوری که ۱۱ درصد هزینه کل و ۱۷ درصد هزینه عملیاتی شرکت آب و فاضلاب سیستان را هزینه برق مصرفی تشکیل می‌دهد. مدل‌های برنامه‌ریاضی با تعریف توابع هدف و محدودیت‌های مسئله، مقدار متغیرهای تصمیم مسئله را به شرط بهینه‌کردن تابع هدف و برآوردن محدودیت‌ها تعیین می‌کند. برخی پارامترها و ضرایب مدل برنامه‌ریزی ریاضی در مسئله برنامه‌ریزی تأمین آب شرب، مقادیر گنگ و فازی هستند. در این پژوهش، دو مدل برنامه ریاضی خطی فازی ارائه شد که توابع هدف آن‌ها، هزینه‌های برق مصرفی شبانه‌روز در مراکز تأمین آب شرب بود.

متغیر تصمیم مدل میزان کارکرد هر یک از الکتروپمپ‌های سامانه برحسب ساعت در یک شبانه‌روز است. محدودیت‌های برآوردن تقاضای مشترکان که به‌صورت فازی برآورد می‌شوند و تأمین آب شرب با مشخصه‌های کیفی مجاز و عدم استفاده از تجهیزات در شبانه روز از محدودیت‌های اصلی مدل ارائه شده می‌باشد. هر چند در پژوهش‌های گذشته اقدام به مدل‌سازی ریاضی مسئله شده اما در آن‌ها از برنامه‌ریزی ریاضی قطعی برای حل مسئله بهره برده شده است. لحاظ نکردن عدم قطعیت پارامترهایی مانند تقاضا در مدل‌های قطعی، می‌تواند منجر به نتایج غیر واقعی

Archive of SID


www.SID.ir

dx.doi.org/10.22093/wwj.2017.7157.1504

شود. توسعه مدل فازی متناسب با شرایط مطالعه موردی از ویژگی‌های پژوهش حاضر است.

از مدل پیشنهادی این پژوهش برای تعیین میزان کارکرد شش الکتروپمپ تأمین آب شرب در شرکت آب و فاضلاب روستایی سیستان (طرح سیستان) استفاده شده است. مطالعه اسناد و مدارک این شرکت نشان می‌دهد، میزان تقاضای مشترکان در شبانه‌روز و میزان مواد جامد محلول در آب به‌عنوان شاخص کیفی آب در هر یک از منابع تأمین، اعداد فازی می‌باشند. مقایسه نتایج حاصل از اعمال مدل در برنامه بهره‌برداری یک ماه از منابع آب شرب نشان می‌دهد که استفاده از مدل کمی ارائه شده در این پژوهش با درنظر گرفتن محدودیت کیفیت آب شرب تأمینی، بیش از ۲۳ درصد موجب صرفه‌جویی و بهینه‌سازی هزینه‌های انرژی مصرفی برای تولید آب شرب طرح سیستان می‌شود.

اضافه کردن محدودیت‌ها و اهداف دیگر مانند محدودیت‌ها و هزینه‌های نگهداری و تعمیرات و سایر محدودیت‌های عملیاتی به مدل ارائه شده، لحاظ کردن تفاوت هزینه تامین برق در ساعات مختلف شبانه‌روز، بررسی مسئله زمان‌بندی عملیات الکتروپمپ‌ها و یا توسعه مدل‌های چندهدفه فازی موضوعات پژوهش‌های آتی این پژوهش می‌باشند.

## References


Bagirov, A.M., Barton, A.F., Mala-Jetmarova, H., Nuaimat, A., Al Ahmed, S.T., Sultanova, N., et al., 2013, "An algorithm for minimization of pumping costs in water distribution systems using a novel approach to pump scheduling", *Mathematical and Computer Modeling*, 57, 873-886.

Bector, C.R. & Chandra, S., 2005, *Fuzzy mathematical programming and fuzzy matrix games*, Springer, USA.

Błaszczyk, J., Karbowski A., Krawczyk, K., Malinowski, K. & Allidinac, A., 2012, "Optimal pump scheduling for large scale water transmission system by linear programming", *Journal of Telecommunications and Information Technology*, 3, 91-96.

Bonvin, G., Samperio, A., Le Pape, C., Mazauric, V., Demassey, S. & Maïzi, N., 2015, "A heuristic approach to the water networks pumping scheduling issue", *Energy Procedia*, 75, 2846-2851.

De Corte, A. & Sorensen, K., 2013, "Optimisation of gravity-fed water distribution network design: A critical review", *European Journal of Operational Research*, 228, 1- 10.

Hashemi, S. S., Tabesh, M., & AtaeeKia, B., 2014, "Ant-colony optimization of pumping schedule to minimize the energy cost using variable-speed pumps in water distribution networks", *Urban Water Journal*, 11(5), 335-347.

Herbertson, P.W. & Tate, E.L., 2001, *Tools for water use and demand management in South Africa*, World Meteorological Organization, Technical Reports in Hydrology and Water Resources, No. 73.

Hoppel, S. K. & Viessman W., 1972, "A linear analysis of an urban water supply system", *Journal of the American Water Resources Association*, 8(2), 304-311.

Ismail, T., 1994, "Analysis of urban water supply by linear programming", *Journal Kejuruteraan Awam*, 7 (2), 51-60.

Lopez-Ibanez, M., Devi Prasad, T. & Paechter, B., 2008, "Ant colony optimization for optimal control of pumps in water distribution networks", *Journal of Water Resources Planning and Management*, 134 (4), 337-346.

Marques J., Cunha, M., Savic, D.A., 2015, "Multi-objective optimization of water distribution systems based on a real options approach", *Environmental Modeling & Software*, 63(0),1-13.


Archive of SID


www.SID.ir

Menke, R., Abraham, E., Parpas P., & Stoianov, I., 2016, "Demonstrating demand response from water distribution system through pump scheduling", *Applied Energy*, 170, 377-387.

Ormsbee, L., Lingireddy, S. & Chase, D., 2009, "Optimal pump scheduling for water distribution systems", *Multidisciplinary International Conference on Scheduling: Theory and Applications (MISTA 2009)*,10-12 Dublin, Ireland

Pulido-Calvo, I., & Carlos Gutiérrez-Estrada, J., 2011, "Selection and operation of pumping stations of water distribution system", *Environmental Research Journal*, 5 (3), 1-20.

Rajabi, Gh. A. & Mobini Bidgoli, A., 2000, "Energy management in water and wastewater systems", *Proceeding of Fifth Joint Seminar of Iran and Germany in Water and Wastewater*, Tehran, 97-110. (In Persian).

Rajabpour, R., & Afshar, M. H., 2008, "Optimized operation of serial pump stations using the PSO algorithm", *Journal of Water and Wastewater*, Vol. 19 No. 2 (66) 56-66. (In Persian).

Rajabpour, R., Talebbeyokhti, N. & Rakhshande-Roo, Gh., 2016, "A novel Algorithm (G-JPSO) ant its development for optimum control of pumps in water distribution networks", *Journal of Water & Wastewater*, Vol. 26 No. 6 (100), 3-14. (In Persian).

Shavandy, H., 2006, *Fuzzy sets theory and its applications in industrial engineering and management*, 1st Ed., Basic Science Development Pub., Tehran, Iran. (In Persian)

Spulber, N., & Sabbaghi, A., 1998, *Economics of water resources: From regulation to privatization*, 2nd Ed., Springer, USA.

Taha Hamdy, A., 2011, *Operations research: An introduction*, Prentice Hall PTR, New Jersy.

Tsakiris, G. & Spiliotis, M., 2004, "Fuzzy linear programming for problems of water allocation under uncertainty", *European Water*, 7/8, 25-37.

Van Staden, A. J., Zhang, J. & Xia, X., 2011, "A model predictive control strategy for load shifting in a water pumping scheme with maximum demand charges", *Applied Energy,* 88, 4785-4794.

Van Zyl, J.E., Savic, D.A. & Walters, G.A., 2004, "Operational optimization of water distribution systems using a hybrid genetic algorithm", *Journal of Water Resources Planning and Management*, 130 (2), 160-170.

Water and Wastewater Engineering Company, 2007, *Operation Regulation and general conditions of water and wastewater costs*, Tehran, Iran. (In Persian).

Zessler, U. & Shamir, U., 1989, "Optimal operation of water distribution systems", *Journal of Water Resources Planning and Management*, 115 (6), 735-752.

Archive of SID



www.SID.ir